

〈論 文〉

유한요소법에 의한 다상재료의 파괴역학적 해석

표 창 룰*·김 영 진**

(1988년 9월 12일 접수)

Fracture Mechanics Analysis of Multi-Phase Material by Finite Element Method

C. R. Pyo and Y. J. Kim

Key Words : Virtual Crack Extension Method(가상균열진전법), Strain Energy Release Rate(에너지해방율), Modified J -integral(수정 J -적분), Multi-Phase Material(다상재료), Pressure Tube(압력관)

Abstract

The objective of this paper is to develop a numerical technique for analyzing crack driving forces in multi-phase materials. The analysis was based on finite element method coupled with a virtual crack extension technique which is known as the most efficient tool in computational fracture mechanics analysis. The modified J -integral method, proposed by Miyamoto and Kikuchi for the analysis of dual-phase material was carried out by subtracting the J -values for contours surrounding each phase boundary from the J -values for overall contour. It was shown that the proposed numerical procedure, based on the modified J -integral coupled with a virtual crack extension technique, can be used as an effective numerical tool for determining crack driving forces in multi-phase materials.

1. 서 론

고온에서 장기간동안 가동되는 기계부품에는 주위환경의 복합적인 영향으로 국부적인 상변태(phase transformation)가 발생하기도 한다. 상변태가 생긴 다상재료(multi-phase material)에는 잔류응력이 발생하게 되고, 이로 인해 미소균열이 생성되어 궁극적으로 부품의 파괴를 야기시킬수도 있다^(1,2). 이같은 균열이 발생한 재료에 대하여 파괴역학적으로 평가하는 방법중에서 J -적분⁽³⁾은 적분경로에 무관하고 실험적으로 측정하는 것이 용이하기에 가장 효율적인 매개변수로 사용되고 있다.

J -적분(또는 에너지해방율 G)을 수치해석적으로 구하는 방법들이 유한요소법에 의해 여러가지 형태로 제시되어 왔는데, Parks⁽⁴⁾와 Hellen⁽⁵⁾이 각각 발전시킨 가상균열진전법(virtual crack extension method)이 가장 간편하고 정확도가 높은 것으로 평가받고 있다. 그러나 재료에 상경계(phase boundary)가 존재할 경우에는 J -적분이 적분경로에 무관하지 않지 않으므로, J -적분의 계산에 문제점을 던져준다. 이는 응력 및 변형도의 분포가 비대칭인데 기인하는데, Miyamoto와 Kikuchi⁽⁶⁾는 상경계의 잉여에너지를 고려해주는 수정 J -적분식을 제시하여 2상재료(dual-phase material)의 균열 해석에 효과적으로 적용한 바 있다.

그러나 가상균열진전법과 수정 J -적분식을 동시에 사용하여 해석한 바는 아직 없다. 가상균열진전

* 정회원, 한국에너지연구소

** 정회원, 성균관대학교 공과대학 기계설계학과

법과 수정 J -적분식을 함께 적용하다면 J -적분을 효과적으로 계산할 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 가상균열진전법과 수정 J -적분식을 연계하여 사용할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하고, 이 프로그램을 기존 결과가 있는 2상재료에 적용하여 타당성을 검토한 후, 다상재료의 경우에도 확장하였고, 실제 상변태가 발생하는 중수(heavy water)형 원자로 압력관(pressure tube)의 균열해석에 적용하여 보았다.

2. 기초 이론

2.1 2상재료에서 상경계의 간섭

파괴역학 해석의 매개변수로 주로 사용되는 에너지해방률 G , J -적분 및 응력확대계수 K 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$G = J = \frac{(1-\nu^2)}{E} K^2 \quad (1)$$

여기서 ν 는 포아송의 비, E 는 탄성계수 값이다. 따라서 단위균열진전에 대한 포텐셜에너지 감소를 계산하여 G 값을 수치해석적으로 구하면 J -적분 및 K 값을 얻을 수 있다.

Rice⁽³⁾에 의해 탄소성해석을 위해 제시된 J 적분은 Fig. 1과 같이 균열선단에 평행하게 작용하는 J_x 와 수직으로 작용하는 J_y 로 나누어 생각할 수 있다.

$$J_x = \int_{\tau} (w\delta_{jx} - \sigma_{ij}u_{i,x}) ds_j \quad (2)$$

$$J_y = \int_{\tau} (w\delta_{jy} - \sigma_{ij}u_{i,j}) ds_j$$

여기서 w 는 탄성변형에너지밀도, δ 는 크로네커 델타(Kronecker delta), σ 는 응력 그리고 u 는 변위성분을 각각 나타내며 τ 는 균열선단을 감싸는 반시계방향으로의 경로(contour)이다.

