

<論 文>

한국종의 진동 특성에 관한 연구(I)

이장무* · 전성하** · 김석현*** · 염영하*

(1989년 4월 4일 접수)

A Study on the Vibrational Characteristics of Korean Bells(I)

J.M. Lee, S.H. Cheon, S.H. Kim and Y.H. Yum

Key Words : Korean Bell(한국종), Asymmetry(비대칭), Vibration(진동), Beat(울림), Modal Testing(모우드시험)

Abstract

A slight asymmetry exists in Korean beslls due to decorative sculptures, carved figures and casting irregularities. In this study, the influence of the asymmetry on the bell's best frequencies and mode shapes is studied by using finite element method and modal testing. Aslo measurement techniques of nodal lines and damping ratios of bells with very small beat frequencies are discussed.

1. 서 론

신라시대 이래로 구조되어온 한국종은 독특한 형태와 아름다운 소리로 널리 알려져 있으며 최근에 이의 과학적 설계 및 제작을 통한 아름다움의 재현을 위하여 많은 연구가 수행되어왔다⁽¹⁾.

외국의 경우 종형구조물의 진동 및 음향특성에 대하여 Rayleigh⁽⁶⁾ 이후 Perrin, Charnley 등의 서양종에 관한 연구와^(7,8) Aoki, Komatsuzawa의 일본종에 관한 연구가⁽⁹⁾ 수행된 바 있다. 전자의 경우 군론(group theory)에 의거하여, 셸이 축에 대하여 미세한 비대칭성을 가질때, 축대칭군(axisymmetric group)의 진동모우드 분리현상으로 울림이 발생함을 설명하였고 이를 제거시킴으로써 음의 교정을 시도하였다. 후자의 경우는 부가 질량이 울림에 주는 영향을 실험적으로 규명하여 울림

수 조절에 응용하였다.

한국종소리의 아름다움은 맑은소리, 뚜렷한 울림과 음의 오랜 지속시간으로 나타난다. 이러한 특성을 결정하는 주인자로는 진동모우드와 주파수 내역 및 감쇠특성 등이 있다. 이들은 종의 크기와 형상, 비대칭요소들의 배치 형태 및 타격점의 위치, 재질의 기계적 특성과 화학적 성분의 구성비 및 주조시의 냉각조건 등에 따라 결정된다. 또한 음통과 명동이란 보조적 장치도 음향학적인 측면에서 음질향상에 기여한다. 따라서 관련된 모우드 변수를 설계 단계에서 예측하고 제작후 음의 교정을 위한 수치 및 실험적 연구가 요구된다. 이와 관련하여 본 연구에서는 수치 시뮬레이션을 통하여 설계단계에서 종의 지배적인 진동모우드와 고유진동수를 예측하고 종래의 연구에서 다루었던 비대칭요소의 질량효과뿐만 아니라 강성효과까지도 복합적으로 고려하여 실제종에 근사시켜 해석함으로써 제작후 울림수 교정에 직접적인 정보를 제공할 수 있도록 하였다. 이를 위하여 유한요소해석과 모우드 시험을 단계적으로 수행하여 그 결과를 비교 검토하였다. 또한 1 Hz 미만의 작은 울림수를 갖는 비대칭 대형종의

*정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

**서울대학교 대학원

***정회원, 강원대학교 공과대학 기계공학과

절선위치와 모우드 감쇠비를 스피커 가진 방식을 통하여 정확히 측정함으로써 종의 설계와 음의 교정에 응용할 수 있도록 하였다.

