

〈論 文〉

평행사변형 구조를 갖는 매니플레이터 동역학의 선형화 및 단순화 설계

최진태* · 이병룡** · 정규원*

(1989년 5월 29일 접수)

A Design of Linearized and Simplified Arm Dynamics for the Manipulator with a Parallel Drive Mechanism

Chin Tae Choi, Byung Ryong Lee and Kyu Won Jeong

Key Words : Manipulator(매니플레이터), Dynamics(동역학), Parallelogram(평행사변형), Moment of Inertia(관성 모멘트), Kinetic Energy(운동 에너지), Potential Energy(포텐셜 에너지), Coupling(커플링)

Abstract

An inertia redistribution technique for linearizing and reducing the complexity of manipulator dynamics with a parallel drive mechanism is presented in this paper. The dynamic design method is based on eliminating nonlinear terms, such as Coriolis, centrifugal and gravity torque in the kinetic and the potential energy of a manipulator. A set of design criteria regarding the inertia properties of links is derived. The resulting manipulator dynamics can be greatly simplified for each robot. This paper particularly presents that it is possible to completely linearize the manipulator dynamics with a parallel drive mechanism:

1. 서 론

다관절 매니플레이터의 동역학은 조인트 사이에 작용하는 커플링(coupling)과 암의 형상에 따라 변하는 암의 관성 모멘트, 그리고 링크의 회전 속도에 의해 코리올리 힘과 원심력을 가지는 비선형계이므로, 매니플레이터의 제어가 상당히 어렵고 end-effector의 위치 오차가 생기게 된다. 매니플레이터의 속도를 증대시키면, 회전 속도에 따른 비선형력은 더욱 커지므로, 사이클 시간이 작고 속도가 빠른 매니플레이터를 제작하는 것이 곤란하다. 현재의 상업용 로봇 컨트롤러 디자이너들은 조인트

사이의 커플링과 형상에 따라 변하는 매니플레이터 동역학을 무시하고, 각각의 조인트를 독립된 서보 메카니즘으로 간주하는데, 이와 같은 부정확한 동역학적 모델링은, 재래적인 제어 방법을 비효과적으로 만들고, end-effector의 정도(precision)와 속도를 감소 시킨다.

그러나 실제로 암을 설계할 때 질량과 관성 모멘트 분포에 의해 커플링이 없는 선형화된 동역학을 얻을 수 있으면, 매니플레이터의 제어는 단일력 단출력(single-input single-output)을 가지는 서브 시스템의 집합으로 간주되어, 제어 문제를 용이하게 할 수 있고, 동시에 동역학 계산 시간이 실시간 내에 이루어 지게 되어 온 라인 제어가 가능하다.

Bejczy⁽¹⁾는 기하 형상과 수치 해석에 의해 매니플레이터의 동역학 모델을 간단하게 하였고,

* 정희원, 산업과학기술연구소 기전연구분야

** 산업과학기술연구소

Armstrong⁽²⁾은 발견적 기법(heuristic rule)을 이용하여 PUMA 560 로봇의 단순화된 모델을 얻었다. 그러나 매니플레이터 링크의 질량 중심과 이너서 분포를 설계하는 방법을 이용한 것으로서, Yang and Tzeng⁽³⁾은 3축 오픈 루프(open-loop) 매니플레이터의 동역학을 관성 모멘트 분포(Inertia distribution)에 의해 선형화 시켰고, 6축 매니플레이터의 동역학을 상당히 단순화 시켰다. 그러나 이 방법은 복잡한 운동 에너지와 포텐셜 에너지에서 동역학을 단순화 시키는 방법이 체제화 되어 있지 않다. Asada and Youcef-Toumi⁽⁴⁾는 3 D.O.F의 평행 사변형 구조를 갖는 매니플레이터에 대해 질량을 재분포시켜 링크 사이의 상호작용에 의한 커플링 토오르크를 제거하였으나, 코리올리, 원심력과 중력에 의한 비선형력은 여전히 존재하고 있다. 그리고 조인트의 관성 모멘트는 다른 조인트의 회전 각도에 따라 변한다.

매니플레이터의 Lagrangian-Euler식을 유도하는데 필요한 운동에너지와 포텐셜 에너지를 구하고, 운동 에너지를 각 링크의 관성 모멘트 행렬과 각속도 행렬로 나타내어 보면, 매니플레이터의 관성 모멘트가 암의 형상에 따라 변화하므로 각 요소는 삼각함수를 지니고 있다.

