330 大韓機械學會論文集 第13卷 第3號, pp. 330~336, 1989.

〈論 文〉

上界解法에 의한 軸對稱 後方押出의 塑性變形 解析

韓 哲 虎*

(1989년 1월 7일 접수)

Analysis of Plastic Deformation through Axisymmetric Backward Extrusion Using Upper-Bound Method

Chul-Ho Han

Key Words: Backward Extrusion(후방압출), Plastic Deformation(소성변형), Upper-Bound Theory(상계이론), Kinematically Admissible Velocity Field(동적가용속도장)

Abstract

In analyzing the axisymmetric backward extrusion process a new method of analysis using upper-bound theorem is proposed in which the plastic zone and dead metal zone can be predicted. Experiments are carried out with commercial aluminum. The metal flow on the meridional plane has been visualized experimentally by using the gridded specimens. It is shown that the theoretical results both in extrusion load and deformation pattern are in good agreement with the experimental results and they can be used for effective punch and die design to consider various process parameters in axisymmetric backward extrusion.

기 호 설 명

a_i, b_j : 속도장과 연관된 최적화 계수
f_1, f_2 : 變形境界域을 표현하는 流線의 함수
J^* : 上界押出 에너지율
L : 외부 변형경계의 무차원화한 길이
m : 金型壁과 素材 사이의 마찰상수
r, θ, z : Fig. 1으로 표현된 원통좌표계
S, S_F : 속도불연속면과 마찰면의 면적
V : 소성역의 부피
V_0, V_f : 입출구의 속도
$\dot{W}_i$, $\dot{W}_s$, $\dot{W}_f$: 각각 소성변형시 소요되는 내부, 전단과 마찰변형 에너지율
Z_1, Z_2 : Fig. 1의 소성경계면 Γ_1과 Γ_2를 각각 표현한 함수형(z값)
$\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$: 소성변형역의 경계
ΔV : 속도불연속량
$\dot{\varepsilon}_{ij}$: 스트레인속도 텐서

* 正會員, 金烏工科大學 生産機械工學科

1. 서 론

후방압출공정은 높은 생산성과 노동력 절감 및 제품의 강도개선 등의 이점 때문에 중공형 호재, 식품보관용 캔, 총기류, 자동차 부품 등 각종의 관형상 및 캔형상을 갖는 기계부품의 제조공정으로 널리 이용되고 있다[1~3]. 이 공정에 관련된 연구는 2차 세계대전을 전후하여 미국, 독일 등을 중심으로 시작되었으며 연관된 여러 연구논문들이 발표된 바 있다[4~6].

후방압출시 소성변형역은 최종제품의 기계적 성질을 좌우하며, 공정의 성패를 결정하는 요소로서 설계시 압출하중의 예측보다 더욱 중요한 역할을 한다. 그러나, 이전 연구자들에 의해 발표된 대부분의 해석방법들[1~6,10,11]은 해석모형의 설정 및 속도장 구성 등의 제한조건 때문에 후방압출에 소요

되는 근사적 압출하중의 예측만 가능했으며 속도장 구성시 변형역의 경계가 상호구속되거나[1,2,11] 변형역이 직선 혹은 원호로 구성된 속도장들[1,3~6,10,11]이기 때문에 실제의 변형역을 예측하기에는 미흡하였다.

최근 응력과 변형도의 분포까지 예측할 수 있는 유한요소법(finite element method), 가중잔류항법(method of weighted residual) 등의 수치해석적 방법을 이용한 연구사례[7~9]가 발표되고 있으나, 이들 해석은 계산량이 방대하고 실제설계시는 공정변수가 변화함에 따라 매 경우 입력자료의 준비와 계산의 수렴성 보장에 난점이 있다. 또한 격자재구성이 필요하며 소성역의 예측을 위해서는 내삽(interpolation)을 요하기 때문에 대형컴퓨터로도 많은 시간이 걸리며 아직 실용화는 어려운 실정이다.

