

〈論 文〉

대칭단면에서의 난류모형 비교

손 창 현* · 최 도 형* · 정 명 균*

(1989년 7월 15일 접수)

Comparison of Various Turbulence Models for the Calculation of Plane of Symmetry Flows

Chang Hyun Sohn, Do Hyung Choi and Myung Kyoon Chung

Key Words : Modified $k-\epsilon$ Model(수정된 $k-\epsilon$ 모형), Vortex Stretching(와신장) Plane of Symmetry(대칭 단면), Convergent Flow(수렴 유동), Divergent Flow(발산 유동), Adverse Pressure Gradient(역압력구배)

Abstract

Using a vortex stretching invariant term, the two-layer $k-\epsilon$ model has been modified to account for the extra staining of turbulence due to the mean-flow convergence and divergence. The calculations of turbulent boundary layers in a plane of symmetry are compared for experimental cases which are an axisymmetric body at an incidence of 15° . The comparisons between the calculations and experimental data show that additional modifications to the dissipation rate equation have brought the significant improvement to the prediction of plane of symmetry boundary layers in the strong mean-flow convergence and divergence.

기 호 설 명

- C_p : 압력계수
- C_f : 표면마찰계수
- H : 형상계수(shape factor)
- h_1, h_2 : x, z 방향의 좌표 변환 계수
- k : 난류운동에너지
- P_o : 자유 운동의 정압
- Q_o : 자유 유동속도
- Re : 레이놀즈수
- x, y, z : 길이방향, 수직방향, 폭방향의 표면 직교 곡선 좌표계
- U, V, W : x, y, z 방향의 속도 성분
- α : 발음각
- δ : 경계층 두께
- ϵ : 난류 운동에너지 소멸률

- κ : von Karman 상수
- ν : 층류동점성계수
- ν_t : 와동점성계수
- ρ : 밀도
- θ_{11} : 운동량 두께 $\theta_{11} = \int_0^{\delta} U/U_e [1 - (U/U_e)] dy$

1. 서 론

자동차, 항공기, 잠수함 및 배의 선체 등의 경우에서 볼 수 있듯이 3차원 물체는 많은 경우에 중앙대칭단면을 가지고 있다. 대칭단면에서의 유동에 대한 계산은 법선방향 속도(crossflow)가 없기 때문에 비교적 3차원 계산 보다는 간단하고, 다른 곳과는 독립적으로 계산할 수 있어서 대칭단면의 계산결과를 3차원 계산의 경계조건으로 사용하거나 또는 3차원 계산을 검증하는 과정으로 쓸수 있다.

그러나 1980년 Stanford Conference에서 Hum-

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

phrey와 van den Berg⁽¹⁾가 지적 하였듯이 대칭단면에서의 유동에 대한 실험결과가 매우 적다. 축대칭 물체에 대한 실험은, 1981년 Ramaprian, Patel과 최도형⁽²⁾, 그리고 1980~1981년에 Meier, Kreplin 등^(3,4)이 수행하였는데, 이들 연구 결과로부터 대칭단면에서 발산하는 유동(divergent flow)은 경계층 성장을 억제시키고 천이(transition)를 지연시키며, 이와는 반대로 수렴 유동(convergent flow)은 경계층 성장을 촉진시키고 나선형 와류로 발달함을 알 수 있었다. 그러나 이들 실험에서는 난류량을 측정하지 않았다. 1987년에 Patel과 백제현⁽⁵⁾은 앞서 실험한 Ramaprian, Patel과 최도형⁽²⁾에서와 동일한 모형에서 대칭단면에 대한 실험만을 다시 행함으로써 보다 체계적이고 정밀한 실험을 수행하였으며, 앞서 실험과는 달리 난류량을 측정하였다. 2차원 유동에서 표면 곡률, 회전 및 부력 등의 영향이 여분의 난류변위를 가져와서 난류구조에 크게 영향을 미치는 것과 마찬가지로, 이 연구 결과 대칭단면에서의 수렴 또는 발산하는 유동도 난류구조에 직접적인 영향을 미침을 보여 주었다. 따라서 대칭단면에서의 난류 유동을 정확히 예측하기 위해서는 유동의 수렴과 발산에 따른 영향을 고려해 줄 수 있는 난류모형이 필요하다.

대칭단면에서의 유동에 대한 수치적 연구는 1970년 Wang^(6,7)이 spheroid의 층류 경계층 유동을 해석함으로써 여러가지 박리형태를 제시한 이래 많은 연구들이 수행되었다. 1980년에 Cebeci, Khattab과 Stewartson^(8,9)들은 Keller Box 해법을 사용하여 Wang과 유사한 결과를 얻었으며, Patel과 최도형⁽¹⁰⁾은 체계적으로 Crank-Nicolson방법과 ADI방법을 사용하여 계산한 결과를 실험치와 비교 검토하였다. 특히, 1987년에 Patel과 백제현⁽¹¹⁾은 대칭단면에서의 유동을 수치 계산하여 난류 실험치와 비교 연구 하였는데, Cebeci와 Smith⁽¹²⁾의 0-방정식 모형을 사용함으로써 수렴 또는 발산유동의 영향을 적절히 고려해 줄 수 없었다.

본 연구에서는 0-방정식 난류모형과 2-방정식 난류모형 그리고 역압력 구배와 수렴과 발산의 영향을 고려한 2-방정식 난류모형을 사용하여 대칭단면에서의 난류유동을 해석하고, 계산 결과를 비교하여 난류모형의 적절성을 평가하고자 한다.

