

<論 文>

고체분말이 부상하는 2상 난류 수직관 유동에 대한  
Lumley의 저항감소 모델의 적용 (I)  
— 운동량 전달 기구 —

한기수\* · 정명균\* · 성형진\*\*

(1989년 7월 19일 접수)

Application of Lumley's Drag Reduction Model to Two-Phase  
Gas-Particle Flow in a Pipe (I)  
— Mechanism of Momentum Transfer —

Kee Soo Han, Myung Kyoon Chung and Hyung Jin Sung

**Key Words:** Suspension Flow(부유유동), Two-Fluid Model(2유체모델), Friction Factor(마찰 계수), Pressure Drop(압력강하), Loading Ratio(부하도), Drag Reduction(저항 감소), Viscous Sublayer(층류저층), Turbulence Suppression(난류감소)

Abstract

A "Two-fluid model" has been incorporated with Lumley's drag reduction model to analyze the mechanism of momentum transfer in the turbulent dilute gas-particle flow in a vertical pipe. The change of the effective viscous sublayer thickness by the presence of particles is modeled by Lumley's theoretical model. The numerical computations of the friction factor and the pressure drop in the fully developed flow region are in good agreements with the corresponding experimental data with an average particle size of 15  $\mu\text{m}$ . It is proved that Lumley's model is successful in predicting the correct reduction behavior of the drag in the gas-particle flows. As a result, the major cause of decrease in the friction factor at low loading ratio is the increase of viscous sublayer thickness caused by the suppression of turbulence near the wall by solid particles.

기 호 설 명

$A$  : 관 단면적  
 $A^+$  : van Driest 감쇠상수  
 $A_{DR}$  : 저항감소 층류저층두께  
 $C_1, C_2$  : 저항 수정 계수  
 $C'_{pe}, C'_e$  : 모델 상수  
 $D$  : 관 직경 또는 van Driest 감쇠함수  
 $d_p$  : 입자 직경

$f$  : 마찰 계수  
 $F_{px}, F_{pr}$  : 축 방향과 반경 방향의 Stokes 저항력  
 $g$  : 중력가속도  
 $k$  : 난류운동에너지  
 $\hat{k}_a$  : 순수기체에 대한 입자 부유시의 점성절단 wave수의 비  
 $l_f$  : 제1유체의 특성길이 척도  
 $P$  : 정압력  
 $R$  : 관 반경  
 $Re$  : Reynolds 수

\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과  
\*\*정회원, 한국과학기술대학 기계재료공학과

- $Re_p$  : 입자의 Reynolds 수
- $r$  : 반경 방향 거리
- $s$  : 점성 절단 주파수
- $\bar{s}$  : 순수기체에 대한 입자 부유시의 점성절단 주파수의 비
- $t_l$  : Lagrangian 적분시간 척도
- $t^*$  : Stokesian 이완시간 척도
- $U, V$  : 축 방향과 반경 방향의 평균속도성분
- $u', v'$  : 축 방향과 반경 방향의 난동속도성분
- $W$  : 질량 유속
- $x$  : 축방향 거리
- $Z$  : 부하도
- $\alpha$  : 체적비
- $\Delta P$  : 압력강하
- $\delta_{99}$  : 경계층 두께
- $\bar{\delta}$  : 순수기체에 대한 입자 부유시의 점성저층 두께의 비
- $\epsilon$  : 소멸률
- $\epsilon_f, \epsilon_p$  : 와점성계수
- $\kappa$  : von Karman 상수
- $\mu$  : 제1유체의 점성계수
- $\nu_{st}, \nu_{pt}$  : 층류동점성계수
- $\rho_f$  : 기체의 밀도
- $\rho_s$  : 입자의 밀도
- $\overline{\rho_f}$  : 제1유체의 밀도(= $\rho_f(1-\alpha)$ )
- $\overline{\rho_p}$  : 제2유체의 밀도(= $\rho_s\alpha$ )
- $\tau_w$  : 벽면 전단응력

**첨 자**

- $c$  : 관 중심
- $DR$  : 저항감소
- $f$  : 제1유체
- $l$  : 층류
- $o$  : 고체입자가 부상하지 않은 순수기체
- $p$  : 제2유체
- $s$  : 고체입자
- $w$  : 관 벽
- $+$  : 무차원 벽면 좌표
- $\wedge$  : 순수기체에 대한 입자부유시의 물리량 비
- $'$  : 난동 성분

**1. 서 론**

유체내에 고분자 폴리머 입자가 존재할 때 난류

유동의 마찰저항이 크게 감소한다는 사실은 오래전부터 알려져 왔다. 이와 마찬가지로 기체 유동장에 작은 고체입자를 부상시키면 입자의 크기와 부하도에 종속되면서 마찰저항 감소 현상이 일어난다<sup>(1-3)</sup>. 이 분야에 대한 많은 연구에도 불구하고, 저항감소 현상 기구는 아직 잘 알려져 있지 않고 있다. 이러한 이유는 입자 부유 유동의 복잡한 거동 때문이다. 저항감소 현상 기구로는 난류 감소<sup>(1,4)</sup>, 정전기 효과<sup>(5)</sup>, 층류저층 두께의 증가<sup>(2)</sup>등이 있다.