해석적 방법(analytic method)에 있어서는 전방압출의 경우 일반적 변형경계를 갖는 속도장의 해석이 저자 등에 의해 기 발표[12]된 바 있으나 후방압출의 경우는 일반화된 해석적 방법이 발표된 바 없다. 본 연구에서는 상계해법을 이용하여 축대칭 후방압출에 있어서 압출하중뿐 아니라 소성변형역의 형상 및 비유동영역(dead metal zone)까지 예측이 가능한 단순하고 체계적인 이론해석법을 제안하고 이에 대한 실험을 수행하여 확인해 보고자 한다.

2. 이론해석

2.1 소성변형역의 해석적 표현

Fig. 1(a)에서처럼 펀치가 $(V_f - V_0)$의 속도로 금형에 구속된 소재를 눌러 변형된 소재가 V_0의 속도로 펀치의 반대방향으로 압출되어 나오는 공정을 후방압출이라 한다.

이 공정의 경우 평면펀치의 하부에는 변형을 거의 하지 않고 정지상태로 있는 비유동 영역이 존재하게 되는 데 이 영역은 금속의 소성유동에 큰 영향을 주며 변형저항 및 공정결함의 원인이 된다. 정상상태의 후방압출시 실제의 소성변형은 Fig. 1에서처럼 비유동 영역의 하부 및 펀치와 금형 사이의 부분 즉 영역 Ⅱ에서 일어나게 되고 영역 Ⅰ은 변형전의 상태, 영역 Ⅲ은 변형 후의 상태를 나타내고 있다.

일반적인 소성변형역의 형상은 Fig. 1에서와 같이 Γ_1, Γ_2와 Γ_3의 경계면으로 구성되며 종래의 연구결과들[1,6,10]에서는 속도장 구성의 난점 때문에 이들 소성경계곡면들의 일부 또는 전부를 직선으로 가정하여 해석할 수밖에 없었다. 본 연구자등은 축대칭 후방압출공정의 속도장을 튜브형 유동과 내실유동모형의 두 갈래로 분류하여 두 모형의 상계해 비교논문[11]을 발표한 바 있다. 그러나 이 논문을

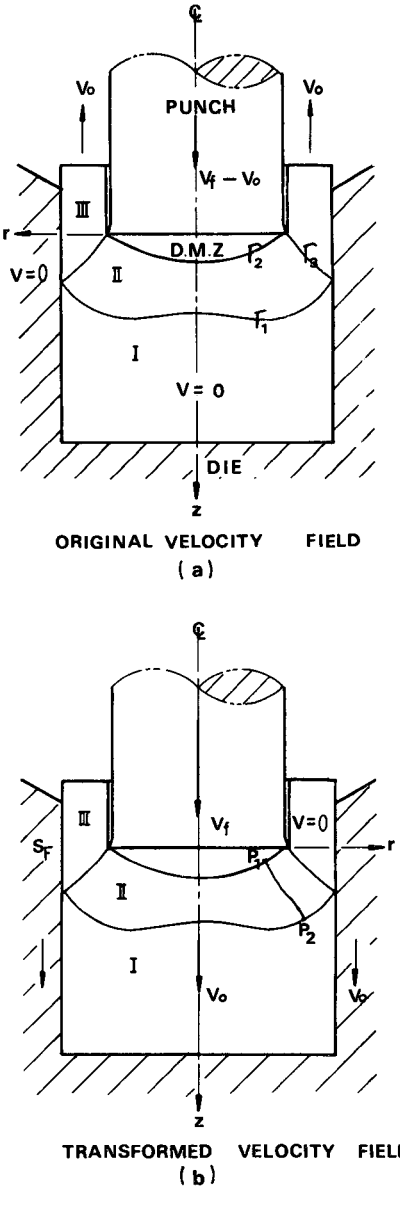


Fig. 1 Transformation of velocity field for axisymmetric backward extrusion

포함하여 현재까지의 연구결과들은 소성역에 대한 심한 근사화 또는 속도장 구성의 제약 등으로 인하여 소성역의 형상과 소성유동을 예측하기는 어렵다.