2. 지배 방정식

중양 대칭단면에서의 경계층 방정식은 물체의 다른 곳과는 상관없이 수학적으로 분리(decoupled)하여 독립적으로 풀 수 있다. 대칭 단면내에서 법선방향속도는 영이지만 그 미분은 영이 아니다. 따라서 대칭단면의 표면 직교 곡선 좌표계에서 정상, 비압축성, 난류경계층에 대한 연속방정식과 운동량 방정식은 다음과 같다. [참고문헌 (13)]

$$\frac{1}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + W_1 + K_{31}U = 0 \quad (1)$$

$$\frac{U}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) - \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{U}{h_1} \frac{\partial W_1}{\partial x} + V \frac{\partial W_1}{\partial y} + W_1^2 + 2K_{31}UW_1 + \frac{1}{h_3^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial W_2}{\partial y} - \nu \frac{\partial^2 W_1}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

여기서

$$K_{31} = \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial X}, \quad W_1 = \frac{1}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z},$$

$$W_2 \equiv \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{vw})$$

ρ 는 밀도, P 는 압력, 그리고 ν 는 층류동점성계수이다.

압력분포는 다음 식으로 부터 구한다. [참고문헌 (20)]

$$-\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{U_e}{h_1} \frac{\partial U_e}{\partial x} - \frac{1}{h_3^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{U_e}{h_1} \frac{\partial W_{1e}}{\partial x} + W_{1e}^2 + 2K_{31}U_e W_{1e} \quad (4)$$

여기서 U_e , W_{1e} 는 비점성 유동에 대한 수치계산 결과 또는 실험치로 부터 구하였고, 대칭단면에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$y=0 \text{에서 } U = W_1 = 0$$

$$y=\delta \text{에서 } U = U_e, \quad W_1 = W_{1e} \quad (5)$$

3. 난류 모형

2-방정식 $k-\epsilon$ 난류모형에서 난류응력은 와점성모형을 사용하면 아래와 같다.

$$-\overline{uv} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y}, \quad -\overline{vw} = \nu_t \frac{\partial W}{\partial y}; \quad \nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

여기서 ν_t 는 와동점성계수이며 k 는 난류운동 에

너지, ϵ 은 난류 운동에너지 소멸율이다. k 와 ϵ 의 전달 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{U}{h_1} \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P_k - \epsilon \quad (7)$$

$$\frac{U}{h_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (8)$$

여기서 난류 에너지 생성률 P_k 는

$$P_k = P_{k,s} + P_{k,n} = - \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - (\overline{u^2} - \overline{v^2}) \frac{1}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + (\overline{v^2} - \overline{w^2}) (W_1 + K_{31}) \quad (9)$$

이며, 모형상수는 $c_\mu = 0.09$, $c_{\epsilon 2} = 1.44$, $c_{\epsilon 3} = 1.92$, $\sigma_\epsilon = 1.3$, $\sigma_k = 1.0$ 이다⁽¹⁴⁾. 그리고 $P_{k,n}$ 은 식 (9)의 밀출된 항으로서 수직응력에 의한 난류 에너지 생성률을 나타낸다. 경계층 방정식의 표준 $k-\epsilon$ 모형에서는 일반적으로 $P_{k,n}$ 항을 무시하지만 모형의 정확도를 높이기 위해 수정한 난류모형에서는 이 항이 필요하다.

위의 $k-\epsilon$ 모형을 다음과 같이 두 가지 관점에서 수정하였다.

3.1 수직응력(Normal Stresses)의 영향을 고려

1980년에 Hanjalic과 Launder⁽¹⁵⁾는 실험적인 관측으로 부터 난류에너지와 소멸율이 전달응력(shear stresses)보다 수직응력에 의해 더 큰 영향을 미침을 알고, 수직응력의 영향을 크게한 수정된 $k-\epsilon$ 모형을(이후 HL모형이라 함) 제시하였다. 이 HL모형으로 축대칭제트 유동에 대해서 계산해본 결과(제트폭의 증가율, 실험치; 0.086, 표준 $k-\epsilon$ 모형; 0.115, HL 모형; 0.098)⁽¹⁵⁾ 표준 $k-\epsilon$ 모형보다는 향상되었지만 실험치보다는 큰 값으로 예측되었다. 또한 Hanjalic과 Launder는 2차원 평판유동에서 크게 감속하는 유동, 즉 역압력구배가 큰 유동에 대하여 HL 모형을 적용해 본 결과 Reynolds 응력 모형에 비해서 매우 향상된 결과를 보여 주었다. 1986년에 Rodi와 Scheuerer⁽¹⁶⁾가 같은 항을 사용하여 역압력 구배가 큰 2차원 평판유동에서 실험치와 매우 잘 일치함을 재 입증하였다. HL 모형은 ϵ 방정식의 생성항(production term)을 P_ϵ 이라 하였을때 P_ϵ 를 표준 $k-\epsilon$ 모형과는 달리 다음과 같이 사용한다.

$$P_\epsilon = \frac{\epsilon}{k} (c_{\epsilon 1} P_{k,s} + c_{\epsilon 3} P_{k,n}) \quad (10)$$