따라서 본 논문에서는 평행 사변형 구조를 갖는 매니플레이터의 운동에너지와 포텐셜 에너지를 구하고, 운동 에너지 식에서 매니플레이터 관성 모멘트 행렬(manipulator inertia matrix)를 구한다. 그리고 링크 사이의 관성 모멘트 및 질량 관계에 의해 매니플레이터 관성 모멘트 행렬을 대각화시키고, 대각선 요소(diagonal element)를 상수로 만든다. 모든 링크에 대한 포텐셜 에너지에 존재하는 삼각 함수의 계수를 소거하여 중력에 의한 토오르크를 제거한다. 그리하여 3D.O.F 평행 사변형 구조를 갖는 매니플레이터의 동역학을 선형화 시키고, 그 방법을 6D.O.F에 확장 적용하여 동역학을 단순화 시킨다. 선형화된 동역학을 가지는 매니플레이터의 조인트는 다른 조인트의 거동과 암의 형상에 관계없이 부하가 항상 일정하므로, 제어 문제가 상당히 간단해진다.

2. 에너지 식의 유도

2.1 암 동역학

매니플레이터의 운동 방정식은 Lagrangian-

Euler식에 의해 구해지며 식 (1)과 같다⁽⁵⁾.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

여기서

L = Lagrangian 함수 = 운동 에너지 K - 포텐셜 에너지 P

K = 링크의 총 운동 에너지

P = 링크의 총 포텐셜 에너지

\dot{q} = q 의 일차 미분

τ_i = 링크 i 를 구동하기 위해 조인트 i 에 가해지는 일반화 된 토오르크

Lagrangian-Euler 식은 매니플레이터의 운동 에너지와 포텐셜 에너지에서 유도 되므로 각 링크의 속도가 계산되어야 한다. n 개의 링크로 이루어진 매니플레이터의 운동 에너지는 각 링크의 각속도와 질량 중심에서의 속도에 의해 식 (2)와 같이 구해진다.

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (M_i V_{ci}^2 + \omega_i^T I_i \omega_i) \quad (2)$$

V_{ci} : 링크 i 의 질량 중심의 이동(translation) 속도

ω_i : 링크 i 의 각속도

M_i : 링크 i 의 질량

I_i : 링크 i 의 질량 중심에서의 관성모멘트

n : 조인트의 수

식 (2)를 정리하여 아래의 행렬 형태로 나타낼 수 있고 \otimes 는 각속도 행렬이다. D 는 매니플레이터 관성 모멘트 행렬로서 대칭 행렬이다⁽⁶⁾.

$$2K = \otimes^T D \otimes$$

$$\otimes = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_{11} & \dots & D_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ D_{n1} & \dots & D_{nn} \end{bmatrix}$$

매니플레이터 동역학을 매니플레이터 관성 모멘트 행렬로 나타내면

$$D_{ii}\ddot{\theta}_i + \sum D_{ij}\ddot{\theta}_j + \sum_j \sum_k \left(\frac{\partial D_{ij}}{\partial \theta_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{jk}}{\partial \theta_i} \right) \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k + \tau_{gi} = \tau_i \quad (4)$$

여기서 D_{ij} 는 D 의 $i-j$ 요소이고 τ_{gi} 는 중력에 의한 토오르크인데, D_{ij} 와 τ_{gi} 는 암의 형상에 따라 변화하므로 조인트 각의 함수이다. 위 식에서 첫째 항은 i 번째 조인트의 가속도에 의한 관성 모멘트 토오르크이고, 둘째 항은 다른 조인트의 가속도에 의해 야기되는 커플링 토오르크인데, 관성 모멘트 행렬의 비 대각선 요소로 구성된다. 셋째 항은 코리올

리와 원심력에 의한 토크이고, 넷째 항은 중력에 의한 토크이다. 행렬의 비 대각선 요소를 질량 중심의 위치와 링크 사이의 관성 모멘트 관계에 의해 소거하면, 커플링, 코리올리와 원심력에 의한 토크가 제거된다. 대각선 요소중에서 형상에 따라 변하는 부분도 위와 동일한 방법으로 제거 할수 있다.

그리고 포텐셜 에너지를 제거하면, 넷째 항이 사라지면서 동역학은 아래 식과 같은 상수 계수를 갖는 선형 시스템이 된다.

$$\tau_i = C\ddot{\theta}_i \quad (5)$$

C는 선형화된 매니플레이터 관성 모멘트 행렬로서 상수 값을 가진다.