Tardos 등<sup>(3)</sup>은 그들의 실험에서 수직관 유동의 압력강하는 부하도가 0.1에서 0.4 사이에서는 입자의 정전기 효과에 큰 영향이 없음을 발견하였다. 한편, Boothroyd<sup>(1)</sup>는 어떤 특정한 크기의 입자가 벽면 근처에서 빨리 움직이는 와류를 따라 다닐 수가 없어 이 뒤쳐진 입자에 의하여 난류의 감소가 일어나 마찰저항이 감소한다고 주장하였다. Kane와 Pfeffer<sup>(2)</sup>는 고체입자의 존재로 인한 점성저층 두께의 증가가 저항감소의 가장 큰 영향이라고 주장하였다. 위의 두 실험으로 부터 관찰된 중요한 결과는 같은 Reynolds수에서 순수기체에 대한 부유유동의 마찰 계수의 비가 처음에는 감소하다가 부하도가 증가함에 따라 다시 증가하여 최대 저항감소가 일어나는 부하도를 갖는다는 것이다. 이 최대 저항감소는 최고 75% 이며, 일반적으로 작은 관직경( $D < 3$  inches)에서 부유하는 작은 입자( $d_p < 75\mu m$ )를 갖는 난류유동에서 관찰되고 있으며 이때 부하도는 대략 5보다 적다.

저항감소현상을 이론적으로 연구한 사람으로는 Saffman<sup>(6)</sup>, Jotaki와 Tomita<sup>(7)</sup> 그리고 Lumley<sup>(8)</sup>를 들 수가 있다. Saffman<sup>(6)</sup>은 선형 안정 이론에 근거하여 이 현상을 해석하였는데, 어떤 특별한 조건에서 고체 입자의 첨가는 기체-고체 부유유동을 안정화시킨다는 것을 발견하였다. Jotaki와 Tomita<sup>(7)</sup>는 난류운동에너지의 생성과 소멸과정에 근거하여 부유유동의 층류저층은 기체의 동점성계수와 마찰속도, 입자의 Stokes 이완시간, 부하도에 종속됨을 보였다. 그들의 이론에 따르면, 저항 감소는 부하도가 증가함에 따라 항상 증가하는데 이는 앞에서 언급한 실험결과와 모순이 된다. Lumley<sup>(8)</sup>는 입자는 관성을 갖고 있기 때문에 난류의 작은 운동을 따라 다닐 수가 없어 입자와 유체 사이에는 상대운동이 생기는데, 이 상대운동이 유체의 작은 난류운동을 감쇠시켜, 이로 인한 층류저층 두께증가로 저항 감소 현상이 일어난다고 주장

하였다. 그러나 고체입자의 첨가로 인한 부유유체의 밀도증가( $\rho_f(1+Z)$ )는 부유 유체의 동점성 계수( $\mu/\rho_f(1+Z)$ )를 감소시켜 부유유체의 점성 절단 wave 수(viscous cutoff wave number)가 부하도 증가에 따라 증가하여 층류저층 두께는 부하도 증가에 따라 다시 감소할 수 있다고 하였다. 이 이론에 근거하여 Lumley<sup>(8)</sup>는 저항감소 층류저층 모델을 개발하였다.

기체-고체입자의 부유유동을 2유체 모델로 수치적으로 연구하려는 시도는 Abou-Arab과 Abou-Elail<sup>(9)</sup>과 Lee와 Chung<sup>(10)</sup>등을 들 수가 있다. Abou-Arab과 Abou-Elail<sup>(9)</sup>은 2상  $k-\epsilon$ 모델로 난류 부유유동의 운동량전달을 해석하였으나 그의 모델은 운동량전달의 미소한 감소를 보여주고는 있으나, 저항감소 기구를 밝혀 주고 있지는 못하고 있다. 이러한 이유로 그는 벽면 근처의 유동장을 논문에 표시하지 못하였다. Lee와 Chung<sup>(10)</sup>은 난류 운동에너지의 생성함에 근거한 혼합거리 모델을 이용하여 운동량전달의 올바른 거동을 보였으나, 그들은 그들의 모델에서 저항감소현상을 특별히 분리하여 다루지 않았으며, 단지 몇몇의 모델상수와 벽면 경계조건을 바꾸어 위와 같은 결과를 얻게 되었다.

본 연구의 목적은 Lumley<sup>(8)</sup>의 저항감소 모델을 사용하여 여러 부하도하에서 부유유동의 유동 특성을 관찰하는 것으로, 특히 저항감소가 일어날 때와 일어나지 않을 때의 유동특성을 알아 보고자 한다.

## 2. 2상 기체-고체입자의 지배방정식과 와점성모델

### 2.1 2상 기체-고체입자의 지배방정식

2유체모델은 기체상과 입자상이 서로 상호작용을 하는 2개의 유체로 간주한다. 2유체모델에서 기체상과 입자상의 지배방정식을 원통좌표계로 나타내면 다음과 같다.

기체상의 지배방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho_f(1-\alpha) U_f] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_f(1-\alpha) V_f] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_f \overline{u_f'v_f'}] \quad (1)$$

$$\rho_f(1-\alpha) \left[ U_f \frac{\partial U_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial U_f}{\partial r} \right] =$$

$$\begin{aligned} & -(1-\alpha) \frac{\partial P}{\partial x} - \rho_f(1-\alpha) g \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho_f(1-\alpha) (v_{r1} \frac{\partial U_f}{\partial r} - \overline{u_f'v_f'}) \right] + F_{px} + \rho_f \overline{a'v_f'} \frac{\partial U_f}{\partial r} \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho_f \overline{a'u_f'} V_f \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho_f(1-\alpha) \left[ U_f \frac{\partial V_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial V_f}{\partial r} \right] &= -(1-\alpha) \frac{\partial P}{\partial r} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho_f(1-\alpha) (v_{r1} \frac{\partial V_f}{\partial r} - \overline{v_f'^2}) \right] \\ & - \frac{1}{r} \rho_f(1-\alpha) (v_{r1} \frac{V_f}{r} - \overline{w_f'^2}) \\ & + F_{pr} + \rho_f \overline{a'v_f'} \frac{\partial V_f}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho_f \overline{a'v_f'} U_f \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho_f \overline{a'v_f'} V_f \right] \end{aligned} \quad (3)$$