여기서 $c_{\epsilon 3} = 4.44$ ^(15,16)이다. 그리고 수직응력은 2방정식 난류모형에서는 구할 수 없으므로 Hanjalic과 Launder가 실험치로 부터 사용하였듯이 본 연구에서도 Patel과 Baek⁽¹¹⁾의 실험결과로부터 $\overline{u^2} = 1.05k$, $\overline{v^2} = 0.4k$ 그리고 $\overline{w^2} = 0.55k$ 을 사용하였다. 식 (9)를 살펴보면, 감속하는 2차원 평판 유동에서는 수직응력을 고려한 항이 양의 값이 되어서 ϵ 값을 크게 해주고, ν_t 를 감소시켜준다. 그리고 수직응력항에 상대적으로 큰값인 $c_{\epsilon 3} = 4.44$ 를 곱해줌으로서 HL모형은 표준 표준 모형에 비하여 감속유동에 매우 민감하게 된다.

3.2 Vortex-Stretching의 고려

Tenekes와 Lumley⁽¹⁷⁾는 난류에너지의 전달에 있어서 vortex-stretching의 역할이 매우 중요함을 강조하였다. vortex-stretching의 영향을 처음으로 고려하여 난류 모형을 행한 사람은 Pope⁽¹⁸⁾로서, 2차원 평판제트(plane jet)에서 비교적 정확한 표준 $k-\epsilon$ 모형이 축대칭제트(axisymmetric jet)에서는 맞지 않음을 알고 vortex-stretching를 이용하여 수정하였다. 2차원 평판유동에서는 vortex-stretching이 일어나지 않으므로 이 항은 자동적으로 영이 된다.

대칭단면에서의 무차원 vortex stretching invariant를 구해보면 $\chi = w_{ij} w_{jk} s_{ki}$ 이고, 여기서

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad w_{ij} = \frac{1}{2} \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (11)$$

이므로 대칭단면에서의 유동조건을 이용하여 유도하면 아래와 같다.

$$\chi = \frac{1}{4} \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^3 \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{1}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{1}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z} + K_{31} U \right) \quad (12)$$

따라서 수직응력의 영향과 vortex-stretching의 영향을 함께 고려한 ϵ 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{U}{h_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\epsilon}{k} (c_{\epsilon 1} P_{k,s} + c_{\epsilon 3} P_{k,n}) - \frac{\epsilon^2}{k} (c_{\epsilon 2} - c_{\epsilon 4} \chi) \quad (13)$$

HL모형이 vortex-stretching이 일어나지 않는 2차원 평판 유동에서는 잘 예측하지만, vortex-

stretching이 생기는 축대칭체트 유동에 대해서는 잘 예측하지 못한 이유는 vortex-stretching의 영향을 고려해 주지 않았기 때문이라 생각된다. 실제로 HL 모형과 vortex-stretching의 영향을 함께 고려한 본모형으로 축대칭체트 유동을 계산해 본 결과 vortex-stretching항만을 고려한 Pope의 $c_{\epsilon 4}=0.79$ 대신에 $c_{\epsilon 4}=0.4$ 로 하면 실험치의 제트폭의 증가율과 계산결과가 일치함을 볼 수 있었다. 그리고 2차원 평판유동에서는 vortex-stretching항이 영이므로 본 모형은 HL 모형과 같아진다. 따라서 본 모형은 표준 $k-\epsilon$ 모형으로 잘 예측하지 못하는 축대칭체트 유동뿐만이 아니라 역압력 구배가 큰 평판유동에서도 잘 예측하는 모형이라 할 수 있다.

Vortex-stretching과 유동의 수렴 또는 발산의 영향은 식 (12)로 부터 직접적인 관계가 있음을 알 수 있다. 즉, Fig. 1에서와 같이 경계층의 바깥부분에서 수렴유동 ($W_1 < 0$)일 때는 vortex가 squeezing되어서 각운동량 보존법칙에 의해 난류에너지 소멸률 ϵ 이 감소하고 따라서 난류에너지 k 는 증가하며 와동점성계수 ν_t 도 증가하게 된다. 반대로 경계층 안쪽 부분에서 발산유동 ($W_1 > 0$)일 때는 vortex가 stretching되어서 난류에너지 소멸률 ϵ 이 증가하고 난류에너지 k 와 와동점성계수 ν_t 가 감소하게 된다.

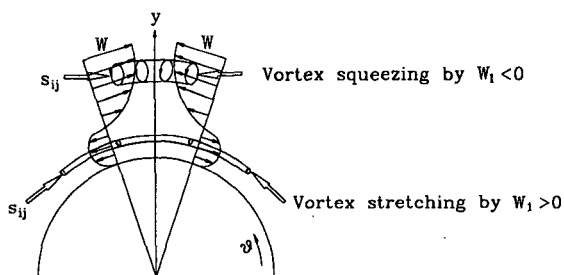


Fig. 1 Convergent and divergent flow for plane of symmetry

벽면 근처에서 벽면 함수법(wall function method)을 사용하는 표준 $k-\epsilon$ 모형과는 달리, 본 논문에서는 벽면 근처(충류저층, 천이층, 완전 난류층의 일부)에서 Wolfshtein⁽¹⁹⁾의 1-방정식 난류모형을 사용하는 Chen과 Patel⁽¹⁴⁾이 제시한 2층 $k-\epsilon$ 모형(two layer $k-\epsilon$ model)을 (이후 CP모형이라 함)사용하였다.

