

<技術論文>

최적설계 기법을 이용한 순환식 삭도 선로의 최악조건 해석

최 수 진* · 신 재 균**

(1989년 1월 23일 접수)

Worst Case Analysis of Circulating Type Ropeway Using Optimal Design Technique

Soo Jin Choi and Jae Kyun Shin

Key Words : Circulating Type Ropeway(순환식 삭도), Worst Case(최악조건), Heuristic Optimization Technique(체험적 최적설계 기법), Derailment(탈삭)

Abstract

An optimal design technique is used as a systematic approach to analyze the worst case of a circulating type ropeway for a given geometry and operating conditions. Worst case is meant here the case when the positions and weights of the cars are so conditioned that the minimum of all the reaction forces between the main rope and the towers is minimum. In the course of this study, a general theory for the deflections and tensions of the main rope were also derived taking into account of the variation of the weights and positions of the individual cars. And through an analysis of example ropeways, some general conditions for the worst case are deduced.

기 호 설 명

b : 설계변수들
 G : 중추
 H_i : i 번째 선로구간의 수평장력
 h_i : i 번째 구간의 수직거리
 l_i : i 번째 구간의 수평거리
 NC : 반기의 총 대수
 NT : 탑의 갯수
 $n(i)$: i 번째 구간에 속한 반기의 대수
 R_i : i 번째 지주상의 반력
 T : 지삭의 장력
 w : 지삭의 단위길이당 자중
 W_E : 텅빈 반기의 무게
 W_F : 최대 적재상태의 반기의 무게
 W_i : 전체 선로를 통해 i 번째 반기의 무게

w^* : $\equiv w\sqrt{l_i^2 + h_i^2} / (2H_i l_i)$
 W_j^i : i 번째 구간의 j 번째 반기의 무게
 x_i, y_i : i 번째 구간의 수평, 수직좌표계
 X_{in} : 반기와 반기 사이의 지삭을 따른 거리
 X_j^i : i 번째 구간의 j 번째 반기의 x_i 좌표
 X_0 : 선로의 출발점에서 첫번째 반기까지의 지삭을 따른 거리
 α_i : i 번째 구간의 지삭의 초기 접선각
 β_i : i 번째 구간의 지삭의 최종 접선각
 θ_i : i 번째 지주상의 지삭의 굴절각
 ϕ_i : i 번째 구간의 경사각

1. 서 론

삭도(ropeway)의 선로해석은 지주의 높이나 반기의 무게, 지삭(main rope)의 밀도, 중추(counterweight)의 무게 등을 주요변수로 하여 삭

*영남대학교 대학원

**정회원, 영남대학교 공과대학 기계설계학과

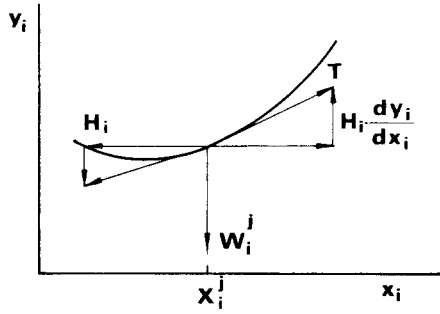


Fig. 3 Force equilibrium at $x_i = X_i^j$

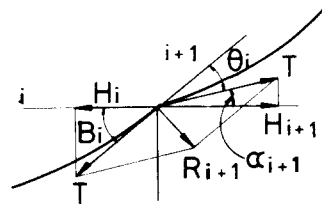


Fig. 4 Tensions and reactions at tower i

음에 설명하기로 한다. 표현의 간편화를 위하여

$$w_i^* \equiv w \sqrt{l_i^2 + h_i^2} / (2H_i l_i) \quad (2)$$

을 정의하면, 식 (1)은 식 (3)과 같이 간단히 쓸 수 있으며, w 는 x 와 무관한 상수임을 쉽게 알 수 있다.

$$d^2 y_i / dx_i^2 = 2w_i^* \quad (3)$$

식 (3)에 대한 일반해는, 식 (4)와 같다.