Miyamoto와 Kikuchi⁽⁶⁾는 식(2)를 Fig. 2와 같은 균열선단 가까이 상경계가 존재하는 2상재료에 적용하기 위해서 상경계만을 감싸는 적분항을 추가하여 다음과 같은 수정식을 제시하였다.

$$J_x = \int_{\tau_1} (w\delta_{jx} - \sigma_{ij}u_{i,x}) ds_j - \int_{\tau_2} (w\delta_{jx} - \sigma_{ij}u_{i,x}) ds_j \quad (3)$$

$$J_y = \int_{\tau_1} (w\delta_{jy} - \sigma_{ij}u_{i,j}) ds_j - \int_{\tau_2} (w\delta_{jy} - \sigma_{ij}u_{i,j}) ds_j$$

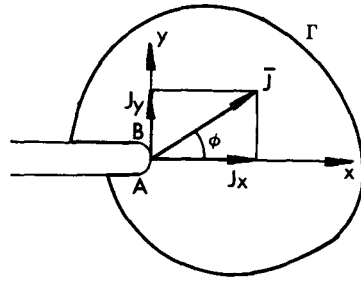


Fig. 1 J_x and J_y of a crack tip

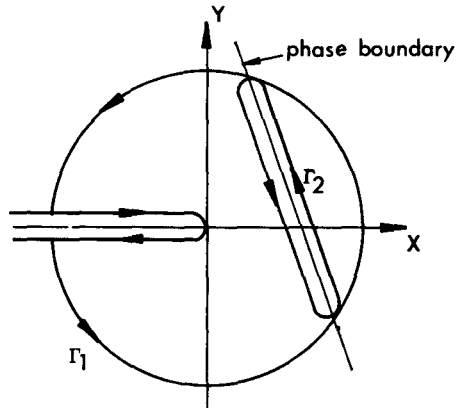


Fig. 2 A crack and a phase boundary

윗식의 물리적 의미는 다음과 같다. 식(3)의 첫 제항은 균열선단에 작용하는 힘과 상경계의 응력 및 변형도의 불연속으로 인해 발생하는 힘의 합력을 의미한다. 그리고 둘째항은 상경계에서의 힘의 성분을 감해주는 역할을 한다. 따라서 식(3)은 균열선단에만 작용하는 힘의 성분이며, 단위균열진전에 대한 에너지해방률을 의미한다.

2.2 가상균열진전법

결합이 존재하는 구조물의 유한요소해석을 통해 절점변위 $\{K\}$, 절점력 $\{f\}$ 및 강성행렬 $[K]$ 가 얻어지면, 이로부터 포텐셜에너지 변화량 π 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\pi = \frac{1}{2} \{U\}^T [K] \{U\} - \{U\}^T \{f\} \quad (4)$$

또한, 형상(geometry)의 변화에 따른 포텐셜에너지의 변화량 $\delta\pi$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta\pi = \frac{1}{2} \{U\}^T [\delta K] \{U\} + \{\delta U\}^T \{[K] \{U\} - \{f\} - \{U\}^T \{\delta f\}\} \quad (5)$$

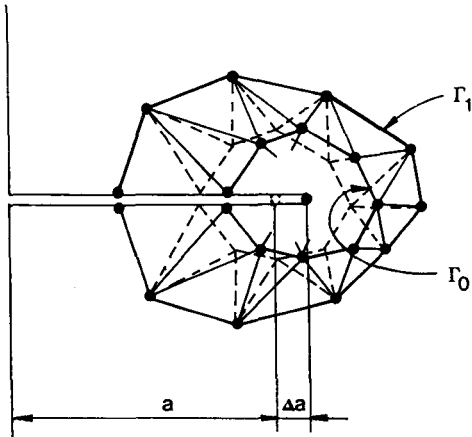


Fig. 3 Virtual crack extension in the direction of crack advance

여기서 변위는 평형상태의 해이므로 들뜸항의 괄호안은 0이 되고, 균열면이 하중을 받지 않는다면 셋째항도 0이되어 다음 식이 얻어진다.

$$\delta\pi = \frac{1}{2} \{U\}^T [\delta K] \{U\} \quad (6)$$

따라서 평면변형을조건하에서 에너지해방을 G 값은 다음과 같이 구한다.

$$G = -\frac{d\pi}{da} = -\frac{1}{2} \{U\}^T \left[\frac{\partial K}{\partial a} \right] \{U\} \quad (7)$$