1-방정식 난류 모형에서는 난류 운동 에너지 k 방정식만 풀며, 난류 운동에너지 소멸률은 대수적으로 표시한 $\epsilon = k^{3/2} l_\epsilon$ 로 부터 구하고 와동점성계수는 $\nu_t = C_\mu k^{1/2} l_\mu$ 로 부터 구한다. 여기서 l_ϵ 와 l_μ 는 난류 Reynolds 수 $R_y = k^{1/2} y/\nu$ 의 함수로 나타내며 다음 식으로 부터 구한다.

$$l_\mu = c_1 y [1 - \exp(-R_y/A_\mu)]$$

$$l_\epsilon = c_1 y [1 - \exp(-R_y/A_\epsilon)] \quad (14)$$

여기서 $c_1 k C_\mu^{-3/4}$, $A_\epsilon = 2c_1$, $A_\mu = 70$ 이며 k 는 Karman 상수로서 0.418을 사용하였다. 1-방정식 난류 모형과 2-방정식 난류 모형의 경계는 Chen과 Patel이 제시한 R_y 값이 대략 200정도에서 정하였다.

난류 운동 에너지 k 와 난류 운동 에너지 소멸률 ϵ 의 초기 조건은 Rodi와 Scheuerer⁽¹⁶⁾가 사용한 다음 식을 사용하여 구하였다.

$$k = -\overline{uw}/0.3$$

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{L} \left(1 + \frac{C_\epsilon}{k^{1/2} L/\nu} \right) \quad (15)$$

여기서 $-\overline{uw}$ 는 Cebeci와 Smith⁽¹²⁾의 0-방정식 모형으로(이후 CS모형이라함)부터 구하였고, $L = C_D \min\{\kappa y, \lambda \delta\}$ 이며, $C_D = 6.41$, $c_\epsilon = 13.2$, $\lambda = 0.085$ 이다.

대칭단면에서의 난류유동장의 수치적 해석은 지금까지 많이 사용되어온 Crank-Nicolson 수치해법을 사용한 Chang과 Patel⁽²⁰⁾의 Code를 이용하였다.

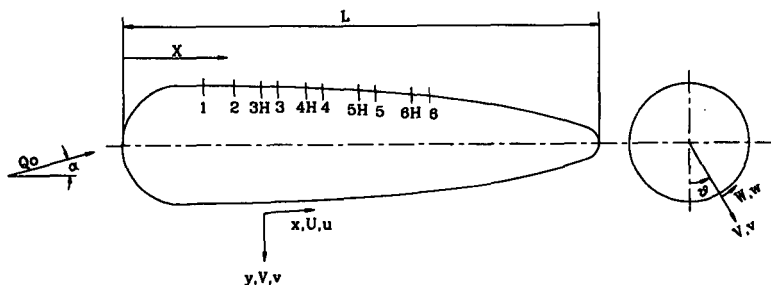


Fig. 2 The geometry of a combination body and coordinate system

4. 계산결과 및 고찰

본 연구에서는 Patel & Baek의 실험을 수치계산 하였는데, 이 실험은 다른 실험들과는 달리 대칭단 면 위에서 난류량을 측정하였으므로 난류모형의 유용성을 검증하기에 매우 적합하다.

이 실험에 사용된 모형의 형태는 Fig. 2에 보인 반구(hemi-sphere)와 7:1 반 spheroid를 결합하여 만든 물체로, 받음각이 15°이고, 모형의 길이를 기준으로 한 Reynolds수는 1.86×10^6 이다. 속도를 측정한 1~6위치는 $X/L=0.169, 0.234, 0.326, 0.419, 0.530, 0.641$ 이고, 난류량을 측정한 3H~6 H의 위치는 $X/L=0.291, 0.384, 0.495, 0.606$ 이

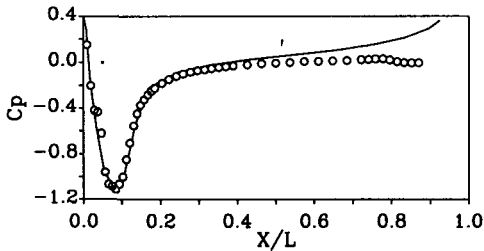


Fig. 3 Surface Pressure distribution on the leeward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$. \circ , experiment; —, potential flow

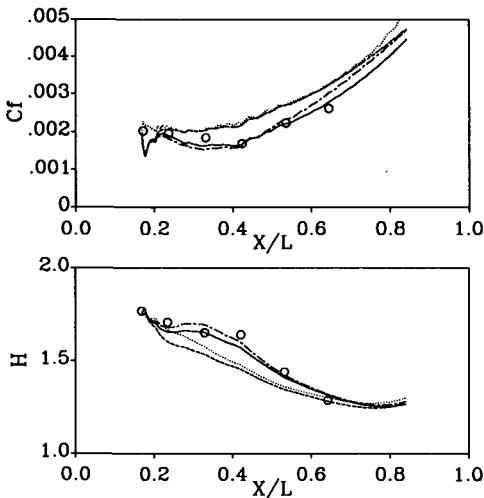


Fig. 4 Comparison of predictions with the experimental results on the leeward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; \circ , experiment; —, modified model; ----, CP model; ·····, CS model; -·-·-·, HL model

다. 초기조건은 $X/L=0.169$ 인 1-위치에서 주었는데, U -속도는 실험치를 이용하였고 W_1 -속도는 Patel 및 백재현⁽¹¹⁾과 마찬가지로 U -속도와 유사하게 주었다.