2.2 평행 사변형 구조를 갖는 3축 매니플레이터의 에너지 방정식

산업계에서 용접 및 페인팅 용으로 많이 사용되고 있는 평행 사변형 구조를 갖는 매니플레이터의 링크 중에서 end-effector의 위치 결정에 관계되는 베이스로 부터 5개 링크가 커플링과 형상 변화에 따른 영향이 가장 크므로, Fig. 1과 같은 구조의 매니플레이터 동역학을 선형화 시킨다. Fig. 2는 링크의 주 방향 모멘트를 나타낸다.

a_1 : 링크 i 의 길이 (a_5 는 Q에서 링크 5의 말단까지의 길이)

$\rho_2 \rho_3$: 점 O에서 링크 2, 링크 3의 질량 중심까지의 길이)

ρ_4 : 점 P에서 링크 4의 질량중심까지의 길이

ρ_5 : 점 Q에서 링크 5의 질량중심까지의 길이

m_i : 링크 i 의 질량

I_{ia}, I_{it1}, I_{it2} : 링크 i 의 질량 중심에 대한 주 방향 관성 모멘트 나타내는데 첨자 a 는 축 방향을, $t1$ 은 조인트의 회전 방향을, $t2$ 는 transverse 방향을 나타낸다.

(단 $i=2, 3$ 일때는 포인트 O에 대한 주 방향 관성 모멘트를 나타낸다)

모든 링크의 운동 에너지를 구해보면

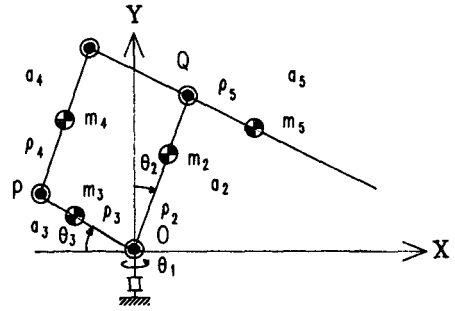


Fig. 1 Kinematic structure of the 3 D.O.F. manipulator with a parallel drive mechanism

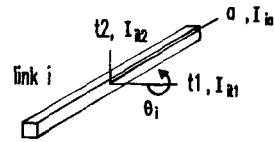


Fig. 2 Principal moments of inertia for the link i

$$2K = I_{1a}\dot{\theta}_1^2 + I_{2t1}\dot{\theta}_2^2 + I_{2t2}S_2^2\dot{\theta}_1^2 + I_{2a}C_2^2\dot{\theta}_1^2 + I_{3t1}\dot{\theta}_3^2 + I_{3t2}C_3^2\dot{\theta}_1^2 + I_{3a}S_3^2\dot{\theta}_1^2 + I_{4t1}\dot{\theta}_2^2 + I_{4t2}S_2^2\dot{\theta}_1^2 + I_{4a}C_2^2\dot{\theta}_1^2 + I_{5t1}\dot{\theta}_1^2 + I_{5t2}C_3^2\dot{\theta}_1^2 + I_{5a}S_3^2\dot{\theta}_1^2 + m_4\{(a_3C_3 - \rho_4S_2)^2\dot{\theta}_1^2 + a_3^2\dot{\theta}_2^2 + \rho_4^2\dot{\theta}_2^2 - 2a_3\rho_4S_{2-3}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3\} + m_5\{(a_2S_2 + \rho_5C_3)^2\dot{\theta}_1^2 + a_2^2\dot{\theta}_2^2 + \rho_5^2\dot{\theta}_3^2 + 2a_2\rho_5S_{2-3}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3\} \quad (6)$$

여기서

$$\sin \theta_i = S_i, \quad \cos \theta_i = C_i, \quad \sin(\theta_i - \theta_j) = S_{i-j}$$

마찬가지로 모든 링크의 총 포텐셜 에너지를 구하면

$$P = m_2g\rho_2C_2 + m_3g\rho_3S_3 + m_4g(a_3S_3 + \rho_4C_2) + m_5g(a_2C_2 - \rho_5S_3) \quad (7)$$

식 (6)을 정리하면 다음의 매니플레이터 관성 모멘트 행렬 형태로 이루어진 운동 에너지를 얻을 수 있는데, 이 행렬은 대칭 행렬이다.

$$D = \begin{bmatrix} I_{1a} + (I_{2t2} + I_{4t2} + m_4\rho_4^2 + m_5a_2^2S_2^2 + (I_{2a} + I_{4a})C_2^2 + (I_{3t2} + I_{5t2} + m_4a_3^2 + m_5\rho_5^2)C_3^2 + (I_{3a} + I_{5a})S_3^2 + 2(m_5a_2\rho_5 - m_4a_3\rho_4)S_2C_3 & 0 & 0 \\ 0 & I_{2t1} + I_{4t2} + m_4\rho_4^2 + m_5a_2^2 + m_5a_2^2(m_5a_2\rho_5 - m_4a_3\rho_4)S_{2-3} & \\ 0 & (m_5a_2\rho_5 - m_4a_3\rho_4)S_{2-3} & I_{3t1} + I_{5t1} + m_4a_3^2 + m_5\rho_5^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