윗식에서 $\partial K/\partial a$ 는 단위균열진전에 따른 강성행렬의 변화를 나타내며, 경로 τ_0 내의 모든 절점들만 미소거리 Δa 만큼 이동시킴으로서(Fig. 3) 균열진전의 효과를 얻을 수 있다. 이때 τ_0 내부와 τ_1 외부의 강성행렬은 변하지 않고 τ_0 와 τ_1 밴드내의 요소들의 K 값만 변화하므로 이 값만 계산하여 주면 된다. 따라서 이 방법에서는 균열길이 변화에 따른 에너지변화는 균열선단을 둘러싼 2개의 경로사이에 있는 요소들만에 의하여 구해지기 때문에 종래의 에너지해방율법⁽⁷⁾처럼 2번 반복계산을 하지 않아도 된다는 이점이 있다.

3. 상변태재료의 해석

3.1 2상재료의 해석

탄성계수가 서로 다른 2개의 재료가 결합된 2상 재료에 대한 파괴역학해석을 식(3)의 수정 J -적분식을 사용하여 시도하였다. Fig. 4는 본 해석에 사용된 기하학적 형상으로서 모델의 폭 (b)은 254

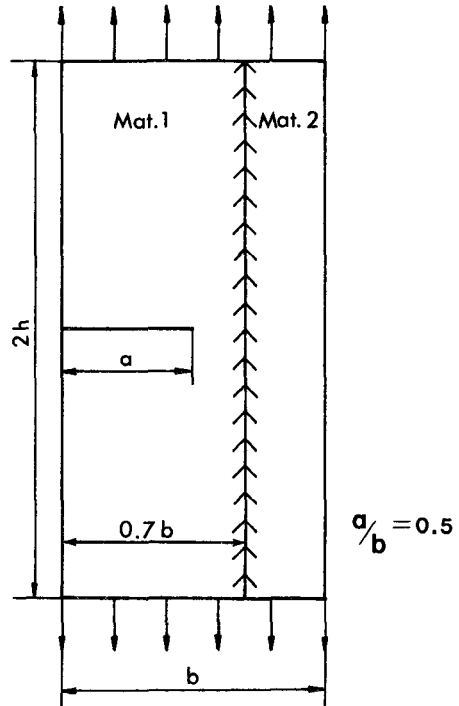


Fig. 4 Geometry of dual-phase material

mm, 높이 ($2h$)는 1016mm이며 균열길이(a)는 127 mm이다. 상경계는 형상의 좌변으로부터 $0.7b$ 인 곳에 수직으로 위치하고 있으며 1축인장력 0.704 kg/mm^2 가 작용하고 탄성계수의 비(E_2/E_1)는 0.9라고 가정하였다. 요소분할의 형태는 Fig. 5와 같으며 8절점 등매개요소(isoparametric element)와 균열선단용 4분의 1점요소(quarter point element)가 사용되었다.

Fig. 6은 변위외삽법(displacement extrapolation method)⁽⁷⁾을 이용한 K_I 계산과정을 도시한 것으로서 Mat. 1에서 계산되는 K 값과 Mat. 2에서 계산되는 K 값이 상경계에서 불연속임을 보여주고 있다. 따라서 K_I 값을 정의하는데 외삽조건의 문제가 생기게 된다.

이를 극복하기 위하여 변위와 응력을 계산한 후 Fig. 5에 도시한 바와 같은 3개의 경로를 잡아 에너지해방율을 계산하였다. contour A는 Mat. 1 내부에서 균열선단을 둘러싼 경로이고 contour B는 상경계만을 둘러싼 경로이며 contour C는 Mat. 1과 Mat. 2를 총괄하는 경로로서 각 경우의 에너지해방율값을 각각 G_A , G_B 및 G_C 라고 정의하였다.

