

<論 文>

수직 평행평판에서의 혼합대류 열전달

양 성 환* · 권 순 석**

(1988년 12월 5일 접수)

Combined Convective Heat Transfer from Vertical Parallel Plates

Sung-Hwan Yang and Sun-Sok Kwon

Key Words : Mixed Convection(혼합대류), Vertical Plates(수직평판), Optimum Plate Spacing(최적평판간격), Buoyancy Effect(부력효과), Edge Effect(단효과)

Abstract

The combined convective heat transfer from vertical parallel plates with constant temperature has been studied by numerical method. The governing equations for the system are solved by the finite difference method and successive over relaxation scheme for $Re_L = 50 \sim 500$, $Gr = 10^4$, $Pr = 0.7$. Results for various plate spacings and plate lengths are as follows; For various plate spacings, the mean Nusselt number increases and then decreases as the dimensionless plate spacing increases. The optimum plate spacing for maximum mean Nusselt number decreases with increasing Reynolds number and can be expressed as a function of Reynolds number. For various plate lengths, the mean plate Nusselt number increases as the dimensionless plate length decreases and Reynolds number increases.

기 호 설 명

b : 평판간격

Gr : Grashof수, $g\beta L^3 \Delta T / \nu^2$

g : 중력가속도

h : 열전달 계수

k : 열전도율

ℓ : 평판길이

L : 특성길이,

평판간격의 변화시에 ; $L = \ell$

평판길이의 변화시에 ; $L = b$

Nu : Nusselt수 hL/k_f

Pr : Prandtl수 ν/α

Re : Reynolds수 $v_\infty L/\nu$

T : 온도

u : 수평방향속도

U : 무차원 수평방향 속도, u/v_∞

v : 수직방향속도

V : 무차원 수직방향 속도, v/v_∞

ω : 와도

W : 무차원 와도, $\omega L/v_\infty$

x : 수평방향좌표

X : 무차원 수평방향좌표, x/L

y : 수직방향좌표

Y : 무차원 수직방향좌표, y/L

α : 열확산율

β : 체적팽창계수

ν : 동점성계수

ψ : 유동함수

Ψ : 무차원 유동함수, $\psi/v_\infty L$

ϕ : 무차원 온도, $(T - T_\infty)/(T_p - T_\infty)$

하첨자

b : 평판간격기준

* 정회원, 동아대학교 대학원

** 정회원, 동아대학교 공과대학 기계공학과

- l : 평판길이기준
- max : 최대치
- N : 자연대류
- F : 강제대류
- P : 평판
- f : 주위유체
- ∞ : 경계층 외부

1. 서 론

밀집형 열교환기의 특수한 평판핀, 팬이 부착된 마이크로컴퓨터의 칩 등에서 저 Reynolds수의 유동 및 열전달은 유속이 작고 물체와 주위 유체의 온도차가 크기 때문에 밀도 변화에 따른 부력의 영향이 무시될 수 없는 혼합대류 현상을 갖는다.

단일 수직 또는 수평평판에서의 열전달에 관하여 이제까지 단순 자연대류 혹은 단순 강제대류에 관한 실험 및 해석적 연구⁽¹⁻⁶⁾가 진행되었으며 단일 수직평판에서의 혼합대류 열전달에 관하여는 Sparrow와 Gregg⁽⁷⁾가 부력의 영향이 작은 경우에 대하여 근사해를 구하였다. 또한 Sparrow와 Lloyd⁽⁸⁾는 같은 형상에서 상사해를 구하여 여러 가지 Prandtl수에 따른 경향을 연구하였으며 Churchill⁽⁹⁾은 혼합대류 열전달이 $\overline{Nu}^n = \overline{Nu}_f^n + \overline{Nu}_n^n$ ($n=2,3,4$)로 표시되며 등온평판인 경우는 $n=3$ 이 됨을 연구하였다.

최근에는 평판의 평행 루우버(Louver)군에 대하여 Sparrow등⁽¹⁰⁾은 전열관의 영향을 무시한 2차원 모델의 수치해를 구하였으며, Suzuki등⁽¹¹⁾은 저 Reynolds수의 혼합대류에 관하여 혼합대류지표, Gr/Re^2 를 변화시키면서 수치해석하였다.

