

(論 文)

저속 충격을 받는 적층 복합재의 응력과 전파에 관한 연구

안국찬* · 김문생** · 김규남**

(1988년 9월 15일 접수)

A Study on the Stress Wave Propagation of Composite Laminates Subjected to Low-Velocity Impact

Kook Chan Ahn, Moon Saeng Kim and Gyu Nam Kim

Key Words : Stress Wave Propagation(응력과 전파), Laminated Composites(적층 복합재) Static Contact Law(정적 접촉 법칙), Plate Finite Element(판 유한 요소) Low-Velocity Impact(저속 충격)

Abstract

The impact stress and wave propagation of graphite/epoxy and glass/epoxy laminates subjected to the transverse low-velocity impact of steel balls are investigated theoretically. A plate finite element model based on Whitney and Pagano's theory for the analysis of heterogeneous and anisotropic plates taking into account of the transverse shear deformation is used for the theoretical investigation. This model is in conjunction with static contact laws. The basic element is a four-node quadrilateral with the five degrees-of-freedom per node. The reduced integration technique is used for shear locking associated with low-order function in application to thin plates. These two materials are composed of $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ and $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ stacking sequences and have clamped-clamped boundary conditions. Finally, the present results are compared with an existing solution and wave propagation theory and then impact stress and wave propagation phenomena are investigated.

기 호 설 명

A_{ij} : 평면 강성 계수	H_{ij} : 전단 강성 계수
B_{ij} : 굽힘 신장 강성 계수	I : 회전 관성 계수
D_{ij} : 굽힘 강성 계수	$[K]$: 강성 매트릭스
E_1 : 판의 섬유 방향 중 탄성 계수	M : 모우멘트의 합력
E_2 : 판의 섬유 방향에 횡 방향 중 탄성 계수	$[M]$: 질량 매트릭스
E_s : 구의 중 탄성 계수	N : 응력의 합력
F : 접촉력	P : 수직 관성 계수
$\{F\}$: 하중 벡터	Q : 응력의 합력
G : 판의 횡 탄성 계수	Q_{ij} : 재료 기준축의 평면 응력 환산 계수
	\bar{Q}_{ij} : 복합재에 대한 수정 강성 계수
	R : 수직 회전 커플링 관성 계수
	k : 접촉 계수
	$k_i k_j$: 전단 수정 계수

*정회원, 현대중공업(주) 종합연구소

**정회원, 부산대학교 공과대학 기계설계학과

m_s	: 구의 질량
q	: 횡 방향 분포 하중
t	: 시간
u	: 판의 x 방향의 변위
\bar{u}	: 변위 함수
u°	: 판의 중립면의 x 방향의 변위
v	: 판의 y 방향의 변위
v°	: 판의 중립면의 y 방향의 변위
w	: 판의 z 방향의 변위
w°	: 판의 중립면의 z 방향의 변위
w_s	: 구의 z 방향의 변위

그리이스 문자

α	: 압입량
γ	: 전단 변형률
$\{\Delta\}$: 절점 자유도
ϵ	: 수직 변형률
χ	: 곡률
ν	: 포아손 비
ρ	: 밀도
σ	: 응력
$[\Psi]_i$: 형상 함수
ϕ	: 기울기

1. 서 론

항공 우주 산업 및 자동차 산업의 발달과 각종 스포츠 용품 등의 급격한 증가 추세에 따라 기본 금속 재료에 비해 높은 무게비 강도(specific strength) 및 강성도(modulus)와 섬유 방향 및 적층 순서의 변화에 따른 유동적인 이방성의 기계적 성질을 지니는 흑연/에폭시(graphite/epoxy)와 유리/에폭시(glass/epoxy) 등과 같은 복합 재료(composite material)가 많이 사용되고 있다.

이러한 복합 재료는 부품의 무게 감소 외에 긴 피로 수명, 우수한 진동 감쇠 특성 및 내식성, 전기 절연성이 우수한 점 등 여러 면에서 장점을 지니고 있다. 그러나 상대적으로 충격 하중에 매우 약하다는 점이 최근의 주요한 관심이 되고 있다. 집중 충격 하중을 받는 재료의 충격 응답 해석에 관한 많은 연구는 균질(homogeneous), 등방성(isotropic) 재료에서 이루어졌으며⁽¹⁾ 접촉력이 힘 함수(forcing function)로 가정되었다.

그리고 Sun⁽²⁾은 고차 보 유한 요소(higher-order

beam finite element) 이론을 개발하여 접촉 법칙과 연계시켜 균질, 등방성 재료에 대한 충격 문제를 해석하였으며, 최근에 안⁽³⁾ 등은 이 고차 보 이론을 이질(unhomogeneous), 이방성(anisotropic) 적층 복합 보의 충격 해석에 수정 적용하여 이 수정된 이론의 타당성을 입증하였으며, $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 와 같은 적층 형태의 보는 파가 횡 방향 끝에 도달하는 시간이 접촉 시간보다 훨씬 크므로, 재료의 형상비(길이/폭)가 크다 할지라도 응력파의 영향을 고려하는 적층체의 동적 거동을 정확히 기술하기 위하여는 판(plate) 이론을 적용해야 할 것을 제안하였다.

복합재 판의 충격 문제를 이론적으로 해석하기 위하여 Yang⁽⁴⁾은 등가질량 모델(equivalent mass model)을 이용하여 최대 접촉력과 접촉 시간(contact time)을 예측하는 계산법을 제시하였으나, 이 계산법은 최대 접촉력은 정확히 예측할 수 있었으나, 접촉 지연 시간은 정확치 않음을 보였다. Yang⁽⁵⁾과 Tan⁽⁶⁾은 흑연/에폭시와 유리/에폭시 복합재의 정적 압입 실험(static indentation test)을 통하여 복합재의 충격 문제 해석에 유용한 접촉 법칙을 제안하였다.

최근에 Sun⁽⁷⁾은 충격 속도, 초기 응력 및 강구(steel ball)의 질량과 크기의 변화에 따른 충격 거동을 해석하였다. 그러나 재료가 충격하중을 받으면 정하중의 경우와는 달리 충격점에서의 초기 에너지 응력파의 형태로 나머지 부분에 전달되며 응력파의 반사와 기하학적 모양의 변화로 인한 응력 집중으로 순간 응력이 크게 형성된다. 그리고 복합재료가 충격을 받게 될 때 수반되는 충격 응력파는 층간 분리(delamination)에 직접적인 영향을 미치며, 이것은 초기 파괴 거동과 관련이 있기에 중요하다. 그러므로 복합재료 구조물을 설계할 때에 충격 응력 및 충격 응력파를 고려할 필요가 있다.