입자상의 지배방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho_s \alpha U_p] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_s \alpha V_p] = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_s \overline{a'v_p'}] \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho_s \alpha \left[ U_p \frac{\partial U_p}{\partial x} + V_p \frac{\partial U_p}{\partial r} \right] &= -\alpha \frac{\partial P}{\partial x} - (\rho_s - \rho_f) a g \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho_s \alpha (v_{p1} \frac{\partial U_p}{\partial r} - \overline{u_p'v_p'}) \right] - F_{px} \\ & - \rho_s \overline{a'v_p'} \frac{\partial U_p}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_s \overline{a'u_p'} V_p] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho_s \alpha \left[ U_p \frac{\partial V_p}{\partial x} + V_p \frac{\partial V_p}{\partial r} \right] &= -\alpha \frac{\partial P}{\partial r} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho_s \alpha (v_{p1} \frac{\partial V_p}{\partial r} - \overline{v_p'^2}) \right] \\ & - \frac{1}{r} \rho_s \alpha (v_{p1} \frac{V_p}{r} - \overline{w_p'^2}) \\ & - F_{pr} - \rho_s \overline{a'v_p'} \frac{\partial V_p}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial x} [\rho_s \overline{a'v_p'} U_p] \\ & - \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_s \overline{a'v_p'} V_p] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $F_{px}$ 와  $F_{pr}$ 은 2상 사이의 상호작용에 의한 단위부피당 축방향과 반경방향의 저항력이다. 입자의 Reynolds 수가 200 보다 적은 경우 이 힘들은 다음과 같이 나타낼 수가 있다<sup>(11)</sup>.

$$F_{px} = C_1 \frac{\rho_s}{\rho_f} \alpha (U_p - U_f) \quad (7)$$

$$F_{pr} = C_2 \frac{\rho_s}{\rho_f} \alpha (V_p - V_f) \quad (8)$$

여기서  $t^*$ 는 Stokes 이완시간으로  $t^* = \rho_s d_p^2 / 18\mu$  ( $1 + 0.15Re_p^{0.687}$ )로 주어진다. 방정식 (7)과 (8)에서 저항 수계수  $C_1$ 과  $C_2$ 는 다음과 같다<sup>(11)</sup>.

$$C_1 = \left[ 1 - \frac{9}{16} \left( \frac{d_p}{2y} \right)^3 - \frac{45}{256} \left( \frac{d_p}{2y} \right)^4 - \frac{1}{16} \left( \frac{d_p}{2y} \right)^5 \right]^{-1} \quad (9)$$

$$C_2 = 1 + \frac{9}{8} \left( \frac{d_p}{2y} \right) + \left[ \frac{9}{8} \left( \frac{d_p}{2y} \right) \right]^2 \quad (10)$$

방정식 (9)와 (10)은 벽면으로 부터 입자의 반경 만큼 떨어진 거리 ( $d_p/y=0.5$ )에서  $F_{px}$ 와  $F_{pr}$ 는 각각 20%와 30% 증가된다.

2.2 와점성 모델

운반 유체와 입자상의 난류 에너지의 생성과 소멸에 대한 평형 관계를 적용하면 운반유체의 와점성 계수에 대한 여러 난류 모델을 유도할 수가 있다<sup>(10,12,13)</sup>. 그 모델 중에서 가장 잘 증명된 모델의 하나를 본 연구에서 인용하기로 한다<sup>(10)</sup>.

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{fo}} = \left[ \frac{1}{1 + C_{pe} \frac{\bar{\rho}_p t_L}{\rho_f t^*} \left( 1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} \right)} \right]^{1/2} \quad (11)$$

여기서  $t_L$ 는 난류 특성시간이고  $C_{pe}$ 는 모델 상수로 3.5이다. 방정식 (11)은 부하도 증가와 함께 순수 기체에 대한 부유유동의 와점성계수의 비가 감소하는 경향을 보인다.

순수기체에 대한 와점성계수,  $\epsilon_{fo}$ ,는 van Driest 감쇠함수,  $D$ 를 사용한 혼합거리 모델을 이용하기로 한다.

$$\epsilon_{fo} = \kappa^2 (R-r)^2 D^2 \frac{dU_f}{dr} \text{ for } (R-r) < \frac{\zeta \delta_{.99}}{\kappa} \quad (12)$$

$$= a Re^b v_{fl} \text{ for } (R-r) > \frac{\zeta \delta_{.99}}{\kappa} \quad (13)$$

$$D = [1 - \exp(-y^+/A^+)] \quad (14)$$

여기서  $\zeta$ 는  $\epsilon_{fo}$ 가 방정식 (12)와 (13)가 순조롭게 연결되도록 결정된다.

방정식 (14)에 존재하는 점성저층의 유효두께,  $A^+$ ,는 혼합거리 모델에서 중요한 역할을 한다<sup>(14)</sup>. 단상유동에 대한 실험으로 부터 실험 상수  $A^+$ 는 압력구배, 벽면으로 부터의 질량유입 혹은 질량유출, 표면 조도등에 따라 변한다. 이와 마찬가지로 입자가 유체에 부유할 경우에도,  $A^+$ 는 부유조건, 특히 부하도와 입자크기에 따라 변해야 한다.