2. 한국종의 제원

전통적인 한국종의 형상과 각 부위의 명칭은 Fig. 1에 표시한 바와 같다. 본연구에서는 크기,

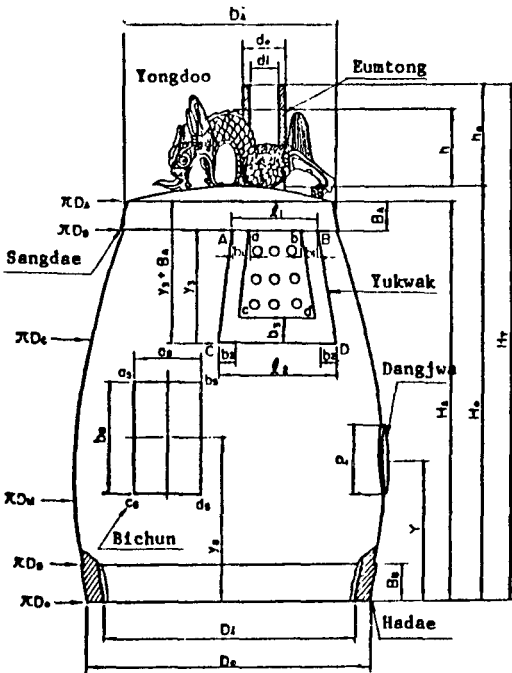
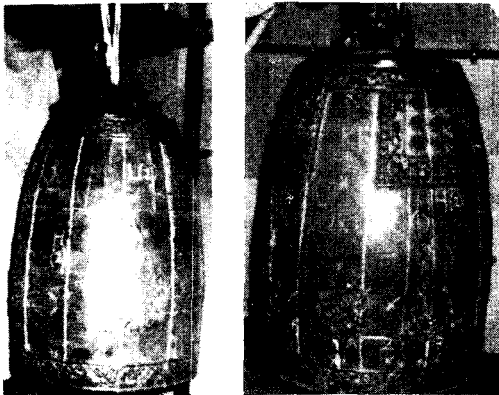


Fig. 1 Traditional Korean bell



(a) #1 (b) #2
Fig. 2 Actual bell model 1 and 2

두께 그리고 문양 및 조각등 비대칭 요소의 배치가 다른 3가지의 모형종을 대상으로 이들 비대칭요소가 한국종의 진동특성에 미치는 영향을 연구하였다. 한국종은 축대칭 형상의 서양종과는 달리 이들 비대칭요소에 의하여 특유의 울림진동을 가지며 타격점인 당좌의 위치에 따라서 울림진동의 특성이 결정된다.

Fig. 2는 모형종 1, 2를 보이고 있다. 모형종은 1은 각각 2개의 당좌와 비천상, 4개의 유곽 및 용두와 음통을 갖는 보신각 새 종의 1/5축소모형이고, 모형 2는 전통적인 한국종으로 2개의 당좌와 4개의 보살상, 유곽 및 용두와 음통을 갖는데 전반적인 두께가 모형종 1보다 얇다. 모형종 3은 모형종 2와 같이 셀 두께가 얇으나 하대부분이 더 두꺼운 점이 다르다. 주요부분의 치수와 재질의 화학적 성분 및 기계적 특성은 Table 1, 2 및 3과 같다.

Table 1 Dimension of the model bells in mm (t_{min} : minimum shell thickness)

Model	1	2	3
Dimension			
D_o	437	430	448
D_i	362	400	376
H	610	612	608
H_T	766	760	753
Y	183	166	148
t_{min}	17.8	8	11

Table 2 Chemical compositions of the model bells

Components	Cu	Sn	Fe	Pb	Nt	Zn
Weight percentage	81.1	18.7	0.1	0.07	0.0023	0.013

Table 3 Mechanical properties of the model bells

Young's modulus	Poisson's ratio	Mass density
$9.074 \times 10^{10} N/m^2$	0.34	$8.8 \times 10^3 kg/m^3$

3. 유한요소해석

종의 음질은 셀구조의 진동특성에 의하여 대부분 결정된다. 따라서 음질을 결정하는 주 인자인 고유진동수와 모우드, 울림수, 모우드 감쇠비 및 최적

타격 위치의 선정에 본 연구의 방향을 설정하였다.

구조 진동해석을 위하여 범용 유한요소해석 프로그램인 SAP VI를 이용하였다. 본 연구에서는 셀의 비대칭에 의한 울림을 중요한 해석과제로 설정하였으므로 축대칭 셀 해석에 많이 쓰이는 링요소에 의한 모델링은 부적합하였다.