본 연구에서는 밀집형 열교환기에 사용되고 있는 루우버 핀에 해당되는 간단한 형상인 등온, 수직, 평행평판에서의 혼합대류 열전달에 관하여 $Pr=0.7$, $Gr=10^4$ 및 $50 < Re_L < 500$ 인 경우 평판간격과 평판길이를 변수로 하여 유한차분법으로 수치해석하였다. 속도분포, 온도분포 및 Nusselt수를 구하여 평판의 간격과 길이가 열전달에 미치는 영향에 관하여 연구하였다.

2. 이론해석

2.1 지배방정식과 경계조건

혼합대류의 지배를 받는 수직 평행평판의 도시적

인 형상은 Fig. 1과 같다. 평행평판의 입구에서는 온도, T_∞ 의 공기가 균일속도, v_∞ 로 유입되며, 평판온도, T_p 는 일정하다. 또한 유체는 Boussinesq Approximation을 따른다고 가정하였다.

2차원 비압축성, 층류, 혼합대류에 대하여 유동함수와 와도를 도입한 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$W = -\nabla^2 \psi \tag{1}$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 W + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \phi}{\partial X} \tag{2}$$

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{RePr} \nabla^2 \phi \tag{3}$$

여기서

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}, \quad U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \tag{4}$$

경계조건은 다음과 같다.

(1) 평판표면 ;

평판표면에서는 미끄럼이 없으며 이때의 와도는 수치해석에서 절단오차(truncation error)를 줄이기 위한 Wood의 방법⁽¹²⁾을 사용하여 그 값을 구하였다.

$$\psi = U = V = 0, \quad \phi = 1, \quad W = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \tag{5}$$

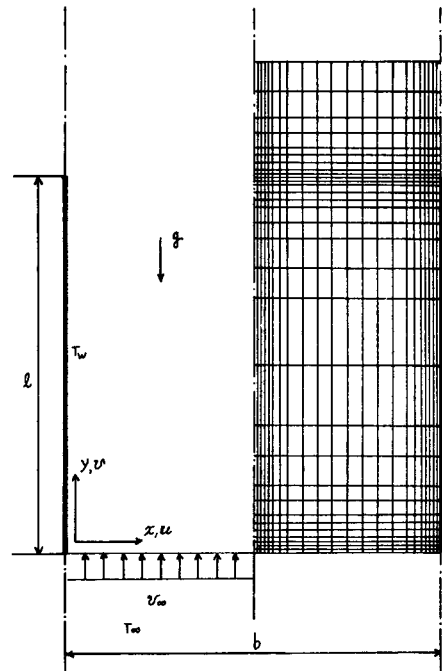


Fig. 1 Schematic diagram of geometry investigated and grid system

(2) 평판상부대칭축 :

$$\Psi = U = W = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0 \quad (6)$$

(3) 유입부 : $\Psi = 2\psi_{\max}x/b, U = \phi = 0,$

$$V = 1, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (7)$$

(4) 유출부 : $U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \frac{\partial \phi}{\partial Y} = 0, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (8)$

(5) 대칭축 : $U = W = \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0, \quad \Psi = \psi_{\max} \quad (9)$

2.2 수치해석

Fig. 1과 같은 격자형상에 대하여 지배방정식 (1)~(4)와 경계조건 (5)~(9)를 유한차분법을 사용하여 유한차분식으로 유도후 S.O.R기법으로 수치해석하였다. 계산기는 16비트 퍼스날 컴퓨터를 사용하였으며 한 개의 해를 구하는데 소요시간은 30분에서 1시간 정도였다. 또한 수렴기준은 다음과 같이 정하였다.

$$\max \left| \frac{Q^m - Q^{m-1}}{Q^m} \right| < 10^{-3} \quad (10)$$

여기서 Q 는 유동함수 또는 온도를 나타내며 m 은 반복회수를 나타낸다.

Nusselt수는 수렴된 해로부터 다음과 같이 구하였다.

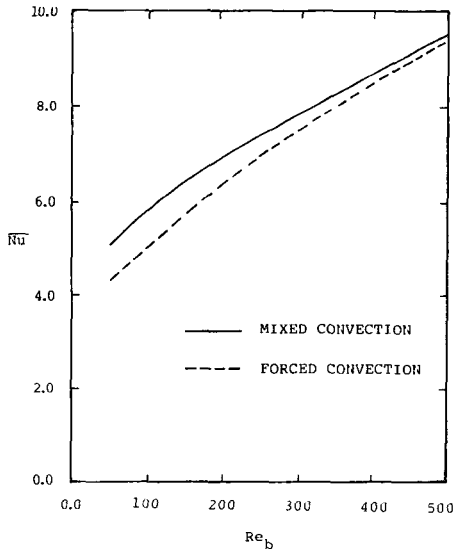


Fig. 2 Mean plate Nusselt number distributions of mixed convection and forced convection vs. Reynolds numbers at $\ell/b=2.0, Gr=10^4, Pr=0.7$