Lumley의 저항감소 층류저층 모델은 다음과 같이 유도된다<sup>(6)</sup>. 상대적으로 낮은 Reynolds 수 유동에서 유체와 입자사이에는 입자의 관성에 의하여 난동 상대속도가 존재한다. 입자가 부유되지 않은 벽면 근처의 난류전단 유동에서, 난류의 발생은 Fig. 1과 같이 나타난다. 가로축은 무차원화된 wave수이고 세로축은 무차원화된 벽면으로 부터의 거리이다. 그림에서 점선 부분은 난류가 발생하는 지역이고, 에너지를 갖고 있는 와류의 스펙트럼의 정점은 점선 부분의 왼쪽 경계와 만난다. 소멸하는 와류의 스펙트럼의 정점은 점선 부분의 오른쪽 경계와 만나며, 이 두 척도는 Reynolds 수와는 독립이며 층류 저층에서 같은 크기를 갖는다.

Lumley<sup>(6)</sup>는  $1/t^*$ 가 점성 절단 주파수,  $s$ , 보다 적은 경우 단위 질량당 난동 상대 속도로 인한 에너지 소멸률을 다음과 같이 모델하였다.

$$1.8 C_e' \epsilon (\pi/2 - 1/0.74st^*) \frac{Z}{1+Z} \quad (15)$$

여기서  $C_e'$ 는 모델상수로 1.2이고  $Z$ 는 부하도이다. 그는 입자의 존재로 인한 점성 소멸률을  $v_{fl} s^2 / (1+Z)$ 로 모델하였다. 따라서 입자와 유체의 상대 난동 속도에 의한 소멸과 점성 소멸은 전체적인 소멸률,  $\epsilon$ ,가 되어야 하기 때문에, 그는 다음과 같은 관계식을 유도하였다.

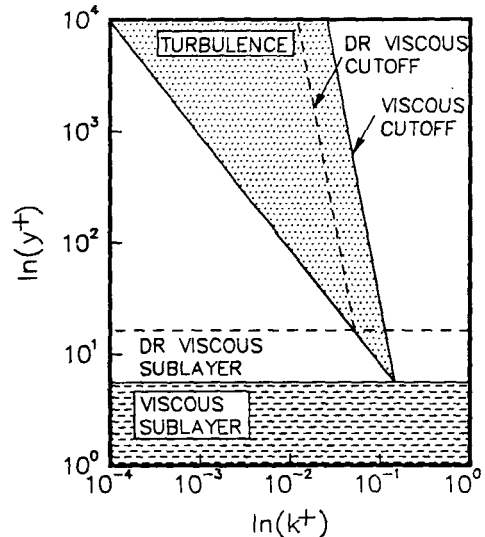


Fig. 1 Scaling relations in the viscous and inertial sublayers with and without particles, cited from Lumley<sup>(6)</sup>. DR refers to drag reduction

$$\frac{v_{r1}}{1+Z} s^2 + 1.8C_e' \epsilon (\pi/2 - 1/0.74st^*) \frac{Z}{1+Z} = \epsilon \quad (16)$$

여기서 방정식 (16)의 두번째 항의 계수는 본 연구에서 사용된 혼합거리 모델에서 사용된 계수와 일치시키기 위해 수정되었다.

또한 Lumley는 점성 절단 wave 수,  $k_a$ , 는  $[(s/v_{r1})(1+Z)]^{1/2}$ 에 비례함을 보였다. 따라서 순수 유체에 대한 부유유동의  $k_a$ 의 비는 다음과 같다.

$$\hat{k}_a = [\hat{s}(1+Z)]^{1/2} \quad (17)$$

여기서  $\hat{s} = s(v_{r1}/\epsilon)^{1/2}$ 다.

방정식 (16)의 해를 방정식 (17)에 대입하면 순수 기체에 대해 입자가 존재하는 경우의  $k_a$ 의 변화비  $\hat{k}_a$ 를 구할 수가 있다. 따라서 입자가 부유하는 유동에서 이  $\hat{k}_a$ 는 Fig. 1과 같이 점성저층의 두께를 변화시킨다. Lumley는 입자가 존재하는 경우의 변화된 점성 저층 두께를 저항 감소 층류저층으로 정의하였으며, 이 두께,  $A_{D\hat{k}}$ , 는 다음과 같이 표시할 수가 있다.

$$\hat{\delta} = \hat{k}_a^{-4/3} = [\hat{s}(1+Z)]^{-2/3} \quad (18)$$

$$A_{D\hat{k}} = \delta_o^+ \hat{\delta} \quad (19)$$

여기서  $\hat{\delta}$ 는 순수유체에 대한 입자 존재시의 점성 저층 두께이며,  $\delta_o^+$ 는 순수 기체의 점성 저층 두께이다. 이 관계식에서 구한 저항감소 층류저층 두께  $A_{D\hat{k}}$ 는 Fig. 1에서 점선 부분의 왼쪽 모서리와 오른쪽 모서리가 만나는 지점과 일치한다.