3. 선형화된 동역학을 갖는 매니플레이터의 설계

선형화된 동역학을 얻으려면, 관성 모멘트 행렬의 비 대각선 요소를 소거하여 커플링, 코리올리 와 원심력에 의한 토오르크를 제거하고, 대각선 요소를 조인트의 회전 각도에 관계없는 일정한 상수 형태로 만든다. 그리고 중력에 의한 토크는 포텐셜 에너지에 좌우되는데, 각 링크가 상호 간에 정적 상태의 질량 균형(mass balance)을 취하게 되면, 포텐셜 에너지가 소거 됨으로서 없앨 수가 있다. 이러한 선형화 설계는 각 링크의 질량 중심 위치와 관성 모멘트의 분포에 의한 관성 모멘트 행렬과 포텐셜 에너지에 존재하는 삼각함수를 소거함으로써 가능하다. 선형화 설계 조건을 구해보면

- (1) 커플링, 코리올리 와 원심력에 의한 토오르크를 제거하는 설계 조건

위의 매니플레이터 관성 모멘트 행렬에서 비 대각선 요소 D_{23} 은 조인트 2와 3의 회전에 의해 커플링, 코리올리, 원심력에 의한 토오르크를 야기시키므로 이 요소를 소거하면 매니플레이터 동역학을 decoupling 할뿐 아니라 이러한 비선형력을 제거할 수 있다. 따라서 아래의 식 (9)가 만족될 수 있도록 암 (arm)을 설계하면 관성 모멘트 행렬은 대각 행렬(diagonal matrix)을 이룬다.

$$-m_4 a_3 \rho_4 + m_5 a_2 \rho_5 = 0 \quad (9)$$

위 식에서 $m_5 a_2 \rho_5 - m_4 a_3 \rho_4 = A$ 로 두면 A 는 $\sin(\theta_2 - \theta_3)$ 의 진폭의 크기로 간주되며 A 가 작아지면 3 D.O.F 평행 사변형에서 커플링, 코리올리, 원심력에 의한 토오르크의 영향이 작아 짐을 알 수 있다.

- (2) 불변(invariant) 매니플레이터 관성 모멘트를 구하기 위한 설계 조건

매니플레이터 관성 모멘트 행렬의 대각선 요소 중에서 D_{11} 은 조인트 각도에 따라 관성 모멘트의 크기가 변화 하는데 D_{11} 을 정리하면

$$\begin{aligned} D_{11} = & I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} + I_{4a} + I_{5a} \\ & + (I_{2t2} + I_{4t2} + m_4 \rho_4^2 + m_5 a_2^2 - I_{2a} - I_{4a}) S_2^2 \\ & + (I_{3t2} + I_{5t2} + m_4 a_3^2 + m_5 \rho_5^2 - I_{3a} - I_{5a}) C_3^2 \\ & + 2(m_5 a_2 \rho_5 - m_4 a_3 \rho_4) S_2 C_3 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} + I_{4a} + I_{5a}$ 는 암의 형상에 관계없이 일정한 값을 갖는 링크 관성 모멘트이다. 위 식에서 sine 과 cosine 앞의 계수는 조인트 각도에 변화하는 관성 모멘트 크기에 관계하므로 아래의 조건과 식 (9)를 식 (10)에 대입하면 $D_{11} = I_{1a}$

$+ I_{2a} + I_{3a} + I_{4a} + I_{5a}$ 이고 행렬의 대각선 요소는 모두 일정한 상수 값을 가진다. 그리하여 variant 관성 모멘트는 소거되고 암의 형상에 관계없이 일정한 관성 모멘트가 구해진다.

$$I_{2t2} + I_{4t2} + m_4 \rho_4^2 + m_5 a_2^2 = I_{2a} + I_{4a} \quad (11)$$

$$I_{3t2} + I_{5t2} + m_4 a_3^2 + m_5 \rho_5^2 = I_{3a} + I_{5a} \quad (12)$$

- (3) 중력에 의한 토오르크를 소거하기 위한 조건

식 (7)을 sine과 cosine 항으로 정리하면 아래 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} P = & (m_2 \rho_2 + m_4 \rho_4 + m_5 a_2) g C_2 \\ & + (m_3 \rho_3 + m_4 a_3 - m_5 \rho_5) g S_3 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서 $m_2 \rho_2 + m_4 \rho_4 + m_5 a_2$ 와 $m_3 \rho_3 + m_4 a_3 - m_5 \rho_5$ 는 중력에 의한 토오르크 영향을 결정하는데 이 값들이 작아지면 중력에 의한 토오르크의 변화량을 줄일 수 있다. 아래의 식은 링크의 포텐셜 에너지를 완전히 제거하기 위한 링크 설계의 조건이며, 이 조건에 의해 각 링크의 질량은 평행 사변형 회전 축인 0점에 대해 정적 상태의 질량 균형을 이룬다.