(1) 국소평판 Nusselt수

$$Nu = hL/k_f = -\frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_{x=0} \quad (11)$$

(2) 평균평판 Nusselt수

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell Nu \cdot d\ell \quad (12)$$

3. 결과 및 고찰

Fig. 2는 $\ell/b=2.0, Gr=10^4, Pr=0.7$ 에서 Reynolds수의 변화에 대한 평균평판 Nusselt수를 혼합대류와 강제대류에 대하여 나타낸 것이다. Reynolds수가 증가함에 따라 즉, Gr/Re_b^2 가 감소함에 따라 밀도변화에 의한 부력효과가 급격히 줄어들어 혼합대류의 평균 Nusselt수가 강제대류의 값에 접근하며 저 Reynolds수인 $Re_b \leq 300$ 에서는 부력에 의한 자연대류가 상당한 영향을 미침을 알 수 있다.

Fig. 3은 Fig. 2와 같은 조건에서 $Re_b=100$ 과 $Re_b=500$ 에 대한 유선과 등온선을 나타낸 것이다. $Re_b=100$ 에서 등온선은 부력효과가 지배적이기 때

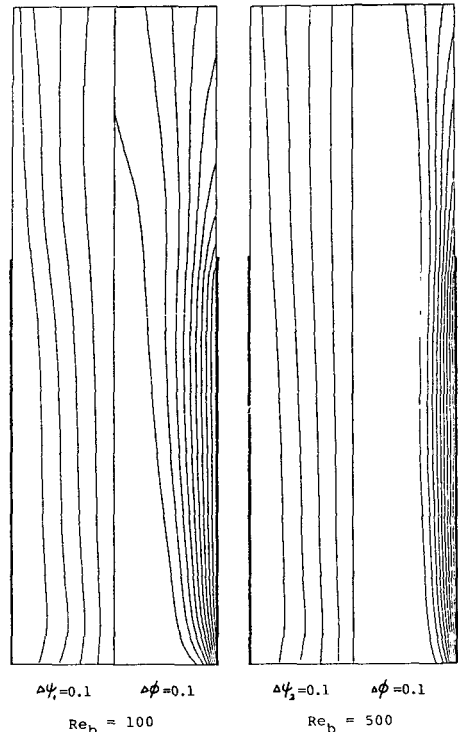


Fig. 3 Streamlines and isotherms for $Re_b=100$ and $Re_b=500$ at $\ell/b=2.0, Gr=10^4, Pr=0.7$

문에 온도경계층이 평판상부의 대칭축에서 접촉하여 가열된 상승유체의 유동을 저항하는 열적인 간섭을 일으키며 $Re_b=500$ 에서는 속도의 증가와 부력효과의 감소로 온도경계층이 얇아져서 평판사이의 열적인 간섭은 없다.

본 연구에서는 $50 \leq Re_L \leq 500$, $Gr=10^4$, $Pr=0.7$ 의 조건에서 무차원평판간격, b/l 와 무차원평판길이, l/b 의 변화에 따른 혼합대류현상을 고찰하였다.

무차원 평판간격, b/l 의 변화 :

Fig. 4는 여러가지 b/l 에서 Gr/Re_L^2 에 대한 $\overline{Nu} \cdot Re_L^{-1/2}$ 값을 Churchill⁽⁹⁾의 값과 비교한 것이다. Churchill은 등온수직평판에서의 혼합대류를 $\overline{Nu}^3 = \overline{Nu}_F^3 + \overline{Nu}_N^3$ 으로 표시하였다.

여기서

$$\overline{Nu}_F \cdot Re^{-1/2} = 0.677 Pr^{1/4} / [1 + (0.468/Pr)^{1/4}]^{1/4} \tag{13}$$

$$\overline{Nu}_N \cdot Re^{-1/2} = 0.670 Pr^{1/4} (Gr/Re^2)^{1/4} / [1 + (0.492/Pr)^{1/4}]^{1/4} \tag{14}$$

이다. 이는 본 연구의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 5는 $Re_L=300$ 에서 등온선을 여러가지 무차원 평판간격, b/l 에 대하여 나타낸 것이다. $b/l=0.4$ 와 0.5 에서는 등온선이 유사하며, 양평판에서 성장한 온도경계층에 의한 열적 간섭은 없다. 그러나 $b/l=0.3$ 에서는 평판 상단을 지난 상부에서 온도경계층이 중첩되기 시작하여 $b/l=0.4$ 와 0.5 에 비하여 평판의 하단으로 갈수록 경계층의 두

께가 얇아진다. $b/l=0.2$ 와 $b/l=0.1$ 에서 평판간격이 좁아질 수록 온도경계층의 중첩이 더욱 심화되어 열적인 간섭을 가중시킨다.