Fig. 3에서 바람이 불어가는 방향($\theta=180^\circ$)쪽의 대칭 표면에서의 압력분포 Cp 를 살펴보면 초기에 강한 역압력 구배가 있음을 알 수 있고, 비점성 이론으로 구한 압력분포가 하루로 내려 갈 수록 실험치와 많이 틀려짐을 알 수 있는데, 이 이유는 점성-비점성 상호작용 때문이라고 생각된다. 따라서 경계층 유동의 계산에 필요한 외부조건 U_e 와 W_{1e} 는 실험치를 사용하였다.

Fig. 4에 표시된 표면 마찰계수 C_f 의 계산결과를 살펴보면 $k-\epsilon$ 방정식 모형들이 모두 초기에 급격한 변화를 보이는 것을 알 수 있는데, 이것은 k 와 ϵ 값을 식 (15)로 부터 가정하였기 때문이다. 0-방정식 모형(CS)과 수정하지 않은 2층 $k-\epsilon$ 방정식 모형(CP)은 실험치보다 C_f 값을 크게 예측함을 알 수 있다. 이에 비해 압력 구배의 영향을 고려해준 2층 $k-\epsilon$ 방정식 모형(HL)은, 초기의 강한 역압력 구배의 영향을 받아 CP모형보다 C_f 가 작다가 하류쪽으로 갈 수록 역압력구배의 영향보다 수렴과 발산의 영향이 더 커져서 수정하지 않은 $k-\epsilon$ 방정식 모형(CP)과 같아짐을 알 수 있다. 그러나 vortex stretching까지를 고려하여 수정한 모형은 전 영역에서 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다. 형상 계수 H 의 비교에서 HL모형과 수정한 난류 모형이 실험치와 잘 일치하는 반면 CS와 CP모형은 실험치보다 작게 예측한다.

Fig. 5에서 U -분포를 살펴보면 CS모형과 CP모

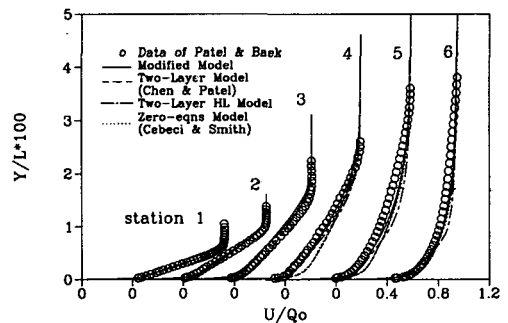


Fig. 5 U -Velocity profiles on the leeward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; \circ , experiment; —, modified model; ----, CP model; ·····, CS model; -·-·-·, HL model

형은 비슷한 경향을 나타냄을 알 수 있고, 벽면 근처에서 실험치보다 크게 예측한다. 이에 비해 역압력 구배를 고려한 HL모형과 수정한 2층 k-ε모형은 벽면 근처에서 다른 모형보다 실험치와 더 잘 맞음을 알 수 있다. 그러나 하류로 내려갈 수록 압력 구배만을 고려한 모형은 경계층내의 외층(outer layer)에서 실험과의 차이가 많아짐을 알 수 있다.

Fig. 6의 W_1 은 유동의 수렴과 발산의 정도를 나타내는 값으로써, W_1 의 분포를 보면 난류 모형에 따라 차이가 심함을 알 수 있으며, 시작 위치에서는 경계층 전체가 수렴 유동($W_1 < 0$)이었다가 하류로 내려감에 따라 벽면 부근에서 발산 유동($W_1 > 0$)으로 됨을 알 수 있다. 이 W_1 의 부호가 바뀌기 시작하는 위치부터 유선 방향의 나선형 와류가 생성되기 시작하며, 이 W_1 에 의한 vortex stretching의 영향은 Fig. 7과 Fig. 8에서 더욱 분명히 나타난다.

Fig. 7은 난류 운동에너지 분포를 나타내며, CP 모형은 k 를 크게 예측하는데 비해, 역압력 구배만을 고려한 HL모형은 k 를 작게 예측한다. Vortex strching까지 고려한 수정한 2층 k-ε모형은 앞쪽 3H-위치에서 수렴 유동에 의한 vortex squeezing 때문에 k 값이 HL모형보다 증가함을 알 수 있다.

그리고 뒤쪽 6H-위치에서는 경계층의 내층(inner layer)부근의 발산 유동에 의한 vortex stretching 때문에 k 값이 감소하고 경계층의 외층 부근에서는 수렴유동에 의해서 HL모형보다 k 를 증가시켜주어서 전체적으로 다른 난류 모형들에 비해 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나 앞쪽 위치인 3H나 4H보다도 하류쪽으로 갈수록 경계층 두께가 두꺼워지고 나선형 와류의 생성과 비점성-점성유동과의 상호작용이 강하게 일어나므로 경계층 방정식으로 예측한 값이 실험치와의 차이가 커짐을 알 수 있다.