$$y_i = w_i^* x_i^2 + a_i^j x_i + b_i^j \quad (4)$$

식 (4)에서 a_i^j , b_i^j 는 i 번째 구간의 j 번째 소구간에 해당하는 상수이며, 이들 값을 해결하기 위한 경계조건은 다음과 같다. Fig. 3에 보인 바와 같은 반기의 위치 $x_i = X_i^j$ 에서, 처짐곡선의 연속조건과, 수직방향힘의 평형조건으로부터

$$y_i(X_i^j+0) = y_i(X_i^j-0) \quad (5)$$

$$H_i dy_i / dx_i |_{x_i=0} = H_i dy_i / dx_i |_{x_i=0} + W_i^j \quad (6)$$

($j=1, 2, \dots, n(i)$)

을 얻으며, 식 (5), (6)에서 W_i^j 는 i 번째 구간의 j 번째 반기의 무게를 나타낸다. 식 (4), (5), (6)에서 부터, a_i^j , b_i^j 에 대한 다음의 식들을 얻는다.

$$a_i^{j+1} X_i^j + b_i^{j+1} = a_i^j X_i^j + b_i^j \quad (7)$$

$$a_i^{j+1} = a_i^j + W_i^j / H_i \quad (8)$$

또, $x_i = 0$ 및 l_i 에서의 경계조건, $y_i(0) = 0$, $y_i(l_i) = h_i$ 들은 다음과 같이 표시된다.

$$b_i^1 = 0 \quad (9)$$

$$w_i^* l_i^2 + a_i^{n(i)+1} l_i + b_i^{n(i)+1} = h_i \quad (10)$$

식 (7), (8), (9), (10)은 연립적으로 풀어서 a_i^j , b_i^j 에 대한 다음의 해들을 얻을 수 있다.

$$b_i^j = - \sum_{k=1}^{j-1} W_i^k X_i^k / H_i \quad (11)$$

($j=2, \dots, n(i)+1$)

$$a_i^j = \sum_{k=1}^{n(i)} W_i^k X_i^k / (H_i l_i) - \sum_{k=1}^{n(i)} W_i^k / H_i + h_i / l_i - w_i^* l_i \quad (12)$$

($j=1, 2, \dots, n(i)+1$)

한편, 구간과 구간 사이에서 H_i 의 값들은 일반적으로 변하며, i 번째 구간과 $i+1$ 번째 구간 사이의 H 의 관계가 Fig. 4에 설명되어 있다. 탑에서의 마찰력을 무시하면 탑을 통과할 때의 장력의 변화는 없으며 각 구간에서의 수평장력 들은 탑에서의 장력 T 와 다음의 관계가 있다.

$$T \cos(\alpha_{i+1}) = H_{i+1} \quad (13)$$

$$T \cos(\beta_i) = H_i \quad (14)$$

또, α_i , β_i 등은 곡선의 접선각을 이용하여 구할 수 있으므로, 이 두 식에서 T 를 소거하면 다음의 식을 유도할 수 있다.

$$H_{i+1} = H_i \cos(\text{ARCTAN}(a_i^{j+1})) / \cos(\text{ARCTAN}(2w_i^* l_i + a_i^{n(i)+1})) \quad (15)$$

식 (15)에서부터, H_i 를 알고 H_{i+1} 을 구하기 위해서는 a_i^{j+1} 을 알아야 한다. 그러나, a_i^{j+1} 은 식 (12)에서 보는 바와 같이 H_{i+1} 의 함수이므로, 식 (15) H_{i+1} 에 대한 비선형 방정식을 나타낸다. 본 연구에서는, 이를 해결하기 위해 Newton-Raphson 방법을 이용하였다. 한편, 첫번째 탑의 수평장력 H_1 는 중추 G 로부터 간단히 계산될 수 있다(Fig. 1 참조). 다음의 사용을 위해, i 번째 탑이 지삭으로부터 받는 하중, 즉 반력 R_i 와 굴절각 θ_i 는 다음과 같이 주어짐을 밝혀 둔다.