Fig. 6은 b/l 의 변화에 따른 평균평판 Nusselt 수, \overline{Nu}_i 를 여러가지 Reynolds수에 대하여 나타낸 것이다. $Re_L=300$ 에서 \overline{Nu}_i 는 Fig. 5에서와 같이, $b/l > 0.3$ 에서는 양평판에서의 온도경계층이 상호 열적 간섭을 주지 않기 때문에 평판의 간격에 관계없이 거의 일정하여 단일평판과 같다. $0.15 < b/l \leq 0.3$ 에서는 온도경계층의 중첩으로 부력효과가 열전달을 증가시키고 $b/l < 0.15$ 에서는 더욱 심화된 온도경계층의 중첩이 상호간섭으로 열전달을 둔화시킨다. 또한 Reynolds수가 증가할수록 \overline{Nu}_i 의 최대치는 무차원 평판간격이 좁을 때 나타나며 이는 Reynolds수의 증가, 즉 속도의 증가에 의한 온도경계층이 얇아져 온도경계층의 중첩으로 인한 영향을 줄 수 있는 간격이 좁아지기 때문이다. 이 \overline{Nu}_i 의 최대치를 나타내는 간격을 최적간격 $(b/l)_{opt}$ 로 하면 다음과 같이 Re_L 의 함수로 표시할 수 있다.

$$(b/l)_{opt} = -0.311 \log Re_L + 0.92 \tag{15}$$

Fig. 7은 $Re_L=300$ 에서 여러가지 무차원 평판간격, b/l 에 대한 국소 Nusselt수, Nu_i 을 나타낸 것이다. Nu_i 는 평판 하부에서 하단으로 가면 급격히 증가하며, 평판의 간격이 좁을수록 높은 값을 가졌다. 이는 b/l 가 좁을수록 하부에서는 온도경계층의 중첩으로 속도가 증가하고 이로 인한 온도구배의 증가 때문이다. 평판의 상부에서는 평판간