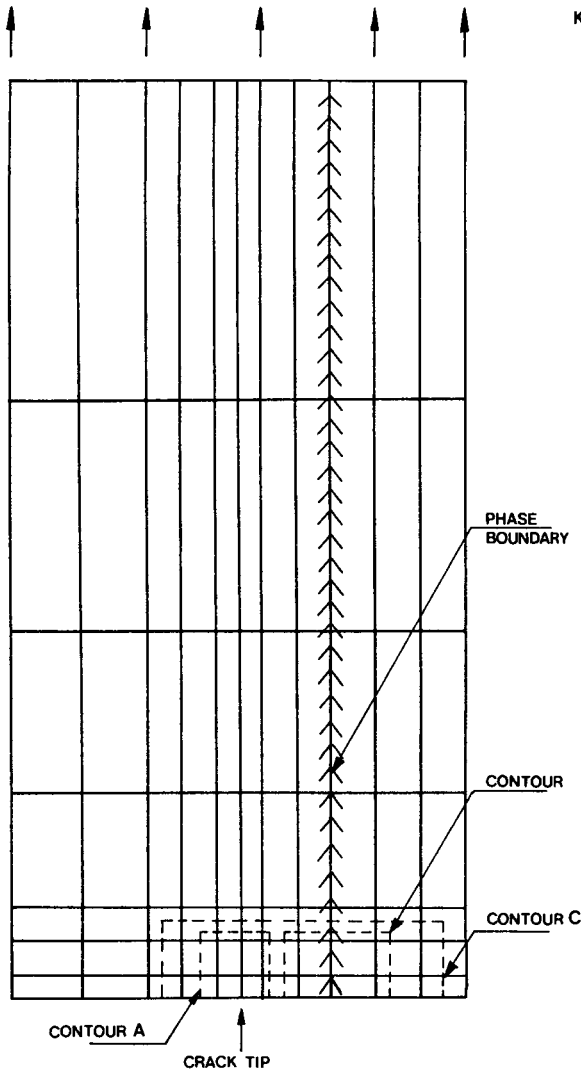


Fig. 5 Finite element model of dual-phase material

또한 경로의 길이에 따른 G 값의 변화를 알아보기 위하여 경로의 높이를 5가지(22, 41, 83, 159, 267 mm)의 경우로 잡아보았다. Fig. 7은 해석결과로서 G_A 는 경로의 높이가 증가하더라도 거의 일정하나 G_B 와 G_C 는 경로 높이의 증가와 함께 증가하고 있다. 여기서 식(3)을 이용하여 G_C 값에서 G_B 값을 뺀 G_{out} 값은 G_A 값과 같아야 하는데 실제 수치해석결과와 잘 일치하고 있다. 따라서 본 연구에서 제안한것처럼 가상균열진전법과 수정 J -적분식(3)을 함께 적용하면 2상재료에 존재하는 균열에 대하여 에너지해방율을 효과적으로 계산할 수 있

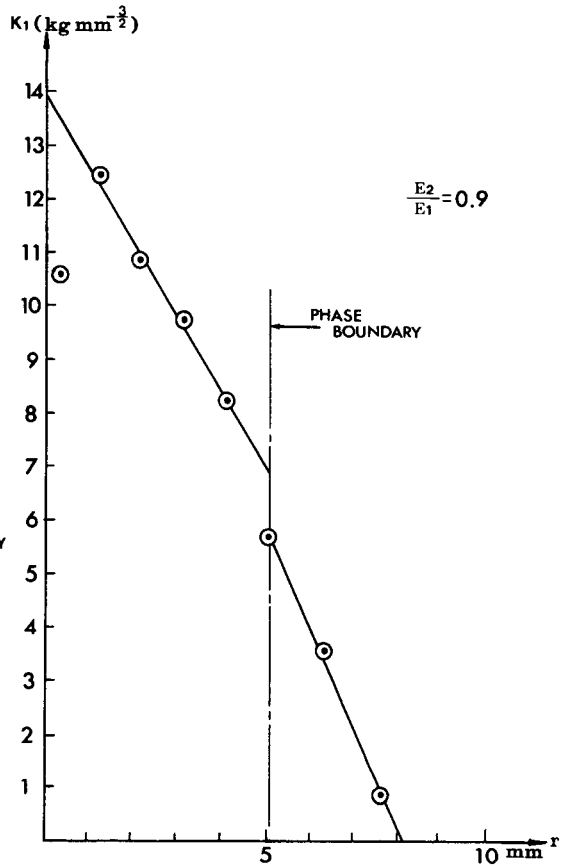


Fig. 6 Stress intensity factor evaluation by displacement extrapolation method

다.

3.2 다상재료의 해석

탄성계수가 다른 4개의 재료가 결합된 다상재료에 균열이 상경계에 직각으로 존재하는 경우에 대한 파괴역학해석을 식(3)을 확장하여 시도하였다. Fig. 8은 본 해석에 사용된 기하학적 형상으로 폭(b)과 높이(2h)는 모두 508mm이고 균열길이(a)는 76.2mm이다. 1축인장력 0.704kg/mm^2 가 작용하고 있으며 평면변형을 조건을 사용하였고 탄성계수의 비($E_2/E_1 = E_3/E_2 = E_4/E_3$)는 0.9로 가정하였다. 요소 분할의 형태는 Fig. 9와 같다. 여기서 contour A와 contour C의 정의는 앞절과 동일하나, 각각의 상경계만을 둘러싼 경로는 각각 contour B_1 , B_2 및 B_3 라고 정의하였다. 또한 경로 길이에 따른 G 값의 변화를 알아보기 위해 경로의