$$m_2 \rho_2 + m_4 \rho_4 + m_5 a_2 = 0 \quad (14)$$

$$m_3 \rho_3 + m_4 a_3 - m_5 \rho_5 = 0 \quad (15)$$

위의 조건들을 식 (6), 식 (7)에 대입하여 운동 및 포텐셜 에너지를 구해보면

$$\begin{aligned} 2K = & (I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} + I_{4a} + I_{5a}) \dot{\theta}_1^2 \\ & + (I_{2t1} + I_{4t1} + I_{2a} + I_{4a} - I_{2t2} - I_{4t2}) \dot{\theta}_2^2 \\ & + (I_{3t1} + I_{5t1} + I_{3a} + I_{5a} - I_{3t2} - I_{5t2}) \dot{\theta}_3^2 \end{aligned} \quad (16)$$

$$P = 0 \quad (17)$$

식 (4)에 의해 조인트 토오르크를 구해 보면 식 (18)로 표시된다.

$$\begin{aligned} \tau_1 = & (I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} + I_{4a} + I_{5a}) \ddot{\theta}_1 \\ \tau_2 = & (I_{2t1} + I_{4t1} + I_{2a} + I_{4a} - I_{2t2} - I_{4t2}) \ddot{\theta}_2 \\ \tau_3 = & (I_{3t1} + I_{5t1} + I_{3a} + I_{5a} - I_{3t2} - I_{5t2}) \ddot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (18)$$

조인트 1의 토오르크는 모든 링크의 축 방향 관성 모멘트 합에 의해 구해진다. 조인트 2의 토크는 링크 2와 4의 주 방향 관성 모멘트에 의해, 그리고 조인트 3의 토오르크는 링크 3과 5의 관성 모멘트에 의해 구해진다. 식 (18)은 식 (5)와 같이 커플링, 코리올리 와 원심력에 의한 비선형력이 완전히 소거되어, 선형화된 조인트 토오르크를 취하므로 매니플레이터의 제어는 단일력 단출력의 선형제어 문제로 귀착된다. 따라서 매니플레이터 제어 문제가 용이해지고, 동역학 계산이 실시간 내에 이루어져 온라인 제어가 가능해진다.

구해진 식 (9, 11, 12, 14, 15)은 선형화된 조인트

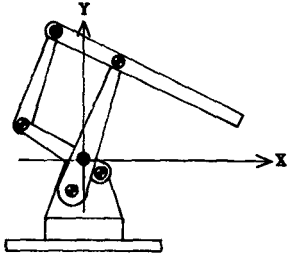


Fig. 3 The manipulator with linearized dynamics

Table 1 Numerical data of a linearized manipulator with a parallelogram

Link	I_{ia}	I_{it1}	I_{it2}	m_i	ρ_i	a_i
2	7.21	5.04	2.62	50	-0.24	0.55
3	0.82	0.61	0.75	15	-0.14	0.35
4	2.45	0.61	0.39	6	0	0.55
5	2.90	4.69	2.24	22	0	0.80

트 토오르크를 가지기 위한 매니플레이터 설계 조건이다.

식 (9)에서 $\rho_4 = m_5 a_2 \rho_5 / m_4 a_3$ 로 나타나고, 식 (14, 15)에 의해 $\rho_2 = -(m_4 \rho_4 + m_5 a_2) / m_2$ 그리고 $\rho_3 = (m_5 \rho_5 - m_4 a_3) / m_3$ 로 표시된다. 따라서 임의의 ρ_5 에 의해 ρ_4, ρ_3, ρ_2 를 결정할 수 있고, 혹은 임의의 ρ_4 에 의해 ρ_5, ρ_3, ρ_2 를 구할 수 있다. 여기서 $\rho_5 = 0$ 로 두면 다른 링크의 질량 중심은 $\rho_4 = 0, \rho_3 = -m_4 a_3 / m_3, \rho_2 = -m_5 a_2 / m_2$ 로 된다. 즉 링크 4와 5의 질량 중심이 조인트 축에 위치하게 되면 링크 2와 3의 질량 중심은 각 링크의 반대편에 오게 된다. 이를 근거로 하여 매니플레이터를 설계하면, Fig. 3의 형태를 취한다. 이때 링크 2와 5의 질량, 그리고 링크 3과 4의 질량은 평행 사변형 회전축에 대해 완전한 질량 밸런싱을 이루고 있다. Table 1은 Fig. 3에 대한 설계 수치를 나타낸다.