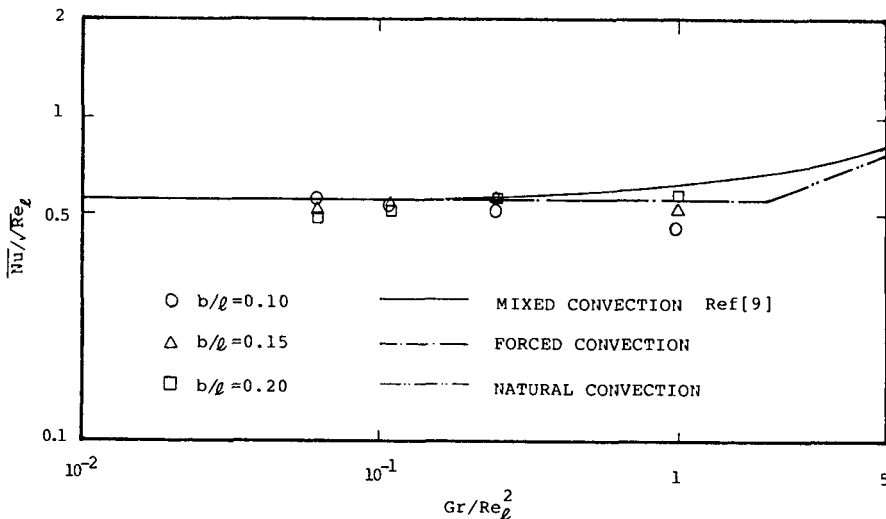


Fig. 4 Mean plate Nusselt numbers vs. Gr/Re_L^2 at $Gr=10^4$, $Pr=0.7$

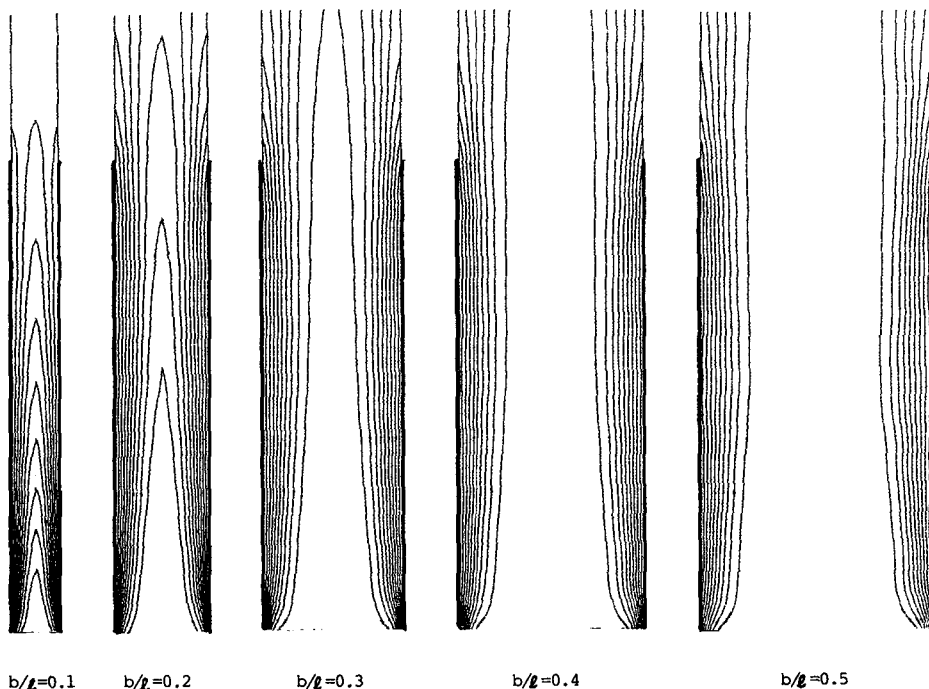


Fig. 5 Isotherms for various dimensionless plate spacings at $Re_i=300, Pr=0.7, Gr=10^4$

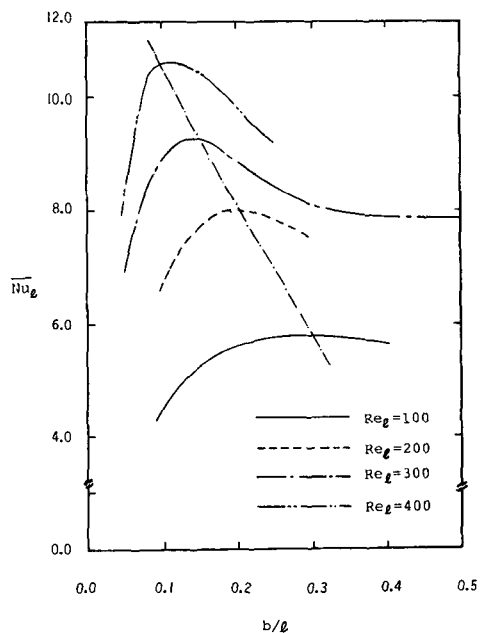


Fig. 6 Mean plate Nusselt number distributions for various Reynolds numbers at $Gr=10^4, Pr=0.7$.

격이 좁을수록 온도경계층의 중첩에 의한 열적 간섭이 심화되어 온도 기울기는 더욱 감소하기 때문에 b/l 가 좁을수록 낮은 값을 나타내며 $b/l =$

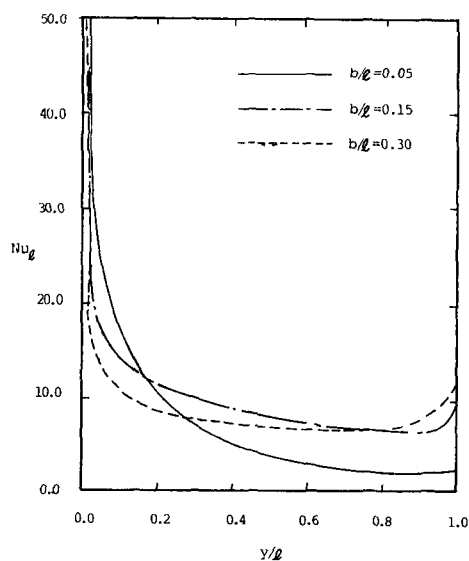


Fig. 7 Local plate Nusselt Number distributions for various dimensionless plate spacings at $Re_i=300, Pr=0.7, Gr=10^4$.