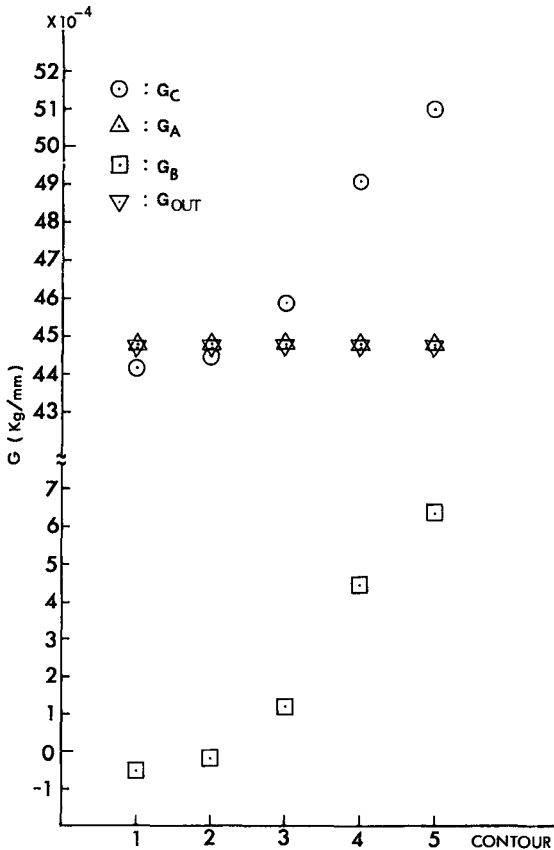


Fig. 7 Strain energy release evaluation for dual-phase material

높이를 3가지(41, 70, 127mm)로 변화시켜 보았다.

Fig. 10은 해석결과로서 경로 높이가 증가함에 따라 G_B 값과 G_c 값은 함께 증가하고 있다. 여기서 G_c 값에서 G_B 값들의 합을 뺀 G_{out} 값은 G_A 값과 거의 일치함을 보여주고 있다. 따라서 G_{out} 값은 경로에 무관하므로 다상재료에 존재하는 균열의 에너지해방률값이다.

4. 압력관의 해석

4.1 해석의 배경

CANDU(CANadian Duterium Uranium)형 원자로의 압력관(pressure tube)은 Fig. 11에서 보는 바와 같이 핵연료봉(fuel bundle)을 감싸고 있고 카란드리아관에 둘러싸여 있다. 이 압력관은 질코니움 합금으로 제작되며, 원자력발전소의 안전과

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_2}{E_3} = \frac{E_3}{E_4} = 0.9$$

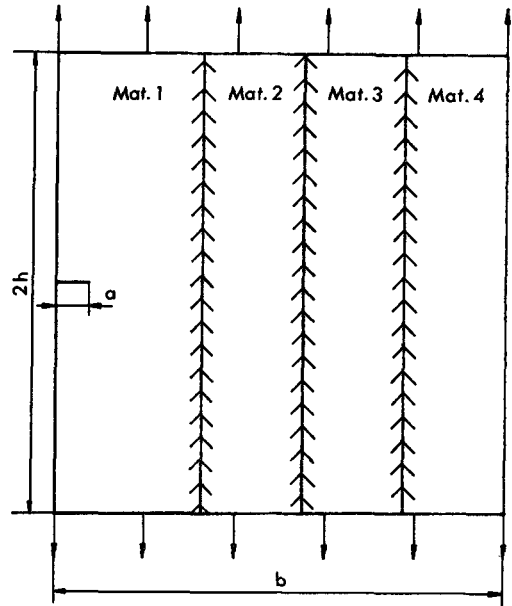


Fig. 8 Geometry of multi-phase material

직결되는 가장 중요한 부품으로서, 그 건전성은 고온, 고압상태에서 20년 이상 가동되어도 유지되도록 설계되어 있다.

1983년 캐나다 Pickering 발전소에서 압력관 파열사고가 발생하였다⁽⁸⁾. 사고원인은 압력관을 지지하는 스페이서가 원래의 설계위치에서 외각쪽으로 이동함에 따른 지나친 크리치짐 현상으로 300°C의 압력관과 65°C의 카란드리아관이 접촉하게 되고 이 부위에 hydride blister라 불리는 상변태 수소화물이 석출하였다. 이 석출물 주위에는 팽창의 차이로 인한 잔류응력이 발생하게 되었고 이로 인하여 미소균열이 생성되어 압력관 외각쪽으로 넓게 퍼져나갔다. 그러다가 2m 가량의 주균열로 순간적으로 성장하는 취성파괴사고가, 압력관에 부착된 각종 안전장치에 사전 감지되지 않은채 발생한 것이다.