본 연구에서는 이와 같은 난점을 극복하고 보다 일반적인 소성변형역을 얻기 위하여 다음과 같이 Γ_1, Γ_2와 Γ_3을 일반적 함수형으로 표현하였다.

$$Z_1=F_1(r) \text{ on } \Gamma_1 \tag{1a}$$

$$Z_2=F_2(r) \text{ on } \Gamma_2 \tag{1b}$$

$$R=R(z) \text{ on } \Gamma_3 \tag{1c}$$

2.2 動的 可容速度場 및 上界解

해석상의 편의를 위해 압출되어 나오는 소재가 고정되도록 아래방향으로 상대속도 V_0를 주면 Fig. 1(a)의 속도장을 변환하여 Fig. 1(b)와 같은 등가의 속도장을 얻을 수 있다. 이 속도장을 고찰해 보면 영역 Ⅰ과 영역 Ⅱ간의 탄소성 경계면이 일반적 연속곡선 $R(z)$로 표현되고 입구에서의 속도가 $-V_0$, 출구에서의 속도가 $-V_f$인 전방압출의 속도장과 일치한다는 것을 알 수 있다.

이 속도장에서 두 점 P_1과 P_2를 지나는 임의의 유선을 η로 표현하면 앞에서 정의한 소성변형역의 양 경계면 Γ_1과 Γ_2는 η의 함수 즉 $f_1(\eta)$와 $f_2(\eta)$로 표현 가능하다. 이들 함수를 일반적인 다항식으로 나타내면 다음과 같다.

$$f_1(\eta)=\sum_{i=0} a_i\eta^i \tag{2a}$$

$$f_2(\eta)=\sum_{j=0} b_j\eta^j \tag{2b}$$

한편 탄소성 경계면 Γ_3의 표현식 $R(z)$는 입출구에서 급격한 소성변형이 일어나지 않고 부드러운 연속변형을 하도록 기울기를 0(zero)으로 하는 일반다항식으로 표현될 수 있으며 본 연구에서는 해석의 편의상 이들 함수 중 최저차인 다음과 같은 3차의 다항식을 선정하였다.

$$R(z)=-\frac{1-\lambda}{L}(2z^3-3z^2L)+\lambda \tag{3}$$

여기서 L은 Γ_3 경계곡면의 z 방향의 길이이며, λ는 펀치의 반경을 의미하고, 식 (3)의 모든 값은 소재반경을 1로 하였을 때의 무차원량이다. 이 식은 입출구에서 다음 경계조건을 만족한다.

$$R(z)=\lambda \qquad \text{at } z=0 \tag{4a}$$

$$R(z)=1 \qquad \text{at } z=L \tag{4b}$$

유선 η의 Γ_1과 Γ_2상의 기울기가 0이 되도록 하는 유선의 r좌표는 식 (4)의 경계조건을 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 즉 유선의 식은

$$r(\eta,\ z)=\eta G_1(\eta)[2z^3-3z^2G_3(\eta)+6zG_4(\eta)]+\eta\lambda-\eta G_1(\eta)\,G_2(\eta) \tag{5}$$

이며 여기서

$$G_1(\eta)=-\frac{1-\lambda}{(f_1-f_2)^3},\quad G_2(\eta)=3f_2^2f_1-f_2^3$$

$$G_3(\eta)=f_1+f_2,\quad G_4(\eta)=f_1f_2$$

이다. 축대칭의 경우 비압축성 조건식은

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_r)+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0 \tag{6}$$

이고 Fig. 1(b)의 속도장에서 Γ_1과 Γ_2면 상의 속도 경계조건은 다음과 같다.