4. 평행사변형 구조를 갖는 6축 매니플레이터의 동역학 설계

위에서 구한 설계 방법을 Fig. 1의 3 D.O.F 매니플레이터에 end-effector의 orientation을 결정하기 위해 필요한 3 D.O.F를 추가하여, 6. D.O.F의 평행 사변형 구조를 갖는 매니플레이터에 확장 적용하고, 동역학을 단순화 시키기 위한 링크 파라미

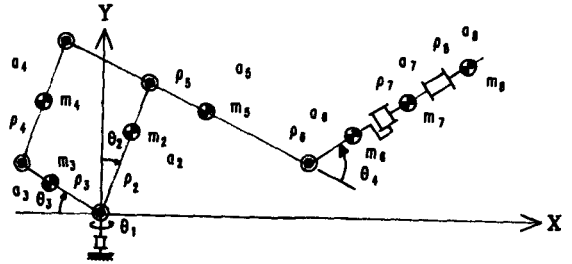


Fig. 4 Kinematic representation of the 6 D.O.F. manipulator with a parallel drive mechanism

터의 관계에 대한 조건과 간단화된 동역학을 구해 보기로 한다.

Fig. 4의 매니플레이터는 산업계에서 용접과 스프레이 페인팅 용으로 널리 사용되고 있는 매니플레이터 형태이다.

링크 6, 7, 8의 질량 중심에서의 이동 속도와 각 속도를 구하여 운동에너지와 포텐셜 에너지를 유도한다. 링크 6, 7, 8에 대한 운동 및 포텐셜 에너지는 부록에 식 (A1, A2)으로 주어진다.

앞에서 구한 링크 1, 2, 3, 4, 5의 에너지를 위의 식에 더하여 전체 에너지를 구해 보면,

에너지 식은 대단히 복잡하여 6 D.O.F 매니플레이터 동역학을 간단하게 하는 설계 방법을 도출하기가 용이 하지 않다.

그래서 앞에서 취한 동일한 방법으로 매니플레이터 관성 모멘트 행렬 형태로 운동에너지를 정리하여 행렬의 각 요소를 구할 수 있다. 이 행렬은 6x6 대칭 행렬이다. 질량과 관성 모멘트 및 링크의 길이의 재 분포에 의해, 행렬의 각 요소의 삼각 함수 항을 소거하면, 각 요소는 소거 내지는 간단해지고 운동 에너지는 상당히 단순해진다. 그리고 포텐셜 에너지는 완전히 제거 되어 중력에 의한 토오르크는 제거 된다. 동역학을 단순화 시키는 조건을 구해 보면

(1) 매니플레이터 관성 모멘트 행렬을 간단화 하기 위한 조건

각 요소 중에서 end-effector에서 가까운 쪽의 링크 관성 모멘트를 나타내는 요소부터, 링크 사이의 질량 중심의 위치와 관성 모멘트 분포 관계에 의해, 소거 하거나 혹은 간단화 시켜 나간다.

$$I_{7i2} + I_{8i2} = I_{7a} + I_{8a} \quad (19)$$

$$I_{6i2} + I_{7i1} + I_{8i1} + m_6 \rho_6^2 + (m_7 + m_8) a_6^2 = I_{6a} + I_{7a} + I_{8a} \quad (20)$$

$$I_{2t2} + I_{4t2} + m_4 \rho_4^2 + (m_5 + m_6 + m_7 + m_8) a_2^2 = I_{2a} + I_{4a} \quad (21)$$

$$I_{3t2} + I_{5t2} + m_4 a_3^2 + m_5 \rho_5^2 + (m_6 + m_7 + m_8) a_5^2 = I_{3a} + I_{5a} \quad (22)$$

$$m_5 a_2 \rho_5 - m_4 a_3 \rho_4 + (m_6 + m_7 + m_8) a_2 a_5 = 0 \quad (23)$$

$$m_6 \rho_6 + (m_7 + m_8) a_6 = 0 \quad (24)$$

$$\rho_7 = 0 \quad (25)$$

$$a_7 + \rho_8 = 0 \quad (26)$$

식 (25), (26)을 살펴보면 링크 7과 8의 질량 중심은 링크 7의 조인트에 있어야 하는 것을 알 수 있다.