압력관은 파단전누설(leak-before-break) 개념에 의해 설계되었는데, 누설현상없이 파단사고가 발생한 Pickering 사고는 압력관의 기본 설계개념을 근본적으로 재검토해보는 전기가 되었다. 압력관의 상변태 부위의 잔류응력분포는 이미 탄성학⁽⁹⁾ 및 탄소성학⁽¹⁰⁾적으로 저자들에 의해 보고된 바 있다. 즉, 수소화물의 농도분포, 형상 및 기계적성질이

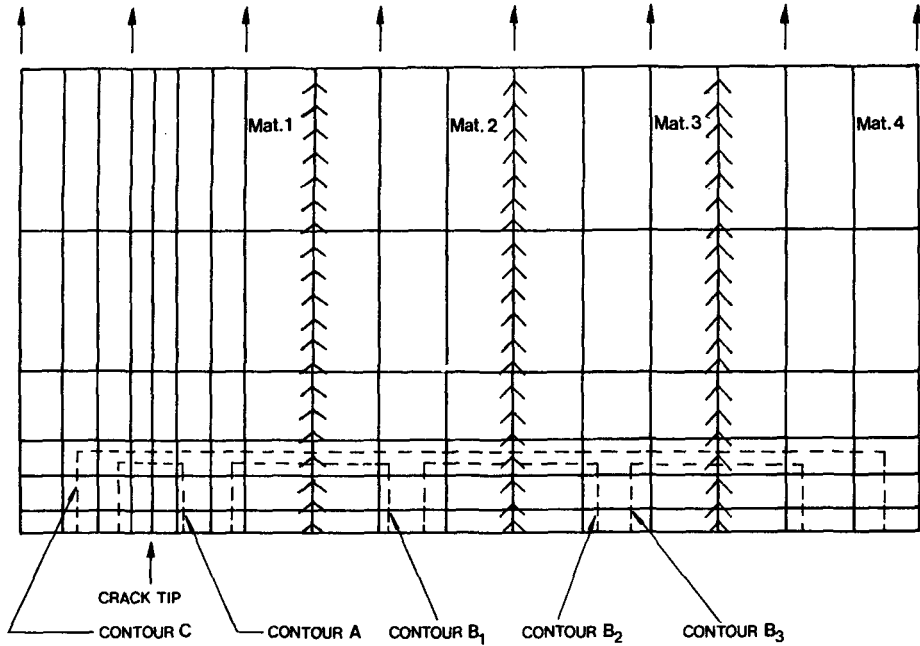


Fig. 9 Finite element model of multi-phase material

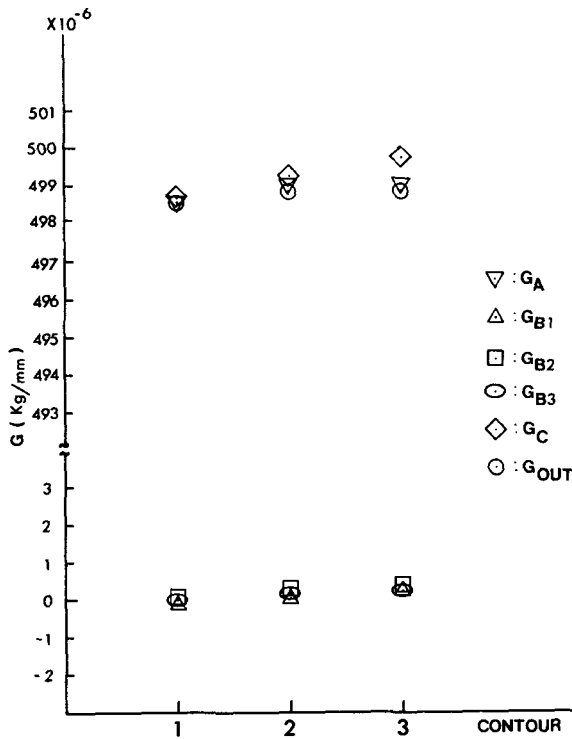


Fig. 10 Strain energy release evaluation for multi-phase material

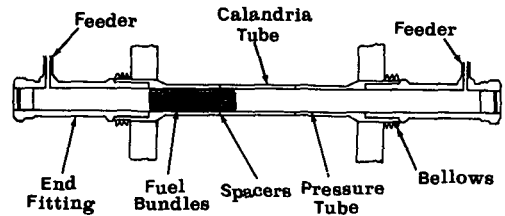


Fig. 11 Simplified description of a CANDU fuel channel

잔류응력에 미치는 영향을 검토하여 사고원인 규명에 도움을 준 바 있다. 여기서는 3장의 해석방법을 이용하여 수소화물이 생성된 부위에 균열이 존재할 경우의 파괴역학적 해석을 시도하였다.