$$V_r|_{\Gamma_1}=0,\quad V_z|_{\Gamma_1}=-V_0 \tag{7a}$$

$$V_r|_{\Gamma_2}=0,\quad V_z|_{\Gamma_2}=-V_f \tag{7b}$$

식 (6)과 식 (7)을 만족하는 속도장은 식 (4)와 유선의 성질을 이용하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$V_r=\frac{\eta V_0}{r}\frac{H(\eta,z)}{G(\eta,z)} \tag{8a}$$

$$V_z=-\frac{1}{r}\frac{\eta V_0}{G(\eta,z)} \tag{8b}$$

$$V_\theta=0 \tag{8c}$$

여기서

$$G(\eta,z)=(G_1+\eta G_1')(2z^3-3z^2G_3+6zG_4)-\eta G_1(3z^2G_3'+6zG_4')+\lambda-G_1G_2-\eta G_1'G_2-\eta G_1G_2'$$

$$H(\eta,z)=-\eta G_1(6z^2-6zG_3+6G_4)$$

식 (8)의 속도장으로부터 스트레인속도는 다음 관계로 쉽게 얻어진다.

$$\dot\varepsilon_r=\frac{\partial V_r}{\partial r},\quad \dot\varepsilon_\theta=\frac{V_r}{r},\quad \dot\varepsilon_z=\frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$\dot\varepsilon_{rz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_r}{\partial z}+\frac{\partial V_z}{\partial r}\right),\quad \dot\varepsilon_{r\theta}=\dot\varepsilon_{\theta z}=0 \tag{9}$$

상계이론은 결국 식 (8)의 가용속도장 중에서 다음의 에너지율을 최소화하는 문제로 정리가 가능하다[1].

$$J^*=\dot W_i+\dot W_s+\dot W_f=\int_V\sigma\varepsilon dV+\int_S\tau\Delta VdS+\int_{S_F}\tau\Delta VdS \tag{10}$$

식 (10)의 에너지율은 주어진 단면감소율, 윤활조건, 재료의 성질에 대해 $f_1(\eta)$, $f_2(\eta)$와 L의 함수로 표현되며, J^*를 최소화하였을 때의 이 함수들을 구하면 비유동영역 및 소성변형역의 형상을 얻을 수 있다.

3. 수치계산 및 실험

수치계산은 식 (2)의 $f_1(\eta)$와 $f_2(\eta)$를 다음과 같이 변형역의 축대칭 특성과 축중심에서의 연속성을 갖는 4차의 다항식으로 선정하여 계산하였다.

$$f_1(\eta)=a_1\eta^4+a_2\eta^3+a_3\eta^2-(a_1+a_2+a_3) \tag{11a}$$

$$f_2(\eta)=b_1\eta^4+b_2\eta^3+b_3\eta^2+b_4 \tag{11b}$$

이 함수는 변형경계곡면의 경계조건과 축대칭조건을 만족하고 있다. 계산에서 사용한 식 (10)의 최소화 방법은 Flexible Polyhedron Method[13]를 사용하였으며 단면감소율이 16%, 25%, 36%, 40%, 49%, 64%, 80%, 81%인 후방압출공정에 대해 수행하였다. 압출소재의 유동응력은 상용 알루미늄(Al2024)을 변형도 0.9까지 압축시험하여 얻은 다음과 같은 관계식을 사용하였다.

$$\sigma=32.7\varepsilon^{0.196}(\text{kgf/mm}^2) \tag{12}$$

압출실험은 100ton 용량의 만능시험기(Shimadz Co. UEH-100)에 실험용으로 설계제작한 금형형조 및 펀치를 장착하여 실시하였다. 실험시 금형벽면과 소재 사이의 윤활은 MoS_2(10% wt.)+Grease를 윤활제로 사용하였으며, 링압축시험결과 $m=0.12$를 얻었다. 압출실험 중 하중과 변위는 만능시험기에 부착된 하중계와 변위계를 사용하여 측정하였다.