(2) 중력에 의한 토크를 소거하기 위한 조건
포텐셜 에너지를 sine과 cosine항으로 정리한 후에, 소거하기 위한 조건을 구해 보면

$$m_2 \rho_2 + m_4 \rho_4 + (m_5 + m_6 + m_7 + m_8) a_2 = 0 \quad (27)$$

$$m_3 \rho_3 + m_4 a_3 - m_5 \rho_5 - (m_6 + m_7 + m_8) a_5 = 0 \quad (28)$$

위의 조건을 대입하여 간단화된 6 D.O.F 매니플레이터의 운동에너지와 포텐셜 에너지를 구해보면

$$\begin{aligned} 2K = & (I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} + I_{4a} + I_{5a} + I_{6a} \\ & + I_{7a} + I_{8a}) \dot{\theta}_1^2 + (I_{2t1} + I_{4t1} \\ & + I_{2a} + I_{4a} - I_{2t2} - I_{4t2}) \dot{\theta}_2^2 + (I_{3a} + I_{5a} \\ & + I_{6a} + 2I_{7a} + 2I_{8a} + I_{3t1} + I_{5t1} + I_{6t1} - I_{7t1} \\ & - I_{8t1} - I_{3t2} - I_{5t2} - I_{6t2}) \dot{\theta}_3^2 + (I_{6a} + 2I_{7a} \\ & + 2I_{8a} + I_{6t1} - I_{7t1} - I_{8t1} - I_{6t2}) \dot{\theta}_4^2 + (I_{7t1} \\ & + I_{8t1}) \dot{\theta}_5^2 + I_{8a} \dot{\theta}_6^2 + 2I_{8a} (S_{4-3} C_5 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_6 \\ & + S_5 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_6 - S_5 \dot{\theta}_4 \dot{\theta}_6) \\ & - 2(I_{6t1} + I_{7t2} + I_{8t2} + m_6 \rho_6^2 + m_7 a_6^2 \\ & + m_8 a_8^2) \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \end{aligned} \quad (29)$$

$$P = 0 \quad (30)$$

위의 식 (19~28)는 6축 평행 사변형 매니플레이터의 동역학을 간단하게 하는 링크 설계 기준으로서, 각 링크의 설계는 베이스에서 가장 먼 쪽의 링크 부터 첫째 축 까지 점진적으로 다른 링크의 질량과 관성 모멘트의 상호 관계에 의해 이루어진다. 이 식에서 매니플레이터 관성 모멘트 행렬의 대각선 요소에 해당되는 항은 모두 불변 관성 모멘트를 가지고 있으며, 중력에 의한 토크는 완전히 소거되었다.

5. 결 론

평행 사변형 구조를 가지는 매니플레이터의 운동

에너지와 포텐셜 에너지를 유도하고, 이로부터 운동에너지의 관성 모멘트를 정리하여 매니플레이터 관성 모멘트 행렬을 구한다. 이 행렬의 대각선 요소는 대각화 시키고, 비 대각선 요소와 포텐셜 에너지를 소거하는 것을 목표로 하여 각 링크 사이의 관성 모멘트와 질량 중심의 위치에 대한 관계식을 구하고, 링크 설계 기준을 추출 하였다. 그 결과 3 D.O.F 매니플레이터는 디커플링 되고, 불변 관성 모멘트를 가지게 되어, 조인트 토크 식을 완전히 선형화 할수 있었다. 6 D.O.F 매니플레이터 동역학은 상당히 간단하게 되어, 온라인 제어가 가능하게 되었다.

설계 방법을 요약하면 다음과 같다.

(1) 모든 링크의 운동 에너지와 포텐셜 에너지를 구한다.

(2) 운동 에너지에서 링크의 관성 모멘트를 정리하여 매니플레이터 관성 모멘트 행렬을 구한다.

(3) end-effector로부터 가까운 링크 부터 행렬의 요소를 대각화 그리고 불변화 하기 위해, 삼각 함수의 계수를 질량 중심의 위치와 관성 모멘트의 관계에 의해 소거한다.

(4) 포텐셜 에너지 식에서 링크 질량과 링크의 길이, 질량 중심의 위치의 관계에 의해, 포텐셜 에너지를 소거한다.

참 고 문 헌

- (1) Bejczy, A.K. and Paul, R.P., 1981, "Simplified Robot Arm Dynamics for Control", IEEE Conference On Decision, and Control, pp. 261~262.
- (2) Armstrong, B., Khatib, O. and Burdick, J., 1986, "The Explicit Dynamic Model and Parameters of the PUMA 560 Arm", IEEE Proceedings on Robotics and Automation, pp. 510~518.
- (3) Yang, D.C.H. and Tzeng, S.W., 1986, "Simplification and Linearization of Manipulator Dynamics by the Design of Inertia Distribution", Int Jour of Robotics Research, 1986, pp. 120~128.
- (4) Asada, H. and Youcef-toumi, K., 1984, "Decoupling of Manipulator Inertia Tensor by Mass Distribution", Proc. of ASME, pp. 1~6.
- (5) Fu, K.S., Gonzalez, R.C. and Lee, C.S.G., 1987, ROBOTICS, Mcgraw-Hill, pp. 84~85.
- (6) Asada, H. and Youcef-Toumi, K., 1987, Direct-Drive Robots Theory and Practice, MIT PRESS, pp. 64~69.