따라서, 삼각형 및 사각형의 얇은 평판/셀요소, 보요소와 집중질량으로 모델링함으로써 300개 정도의 절점을 사용하였다. Fig. 3에서와 같이 용두는 이상화된 보요소로, 조각 및 문양은 해당 부분의 평판요소의 두께를 균일하게 증가시켜 모델링하였다. 특히 원주방향으로의 불균등한 요소분할은 유한요소 해석의 과정에서 비대칭성을 가져와 실존하지 않는 울림수가 계산되므로 모델링에서 주의할 점이다.

부가질량 및 강성효과는 해당 요소의 강성과 비중 및 두께를 조정하여 단계적으로 검토하였다. 음의 특성을 결정하는 진동 모우드들(m, n)으로 표시하고 (m : 자오절선의 수, n : 원주절선 수), 이 중에서 오래 지속되어 종소리에 가장 큰 영향을 주는 (4,0)과 (6,0) 모우드에 대한 계산 결과를 Table 4에 표시하였다. 계산 결과로부터 하대부분의 두께가 고유진동수의 증가에 큰 영향을 주며,

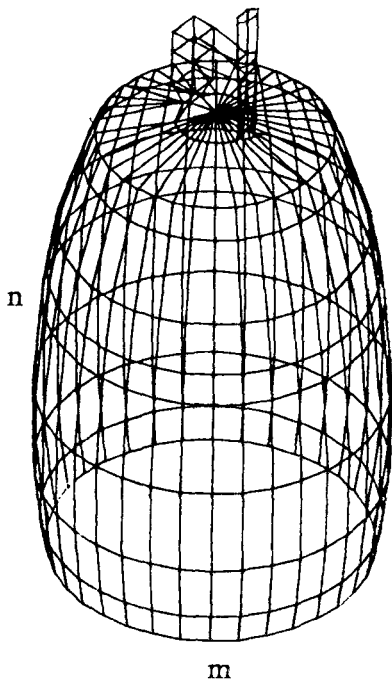
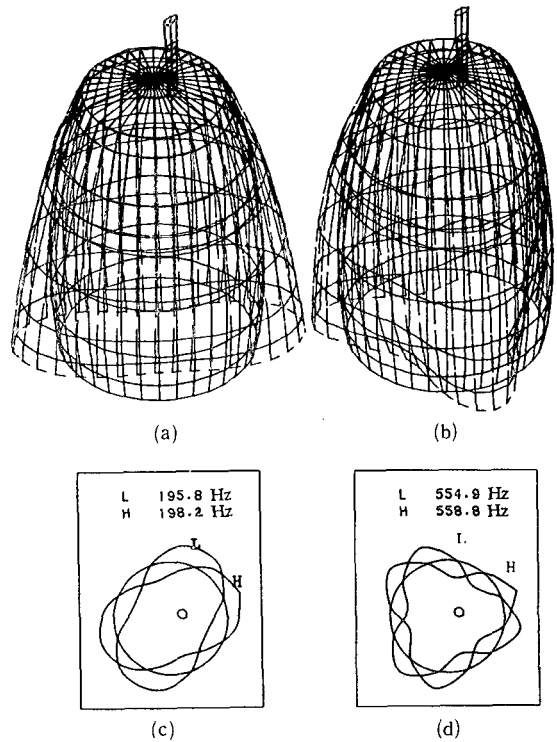


Fig. 3 Finite element model of model bell

Table 4 Numerical natural frequencies and beat frequencies of model 1, 2 and 3 in Hz. (L: H and B; low, high modes of doublet and beat frequencies)

Model \ Mode	1	2	3	
(4, 0)	L	280.7	195.8	246.2
	H	281.1	198.1	246.8
	B	0.4	2.3	0.6
(6, 0)	L	759.4	554.9	671.0
	H	760.7	558.8	672.6
	B	1.3	3.9	1.6

비대칭성이 큰 모형중 2의 울림수가 모형중 1,3보다 크게 나타남을 확인할 수가 있었다. 대표적인 예로서 모형중 2의 1,2차 모우드와 각각의 고저차 모우드의 분리형을 Fig. 4에 표시하였다.