0.15, 0.3에서는 평판상단에서 다소 증가하는 평판의 단효과(edge effect)를 나타내었다.

Fig. 8은 $Re_i=300$ 에서 여러가지 무차원 수직방

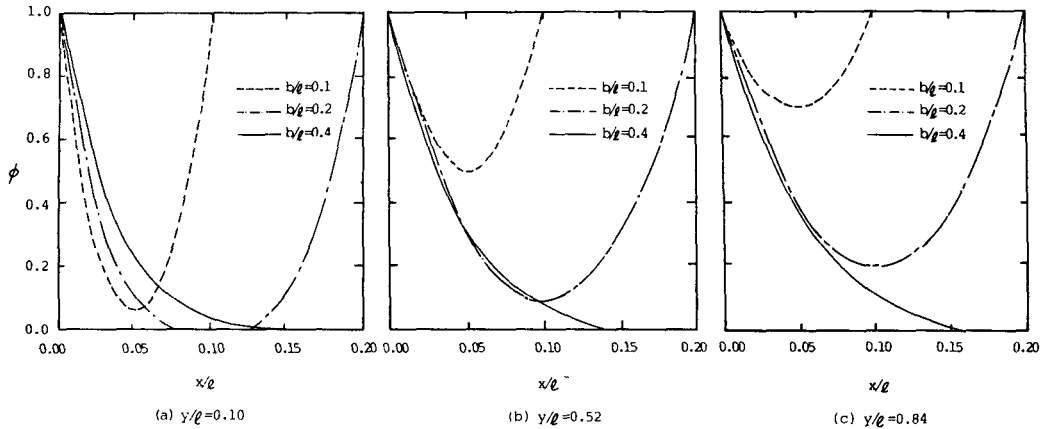


Fig. 8 Dimensionless temperature distributions for various dimensionless vertical distance at $Re_l=300, Pr=0.7, Gr=10^4$.

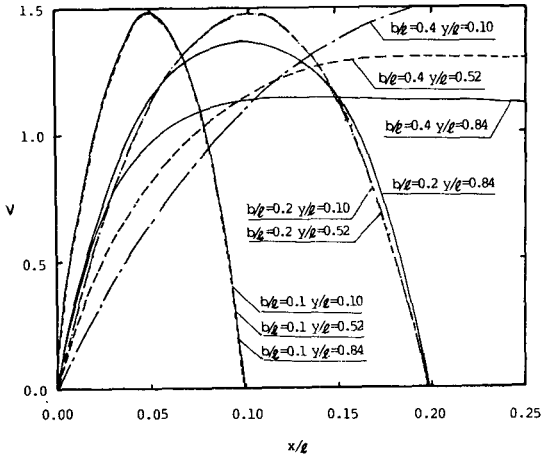


Fig. 9 Dimensionless vertical velocity distributions for various dimensionless vertical distance at $Re_l=300, Pr=0.7, Gr=10^4$.

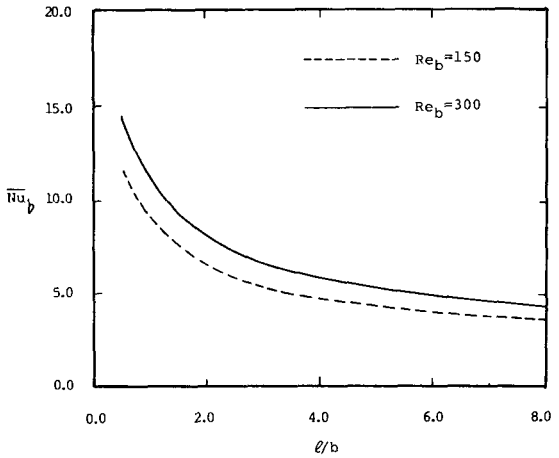


Fig. 10 Mean Nusselt number distributions for $Re_b=150$ and $Re_b=300$, vs. dimensionless plate length at $Gr=10^4, Pr=0.7$.

항거리, y/l 에 대한 온도분포를 $b/l=0.1, 0.2, 0.4$ 에 대하여 나타낸 것이다. $y/l=0.1$ 즉 평판의 하부에서는 b/l 의 값이 작을수록 온도경계층의 증첩에 의한 속도 증가로 벽면 부근의 온도기울기가 증가함을 알 수 있다. 그러나 $y/l=0.52$ 와 0.84 , 즉 중, 상부에서는 온도경계층의 증첩으로 인한 열적 간섭으로 온도기울기는 평판간격이 좁을수록 감소하였다.