부 록

Fig. 4의 매니퓰레이터의 링크 6, 7, 8에 대한 운동 에너지와 포텐셜 에너지를 구한다.

여기서

$$\cos(\theta_i - \theta_j) = C_{i-j},$$

$$\sin(\theta_i + \theta_j - \theta_k) = S_{i+j-k},$$

$$\cos(\theta_i + \theta_j - \theta_k) = C_{i+j-k}$$

$$2K = I_{6t1}(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)^2 + I_{6t2}C_{4-3}^2\dot{\theta}_1^2 + I_{6a}S_{4-3}^2\dot{\theta}_1^2$$

$$+ m_6[(a_2C_{2+4-3}\dot{\theta}_2 - a_5S_4\dot{\theta}_3)^2$$

$$+ \{-a_2S_{2+4-3}\dot{\theta}_2$$

$$- a_5C_4\dot{\theta}_3 + \rho_6(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)\}^2 + (a_2S_2 + a_5C_3$$

$$+ \rho_6C_{4-3})^2\dot{\theta}_1^2]$$

$$+ I_{7t1}(C_{4-3}\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_5)^2 + I_{7t2}\{S_{4-3}S_5\dot{\theta}_1 + C_5(\dot{\theta}_4$$

$$- \dot{\theta}_3)\}^2 + I_{7a}\{S_{4-3}C_5\dot{\theta}_1 - S_5(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)\}^2$$

$$+ m_7[(a_2C_{2+4-3}\dot{\theta}_2 - a_5S_4\dot{\theta}_3 - \rho_7C_{4-3}S_5\dot{\theta}_1$$

$$- \rho_7S_5\dot{\theta}_5)^2 + \{-a_2S_{2+4-3}\dot{\theta}_2 - a_5C_4\dot{\theta}_3$$

$$+ a_6(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3) + \rho_7C_5(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)$$

$$+ \rho_7S_{4-3}S_5\dot{\theta}_1\}^2 + \{-a_2S_2 + a_5C_3 + a_6C_{4-3}$$

$$+ \rho_7C_{4-3}C_5\dot{\theta}_1 - \rho_7C_5\dot{\theta}_5\}^2] + I_{8t1}(C_{4-3}\dot{\theta}_1$$

$$+ \dot{\theta}_5)^2 + I_{8t2}\{S_{4-3}S_5\dot{\theta}_1 + C_5(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)\}^2$$

$$+ I_{8a}\{S_{4-3}C_5\dot{\theta}_1 - S_5(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)$$

$$+ \dot{\theta}_6\}^2 + m_8[\{a_2C_{2+4-3}C_5\dot{\theta}_2 - a_5S_4C_5\dot{\theta}_3$$

$$+ (a_2S_2S_5 + a_5C_3S_5 + a_6C_{4-3}S_5)\dot{\theta}_1\}^2$$

$$+ \{-a_2S_{2+4-3}\dot{\theta}_2 - a_5C_4\dot{\theta}_3 + a_6(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)$$

$$+ a_7C_5(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3) + a_7S_{4-3}S_5\dot{\theta}_1 + \rho_8S_{4-3}S_5\dot{\theta}_1$$

$$+ \rho_8C_5(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)\}^2 + \{a_2C_{2+4-3}S_5\dot{\theta}_2$$

$$- a_5S_4S_5\dot{\theta}_3 - (a_2S_2C_5 + a_5C_3C_5$$

$$+ a_6C_{4-3}C_5 + a_7C_{4-3})\dot{\theta}_1 - \rho_8(C_{4-3}\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_5)$$

$$- a_7\dot{\theta}_5\}^2 \tag{A1}$$

$$P = m_6g(a_2C_2 - a_5C_3 + \rho_6S_{4-3})$$

$$+ m_7g(a_2C_2 - a_5C_3 + a_6S_{4-3} + \rho_7C_5S_{4-3})$$

$$+ m_8g(a_2C_2 - a_5C_3 + a_6S_{4-3} + a_7C_5S_{4-3}$$

$$+ \rho_8C_5S_{4-3}) \tag{A2}$$