본 연구에서 입자가 부유할 때의 유효 점성저층 두께,  $A^+$ , 는 다음과 같이 모델하였다.

$$A^+ = A_o^+ \quad \text{for } A_o^+ > A_{D\hat{k}} \quad (20)$$

$$A^+ = A_{D\hat{k}} \quad \text{otherwise} \quad (21)$$

여기서  $A^+$ 는 순수기체의 유효 층류저층 두께이다. 방정식 (20)과 (21)과 같은 모델이 Boothroyd<sup>(11)</sup>의 실험과 가장 잘 맞는 것으로 나타났다. 따라서  $A^+$ 는 Stokes 이완 시간, Kolmogoroff 시간 척도, 부하도 등에 종속하게 된다. 방정식 (15)~(21)에 나타나는 모든 물리량은 순수기체의 층류저층 두께에 해당되는 거리에서 계산된다.

제2유체의 와점성계수와 층류점성계수는 Choi와 Chung<sup>(12)</sup>이 제안된 모델을 사용하기로 한다. 위의 모델에 대한 자세한 내용은 참고문헌(12)에 나타나 있다.

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = \frac{1}{1 + (\frac{t^*}{t_i})^2} \quad (22)$$

$$\frac{v_{p1}}{v_{r1}} = \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} \quad (23)$$

또한 입자의 농도 변화를 일으키는 난류전달항  $(\overline{a'v_f'}, \overline{a'v_p'})$ 의 모델은 Schmidt 수  $\sigma_p = 0.7$ 을 사용하여 계산하였다<sup>(10)</sup>.

### 3. 수치 계산 방법

수치 해석 방법은 Patankar와 Spalding<sup>(15)</sup>의 forward marching 방법을 사용 하였다. 그 방법은 제1유체의 연속방정식 (1)을 만족하는 유선 함수를 사용하여 방정식 (2)~(6)을 좌표변환을 시키면, 각 방정식마다 대류항, 확산항과 원천항이 나타나는 데, 이를 Patankar와 Spalding<sup>(15)</sup> 처럼 유한 차분화하여 계산하였으며, 운동 방정식에서 압력구배는 Patankar와 Spalding<sup>(15)</sup>이 제안한 방법을 아래와 같이 수정하여 사용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{d_p}{dx} = & -\frac{2\tau_{wf}}{R} - \frac{W_r U_f}{A^2} \frac{dA}{dx} \\ & + \left[ \frac{\rho_p (U_p - U_f)}{(1-\alpha)t^*} \right]_{AA} \\ & + \left[ \frac{\rho_f a' v_f'}{(1-\alpha)} \frac{\partial U_f}{\partial r} \right]_{AA} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $AA$ 는 유동 단면적의 평균을 의미하며  $\tau_{wf}$ 는 제1유체의 벽면 전단응력이다.

기체와 입자상의 초기 평균속도는 완전히 발달되었다고 가정하였으며, 입자상의 초기 농도는 부하도로 부터 구했으며, 관 전단면에 걸쳐 균일하다고 가정하였다. 대칭 축에서 모든 반경방향 구배는 없다고 보았다.

입자의 크기가 작을때 입자는 벽면 근처에서 미끄러진다고 알려져 왔다. 반면, 유체는 no-slip 조건을 만족해야 한다. 벽면 근처에서 입자는 반경보다 적은 구간( $y < d_p/2$ )에서는 존재할 수가 없기 때문에, 입자상의 벽면 미끄럼 속도는 다음과 같이 근사시킬 수가 있다.

$$U_p = U_f = v_{p1/2} \quad (25)$$

다른 종속 변수의 벽면 경계조건은 다음과 같다.

$$U_f = V_f = V_p = 0 \quad \overline{d\rho_p}/dr = 0 \quad (26)$$

방정식 (11)과 (22)를 결합시키면 Lagrangian 시간 척도  $t_i$ 은 Newton-Rhapson 방법에 의해 풀 수가 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_f \sigma^2 t_i^4 + (\epsilon_f \sigma^2 t^{*2} - l_f^4) t_i^2 - (C_{pe}' \frac{\rho_p}{\rho_f} t^* l_f^4) t_i \\ - l_f^4 t^{*2} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

4. 계산 결과 및 고찰

수직관에서 작은 입자를 갖고 실험한 Boothroyd<sup>(1)</sup>의 실험자료를 본 연구의 모델들을 시험하는데 이용하였다. 이러한 이유는 Boothroyd<sup>(1)</sup>의 실험 자료가 일반적인 마찰저항 감소와 증가현상을 모두 나타내고 있기 때문이다. 그의 실험은 참고문헌 (10)과 (12)등에 인용이 되어 있으나, 여기서 간단히 설명하면 다음과 같다. 실험에 사용된 입자는 아연 분말이며 크기는 평균 15 $\mu$ m, 관 직경은 0.0254m, 0.0508m, 0.0762m이고 부하도는 0.5에서 10까지 변화하며, Reynolds 수는 53,000이다.

Fig. 2는 순수기체에 대한 입자 부유 유동의 마찰계수의 비를 Boothroyd<sup>(1)</sup>의 실험과 비교한 것이다. 점선은 Lee와 Chung<sup>(10)</sup>의 계산 결과이고 실선은 본 연구에서 Lumley<sup>(8)</sup>의 마찰저항감소 모델을 사용하여 계산한 결과이다. 두 계산결과는 부하도가 0.5에서 5.0사이에서는 거의 같은 결과를 보여 주고 있다. 그러나 Lee와 Chung<sup>(10)</sup>의 연구에서는 입자상의 벽면속도 구배( $dU_p/dr$ )가 기체상의 벽면속도구배에 비례한다는 가정을 사용하여 마찰계수를 구하였으며, 입자의 농도가 없을때( $\bar{\rho}_p=0$ )  $\epsilon_f/\epsilon_{f0}$ 가 1이 앞된다. 따라서 그들은 Boothroyd<sup>(1)</sup>의 실험자료에 일치하도록 위와 관련된 모델상수들