$$\theta_i = \beta_i - \alpha_{i+1} \quad (16)$$

$$R_i = 2T \sin(0.5\theta_i) \quad (17)$$

3. 최악상태해석을 위한 최적설계기법의 이용

3.1 최적설계문제의 정의

제 2 절에서는 순환식 삭도의 선로해석방법을 제시하였다. 특히 모든 반기가 집중질량으로 취급되었으며, 각각의 무게 및 위치의 변화도 고려될 수

있다. 이러한 해석방법을 토대로 삭도의 선로설계 시에 고려되어야 할 주요사항 중의 하나인 탈삭의 위험성에 대한 해석을 해보고자 한다. 탈삭이란 지삭이 탑에서부터 이탈하는 현상을 말하며, 지삭과 탑 사이의 반력의 절대치가 작을수록 그 위험성이 높다. 또, 지삭과 탑 사이의 반력은 각 반기의 무게나 위치에 따라 변하기 때문에, 가장 탈삭의 위험성이 높은 상태를 파악하기 위해서는, 반기의 위치 및 무게에 따라 변화하는 전체 탑을 통한 반력의 최소치를 찾아야 한다. 이와 같이 최소의 반력이 발생하는 상태를 본 연구에서는 최악의 상태라고 정의하였으며, 그 해석을 위하여 다음과 같은 최적설계문제를 구성하였다.

먼저 Fig. 1과 같이 NT 개의 탑을 갖고, NC 개의 반기가 달린 삭도에서 상술한 최악의 상태해석을 위한 최적설계문제는 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{Find } b = [X_0, W_1, W_2, \dots, W_{NC}] \quad (18)$$

$$\text{Minimize Minimum } |R_i| \quad (i \in 1, 2, \dots, NT) \quad (19)$$

$$\text{Subject to } 0 \leq X_0 \leq X_{iN} \quad (20)$$

$$W_E \leq W_i \leq W_F \quad (i = 1, \dots, NC) \quad (21)$$

식 (18)에서 b 는 설계변수로서, $NC+1$ 개의 변수로 구성되어 있다. 여기서 X_0 는 출발점에서 첫 번째 반기까지의 지삭을 따른 거리를 나타내며, W_1, \dots, W_{NC} 는 각각 현재 지삭에 달려 있는 반기의 무게를 나타낸다. 반기와 반기 사이의 지삭을 따른 거리는 일정하며, 이 거리는 X_{iN} 으로 표시하였다. 모든 반기의 무게는 텅빈 상태의 무게 W_E 와 최대 적재상태의 무게 W_F 사이에 있어야 할 것이며 이는 제한조건 식 (21)에 나타나 있다. 목적함수의 값은 반기의 위치와 무게에 따라 달라질 것이며, 설계변수의 값들로부터 식 (11), (12)에 주어진 X 및 W 들을 산출함으로써 계산될 수 있다.

3.2 체험적 최적설계기법의 적용

앞 3.1절에서의 식 (18)~(21)에 의해 정의된 비선형 계획법 문제는 몇 가지의 일반적인 해법이 알려져 있다⁽⁷⁾. 그러나 본 연구에서의 문제는 식 (20), (21)로 주어지는 제한조건이 모두 설계변수의 단순제한식으로 되어 있고, 목적함수에 대한 도함수의 계산이 난이하므로, 이러한 경우에 편리한 일종의 체험적 최적설계기법을 적용해 보고자 하었

다.

본 연구에서 사용한 체험적 최적설계기법은 원래 정수계획법(integer programming) 문제에서와 같이 설계변수가 격자화된 문제에 적용되던 방법으로서 주로 경제학 분야에 응용되어 왔으나⁽⁴⁾, 공학적인 문제에도 적용이 시도되어 좋은 성과를 보였다⁽⁵⁾. 본 연구에서와 같이 설계변수가 연속인 문제에서는 임의의 정확도를 가지는 해를 찾기가 어려우나, 문제의 성격에 따라 적절한 정도의 정확성을 기할 수는 있다. 특히, 설계변수에 대한 상·하한치의 제한조건만 주어지는 문제는 사실상 제한조건이 없는 문제와 같아지며, 도함수의 계산이 필요없어 본 연구에 타당한 방법으로 생각되었다. 이 기법에서는 모든 설계변수들을 각각 동일한 갯수의 격자점으로 나누고, 이러한 격자점들만을 탐색영역으로 삼는다. 난수(random number)를 사용하여 초기가용해(initial feasible solution)를 찾고, 한번에 두 개씩의 변수를 임의로 바꾸어서 얻어진 해를 그 이전의 해와 비교하여 향상된 해를 선택하는 과정을 되풀이하여, 더 이상 해가 향상되지 않을 때를 최적해로 삼는다.