따라서, 본 논문에서는 복합 적층판의 이론적 충격 응답을 통한 충격 응력 및 충격파 전파를 해석하기 위하여 이질, 이방성 판에 전단 변형을 고려한 Whitney와 Pagano의 이론⁽⁸⁾에 기초를 두고 정적 접촉법칙과 연계한 동적 유한요소해석(FEA)을 하여, 이 중 충격 접촉력에 관하여는 각각 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 와 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 의 두 적층 형태를 가지는 흑연/에폭시와 유리/에폭시 복합 재료에 대한 강구에 의한 충격 해석을 하여, Yang⁽⁴⁾의 식에 의한 최대 접촉력과 비교 검토하였

고, 다음 변형을 파형을 파동 전파(wave propagation) 이론⁽⁹⁾에 의해 비교 검토하므로써 본 이론 해석의 타당성을 입증하였고, 재료 및 적층 형태에 따른 충격 응답, 충격 응력 및 충격파 전파 특성에 대하여 연구하였다.

2. 복합재의 전단 변형 이론

일정한 두께를 지니고 있는 적층판(laminate)은 많은 얇은 한 방향의 섬유 강화 복합재 단층(lamina)들이 서로 완벽히 접착되어 있는 상태이다. 섬유가 임의의 방향으로 나열되어 있는 단층은 균질, 직교성(orthotropic)재료로 가정할 수 있다.

Whitney와 Pagano의 이론에 근거한 적층판의 변위 성분은 Fig. 1에서

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u^0(x,y,t) - z\phi_x(x,y,t) \\ v(x,y,z,t) &= v^0(x,y,t) - z\phi_y(x,y,t) \\ w(x,y,z,t) &= w^0(x,y,t) \end{aligned} \quad (1)$$

로 주어진다. 즉 u 와 v 는 두께 방향에 따라 선형적으로 변하고 w 는 일정하다. 또한 Fig. 2에서처럼 적층판의 기준 좌표계 (x, y, z) 로 좌표 변환한 후의 k 번째 층의 응력-변형률 관계는

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}^k \quad (2)$$

로 표현된다.

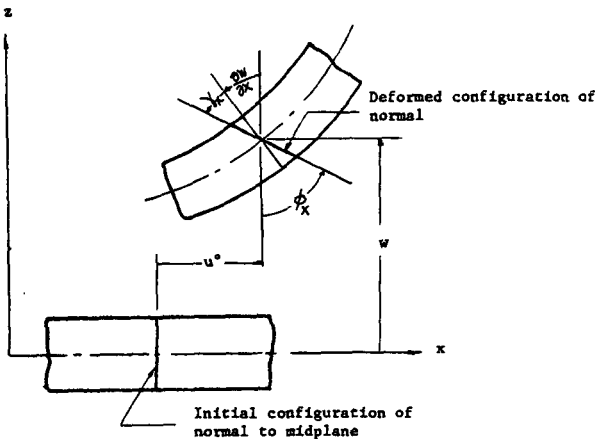


Fig. 1 Geometry of deformation in the $x-z$ plane

식 (2)에서 변형률은 중립면에서 거리 z 만큼 떨어져 있는 k 번째 층의 한 점에 대하여 소변형률 고려하면

$$\{\epsilon\}^k = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}^k = \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} z\chi \\ \gamma_z^0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

이 되며, 여기서

$$\begin{aligned} \{\epsilon^0\} &= \begin{Bmatrix} u^0_{,x} \\ v^0_{,y} \\ u^0_{,y} + v^0_{,x} \end{Bmatrix} \\ \{\chi\} &= \begin{Bmatrix} -\phi_{x,x} \\ -\phi_{y,y} \\ -(\phi_{x,y} + \phi_{y,x}) \end{Bmatrix} \\ \{\gamma_z^0\} &= \begin{Bmatrix} w_{,y} - \phi_y \\ w_{,x} - \phi_x \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 적층판에 작용하는 응력의 합력은 식 (2)의 각 단층의 응력성분들을 적층판의 두께에 따라 적분하여 간단히 표시하면,

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \chi \\ \gamma_z^0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

이 되며, 여기서

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$H_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} k_i k_j \bar{Q}_{ij} dz \quad (i, j = 4, 5) \quad (6)$$

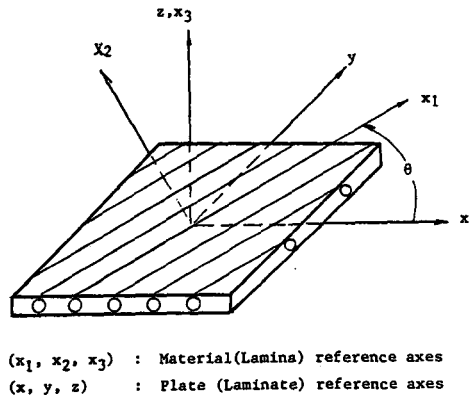


Fig. 2 Reference coordinates for lamina and laminate

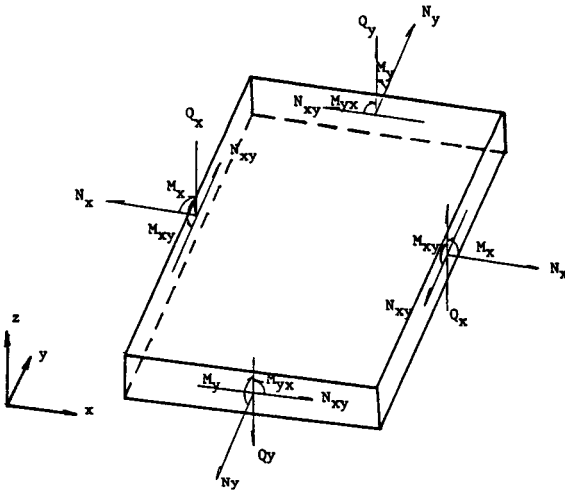
이며, 이 성분들의 부호와 적층 형태는 Fig. 3에 나타나 있다.