와동점성계수 ν_t 의 분포를 Fig. 8에 나타내고 있는데, Fig. 7에서 살펴본 바와 같이 수정한 난류 모형이 유동의 수렴과 발산의 영향을 잘 고려해줌을 보여준다. 이 그림을 살펴보면 CS모형으로 부터 구한 ν_t 가 실험치에 비해 매우 크게 예측됨을 알 수 있는데, 수정하지 않은 2층 k모형(CP)을 사용하여도 향상되어 지는 것을 볼 수 없다. 한편 압력 구배를 고려해준 HL모형은 앞쪽 위치 3H, 4H에서 실험치와 상당한 접근을 보였음을 알 수 있으나, 하류쪽으로 갈 수록 실험치와의 차이가 커진다. 이에 비해 수정한 2층 k-ε모형은 앞쪽 위치

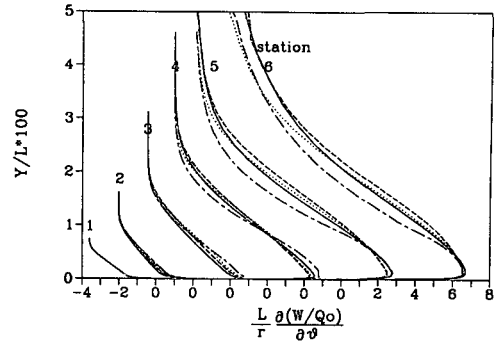


Fig. 6 W_1 -Velocity profiles on the leeward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; —, modified model; - - - -, CP model; ·····, CS model; - - - - -, HL model

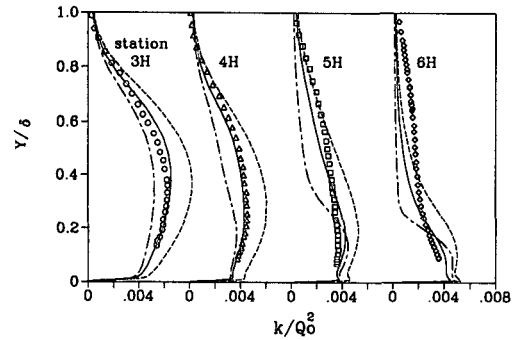


Fig. 7 Turbulent kinetic energy profiles on the leeward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; symbols denote experiment; —, modified model; - - - -, CP model; - - - - -, HL model

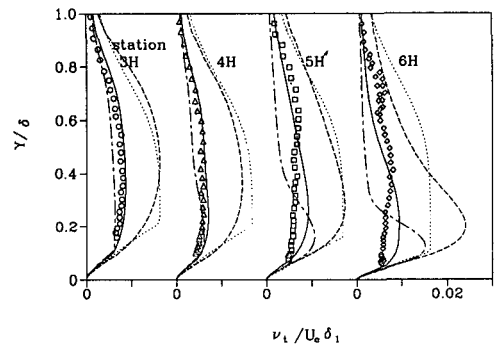


Fig. 8 Eddy-viscosity profiles on the leeward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; symbols denote experiment; —, modified model; - - - -, CP model; ·····, CS model; - - - - -, HL model

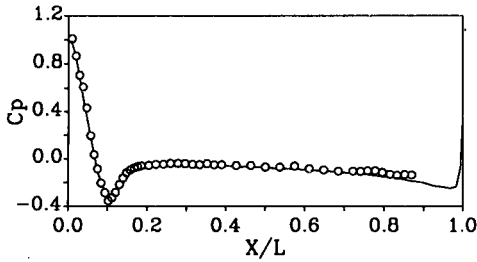


Fig. 9 Surface Pressure distribution on the windward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$. \circ , experiment; —, potential flow

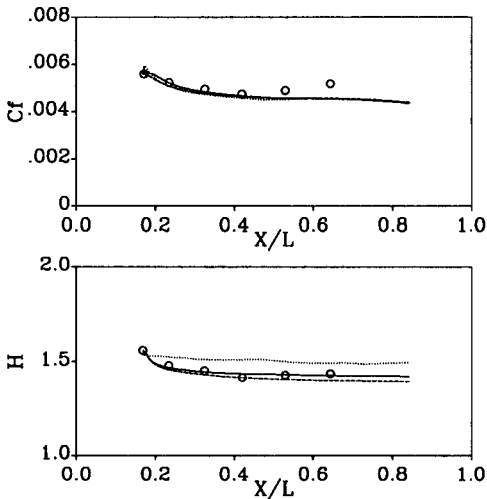


Fig. 10 Comparison of predictions with the experimental results on the windward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; \circ , experiment; —, modified model; ·····, CP model; ·····, CS model

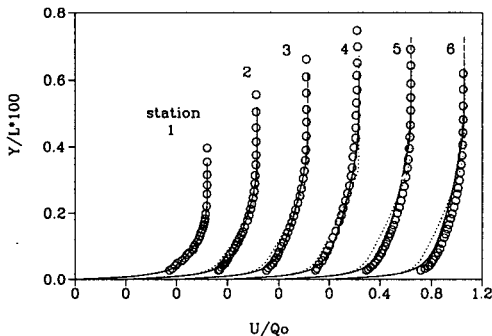


Fig. 11 U-Velocity profiles on the windward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; \circ , experiment; —, modified model; ·····, CP model; ·····, CS model

$3H \sim 4H$ 에서 수렴유동의 영향을 직접적으로 고려해서 ν_t 가 HL모형에 비해서 커지고, 뒤쪽 위치 $5H, 6H$ 에서는 경계층 내층에서는 발산유동의 영향을 고려해서 ν_t 가 감소하고, 외층 부근에서는 수렴유동의 영향을 고려해서 ν_t 가 증가함을 알 수 있다. 그 결과 전체적으로 수정한 모형이 실험치와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 9에서 Fig. 14까지는 바람이 불어오는 방향 ($\theta=0^\circ$)에서의 계산결과로서, Fig. 9의 C_p 를 살펴 보면 앞쪽 위치에 약한 역압력 구배 이후 순압력 구배가 이어짐을 알 수 있다. 따라서 압력 구배를 고려한 경우의 HL 모형은 CP 모형과의 차이가 거의 없으므로 여기서는 나타내지 않았다.