4. 예제 및 검토

지금까지 설명된 해석과정을 8개의 탑을 가진 예제선로들에 대하여 적용해 보았다. 예제에 사용된 선로는 두 가지이며, 그 지형에 대한 자료는 Fig. 5에 주어져 있고, 기타 자료는 Table 1에 정리되어 있다. 편의상 두 개의 선로를 Fig. 5에 따라 선로 A, 선로 B로 명명하였는데, 선로 B는 선로 A를 일부 수정하여 얻은 것이다. Table 1에서 보는

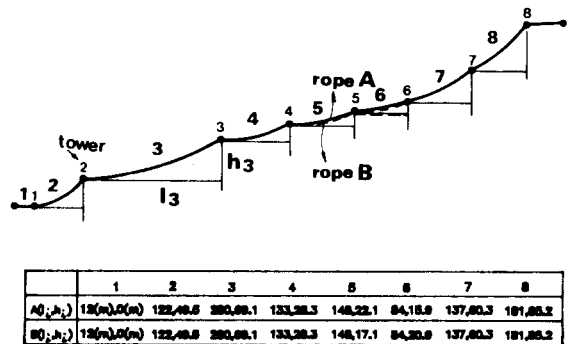


Fig. 5 Geometries of the example ropeways

Table 1 Various numerical data for the example rope ways

G (kg)	w (kg/m)	W _E (kg)	W _F (kg)	X _{iv} (m)
10000.	4.11	200.	500.	150.

Table 2 Reaction forces, R_i(kgf), for (a) Ropeway A, (b) Ropeway B

Tower (i)	1	2	3	4	5	6	7	8
A-1	-3493.6	2514.5	1439.7	1419.5	203.0*	-1036.7	511.0	5616.4
A-2	-3368.5	2916.2	1854.8	1717.1	422.8*	-1808.3	793.0	6081.2
A-3	-3260.1	2930.0	1860.0	1590.0	148.1*	-1959.8	873.1	6090.1

* minimum reactions (a)

Tower (i)	1	2	3	4	5	6	7	8
B-1	-3493.6	2514.5	1439.7	1777.7	-774.1	-1317.9	511.0*	5615.9
B-2	-3368.5	2916.2	1854.8	2085.1	-583.1*	-1169.8	793.0	6080.5
B-3	-3545.3	2527.7	1440.8	2075.6	-454.6*	-1304.6	701.2	5894.8

* minimum reactions (b)

바와 같이, 반기와 반기 사이의 일정한 거리인 X_{iv}=150m로 주어져서, 첫번째 반기의 위치에 따라 선로에는 최대 8대의 반기가 달릴 수 있다. 따라서, 최악의 상태해석을 위한 앞 절의 최적설계문제의 설계변수는 9개로 되며, 체험적 최적설계기법에서는 이들 9개의 설계변수를 각각의 제한범위를 20등분하여 얻어진 21개의 격자점들을 탐색영역으로 취급하였다.