또한, 판의 물체력(body force)을 무시한 운동 방정식은

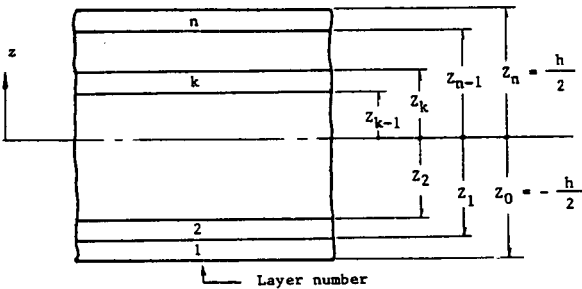
$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= P\ddot{u}^0 + R\ddot{\phi}_x \\ N_{xy,x} + N_{y,y} &= P\dot{v}^0 + R\dot{\phi}_y \\ M_{x,x} + M_{xy,y} - Q_x &= R\ddot{u}^0 + I\ddot{\phi}_x \\ M_{xy,x} + M_{y,y} - Q_y &= R\dot{v}^0 + I\dot{\phi}_y \\ Q_{x,x} + Q_{y,y} + q &= P\ddot{w}^0 \end{aligned} \quad (7)$$

이 되며, 여기서

$$\begin{aligned} (P, R, I) &= \int_{-h/2}^{h/2} \rho(1, z, z^2) dz \\ (N_x, N_y, N_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) dz \\ (M_x, M_y, M_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) z dz \\ (Q_x, Q_y) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{zx}, \sigma_{zy}) dz \end{aligned} \quad (8)$$



(a) Stress resultants of a laminate



(b) Geometry of an N-layered laminate

Fig. 3 Stress resultants and geometry of an N-layered laminate

이다⁽¹⁰⁾.

위의 식 (7)에 식 (4)와 (5)를 대입하고, 복합재가 대칭이면 식 (6)에서 $B_{ij} = R = 0$ 이고, 판 기준 좌표계의 X축을 0° 섬유 방향과 일치하도록 선택하면 $A_{16} = A_{26} = 0$ 와 $D_{16} = D_{26}$ 이 되며, $G_{12} = G_{23} = G_{13}$ 라 가정하면 $H_{45}^0 = H_{54}^0 = 0$ 와 $H_{44} = H_{55}$ 가 되므로, 이들을 이용하여 정리하면 결국

$$\begin{aligned} A_{11}u_{,xx}^0 + (A_{12} + A_{66})v_{,xy}^0 + A_{66}u_{,yy}^0 &= P\ddot{u}^0 \\ A_{22}v_{,yy}^0 + (A_{12} + A_{66})u_{,xy}^0 + A_{66}v_{,xx}^0 &= P\dot{v}^0 \\ D_{11}\phi_{x,xx} + 2D_{16}\phi_{x,xy} + D_{66}\phi_{x,yy} + D_{16}(\phi_{y,xx} &+ \phi_{y,yy}) + (D_{12} + D_{66})\phi_{y,xy} - H_{44}(w_{,x} + \phi_x) = I\ddot{\phi}_x \\ D_{22}\phi_{y,yy} + 2D_{16}\phi_{y,xy} + D_{66}\phi_{y,xx} + D_{16}(\phi_{x,yy} &+ \phi_{x,xx}) + (D_{12} + D_{66})\phi_{x,xy} - H_{44}(w_{,y} + \phi_y) = I\ddot{\phi}_y \\ H_{44}(w_{,xx} + w_{,yy} + \phi_{x,x} + \phi_{y,y}) + q &= P\ddot{w} \end{aligned} \quad (9)$$

이 되며, 이 식들은 모두 뒤의 유한 요소 해석에 적용된다.

3. 유한 요소 모델

횡방향 전단 효과를 고려하는 임의의 적층판의 문제 해석을 위해 커플링 효과를 변위 구성식에서 완전하게 서술할 수 있도록 전단변형(shear deformation), 신장(extension)과 굽힘(bending)효과를 포함시키는 것이 중요하다. 이를 위해 Reddy⁽¹¹⁾에 의해 사용된 각 절점당 5 자유도를 가지는 4절점 요소(4-node quadrilateral element)의 유한 요소

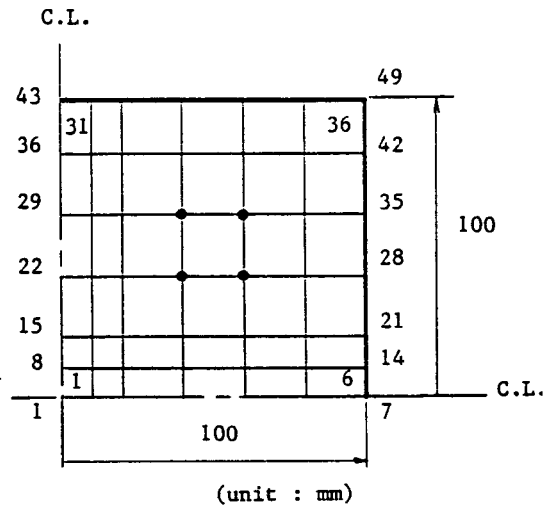


Fig. 4 Finite element discretization (nodes = 49, elements = 36)

모델을 사용하였다(Fig. 4).

이때 4절점 유한 요소의 변위 성분들은

$$\{\bar{u}\} = \sum_{i=1}^4 [\Psi]_i \{\Delta\}_i \quad (10)$$

로 표현될 수 있으며, 여기서

$$\{\Delta\}_i = [u_i^0, v_i^0, w_i^0, \phi_{xi}, \phi_{yi}]^T$$

$$[\Psi]_i = \Psi_i [I]$$

이며, 여기서 $[I]$ 는 5×5 단위 행렬이다.

전형적인 유한 요소법의 과정에 따라 위의 모델에 강구와 판의 운동 방정식

$$F = -m_s \ddot{w}_s = -k\alpha^{3/2} \quad (11)$$

와

$$[M]\{\dot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (12)$$

을 적용한다. 여기서 $[M]$ 는 질량 매트릭스, $[K]$ 는 선형 탄성 강성 매트릭스이고 $\{F\}$ 는 접촉력 벡터이다.

이 접촉력 벡터 $\{F\}$ 는 Fig. 5에서 충격점 (x_0, y_0) 에서 압입량 α 는

$$\alpha = w_s(t + \Delta t) - w(x_0, y_0, t + \Delta t) \quad (13)$$

로 되므로, 이를 이용하여 식 (11)에서 먼저 구하여 (12)에 대입하여 해석한다.