압출시의 소성유동형상을 실험적으로 확인하기 위하여 소재의 종단면에 일정격자 (1.0mm×1.0 mm)를 그리딩한 분할시편을 사용한 압출실험을 수행하였다. 압출속도는 낮게 하여 변형도율의 효과가 무시될 수 있도록 하였다.

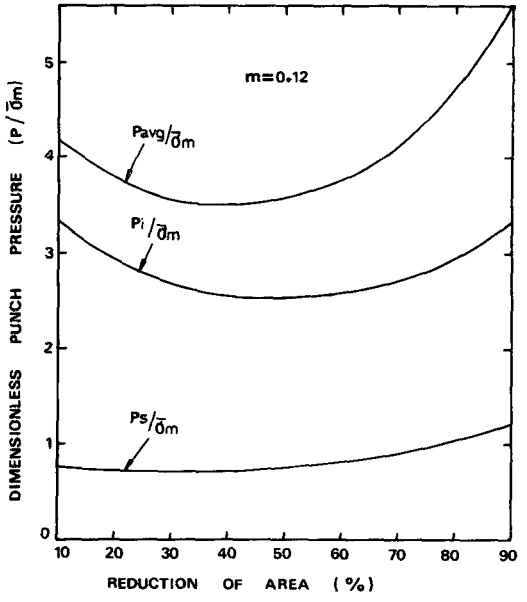


Fig. 2 Effects of area reduction on the extrusion pressure

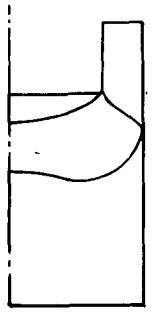
4. 결과 및 토론

Fig. 2는 마찰상수가 일정할 때 단면감소율의 변화에 따른 무차원 압출압력의 변화를 나타낸다. 여기서 P_i는 Fig. 1의 영역 I에서의 내부변형에너지율, P_s는 경계면 Γ_3에서의 전단변형에너지율, P_{avg}는 P_i와 P_s에 금형과 소재 사이의 마찰에 의한 소요에너지율 P_f를 합한 전에너지율에 의한 압력항이며 σ_m은 재료의 가공경화를 고려한 평균유효응력을 의미한다. 어느 단면감소율에서도 내부변형이 전단에 의한 변형보다 펀치압력에 있어서 큰 비중을 차지한다는 것을 알 수 있고 무차원 평균펀

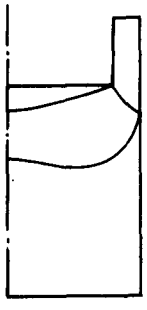
Table 1 Comparison of extrusion loads between theoretical prediction and experimental results

R.A.(%)	Theory			Experiment	Difference (%)
	σ_m (kgf/mm²)	P_{avg}/σ_m	Load (ton)	Load (ton)	
36	36.3	3.45	31.9	30.0	6.0
49	34.5	3.46	41.3	40.1	2.9
64	32.7	3.74	55.2	54.0	2.2
81	29.3	4.53	76.0	76.1	0.1

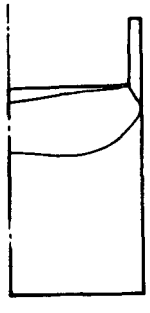
Billet diameter : 30mm, Friction factor : $m=0.12$