을 변화시켜가며 계산한 관계로 이론적인 배경이 약하다. 또한 Lee와 Chung<sup>(10)</sup>의 방정식 (15)에서  $\epsilon_f/\epsilon_{f0}$ 는 입자의 농도( $\bar{\rho}_p$ )가 증가함에 따라 단순히 감소를 하기 때문에, 그들의 모델만으로는 낮은 부하도에서의 마찰저항의 큰 감소현상이 어떤 원인에 의해 일어나는지가 명확하지 않았다. 그러나 본 연구에서는 방정식 (24)를 이용하여 마찰계수를 구하였으며, 벽면 근처에 입자가 부유하는 유동의 층류저층 두께를 예견하는 모델을 쓴 관계로, 본 연구에서 사용한 모델 상수들이 고정되어 있고, 부하도 ( $Z$ )가 0.5에서 2사이로 작을 때 일어나는 마찰저항의 큰 감소현상이 부유 유동장의 층류저층 두께 변화때문에 발생함을 수치해석을 통해 알 수가 있었다(본 연구의 Fig. 4 참고). 따라서 본 연구의 해석방법이 Lee와 Chung<sup>(10)</sup>의 해석방법보다 실험 결과를 더 이론적 근거로 예측하게 해준다. Fig. 2에서 상대 입자 크기( $d_p/D$ )가 증가할수록 마찰저항이 크게 감소함을 알 수가 있으며, 특히 Lumley<sup>(8)</sup> 모델에 의한 최소 마찰 계수의 예견은 만족할 만하다.

Fig. 3은 Fig. 2와 같은 조건하에서 순수기체에 대한 부유유동의 압력 강하비를 보여준다. 수직관을 이용한 입자 운송에서 압력강하는 입자와 유체의 중력, 가속 및 마찰에 의한 압력강하로 분리된다<sup>(16)</sup>. 0.0254m 관유동에서는 입자가 부유할 때

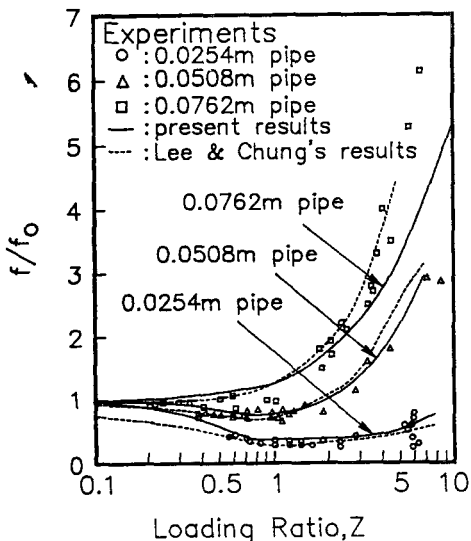


Fig. 2 Comparison of predicted friction factors with the experiments of Boothroyd<sup>(1)</sup>

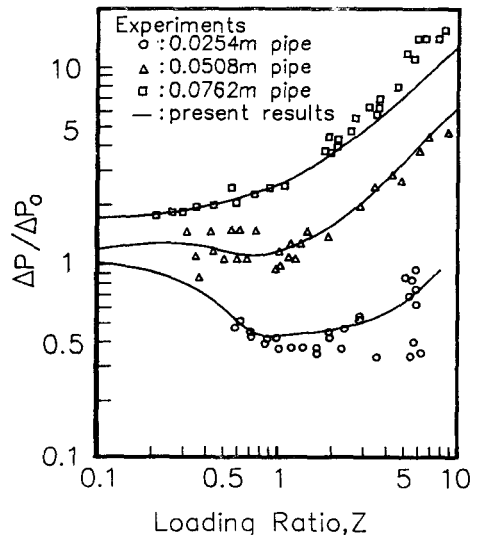


Fig. 3 Comparison of predicted pressure drops with the experiments of Boothroyd<sup>(1)</sup>

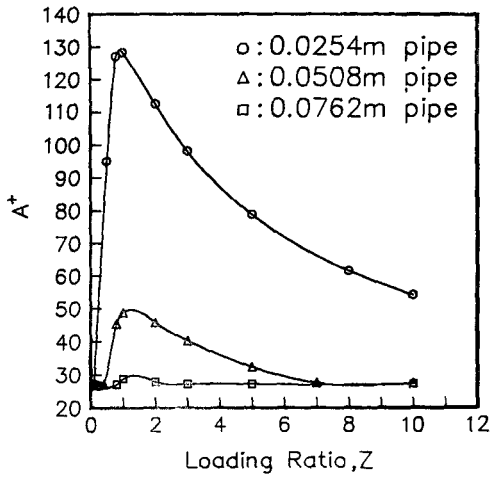


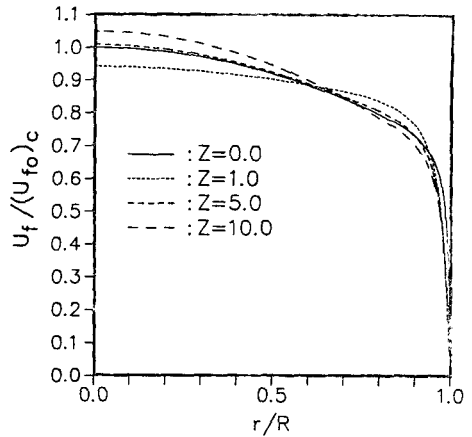
Fig. 4 Estimation of effective non-dimensional sublayer thickness using equation (20) and (21)

압력강하와 마찰에 의한 압력강하는 순수기체에 비하여 항상 낮게 나타나는 반면, 0.0762m 관 유동의 경우는 압력강하와 마찰에 의한 압력강하는 순수 기체에 비하여 항상 높게 나타난다. Fig. 2와 Fig. 3으로부터 상대 입자크기가 감소하고 부하도가 증가할수록, 중력에 의한 압력강하가 부유유동의 전체 압력강하에 미치는 영향이 증가함을 알 수 있다.