최적설계문제의 해로서 얻어지는 최악의 상태들은 Fig. 6에 설명되어 있고, 이 때 각각의 탑에서

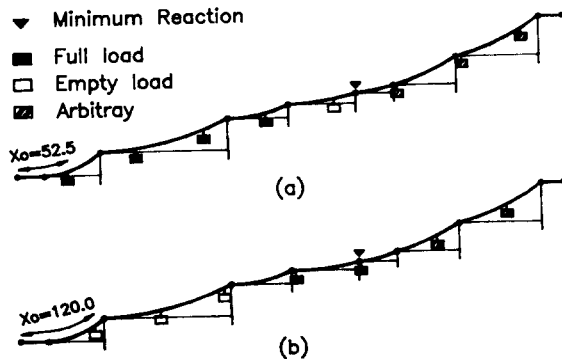


Fig. 6 Conditions for worst case for (a) Ropeway A, (b) Ropeway B

의 반력이 Table 2의 A-3 및 B-3에 정리되어 있다. 선로 A, B 어느 경우나 모두 5번째 탑에서 최소반력이 발생하며, 그 크기는 A, B 각각 148.1(kkgf), -454.6(kgf)이다. 여기서 반력이 음인 것은 -탑을 나타내며, 지삭이 탑의 아래쪽을 통과하는 경우를 나타낸다. 예제의 선로 A, B는 각각 +탑과 -탑에서 최소반력이 발생하는 경우를 보여주고 있다. 선로 A, B의 최악의 상태를 설명하기 위하여, 최소반력이 발생하는 탑을 기준으로 전체선로를 3개의 구역으로 나누어 생각하기로 한다. 이들 3구역을 각각 구역 I, II, III으로 표시하고, 구역 II는 최소반력이 일어나는 탑을 포함하는 구간들로 구성되며, 구역 I은 구역 II의 이전 구간들을, 구역 III은 그 이후의 구간들로 구성된다고 한다. Fig. 6의 관찰에 의해, 구역 III에 있는 반기의 무게들은 최소반력의 크기에 아무런 영향을 끼치지 못함을 알 수 있다. 또, 구역 II에 존재하는 반기의 경우, 최소반력이 일어나는 탑이 +탑인 경우에는 최소화상태, -탑인 경우 최대적재상태임을 알 수 있다. 구역 II, III의 이러한 하중상태가 선로에 관계없이 일반적인 상태임을 보기 위하여 Fig. 7에는 각 탑에서의 반력이 최소가 되는 하중상태를 조사한 결과를 정리해 두었다. 임의의 탑

Interval Tower (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	Xo(m)	Ri (Kgf)
1		●	xx	x	x	x	x	x	15.0	-3131.2*
2	○		○○	x	x	x	x	x	7.5	2516.3
3		○	○○		x	x	x	x	120.0	1440.8
4			○○	○	○	x	x	x	150.0	1405.7
5		●	●●	●	○	○	x	x	52.5	148.2
6	○	○○	○○	○	○	○	○	x	52.5	-1603.9*
7		●	●●	●	●	●	○	○	15.0	515.2
8			○○	○	○	○	○	○	150.0	5545.6

* Negative tower
 ● Full load ○ Empty load x Arbitrary load

region I	region II	region III

Fig. 7 Conditions for $|R_i|$ to be minimum for the ropeway A ($i=1, 2, \dots, 8$)

에서의 반력이 최소가 되는 하중상태를 구하는 것은 최악의 상태해석과 꼭 같은 방법으로 할 수 있다. Fig. 7의 어떤 경우이던, 구역 II, III의 하중상태는 전술한 바와 동일함을 볼 수 있다.

한편, 구역 I의 하중상태에 대해서는 구역 II, III에서와 같은 일반적인 이야기를 할 수 없다. 같은 +탑의 경우라도, 5번째 탑과 7번째 탑의 경우에는 구역 I의 모든 반기는 최대적재상태이며, 2, 3, 4, 8번째 탑의 경우에는 최소적재상태이다. 일반적으로 +탑에서 최소반력이 생길 경우, 구역 I에 존재하는 모든 반기가 최소하중인 상태가 되어야 할 것 같으나, 반드시 그렇지는 않은 이유는 다음과 같이 생각될 수 있다. 식 (17)에 의하면, 반력은 지식의 장력과 굴절각에 의존하는데, 구역 I의 하중상태는 최소반력이 발생하는 탑에서의 장력과 굴절각에 동시에 영향을 미친다. 즉, 구역 I의 하중이 증가하면, 최소반력에서의 장력은 증가하지만, 굴절각이 감소할 것은 당연하다. 이 때, 장력의 증가보다, 굴절각의 감소효과가 더 크면, 오히려 최소반력은 더 감소하게 되는 것이다. 참고로, Fig. 6(a)의 제 I 구역에 있는 모든 반기가 최대적재된 경우의 5번 탑의 반력은 160.1(kgf)로서 최악의 경우인 148.1(kgf)보다 크다. 이와 같이 구역 I의 하중상태에 대해서는 일반적인 이야기를 할 수 없음을 보았지만, 적어도 구역 I의 모든 반기가 동시에 최대적재상태이거나, 동시에-최소적재상태여야함은 알 수 있다.