Whitney와 Pagano의 이론에 기초를 두고 개발한 유한 요소법에 있어서 박판에서의 작은 횡방향 전단 변형에 의한 수치적인 오차를 감소하기 위하여 감소 적분법(reduced integration technique)을 사용하였고, 평면과 굽힘 변형의 강성 계수들을 계산하기 위하여 2×2 Gauss적분을 하고, 횡방향 전단 변형을 위한 강성 계수를 위하여는 1×1 Gauss

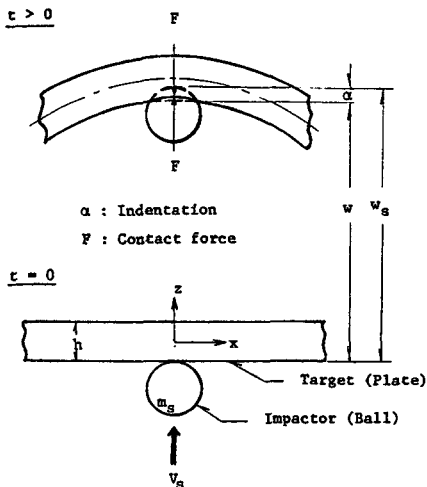


Fig. 5 Central transverse impact of a rigid body

적분을 행하였으며, 전단 수정 계수(shear correction coefficient) k_i, k_j 는 $5/6$ 를 택하였다.

또한 식 (11)과 식 (12)는 동시에 해석되어야 하므로 가속도(\ddot{J})의 변화가 시간 간격 Δt 대해 선형적이라고 가정하는 Wilson과 Clough의 유한 차분법⁽¹²⁾에 의한 시간 적분을 하여 Gauss소거법에 의한 시간 증분에 따라 단계별로 총 응답 과정을 구하였으며, 이들의 자세한 과정은 Fig. 6의 흐름도에 나타내었다.

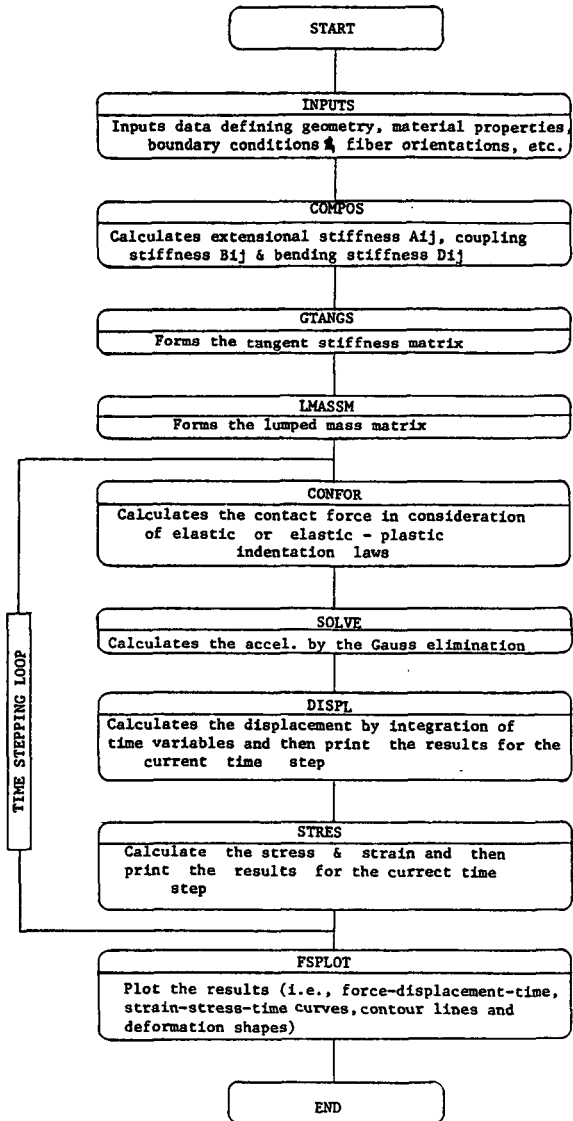


Fig. 6 Flow diagram for impact analysis of laminate composite plates

4. 수치 계산

본 유한 요소 이론의 유용성 및 복합재의 재료 및 적층 형태에 따른 충격 응답, 충격 응력 및 충격과 전파 특성을 해석하기 위하여 탄성과정을 고려한 다음의 수치 계산을 행하였다.

$3t \times 200w \times 200l$ (mm)크기와 각각 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 와 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 의 두 가지 적층 형태를 가지는 흑연/에폭시와 유리/에폭시로 구성된 Fig. 7과 같이 네 단이 모두 고정된 판의 중앙에 직경 12.7mm의 강구를 5m/sec의 속도로 충격을 가하는 경우에 대하여 생각한다.

Fig. 4와 같이 전체의 4분의 1만을 선택하여 절점 49개, 요소 36개로 분할하고, 시간 증분을 $0.05\mu\text{sec}$ 로 하였으며 계산에 사용된 재료 상수는

흑연/에폭시

$$E_1 = 120\text{GPa}, E_2 = 7.9\text{GPa}$$

$$G_{12} = 5.5\text{GPa}, \nu_{12} = 0.30, \rho = 1580\text{kg/m}^3$$

$$G_{23} = G_{13} = G_{12}$$

유리/에폭시

$$E_1 = 40\text{GPa}, E_2 = 8.5\text{GPa}$$

$$G_{12} = 4.25\text{GPa}, \nu_{12} = 0.26, \rho = 2000\text{kg/m}^3$$

$$G_{23} = G_{13} = G_{12}$$

강구

$$E_s = 207\text{GPa}, \nu_s = 0.3, \rho = 7860\text{kg/m}^3$$

이다.