(a) (4,0) mode
 (b) (6,0) mode
 (c) low and high doublet of (4,0) mode
 (d) low and high doublet of (6,0) mode

Fig. 4 (4,0) and (6,0) model shapes of model 2

한편, 고유진동수나 모우드뿐만 아니라 설계단계에서 울림수를 예측하고 비대칭요소의 질량 및 강성을 변경시켜서 절선의 위치를 최적이 되게하여 종의 울림을 뚜렷하게하고 화음이 우수하게 하는 것이 중요한 문제가 된다. 이에 관련하여 울림의 원인이 되는 여러 비대칭요소들을 단계적으로 부가 또는 제거시켜 모델링함으로써 당좌, 용두, 보살의 위치 및 크기에 따른 진동 모우드의 분리현상을 유한요소 해석을 통하여 검토하였다.

Table 5는 조각 및 문양등의 비대칭요소가 가장 큰 모형중 2를 대상으로, 부가질량 및 부가강성이 진동특성에 미치는 독립적, 복합적인 영향을 검토한 수치 시뮬레이션의 제단계를 보여준다.

Fig. 5는 당좌의 비대칭 효과를 해석한 Table 5의 #1~#6의 결과이다. (a)는 완전 축대칭 기본셀로서 고저 모우드쌍(L, H)이 동일한 진동수를 가지게 된다. 또한, (d)에서와 같이 당좌의 질량효과만을 고려할 때는 당좌의 위치가 H-모우드의 절선상에 위치함과 동시에 L-모우드의 배와 일치하고 있어 Rayleigh의 해석과 동일하게 나타나고 있다. 그

러나 (e)에서와 같이 강성 효과만을 고려할 때는 반대의 현상이 나타난다. 한편, (b), (c), (f)의 경우 실제의 당좌와 유사하게 두께를 변화시키면 두 효과가 중첩되는데, (b), (c)의 경우는 강성효과가, (f)의 경우는 질량효과가 더 크게 나타나고 있다. 이는 기본적인 셀 변형이론의 관점에서도 적합한 결과로 보이며, 당좌의 설계시 충분히 고려해야 할 문제이다.

이 결과로부터 (b), (c)의 울림수를 증가시키기 위하여 H 모우드의 배부분의 강성을 증가시키거나, L 모우드의 배위치에 질량을 부과하는 방법을 생각할 수가 있다. 역으로 울림수를 감소시키기 위해서는 L 모우드 배위치에 강성을 증가시키거나 H 모우드의 배상에 질량을 부과하여야 한다.

한편, Fig. 6은 #7~#14에 해당하는 기타 비대칭요소들의 영향을 보이고 있다. Fig. 6(a)의 완전한 상태에서 용두를 제거한 (b)의 경우 진동수나 모우드의 변화는 거의 없다. (c)의 음통을 제거할 때도 역시 거의 변화가 없으므로 이미 알려진 바와같이 소리의 여과 기능만을 갖는 것으로 해석된다.

또한 (d), (e)에서 유곽과 보살을 제거하면 진동수가 감소하는 것을 보면 두 비대칭 요소들도 당좌와 마찬가지로 질량효과보다는 강성효과를 주고 있음을 알 수가 있다.

(f)는 보살의 두께를 증가시켜 보살을 (a)의 L·H 모우드 절선 가운데로 위치시킨 경우이다. 당좌

Table 5 Numerical simulation plan for model 2

Contents Case No.	Elements considered in the simulation
#1	Main axisymmetric shell(MAS) only
#2	MAS with Dangjwa
#3	MAS with Dangjwa of increased thickness
#4	Mass of Dangjwa with MAS
#5	Stiffness of Dangjwa with MAS
#6	Dangjwa of decreased thickness with MAS
#7	Entire bell(EB)
#8	EB with Yongdoo being eliminated
#9	EB with Yongdoo and Eumtong being eliminated
#10	EB with Yukwaks being eliminated
#11	EB with Bosals being eliminated
#12	Changed location of thicker(12mm) Bosals to position between low and high nodal lines of (4, 0) mode in EB
#13	Only the mass of bosals in the case #7
#14	The reduced thickness at the position of 22.5° from Dangjwa