4.2 해석 결과

압력관에 존재하는 균열해석은 3차원 모델을 사용하면 정확한 계산이 가능하겠으나 계산시간이 과다하게 요구됨으로 Fig. 12와 같은 평면변형률모형을 사용하였다. 국부적인 상변태를 일으킨 부위는 장경 2.1mm, 단경 1.3mm인 반타원형으로 가정하였다⁽⁸⁾. 상변태가 가장 심한 Mat. 1의 E 값은 실험 데이터⁽¹¹⁾로 부터 얻어진 6282.9kg/mm^2 을 사용하

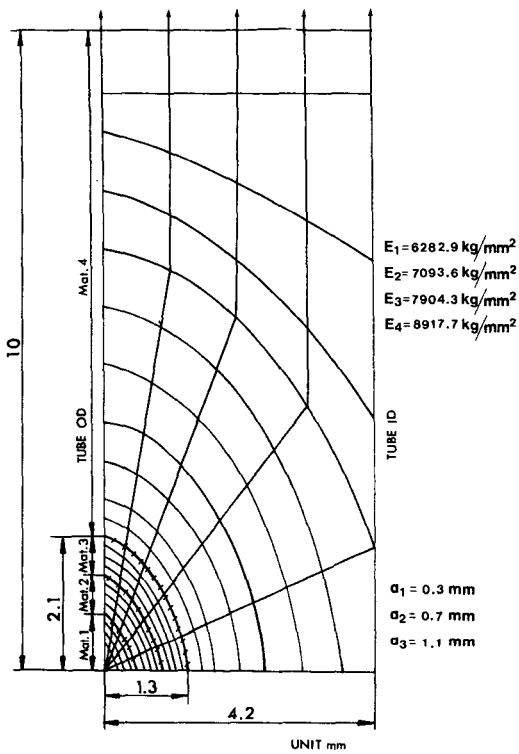


Fig. 12 Finite element model of pressure tube

였는데 이 값은 질코니움 모재의 E 값인 8917.7 kg/mm^2 보다 30% 작은 값이며, Mat. 2는 7093.6 kg/mm^2 , Mat. 3은 7904.3 kg/mm^2 을 E 값으로 사용하였다. 본 해석에서는 균열선단이 Mat. 1 내에 위치한 경우 ($a_1=0.3\text{mm}$), Mat. 2 내에 위치한 경우 ($a_2=0.7\text{mm}$) 그리고 Mat. 3 내에 위치한 경우 ($a_3=1.1\text{mm}$)에 대하여 계산하였다. 또한 비교목적으로 상변태를 고려하지 않은 경우에 대해서도 계산하였다.

Fig. 13은 계산결과를 도시한 것인데, 상변태를 수반한 경우의 G 값이 균질 (homogeneous) 한 모재의 경우보다 항상 크게 얻어졌다. 즉 균열선단이 Mat. 1 내에 위치한 경우에는 46%, Mat. 2 내에 위치한 경우에는 27% 그리고 Mat. 3 내에 위치한 경우에는 17% 증가하였다. 따라서 상변태가 발생하면 압력관의 안전 해석에 기준이 되는 임계균열깊이 (critical crack depth)는 훨씬 감소될 것이다.