R.A. = 49%

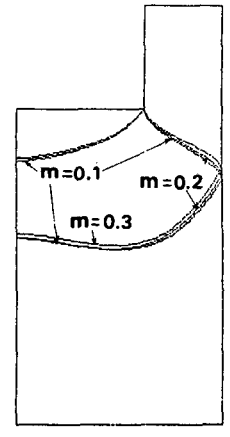


R.A. = 64%

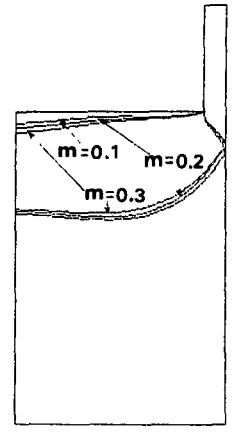


R.A. = 81%

Fig. 3 Influence of area reduction on the deformation zone

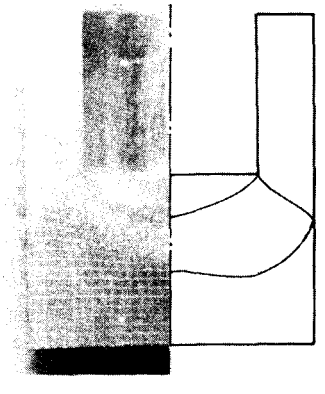


R.A. = 40%



R.A. = 80%

Fig. 4 Effects of friction factor on the deformation zone



EXPERIMENT THEORY(m=0.12)

Fig. 5 Comparison of deformation zone between theory and experiment for low area reduction (R.A.=36%)

치압력은 단면감소율이 35% 근방에서 최소값을 갖는다. Table 1에는 상용알루미늄에 대해 압출실험결과와 이론해석결과의 압출하중이 비교되어 있다. 각 단면감소율에 대한 이론예측은 실험결과와 경향 및 크기에 있어 잘 일치하고 있다.

Fig. 3은 단면감소율이 변함에 따라 변형역 및 비유동영역의 형상이 어떻게 변화하는지를 보여준다. 그림은 마찰상수가 일정($m=0.2$)할 때 주어진 단면감소율에 대해 식 (10)의 압출소요에너지율 J^*를 최소로 하는 변형형상이며 IBM PC를 이용

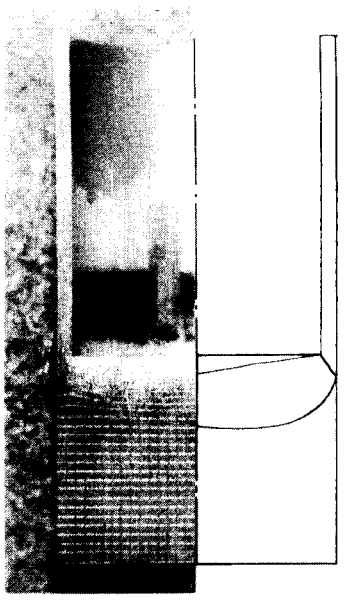


Fig. 6 Comparison of deformation zone between theory and experiment for high area reduction (R.A.=81%)

하여 이론해석 결과를 그린 것이다. 그림에서 보듯이 펀치하부에 비유동영역이 존재하며 다른 공정조건이 같을 경우 단면감소율이 증가하면 비유동영역은 점차 작아지고 있다. 실제의 후방압출 공정에서는 제품의 펀치접촉면이 평면을 유지할 필요가 없을 때 비유동영역을 제거하기 위하여 평저펀치하부에 원추형 등의 형상을 주게 되는 경우가 많다. 이때 위 결과는 동일펀치경이라 하더라도 단면감소율이 큰 제품을 성형하기 위해서는 펀치의 형상부 높이가 작아지는 것이 좋음을 시사하고 있다.

금형벽면과 소재 사이의 윤활조건이 변화하면 소성변형역의 형상이 바뀌게 되는데 그 영향이 Fig. 4에 나타나 있다. 낮은 단면감소율(R.A.=40%)에서는 마찰상수가 커지면 비유동영역의 깊이와 소성역의 깊이가 작아지고 전단변형면이 상향되는 경향을 띠고 있다. 단면감소율이 높은 경우(R.A.=80%) 마찰상수가 커지면 소성역의 깊이는 낮아지나 비유동역의 깊이는 낮은 단면감소율에서와는 달리 커지는 양상을 보이고 있으며 윤활조건의 변화가 소성유동에 상당한 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