5. 해석 결과 및 고찰

충격 거동 응답을 얻기 위하여 강구가 판에 접촉하는 순간 ($t=0\text{sec}$)으로부터 충분한 접촉 거동을 알 수 있도록 $320\mu\text{sec}$ 까지 계산을 수행하여 그 결과들을 컴퓨터 그래픽화하였다. 그 결과 Fig. 8, 12, 17, 18들은 두가지 복합 재료에 대하여 각각 적층 순서를 달리하여 시간의 변화에 따른 판의 접촉력 변화와 시간에 따른 강구와 판의 변위를 나타낸 것으로 Yang⁽⁴⁾의 이론에 의한 최대 접촉력과는 아주 잘 일치하나, 접촉 시간에서는 많은 차이를 보이고 있다. 그러나, 여러 실험적 연구^(6,13~15)에서도 꼬리 부분의 상당한 접촉 지연이 일어나고 있는 것으로 보아 이 결과는 실험 결과와 잘 일치하고 있다. 즉, 초기접촉 후 $50\sim 60\mu\text{sec}$ 정도에서 최대 접촉력이 일어나며, 총 접촉시간은

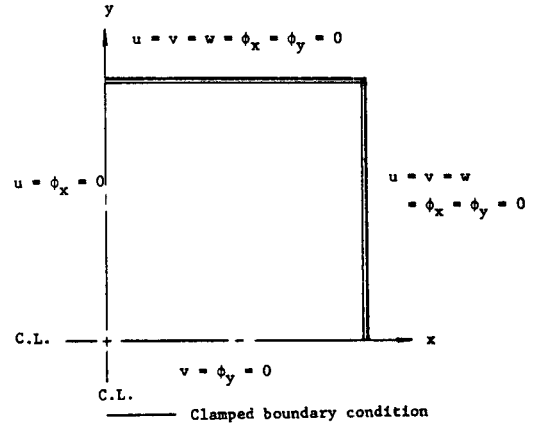


Fig. 7 Boundary conditions of a quadrant domain

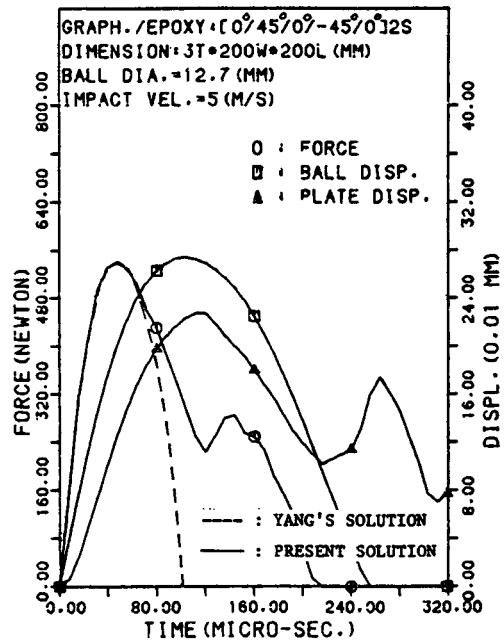


Fig. 8 Contact force and displacements for a $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate subjected to impact

$200\sim 300\mu\text{sec}$ 정도가 소요된다는 것을 알 수 있다.

또한 Fig. 8과 Fig. 12 그리고 Fig. 17과 Fig. 18은 각각 네 변이 모두 고정된 경계 조건을 가지는 같은 재료에 적층각 0° 를 90° 로만 변화시켜 시간 변화에 따른 접촉력과 변위를 해석한 것으로 최대접촉력은 동일한 재료에 대하여 거의 일치하고 있다는 사실은 당연하며, 강성이 강한 흑연/에폭시가

유리/에폭시보다 최대 접촉력은 20% 정도 크며, 변위는 20% 정도 작음을 알 수 있다.

그리고 Fig. 9와 Fig. 11은 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 혹은 연/에폭시 복합재에 대하여 Fig. 4에서 처럼 충격 점을 원점으로 하여 x 축 상으로 40mm와 80mm 떨어져 있는 절점 번호 4와 6인 점의 변형율과 응력응답곡선을 나타낸 것으로 하중이 가해지기 시작하는 시간 t 를 0 sec로 하면 Fig. 9에서는 $5\mu\text{sec}$ 와 Fig. 11에서는 $10\mu\text{sec}$ 까지는 변형율 변동이 거의 없는 시간이다. 이 시간은 속도는 빠르나, 진폭이 작은 종파(longitudinal wave 또는 in-plane wave)가 도달하는 시간으로 생각되며, 이것은 거리 40mm와 80mm를 각각 이 시간으로 나누면 모두 8000m/sec 가 되어 파동 전파 이론⁽⁹⁾에 의한 종파의 전파 속도식 $C_L = \sqrt{Q_{11}/\rho}$ 에서 계산한 값 8751m/sec 와 거의 비슷한 데서 알 수 있다.

그 후 처음으로 최대의 인장(압축) 변형율이 발생하는 시간이 $24\mu\text{sec}$ ($47\mu\text{sec}$)로써 이 시간은 속도는 늦으나, 진폭이 큰 횡파(transverse wave 또는 flexural wave)가 도달하는 시간으로 여겨지며, 이의 속도는 1660m/sec (1702m/sec)로서 파동 이론에 의한 횡파의 전파 속도식 $C_F = \sqrt{G_{12}/\rho}$ 에서 계산한 값 1784m/sec 와 거의 일치하고 있는데서 또한 알 수 있다.

이러한 파동 전파 문제를 좀더 고찰하기 위하여

Fig. 9와 Fig. 11과 적층 순서를 달리하여 계산한 것이 Fig. 13과 Fig. 14이며, 또한 재료를 달리하여 유리/에폭시에 적용하여 계산하였다. 이들의 계산 결과들은 Table 1에 잘 나타나 있다. Table 1을 보면 두 적층형태의 종파 속도와 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 적층 형태에서의 횡파속도는 이론 파동 속도와 거의 일치하고 있으나, $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 적층형태의 횡파 속도는 거의 40% 정도 낮음을 알 수 있다. 이는 파동전파 속도는 강성에 매우 민감하다는 것을 보여주는 것이다.

Figs. 9~Fig. 11, Figs. 13~Fig. 15의 시간 변화에 따른 변형율 변화 과정에서 강구와 적층 복합판이 접촉하고 있는 시간(약 $200\mu\text{sec}$)이내에서 처음에 매우 작은 진폭의 종파가 도달하고 뒤이어 중간 크기의 횡파가 도달한 뒤 연이어 가장 큰 진폭의 횡파가 도달하고 있다는 사실을 알 수 있다. 이런 관점에서 볼 때 충격 해석에서 횡파는 중요한 요소가 되며, 이 파에 의한 급격한 변형율 및 응력 변화가 층간 분리(delamination) 현상과 관계된다는 사실은 Takeda⁽¹⁶⁾의 실험적 연구에서도 엿볼 수 있다.