한편 본 해석은 탄성적으로 잔류응력의 영향을 무시하고 계산한 것인데, 실제로 상변태가 발생하

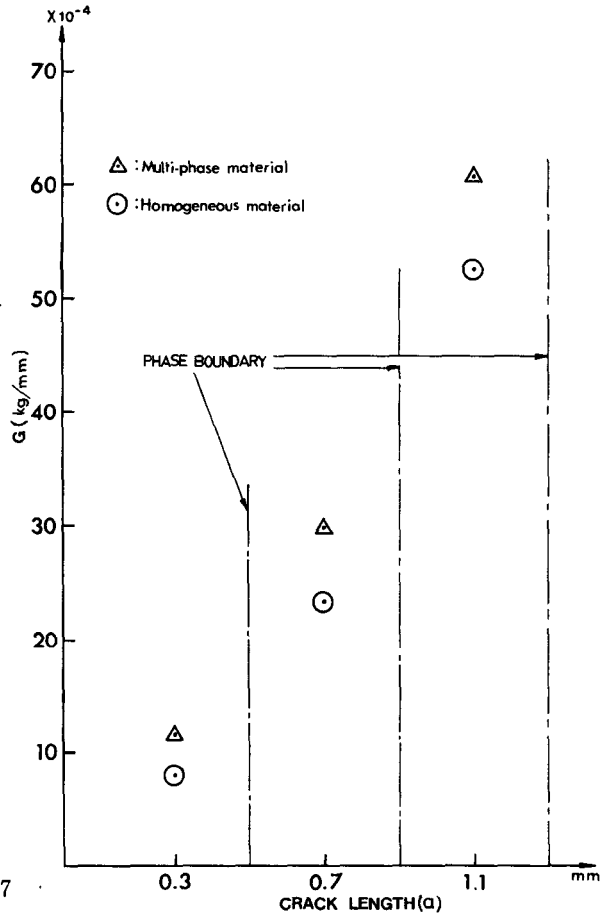


Fig. 13 Strain energy release evaluation for pressure tube

면 약 17%⁽⁸⁾라는 높은 체적팽창으로 인하여 주위에 잔류응력이 발생하게 되며, 이 영향을 고려하면 G 값은 더욱 증가하리라 기대된다. 이 문제는 앞으로 더욱 연구가 필요한 부분이라고 사료된다.

5. 결 론

상변태를 수반하는 재료에 대한 파괴역학적 해석을 유한요소법으로 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Miyamoto와 Kikuchi가 제시한 수정 J -적분식을 가상균열진전법과 연계하여 사용하면 상경계가 존재하는 재료에 대한 파괴역학적 해석을 효율적으로 수행할 수 있다.
- (2) 수정 J -적분식을 다상재료에 적용할 경우에는

균열선단과 모든 경로를 둘러싼 경로에서 구한 J 값에서 각각의 상경계에서의 J 값을 빼 줌으로써 계산할 수 있다.

(3) 국부적인 상변태가 발생한 원자로 압력관을 다상재료로 가정하여 에너지해방율을 구한 결과, 상변태가 일어나지 않는 경우보다 약 20% 이상 증가하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 연구비에 의해 수행되었으며 관계제위께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Shibata, M. and Ono, K., 1978, "Internal Stresses Due to an Oblate Spheroidal Inclusion: Misfit, Inhomogeneity and Plastic Deformation Effects", *Acta Metallurgica*, Vol. 26, pp. 921~932.
- (2) Thompson, R.D. and Hancock, J.W., 1984 "Stress and Strain Fields Around Inclusions in a Plastically Deforming Matrix", *Int. J. Fracture*, Vol. 24, pp. 209~228.
- (3) Rice, J.R., 1968, "A Path Independent Integral and Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", *J. of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 379~386.
- (4) Parks, D.M., 1974, "A Stiffness Derivative Finite Element Technique for Determination of Elastic Crack Tip Stress Intensity", *Int. J. Fracture*, Vol. 10, pp. 487~502.
- (5) Hellen, T.K., 1975, "On the Method of Virtual Crack Extensions", *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 9, pp. 187~208.
- (6) Miyamoto, H. and Kikuchi, M., 1980, "Evaluation of J for a Crack in Two-Phase Materials", *Numerical Methods in Fracture Mechanics*, Pineridge Press, pp. 359~370.
- (7) Wilson, W.K., 1978, "Finite Element Methods for Elastic Bodies Containing Cracks", *Mechanics of Fracture*, Vol. 1, Noordhoff, pp. 484~515.
- (8) Price, E.G., 1984, "Highlights of the Metallurgical Behavior of CANDU Pressure Tubes", AECL Report 8338, Atomic Energy of Canada Ltd.
- (9) Vanderglas, M.L. and Kim, Y.J., 1986, "Stresses Due to Volumetric Expansion of Zirconium Hydride Inclusions", *Int. J. Press. Ves. & Piping*, Vol. 22, pp. 177~196.
- (10) Kim, Y.J. and Vanderglas, M.L., 1988, "Elastic-Plastic Analysis of Hydride Blisters in Zircaloy-2 Pressure Tubes", *J. of Pressure Vessel Technology*, *Trans. of ASME*, Vol. 110, pp. 276~282.
- (11) Cheadle, B.A., 1975, "The Physical Properties of Zirconium Alloys", CRNL-1208, Chalk River Nuclear Lab. Report.