Fig. 10의 C_f 비교에 있어서 $\theta=180^\circ$ 에 비해 각 난류 모형의 차이가 매우 적음을 알 수 있다. H를 실험치와 비교해 볼때 2-방정식 난류 모형들이 더욱 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 11의 속도 분포를 살펴보면, $\theta=180^\circ$ 에서는 CS모형과 CP모형이 벽면 부근에서 실험치와 비교해서 크게 예측한데 비해 $\theta=0^\circ$ 에서는 오히려 실험치에 비해 작게 예측함을 볼 수 있고, 실험치와의 차이가 CS모형이 보다 큼을 알 수 있다. 이 그림에서 2-방정식 난류 모형들이 보다 실험치와 잘 일치함을 볼 수 있다.

Fig. 12는 W_1 값을 계산한 것으로서 전 유동이 발산유동임을 알 수 있고, 2-방정식 난류 모형들이 서로 비슷한 값을 예측한다. 그리고 속도 분포를 나타낸 Fig. 9와 비교해 볼때 그 형상이 유사함을 알 수 있다.

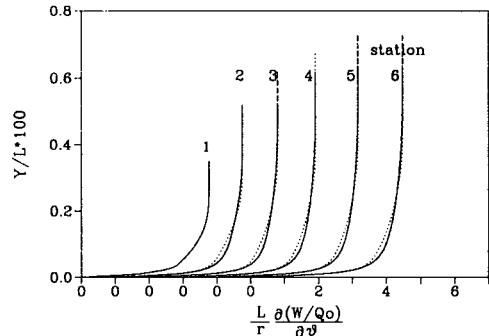


Fig. 12 W_1 -Velocity profiles on the windward plane of the combination body, $\alpha=15^\circ$ and $Re=1.86 \times 10^6$; —, modified model; ·····, CP model; ·····, CS model

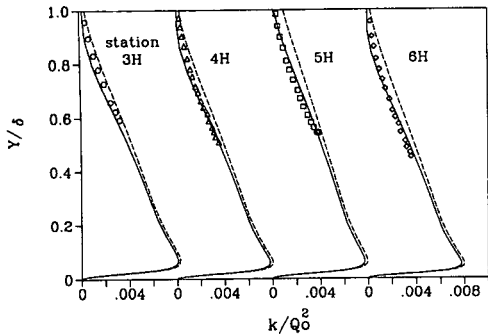


Fig. 13 Turbulent kinetic energy profiles on the windward plane of the combination body, $\alpha = 15^\circ$ and $Re = 1.86 \times 10^6$; symbols denote experiment; —, modified model; ----, CP model

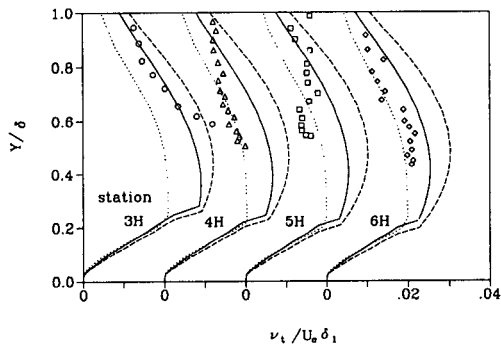


Fig. 14 Eddy-viscosity profiles on the windward plane of the combination body; $\alpha = 15^\circ$ and $Re = 1.86 \times 10^6$; symbols denote experiment; —, modified model; ----, CP. model; ·····, CS model

운동에너지 k 값의 분포는 Fig. 13에서 나타내고 있는데, CP모형은 $\theta = 180^\circ$ 에서와 마찬가지로 k 값을 실험치보다도 크게 예측하는데 비해서, 수정한 2층 $k-\epsilon$ 모형은 앞서 살펴본 바와 같이 전 유동장이 발산유동이므로 vortex가 stretching이 되어서 난류 운동에너지 k 가 CP 모형보다 작아짐을 알 수 있다. 그 결과 수정한 2층 $k-\epsilon$ 모형이 실험치와 보다 잘 일치함을 볼 수 있다.

Fig. 14는 와동점성계수를 실험치와 비교한 것으로서, 수정한 2층 $k-\epsilon$ 모형이 0-방정식 모형인 CS 모형 보다는 크고 CP모형보다는 작은 중간값으로 예측함을 알 수 있다.

5. 결 론

대칭단면에서의 수렴 및 발산유동의 영향과 역압력 구배의 영향을 고려하기 위하여 2층 $k-\epsilon$ 모형을 vortex stretching항과 유선방향의 비회전 변형을 사용하여 수정하였다. 특히 대칭단면에서의 난류 실험치와 난류 모형들을 비교해본 결과 다음의 결론들을 얻을 수 있었다.