다음 충격 응력에 대하여 고찰하면 Figs. 9~11, Fig. 13과 Fig. 14에서 접촉 시간내의 최대의 충격 변형율과 충격 응력을 비교 정리한 Table 2에서 볼 수 있듯이 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 의 적층 형태의

Table 1 Comparisons of wave velocities between wave propagation theory and present simulation

Material	Wave propagation theory		Present simulation	
	Wave type	Wave velocity (m/sec)		
		At all points	At 40mm from impact point	At 80mm from impact point
Graphite/epoxy	C_L^0	8751	8000	8000
	C_L^{90}	2243	2353	2286
	C_F^0	1748	1660	1702
	C_F^{90}		1000	1000
Glass/epoxy	C_L^0	4505	4211	—
	C_L^{90}	2076	2222	—
	C_F^0	1458	1333	—
	C_F^{90}		800	—

Superscripts $\left\{ \begin{array}{l} 0 : \text{top part of } [0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s} \text{ laminate} \\ 90 : \text{top part of } [90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s} \text{ laminate} \end{array} \right.$

Subscripts $\left\{ \begin{array}{l} L : \text{longitudinal wave (in-plane wave)} \\ F : \text{flexural wave (transverse wave)} \end{array} \right.$

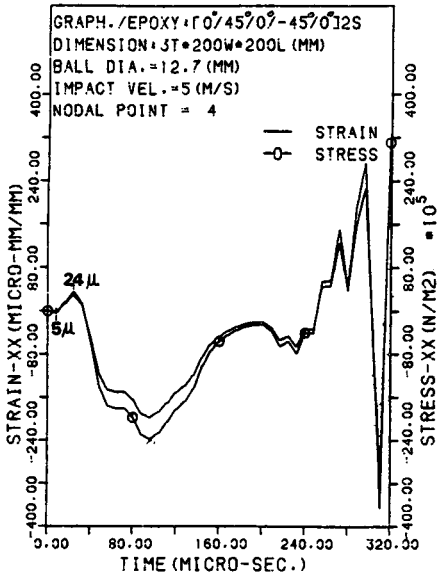


Fig. 9 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at 40mm from the impact point

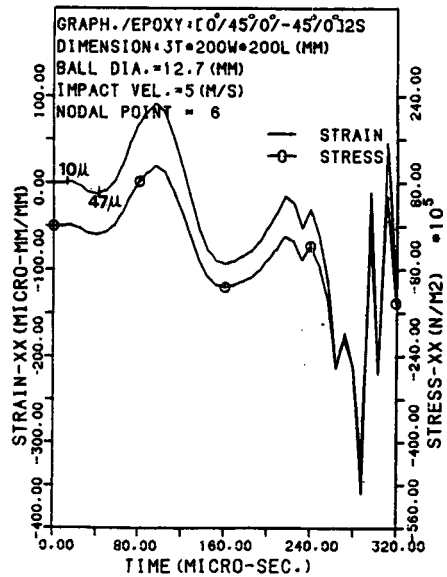


Fig. 11 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at 80mm from the impact point

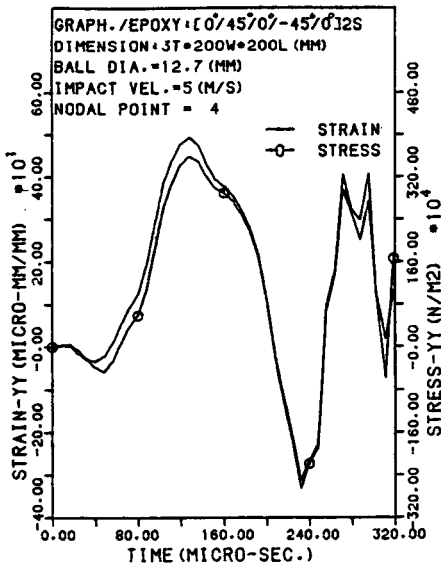


Fig. 10 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at 40mm from the impact point

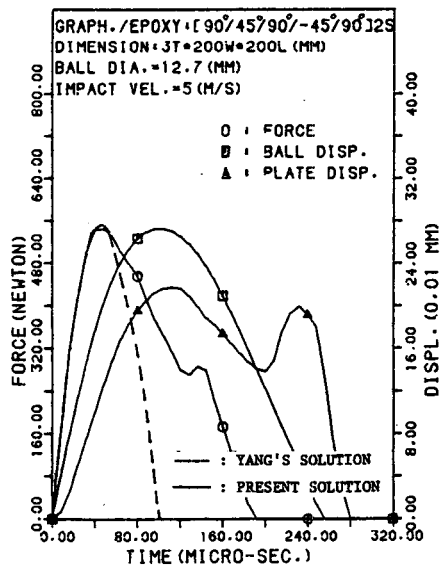


Fig. 12 Contact force and displacements for a $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate subjected to impact

적층판에서의 x 축 방향으로의 변형률(ϵ_x)은 y 축 방향으로의 변형률(ϵ_y)보다는 작으나, 오히려 큰 충격 응력이 발생하는 것을 알 수 있고, $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 의 적층 형태에서는 x 축 방향의 변

형률(ϵ_x)이 y 축 방향의 변형률(ϵ_y)보다는 크나, 작은 충격응력이 발생하는 것을 알 수 있다.

이것은 적층판이 충격을 받을때 강성이 강한 섬유 방향으로의 변형율은 작으나 응력은 크게 나타

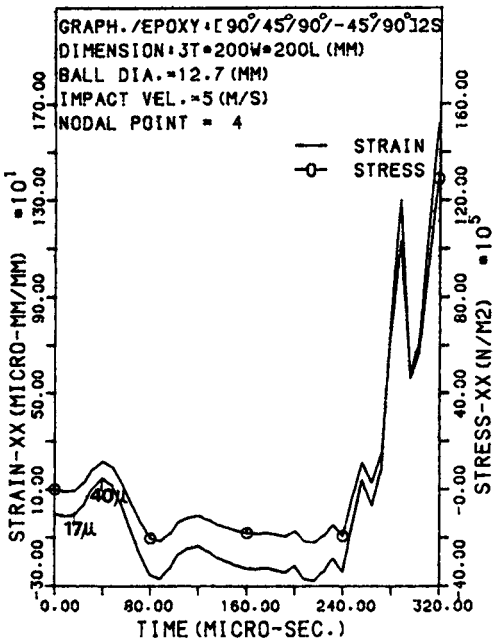


Fig. 13 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at 40mm from the impact point