Fig. 9는 Fig. 8과 같은 조건에서 여러가지 무차원 수직방향거리, y/l 에 대한 무차원 수직방향 속도분포를 나타낸 것이다. y/l 에 관계없이 평판간격이 좁을수록 속도구배는 증가하였으며, $b/l=$

0.1 에서는 속도분포가 유사하며, $b/l=0.2$ 와 $b/l=0.4$ 에서는 y/l 가 증가할수록 속도구배는 증가하였다.

무차원 평판길이 l/b 의 변화 :

Fig. 10은 $Re_b=150$ 과 $Re_b=300$ 에서 무차원 평판길이, l/b 의 변화에 대한 평균평판 Nusselt수, \overline{Nu}_b 를 나타낸 것이다. l/b 이 증가함에 따라 급격히 감소하여 완전전개영역 (fully developed region)의 값에 접근하며 $Re_b=150$ 과 $Re_b=300$ 의 \overline{Nu}_b 의 차는 평판길이 길어질수록 작아지면서 일정한 값으로 접근되었다.

Fig. 11은 $Re_b=300$ 에서 여러가지 l/b 에 대한

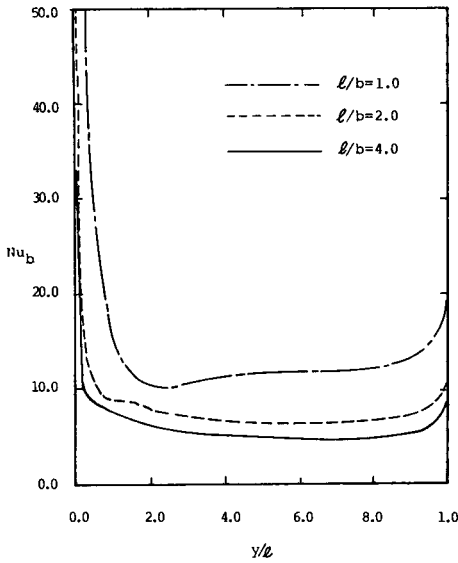


Fig. 11 Local plate Nusselt number distributions for various dimensionless plate lengths at $Re_b = 300$, $Gr = 10^4$, $Pr = 0.7$.

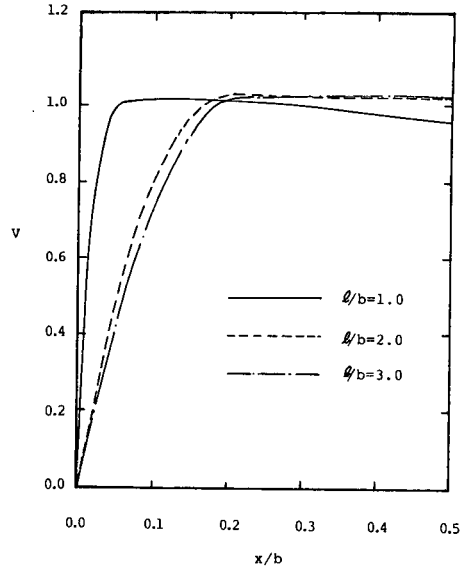


Fig. 13 Dimensionless vertical velocity distributions for various dimensionless plate lengths at $y/b = 1.0$, $Re_b = 300$, $Gr = 10^4$, $Pr = 0.7$.

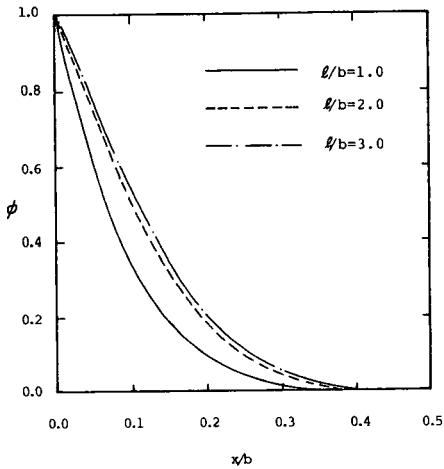


Fig. 12 Dimensionless temperature distributions for various dimensionless plate lengths at $y/b = 1.0$, $Re_b = 300$, $Gr = 10^4$, $Pr = 0.7$.

국소평균 Nusselt수를 나타낸 것이다. l/b 의 값이 클수록 전체적인 국소 Nusselt수는 낮은 값을 가지며 평판상단에서는 단효과(edge effect)를 보였다.