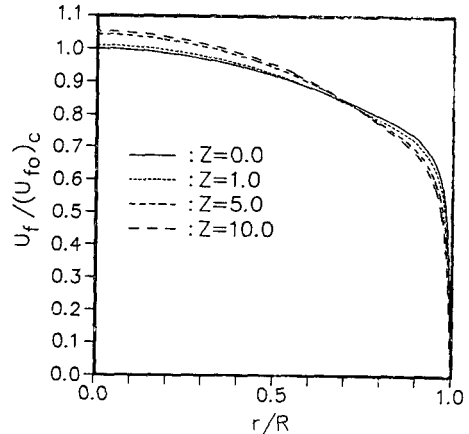
Fig. 4는 방정식 (20)과 (21)에 의해 계산된 유효 층류저층 두께,  $A^+$ 를 보여 준다. 상대입자크기가 증가할수록 부유유동의 유효 층류저층 두께는 현저히 증가함을 알 수가 있다. 가장 큰 상대 입자 크기 유동의 경우(0.0254m 유동)에서  $A^+$  값은 26에서 100보다 큰 값을 갖는 반면, 0.0762m관 유동의 경우에는  $A^+$ 는 26 근처의 값을 갖게 된다. 따라서 0.0762m 관 유동일때는 마찰 저항감소가 일어나지 않는다.

Fig. 2, 3, 4로 부터 2상유동의 유효 층류 저층 두께가 Stokes 이완 시간, Kolmogoroff시간 척도, 부하도에 종속됨을 알 수가 있다.

Fig. 5는 부하도를 변수로 하여 0.0254m와 0.0762m관 유동에 대하여 순수기체의 중심속도로 무차원화한 부유유동의 제1유체에 대한 축방향 평균 속도분포를 나타낸다. 0.0254m관 유동일 때, 부하도가 1에서 관 중심부의 기체의 평균속도가 순수기체에 비하여 평평해지고 느려짐을 알 수가 있



(a) 0.0254m pipe



(b) 0.0762m pipe

Fig. 5 Normalized mean axial velocity profiles of primary fluid for various pipe sizes and solids-gas loading ratios

다. 그러나 0.0762m 관 유동의 경우에는 모든 부하도에서 속도분포가 더 볼록해 짐을 알 수가 있다. 이 속도 분포에 대한 경향은 Boothroyd<sup>(17)</sup>의 실험 관찰과 매우 유사하다 (참고문헌의 Fig. 18 참고).

Fig. 6은 부하도를 변수로 하여 0.0254m 와 0.0762m 관 유동에 대하여 관 중심의 입자농도로 무차원화한 입자상의 농도분포이다. 0.0762m 관 유동의 경우 부하도가 증가할수록 벽면 가까이 입자 농도가 관 중심보다 증가함을 알 수가 있다. 이러한 경향은 Boothroyd<sup>(18)</sup>의 실험 관찰과 유사하다(참고문헌의 Fig. 9.1 참고). 그러나 본 연구

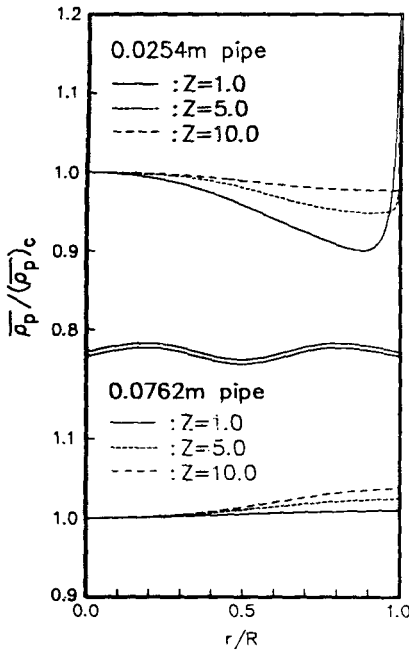


Fig. 6 Normalized mean density profiles of particulate phase for various pipe sizes and solids-gas loading ratios

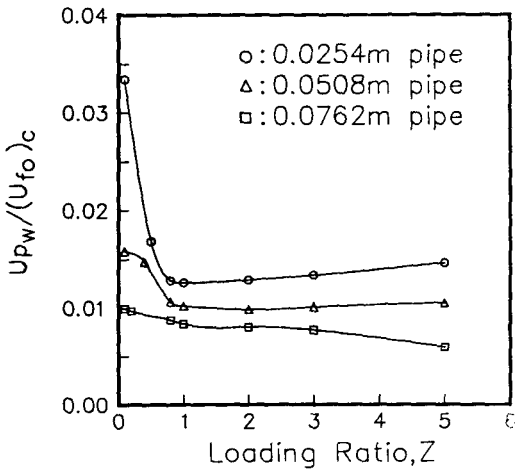


Fig. 7 Estimation of normalized particle wall slip velocity using equation (25)