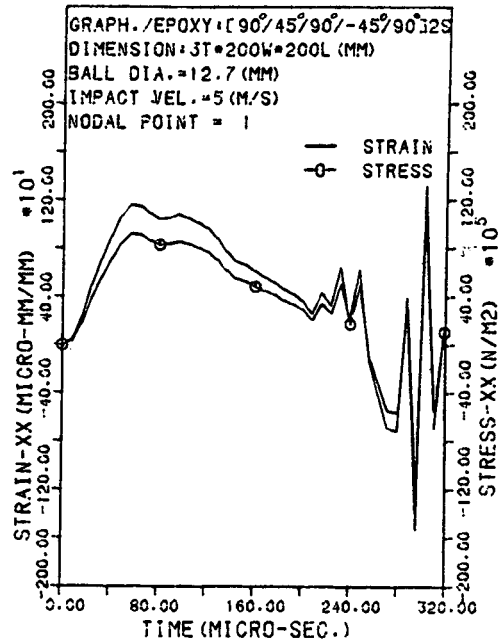


Fig. 15 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at the impact point

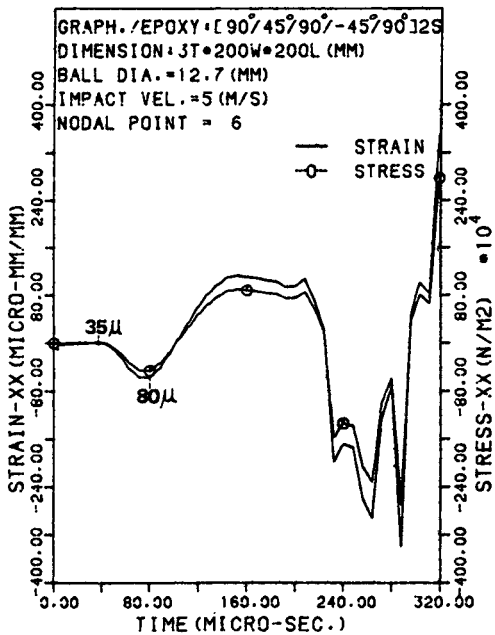


Fig. 14 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at 80mm from the impact point

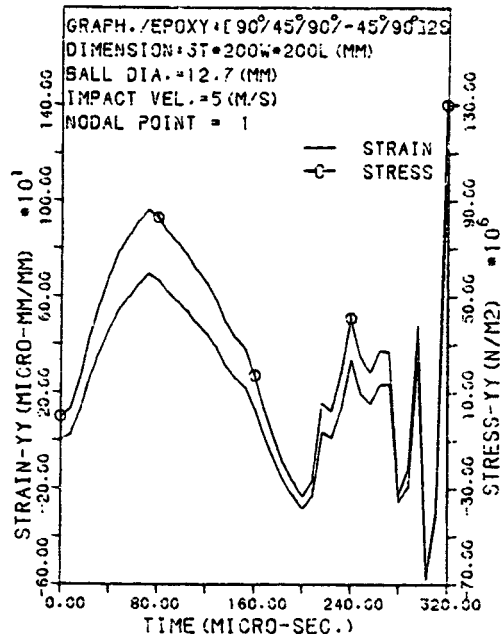


Fig. 16 Strain and stress response histories for a clamped-clamped $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ graphite/epoxy plate at the impact point

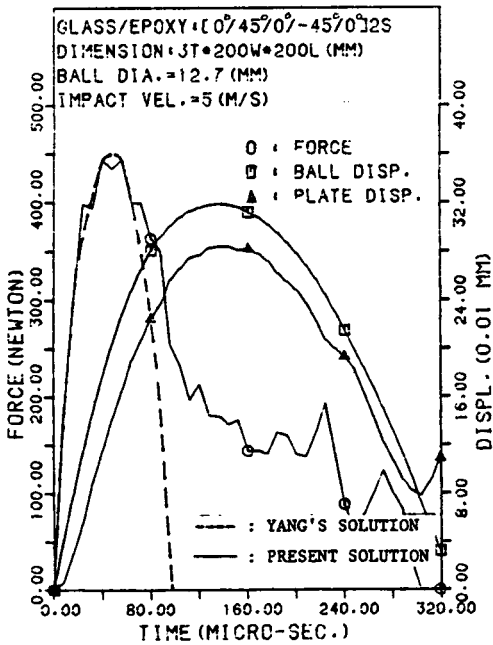


Fig. 17 Contact force and displacements for a [0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s} glass/epoxy plate subjected to impact

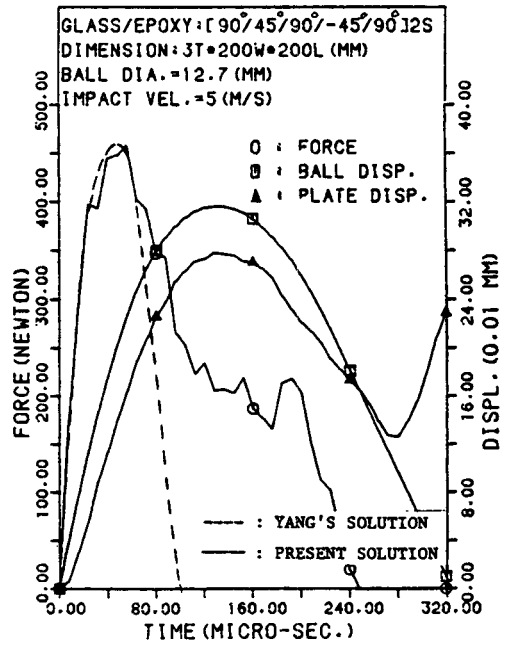


Fig. 18 Contact force and displacements for a [90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s} glass/epoxy plate subjected to impact

남을 보여주는 것이다.