Fig. 12는 $Re_b = 300$ 에서 무차원 수직방향거리 $y/b = 1.0$ 에서 여러가지 l/b 에 대한 온도분포를 나타낸다. 평판길이가 짧을 때 더욱 급격히 감소하며 평판길이가 길어질수록 거의 같은 변화를 보임

을 알 수 있다.

Fig. 13은 Fig. 12와 같은 조건에서 여러가지 l/b 에 대한 무차원 수직방향 속도분포를 나타낸 것이다. $l/b = 1.0$ 인 경우에 상단에서 경계층 두께, $\delta = 0.06$ 이고, $l/b = 2.0$ 과 3.0 인 경우에는 $y/b = 1.0$ 에서 $\delta = 0.2$ 로서 평판의 길이가 길어짐에 따라 경계층 두께가 크게 증가함을 나타내었다.

4. 결 론

등온수직 평행평판의 혼합대류 열전달에 대하여 $Re_i = 50 \sim 500$, $Re_b = 150$ 과 300 , $Gr = 10^4$, $Pr = 0.7$ 에서 평판의 간격과 길이를 변화시켜 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 평판간격의 변화에서 평균평판 Nusselt수의 최대치는 Reynolds수가 증가할수록, 평판간격이 좁은 곳에서 나타나며, Reynolds수에 대한 최적 무차원 평판간격의 관계는 $b/l)_{opt} = -0.31 \log Re_i + 0.92$ 로 표시되었다.

(2) 평판간격의 변화에서 국소평균 Nusselt수는 평판 하부에서 평판간격이 좁을수록 높은 값을 가지며, 평판 상부에서는 좁을수록 낮은 값을 가졌다.

(3) 평판길이의 변화에서 평균평판 Nusselt수는

무차원 평판길이가 감소할수록, 그리고 Reynolds 수가 증가할수록 높은 값을 나타내었다.

(4) 평판길이의 변화에서 국소평판 Nusselt수는 무차원 평판길이가 감소할수록 높은 값을 나타내고, 평판 하단에서는 높은 값을 나타내며 평판 상단에서는 다소 상승하는 단효과를 나타내었다.

참 고 문 헌

- (1) Yang, R., Yao, L.S., 1987, "Natural Convection Along A Finite Vertical Plate", J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 109, pp. 413~418.
- (2) Kays, W.M., Craford, M.E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, 2nd edition, New York.
- (3) Miyamoto, M., Akiyoshi, T., 1981, "Free Convection Heat Transfer Near Leading Edge of Semi-Infinite Vertical Flat Plate with Finite Thickness", Bulletin of JSME, Vol. 24, pp. 1945~1952.
- (4) Bar-Cohen, A., Rohsenow, W.M., 1984, "Thermally Optimum Spacing of Vertical, Natural Convection Cooled, Parallel Plates", J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 106, pp. 116~123.
- (5) Yousef, W.W., Tarasuk, W.J., Mckeen, W.J., 1982, "Free Convection Heat Transfer from Upward-Facing Isothermal Horizontal Surfaces", J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 104, pp. 493~500.
- (6) Miyamoto, M., Katoh, Y., Kurima, J., 1985, "Free Convection Heat Transfer from Vertical and Horizontal Short Plates", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 28, pp. 1733~1745.
- (7) Sparrow, E.M., Gregg, J.L., 1959, "Buoyancy Effects in Forced Convection Flow and Heat Transfer", J. of Applied Mechanics, ASME, Vol. 26, pp. 133~134.
- (8) Lloyd, J.R., Sparrow, E.M., 1970, "Combined Forced and Free Convection Flow on Vertical Surfaces", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 13, pp. 434~438.
- (9) Churchill, S.W., 1977, "A Comprehensive Correlating Equation for Laminar, Assisting, Forced and Free Convection", AIChE Journal, Vol. 23, pp. 10~16.
- (10) Sparrow, E.M., Baliga, B.R., Patankar, S.V., 1977, "Heat Transfer and Fluid Flow Analysis of Interrupted-Wall Channels, with Application to Heat Exchangers", J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 1, pp. 4~11.
- (11) Suzuki, K., Hirai, E., 1982, "Numerical Study of Heat Transfer with Staggered Array of Vertical Flat Plates used at Low Reynolds Number", Proc. of the 7th Int. Heat Transfer Conference, Vol. 3, pp. 483~488.
- (12) Roache, P.J., 1982, "Computational Fluid Dynamics", Hermosa Publisher, New Mexico, pp. 141~142.