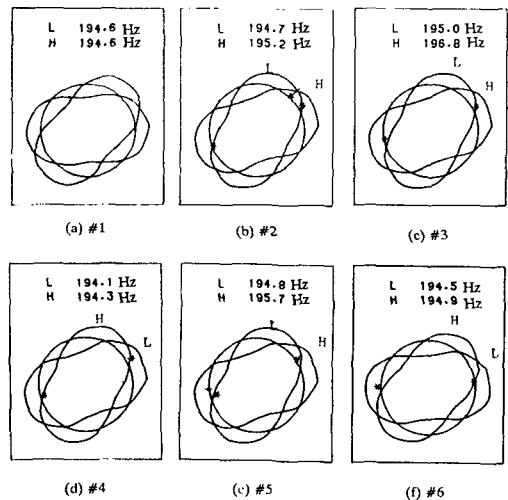


Fig. 5 Numerical simulation results for asymmetric effects of Dangjwas(* : Position of Dangjwas)

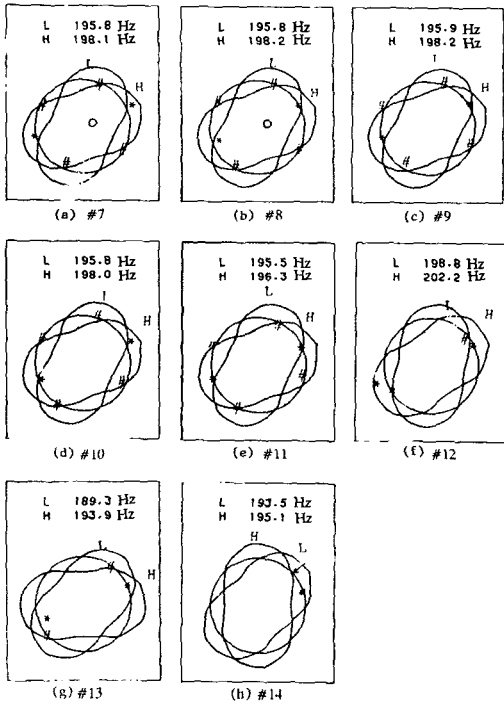


Fig. 6 Numerical simulation results for asymmetric elements
 #, * : position of Bosals and Dangjwas
 O : Eumtong

의 경우와 같이 두께증가에 따른 강성효과는 질량 효과보다 크게 나타나며, L·H모우드 절선이 회전하여 보살위치에 L 모우드의 절선이 지나고 있다. (g)는 보살의 순수한 질량 효과에 의한 진동수 감소를 보인다. 이와같은 해석 결과를 이용하면, 절선의 위치를 적절하게 이동시킴으로써 당좌가 최적의 타격위치가 되도록 만들 수가 있다. 예로서, Fig. 5의 (b)와 같은 종에서 당좌로부터 22.5° 위치의 두께를 충분히 감소시켜 주면, 이제까지의 수치해석으로부터 그 위치가 H 모우드 절선이 됨을 예상할 수 있다. 즉, Fig. 6의 (h)에서 볼 수 있듯이, 당좌가 L·H 모우드 가운데 위치하게 되어 종의 울림을 뚜렷하게 할 수가 있다.

4. 실험

일반적인 구조물의 경우에 많이 이용되는 충격가진 시험법으로도 모우드 변수의 근사적인 추출이 가능하나, 미세한 비대칭성을 갖는 셀의 경우 1Hz

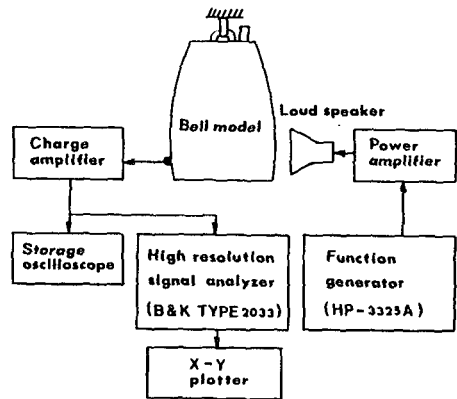


Fig. 7 Experimental set-up for measuring modal parameters

이하의 미세한 진동수의 차이를 갖는 모우드 쌍이 나타나므로, 근접한 모우드 쌍의 진동수와 특히 절선위치를 결정하기가 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 주파수 분해능이 우수한 신호분석기로 일차적으로 각 모우드 쌍의 고유진동수만을 구분하여 측정 후, Fig. 7과 같이 디지털 신호발생기를 이용한 스피커 가진방식에 따라 각 모우드 쌍을 정확히 고·저 진동수로 독립적으로 공진시키고 가속도계를 종 모델의 표면상에서 이동시킴으로써 고·저차 모우드의 절선의 위치를 결정하였다.