변형가시화 실험을 한 결과들이 그리드 변형상태를 단면감소율이 낮은 경우와 높은 경우에 대해 Fig. 5와 Fig. 6에 사진으로 예시되어 있다. 사진 우측에는 마찰상수 m을 0.12로 했을 때의 이론결과가 비교되어 있다. 이론결과에 의해 예측된대로 낮은 단면감소율에서는 상대적인 비유동영역의 크기가 높은 단면감소율에 비해 크다는 것을 알 수 있다. 실험결과를 보면 전반적으로 비유동영역과 소성변형역의 크기 및 형상이 이론결과와 비교적 잘 일치하고 있다.

5. 결 론

(1) 축대칭 후방압출시 소성변형의 특성을 고려할 수 있는 새로운 이론해석법을 제안하였다.

(2) 제안된 해석법은 압출하중을 보다 정확하게 예측할 뿐 아니라 변형중금속의 소성변형역 및 비유동역의 예측도 가능하다.

(3) 비유동역의 형상을 예측할 수 있는 체계적인 이론해석법을 개발함으로서 후방압출의 펀치형상부 설계에 효율적 사용이 가능하다.

(4) 상계이론 해석결과는 압출하중 및 소성변형에 있어 실제실험결과와 잘 일치한다.

(5) 단면감소율과 윤활상태는 소성유동에 큰 영향을 미친다.

후 기

이 연구는 1986년도 후반기 한국과학재단의 연구지원으로 수행되었으며 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

(1) Avizur, B., 1968, "Metal Forming Process and Analysis", McGraw-Hill, New York.

(2) Nagpal, V., 1974, "General Kinematically Admissible Velocity Field for Some Axisymmetric Problems", Jnal. Eng. for Industry, Trans. ASME, Vol. 96, pp. 1197~1201.

(3) Ragab, A.R. and Duncan, J.L., 1973, "Rate Dependent Transient Extrusion", Int. J. Mech. Sci., Vol. 17, No. 2, pp. 125~137.

(4) Han, C.H., 1980, "Analysis of Backward Extrusion of Three-Dimensional Shapes", KAIST, Master Thesis.

(5) Yang, D.Y. and Han, C.H., "Backward Extrusion of Internally Shaped Tubes from Round Billets", 1984, Jnal. Eng. for Industry, Trans. ASME Ser. B, Vol. 106, pp. 143~194.

(6) 김종규, "후방압출공정의 해석", 1977, 석사학위논문, 한국과학기술원.

(7) Lange, K. and Roll, 1979, "An Approximation Method for Calculation of Forming Operations", Annals of CIRP, Vol. 27, pp. 142~150.

(8) Mori, K., 1984, "Analysis of Metal Forming Process by Finite Element Method for Comprsssible Rigid-Plastic Materials", Ph. D. dissertation, Kyoto University.

(9) Kato, T. and Nakanishi, K., 1988, "Thermal Analysis for Forward-Backwaed Cold Extrusion", Jnal. JSTP, Vol. 29, No. 330, pp. 718~724.

(10) Prakash, R. and Juneja, 1977, "An Upper-Bound Analysis of Steady State Piercing Extrusion of Polygonal Tubes", Jnal. Eng. Prod., Vol. 1, pp. 47~57.

(11) 한철호 외 2인, 1980, "축대칭 후방압출에 있어서 내실유동모형과 튜브형 유동모형간의 상계해 비교", 대한기계학회논문집, 제 4 권, 제 4 호, pp. 160~164.

(12) Yang, D. H., Han, C.H. and Lee, B.C, 1985, "The Use of Generalised Deformation Boundaries for the Analysis of Axisymmetric Extrusion through Curved Dies", Int. J. Mech. Sci., Vol. 27, No. 10, pp. 653~663.

(13) Himmelbrau, D.M., 1972, "Applied Nonlinear Programming", McGraw-Hill, New York.