- (1) $\theta = 180^\circ$ 에는 실험치와 비교해 볼 때, 2층 $k-\epsilon$ 난류 모형을 사용하더라도 0-방정식 난류 모형보다 향상되어지는 점이 없다.
 - (2) $\theta = 0^\circ$ 에서는 2층 $k-\epsilon$ 난류모형이 0-방정식 난류 모형보다 향상됨을 알 수 있다.
 - (3) 수정하지 않은 2층 $k-\epsilon$ 난류 모형은 실험치에 비해 대칭단면에서 난류 운동에너지를 '큰값으로' 예측한다.
 - (4) vortex stretching항과 유선방향의 비회전 변형을 사용하여 수정한 2층 $k-\epsilon$ 난류 모형은 대칭단면의 실험치와의 비교에서 다른 모형에 비해 상당히 향상된 결과를 가져왔다.
- 본 난류 모형은 3차원 난류 유동장 해석에도 매우 효과적인 모형이라 생각된다.

후 기

본 연구에서의 귀중한 조언을 아낌없이 주신 김문언 교수님과 실험치를 제공하여 주신 백제현 박사님에게 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Humphrey, D.A. and van den Berg, B., "Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers", 1980-81 AFOSR-HTTM-Stanford Conference on Complex Turbulent Flows, ed. S.J. Kline, B.J.Cantwell, G.M. Lilley, Vol.I, pp.162~169.
- (2) Ramaprian, B.R., Patel, V.C. and Choi, D.H., 1981, "Mean Flow Measurements in the Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer over Bodies of Revolution at Incidence", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 103, pp. 479~504.
- (3) Kreplin, H.P., Vollmers, H.P. and Meire, H.U., 1980, "Experimental Determination of Wall Shear Stress Vectors on an Inclined Prolate Spheroid",

- Proceedings of the 5th USAF-FRG Date Exchange Agreement Meeting, Tech. Rept. AFFDL-TR-80-3088, pp. 315~332
- (4) Meier, H.U., and Kreplin, H.P., 1981, "Velocity Distributions in 3-D Boundary Layer and Vortex Flows on an Inclined Prolate Spheroid", Proceedings of the 6th USAF-FRG Data Exchange Agreement Meeting, DFVLR-AVA Rept. IB 22281 CPI, pp.202~217.
- (5) Patel V.C. and Baek, J.H., 1987, "Boundary Layer in Planes of Symmetry, Part I: Experiments in Turbulent Flow", AIAA J. Vol.25, No.4 pp.550~559
- (6) Wang, K.C., 1970, "Three-Dimensional Boundary Layer Near the Plane of Symmetry of a Spheroid at Incidence", J.F.M Vol. 43, pp.187~209.
- (7) Wang, K.C., 1974, "Laminar Boundary Layer near the Symmetry Plane of a Prolate Spheroid", AIAA Journal, Vol. 12, July, pp. 949~958.
- (8) Cebeci, T., Khattab, A.K. and Stewartson, K., 1980, "Prediction of Three-Dimensional Laminar and Turbulent Boundary Layer on Body of Revolution at High Angles of Attack", Turbulent Shear Flows, II, Springer-Verlag, New York, pp. 189~198.
- (9) Cebeci, T., Khattab, A.K. and Stewartson, K., 1981, "Three-Dimensional Laminar Boundary Layers and the Effect of Accessibility", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 197, 1981, pp.57~87.
- (10) Patel, V.C. and Choi, D.H., 1980, "Calculation of Three-Dimensional Laminar and Turbulent Layer on Bodies of Revolution at Incidence", Turbulent Shear Flows, II, Springer-Verlag, New York, pp.199~217.
- (11) Patel, V.C. and Baek, J.H., 1987, "Boundary Layer in Planes of Symmetry, Part II: Calculations for Laminar and Turbulent Flow", AIAA J. Vol. 25, No.6, pp. 812~818.
- (12) Cebeci, T. and Smith, A.M.O., 1968, "A Finite-Difference Solution of the Incompressible Turbulent Boundary-Layer Equations by an Eddy-Viscosity Concept", Proceedings of the AFOSR-IFP-Stanford Conference: Computation of Turbulent Boundary Layers, Vol.1, edited by S.J.Kline, M.V.Morkovin, G. Sovran, and D.J.Cockrell.
- (13) Nash, J.F. and Patel, V.C., 1972, "Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers", SBC Technical Books.
- (14) Chen, H.C. and Patel, V.C., 1987, "Practical Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation", AIAA-87-1300.
- (15) Hanjalic, K. and Launder, B.E., 1980, "Sensitizing the Dissipation Equation to Irrotational Strains", ASME, J. Fluids Engr., Vol. 102, pp. 34~40.
- (16) Rodi, W. and Scheuerer, G., 1986, "Scrutinizing the $k-\epsilon$ Turbulence Model Under Adverse Pressure Gradient Conditions", ASME, J. Fluids Engr., Vol. 108, pp. 174~179.
- (17) Tennekes, H. and Lumley, J.L., 1972, "A First Course in Turbulence", M.I.T. Press, p.90.
- (18) Pope, S.B., 1978, "An Explanation of the Turbulent Round-Jet/Plane-Jet Anomaly", AIAA Journal, Vol. 16, No.3 p.279
- (19) Wolfshtein, M., 1969 "The Velocity and Temperature Distribution in One-Dimensional Flow with Turbulence Augmentation and Pressure Gradient", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.12, pp.301~318.
- (20) Chang, K.C. and Patel, V.C., 1975, "Calculation of Three-Dimensional Boundary Layer on Ship Forms", Iowa Institute of Hydraulic Research, Univ. of Iowa, II HR Rept.205.