또한, 공진상태로부터 스피커 가진을 중단시킨 후의 가속도 및 응답신호를 기록하여 각 모우드 쌍의 감쇠비를 추출하였다. 이상의 실험결과를 Table 6에 표시하였다.

또한, 모형중 2에 관하여 당좌의 타격위치로서의 적합성을 검토하기 위하여 당좌의 위치와 각 모우드 쌍의 절선을 전술한 스피커 가진방식으로 측정 한 결과를 Fig. 8에 보였다.

(a)의 (4,0)모우드에서 H, L 모우드 절선의 중심에 당좌가 위치하게 되어 두 모우드가 비슷한 크기로 가진되므로 (4,0) 모우드의 뚜렷한 울림을 예상할 수가 있다. 2차의 (6,0) 모우드는 (b)에서와 같이 L 모우드의 절선부근에 당좌가 위치하므로 울림이 약하게 나타나나 종소리에 가장 크게 기여하고 오래 지속되는 1차 모우드의 중요성에 비추어 당좌의 현위치가 타격점으로 적합함을 알 수가 있다. 이는 Fig. 9에서 보는 바와 같이 당좌를 타격할 때의 3차원 스펙트럼 선도상에서 1차 모우드의 선명한 울림현상이 나타남으로써 확인되었다.

Table 6 Natural frequencies(Hz), beat frequencies(Hz) and damping ratios of model 1, 2 and 3 (L,H,B and D denotes low, high and beat frequencies and damping ratios)

Model		1	2	3
(4, 0)	L	272.75	190.75	249.75
	H	273.55	191.75	250.55
	B	0.80	1.00	0.80
	D(L)	1.0×10^{-4}	8.3×10^{-5}	9.0×10^{-5}
	D(H)	1.2×10^{-4}	6.9×10^{-5}	8.1×10^{-5}
(6, 0)	L	733.75	531.75	665.55
	H	737.50	533.50	667.05
	B	3.75	1.75	1.50
	D(L)	2.4×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.4×10^{-4}
	D(H)	2.3×10^{-4}	3.28×10^{-5}	1.7×10^{-4}

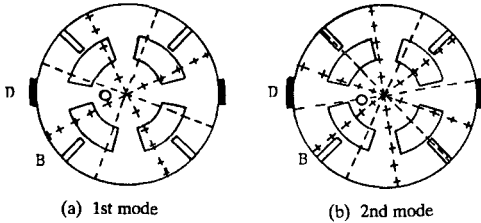


Fig. 8 Measured nodal lines of bell model 2 (top view)
 --- lower mode, +++ higher mode
 D ; Dangjwa, B ; Bosal