그리고 Fig. 15와 Fig. 16은 [90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s} 흑연/에폭시 재료에 대하여 각각 충격점에서의 변형을 및 응력의 크기를 계산한 것으로 다른 부분에 비하여 매우 큰 변형율이 순간적으로 발생

한다. 특히 섬유 방향에 횡 방향에서의 변형율이 매우 크게 나타나고 있음을 알 수 있고, [0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s} 유리/에폭시에 대한 Table 2의 결과에서도 유사한 현상을 볼 수 있다. 그러나, 충격 응력의 측면에서 보면 섬유 방향의 편이 이와 횡

Table 2 Comparisons of maximum strain and stress on each point

Material	Notation		At 40mm from impact point		At 80mm from impact point		At impact point	
	Strain	Stress	Value		Value		Value	
			μ mm/mm	× 10 ⁵ N/m ²	μ mm/mm	× 10 ⁵ N/m ²	μ mm/mm	× 10 ⁵ N/m ²
Graphite/epoxy	ϵ_x^0	σ_x^0	-200	-240	-90	-110	-	-
	ϵ_x^{90}	σ_x^{90}	-280	-20	110	8	1200	90
	ϵ_y^0	σ_y^0	500	35	160	10	-	-
	ϵ_y^{90}	σ_y^{90}	100	100	40	40	700	850
Glass/epoxy	ϵ_x^0	σ_x^0	-350	-140	-	-	1100	440
	ϵ_x^{90}	σ_x^{90}	-600	-50	150	13	-	-
	ϵ_y^0	σ_y^0	680	50	-	-	1700	170
	ϵ_y^{90}	σ_y^{90}	230	90	-90	-35	-	-

Superscripts [0 : top part of [0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s} laminate
 90 : top part of [90°/45°/90°/-45°/0°]_{2s} laminate

방향의 충격 응력의 크기보다 훨씬 크다는 것을 알 수 있다. 그러므로, 이러한 섬유 방향에 횡 방향의 큰 변형을 변동은 충격 후의 현저한 횡 방향 강성 및 강도 저하를 유발할 수 있으며, 섬유 방향의 충격 응력의 큰 변동은 섬유의 파손을 일으킬 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 Whitney와 Pagano의 판 이론에 기초를 두고 정적접촉 법칙과 연계한 동적 유한 요소 해석을 이용하여 $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{2s}$ 와 $[90^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2s}$ 의 적층 형태를 가지는 네 단이 모두 고정된 후연/에폭시와 유리/에폭시 복합 적층 판의 중앙에 강구로 충격을 가하는 경우에 대하여 충격 응답, 충격 응력 및 응력과 전파에 관한 해석을 행한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 동적 유한 요소 해석은 복합 적층판의 충격 응답, 충격 응력 및 응력과 전파 해석을 위해 아주 유용하다는 것을 알았다.

(2) 충격 현상을 지배하는 파는 섬유 방향에 따라 다른 속도를 가지고 전파하는 횡파이며, 이 속도는 강성이 큰 방향의 편이 더 빠르다는 것을 알았다.

(3) 충격시 일반적으로 속도는 빠르나 진폭은 횡파에 무시할 수 있을 정도로 작은 종파가 가장 먼저 도달하고, 다음으로 중간 크기의 진폭을 가지는 횡파가 도달하며 뒤이어 가장 진폭이 큰 횡파가 도달하는 것을 알 수 있으며, 이런 현상이 층간 분리 현상을 유발시킬 수 있을 것으로 사료된다.

(4) 충격을 고려한 설계를 할 때에 충격점에서의 순간적인 변형을 및 응력의 상태, 특히 섬유의 횡 방향의 큰 변형에 의한 복합재료의 현저한 강성 및 강도 저하와 섬유 방향의 큰 충격 응력에 의한 복합재 섬유의 파손을 고려하여야 한다.

참 고 문 헌

- (1) Goldsmith, W., 1960, Impact, Edward Arnold, London.
- (2) Sun, C.T. and Huang, S.N., 1975, "Transverse Impact Problems by Higher-Order Beam Finite Element", Computers and Structures, Vol. 5, pp. 297~303.
- (3) 안국찬, 김문생, 김규남, 1988, "유한 요소법에 의한 적층 복합 보의 충격 해석", 대한기계학회논문집, 제12권, 제4호, pp. 652~661.
- (4) Yang, S.H., 1981, "Static and Dynamic Contact Behaviors of Composite Laminates", Ph.D. Dissertation, Purdue University.
- (5) Yang, S.H. and Sun, C.T., 1982, "Indentation Law for Composite Laminates", ASTM STP 787, pp. 425~449.
- (6) Tan, T.M. and Sun, C.T., 1985, "Use of Static Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates", ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 52, pp. 6~12.
- (7) Sun, C.T. and Chen, J.K., 1985, "On the Impact of Initially Stressed Composite Laminates", Journal of Composite Materials, Vol. 19, pp. 490~504.
- (8) Whitney, J.M. and Pagano, N.J., 1970, "Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates", ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 37, pp. 1031~1036.
- (9) Daniel, I.M., Liber, T. and LaBedz, R.H., 1979, "Wave Propagation in Transversely Impacted Composite Laminates", Experimental Mechanics, pp. 9~16.
- (10) Tsai, S.W. and Hahn, H.T., 1980, Introduction to Composite Materials, Technomic Publishing Co., Inc., Lancaster, PA.
- (11) Reddy, J.N., 1980, "A Penalty Plate-Bending Element for the Analysis of Laminated Anisotropic Composite Plates", Internat. J. Numer. Meths. Engrg., Vol. 15, pp. 1187~1206.
- (12) Wilson, E.L. and Clough, R.W., 1962, "Dynamic Response by Step by Step Matrix Analysis", Symp. on Use of Computers in Civil Engineering, Lisbon.
- (13) Ujihashi, S. etc., 1986, "An Analytical and Experimental Study of Impulsive Stresses in a Glass Plate Subjected to the Transverse Impact of Steel Balls", JSME, Vol. 52, pp. 525~532.
- (14) Ramkumar, R.L. and Thaka, Y.R., 1987, "Dynamic Response of Curved Laminated Plates Subjected to Low Velocity Impact", ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 109, pp. 67~71.
- (15) Sjoblom, P.O. and Hartness, J.T., 1988, "On Low-Velocity Impact Testing of Composite Materials", Journal of Composite Materials, Vol. 22, pp. 30~52.
- (16) Takeda, N., Sierakowski, R.L. and Malvern, L.E., 1981, "Wave Propagation Experiments on Ballistically Impacted Composite Laminates", Journal of Composite Materials, Vol. 15, pp. 157~174.