이상에서 최소반력이 일어나는 경우의 하중상태에 대한 어느 정도의 일반적인 결론을 유도하였지만, 반기들의 위치에 대한 일반적인 이야기는 할 수 없으며, 이는 각 구간의 지형이나 반기 간의 거리 등에 따라 변할 것이며, 본 연구와 유사한 해석방법이 필요할 것으로 사료되었다.

끝으로 Table 2에는 탈삭조건을 고려한 탑높이 최적설계 문제에서 이용되었던 최소반력의 근사해석방법⁽¹⁾을 적용하여 구간 각 탑에서의 반력을 정리해 두었다. 먼저, A-1, B-1은 각각 전반기가 최소하중상태라고 보고, 그 무게를 지식에 균일하게 분포된 분포하중으로 환산하여, 등가적으로 지식의 밀도가 그만큼 증가한 문제로 근사화하여 해석한 결과이며, A-2, B-2는 각 반기가 최대하중인 상태를 동일하게 고려한 해석결과이다. 또, A-3, B-3는 본 연구에서 제시한 해석방법에 의한 해석결과이다. Table 2에 의하면 근사해석법에 의한 최소반력은 본 연구의 방법으로 구한 최소반력보다 크게 나타날 수 있고, 따라서 근사해석법이 탈삭의 위험성을 과소평가할 수 있음을 보여 준다. 따라서, 본 연구에서 제시한 방법이 선로설계에 응용된다면 보다 안전한 선로설계가 이루어질 수 있을 것으로 본다.

5. 결 론

일반적인 순환식 삭도에서, 탈삭의 위험성이 최대로 되는 최악의 경우를 해석하는 문제를 최적설계 문제로 정의하여, 이를 체계적 최적설계기법을 통하여 해결하는 방법을 제시하고, 예제를 통하여 최악의 상태에서의 반기들의 하중상태에 대한 일반적인 조건을 추론하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 최악의 상태에서의 반기들의 하중상태를 파악하기 위해서는 전체선로를 3개의 구역으로 나누어 생각할 수 있다. 즉, 최소의 반력이 발생하는 탑을 포함하는 2개의 선로구간을 구역 II로 하고, 그 이전의 구간들을 구역 I, 그 이후를 구역 III으로 나눈다. 이 때, 구역 I에 소속된 모든 반기들은 동시에 최대적재상태이거나, 동시에 최소적재상태로 된다. 또, 구역 II의 모든 반기들은 최소반력이 발생하는 탑이 +탑이면 최소적재상태, -탑이면 최대적재상태로 된다. 그러나, 구역 III에 소속된 반기들의 무게는 최소반력과 무관하다.

(2) 최소 반력이 발생하는 탑의 위치나 반기의 위치에 대해서는 일반적인 이야기를 할 수 없고, 본 연구와 유사한 해석방법에 의존할 수밖에 없다.

참 고 문 헌

(1) 박용수, 1987, "가공삭도의 최적설계에 관한 연

- 구”, 영남대학교 박사학위논문.
- (2) 최선희, 박용수, 1986, “가공삭도의 선론이론에 대한 연구”, 대한기계학회논문집 제10권, 제 3 호, pp. 419~426.
- (3) 최선희, 박용수, 1987, “삭도선로의 최적설계에 대한 연구”, 대한기계학회논문집 제11권, 제 1 호, pp. 26~35.
- (4) Lin, S., Kernighan, B.W., 1973, “An Effective Heuristic Algorithm for The Travelling Salesman Problem”, *Operns Research*, Vol. 21, pp. 498~546.
- (5) Lee, T.W., Freudenstein, F., 1976, “Heuristic Combinatorial Optimization in the Kinematic Design of Mechanism, Part 1: Theory, Part 2: Applications”, *Trans ASME Ser. B*, Vol. 98, pp. 1277~1284.
- (6) 최선희, 1984, 여객삭도의 기본설계, 영남대학교 공업기술연구소
- (7) Haug, E.J., Arora, J.S., 1979, *Applied Optimal Design*, John Wiley and Sons Inc., pp. 37~154.