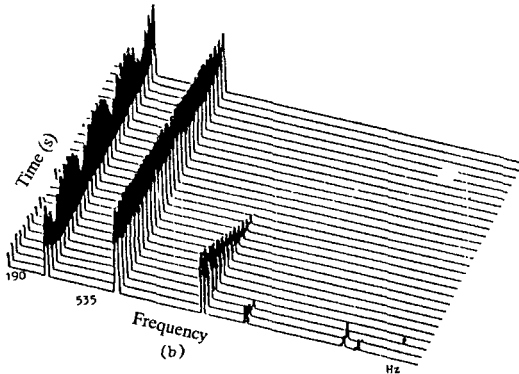


Fig. 9 3-D display of vibration spectrum of bell model 2

6. 결 론

Table 4와 측정결과인 Table 6에서 보는 바와 같이 모형중 3의 경우 고유진동수는 매우 잘 일치하고 있으나 모형중 1, 2의 경우는 약간의 차이를 보이고 있다. 주원인으로는 구조과정에서 발생하는 기본 셀의 편심성 및 여러 비대칭 요소들에 대한 정확한 모델링의 어려움과 얇은 평판요소가 표시하는 변형의 한계를 생각할 수 있으며, 더욱 미세하게 모델링함으로써 오차를 감소시킬 수 있다. 특히, 울림주파수는 모델링이 어려운 미세한 비대칭에 의해서도 크게 영향을 받으므로, 계산치와 실험치 사이의 오차가 크게 나타나고 있다. 그러나, Table 5와 Fig. 6의 단순화된 비대칭 요소에 대한 수치 시뮬레이션 결과는 비대칭 요소가 진동수, 진동 모드와 울림주파수에 주는 영향을 예측케하므로 설계단계나 제작후에 음의 교정을 위하여 직접적으로 적용할 수 있는 유용한 자료가 된다. 이상의 수치 및 실험적 연구로부터 얻은 결과는 다음과 같다.

- (1) 미세한 비대칭 요소를 갖는 3가지 모형중의 진동특성에 대한 유한 요소 해석과 실험의 결과에서 고유진동수 및 모우드는 근사하게 예측되었으나, 수치 계산에 의하여 울림 주파수를 예측하는 것은 어려웠다.
- (2) 그러나 이상화 시킨 비대칭 효과에 대한 단계적인 수치 시뮬레이션을 통하여 각 비대칭 요소들의 독립적, 복합적인 영향을 규명함으로써 설계단계에서나 제작 후에 울림수 및 최적 타격 위치를 교정하는 데에 직접적인 정보를 제공하였다.
- (3) 당좌, 유곽, 비천상의 주요 비대칭 요소는 그 배치 상태로 볼 때 질량 효과보다는 강성효과가 크며, 용두와 음통의 진동 특성에 대한 영향은 극히 작다. 그리고 하대의 두께는 고유 진동수 변화에 크게 영향을 주는 것으로 나타났다.
- (4) (4, 0) 모우드의 중요성에 비추어, 당좌의 위치는 1차 모우드 쌍의 H, L 절선의 중심이 적합하다.
- (5) 각 모우드 쌍의 절선 위치 및 감쇠비의 정확한 측정을 위하여, 상용 디지털 신호 분석기를 사용하는 충격 시험보다는 높은 분해능의 신호 발생기를 사용하는 스피커 가전에 의한 공진 방식이

효과적이다.

참 고 문 헌

- (1) Yum, Y.H., 1984, "A Study on the Korean Bells", Research Report 84-14, Research Institute of Korean Spirits and Culture.
- (2) Ansari, J., Yum, Y.H. and Lee, J.M., 1985, "A Study on the Vibration of Axisymmetric Shells", Proceedings of the 3rd International Modal Analysis Conference, Vol.2, pp. 1138~1144.
- (3) Kim, S.H., 1982, "A Study on the Vibration of Hemispherical Shell and its Application to Bell", M.S. Thesis, Seoul National University.
- (4) Lee, J.M., Yum, Y.H. and Kim, S.H., 1986, "A Study on the Vibration and Sound of Bells with Slight Asymmetry", Proceedings of the 4th IMAC, Vol.2.
- (5) Cheon, S.H., 1986, "A Study on the Sound of Korean BELL", M.S. Thesis, S.N.U.
- (6) Rayleigh, J.W.S., 1945, "The Theory of Sound", New York Dover Publications.
- (7) Perrin, R. and Charnley, T., 1973, "Group Theory and the Bell", Journal of Sound and Vibration, Vol. 31, p. 411~418.
- (8) Charnley, T. and Perrin, R., 1978 "Studies with an Eccentric Bell", Journal of Sound and Vibration, Vol. 58, No. 4, pp. 517~525.
- (9) Aoki, L., Komatsuzawa, A. and Ise, M., 1970. "Effect of Local Loading on Acoustical Property of Japanese Bell", Vol. 26, No. 12, Journal of Acoustical Society of Japan.
- (10) Chung, S.C., Kong, C.D. and Yum, Y.H., 1987, "A Study on the Dynamic Characteristics of the Korean Yi-Dynasty Bell", KSME Journal, Vol. 1, No. 2, pp. 133~139.