에서는 정전기 효과를 고려하지 않았기 때문에, 벽면 근처에서 입자 농도가 Boothroyd<sup>(6)</sup>의 실험 결과보다 더 낮게 평가하고 있다. 저항감소가 크게 일어나는 0.0254m 관유동에서 부하도가 1일때, 입자의 농도분포가 처음에는 감소하다가 벽면에 가까

와질수록 빠르게 증가하는 현상이 보인다. 이러한 현상에 대한 이유는 아직 잘 밝혀지지 않고 있다. 그러나 부하도가 증가하면 입자의 농도 분포는 점점 포물형에 가까운 형태를 띄고 있다. 벽면 근처에서 입자의 농도 분포는 유효 층류저층 두께에 직접 관계되기 때문에, 상대입자크기( $d_p/D$ )와 부하도의 적절한 조합으로 저항감소를 최대로 할 수 있다.

Fig. 7은 방정식 (25)를 사용하여 계산한 무차원화된 입자의 벽면 미끄럼속도를 부여준다. 0.0254m 와 0.0508m 관 유동의 경우, 이 미끄럼 속도는 처음에는 감소 하다가 부하도가 증가시 점점 증가하는데, 이는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 유효 층류저층 두께의 변화 때문이다. 그러나, 0.0752m 관 유동의 경우에는, 부하도 증가와 함께 미끄럼 속도가 점점 감소한다.

### 5. 결 론

Lumley의 저항감소 층류저층 모델을 고려한 2유체 모델에 혼합거리 모델을 적용하여 2상 수직관 유동을 해석한 결과 실험적인 사실과 일치하는 다음과 같은 결론을 얻었다.

부하도가 낮을때 마찰계수 감소의 가장 큰 원인은 벽면 근처의 입자 존재로 인하여 발생하는 난류 감소때문에 부유 유동의 층류저층 두께의 증가 때문이다. 2상 부유 유동에서 유효 층류저층 두께는 Stokes 이완 시간, Kolmogoroff 시간 척도, 부하도에 종속된다. 부하도와 상대 입자크기를 적절히 조합하면 저항감소를 최대로 할 수 있다. 상대 입자크기( $d_p/D$ )가 증가하면 마찰 저항이 크게 감소한다. 낮은 부하도에서 저항감소가 일어날 때, 관 중심부에서 기체의 속도가 순수기체에 비하여 평평해지고 더 느려진다. 그러나 부하도가 크게 증가하거나, 저항감소가 일어나지 않을 때에는 관 중심부의 기체 속도는 순수기체에 비하여 더 빨라지고, 더 볼록해진다. 상대 입자크기가 작은 경우에 입자는 벽면 근처에 더 집중된다. 상대 입자크기가 큰 경우에는 입자의 벽면 미끄럼 속도는 처음에는 감소하다가 부하도가 증가함에 따라 유효 층류저층 두께의 증가로, 점점 증가한다. 그러나 상대 입자크기가 작은 경우에는 부하도의 증가에 따라 입자의 미끄럼 속도가 감소한다. 상대입자크기가 감소하고 부하도가 증가할수록, 중력에 의한 압력 강하가 부유 유동의 전압력 강하에 큰 영향을 미친다.



참 고 문 헌

- (1) Boothroyd, R.G., 1966, "Pressure Drop in Duct Flow of Gaseous Suspensions of Fine Particles", *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, Vol. 44, pp. 306~313.
- (2) Kane, R.S., and Pfeffer, R., 1973, "Characteristics of Dilute Gas-Solids Suspensions in Drag Reducing Flow", NASA CR-2267, cited from Rudinger, G., 1980, *Fundamentals of Gas-Particle Flow*, Elsevier Scientific Publishing Company.
- (3) Tardos, G., Yen, B., and Pfeffer, R., 1983, "The Effect of Static Charges on Drag Reduction in Dilute Gas-Particle Suspension Flow", *Chemical Engineering Communications*, Vol. 19, pp. 205~219.
- (4) Soo, S.L., 1967, *Fluid Dynamics of Multiphase Systems*, Blaisdell, New York.
- (5) Richardson, J.F., and McLeman, M., 1960, "Pneumatic Conveying-Part II : Solids Velocities and Pressure Gradients in a One-Inch Horizontal Pipe", *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, Vol. 38, pp. 257~266.
- (6) Saffman, P.G., 1962, "On the Stability of Laminar Flow of a Dusty Gas", *J. Fluid Mech.*, Vol. 13, pp. 120~128.
- (7) Jotaki, T., and Tomita, Y., 1973, "Turbulent Friction Drag of a Dusty Gas", *Bulletin of the JSME*, pp. 93~99.
- (8) Lumley, J.L., 1976, *Topics in Applied Physics*, Vol. 12, *Turbulence*, Edited by Bradshaw, P., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, and New York, pp. 289~324.
- (9) Abou-Arab, T.W., and Abou-Elail, M.M.M., 1987 "Computation of Heat and Momentum Transfer in Turbulent Gas/Solid Flows", *Proc. Int. Symposium of Multiphase Flows*, Hangzhou, China, pp. 374~379.
- (10) Lee, K.B., and Chung, M.K., 1987, "Refinement of the Mixing-Length Model for Prediction of Gas-Particle Flow in a Pipe", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 13, pp. 275~282.
- (11) Rizk, M.A., and Elghobashi, S.E., 1985, "The Motion of a Spherical Particle Suspended in a Turbulent Flow near a Plane Wall", *Phys. Fluids*, Vol. 28, pp. 806~817.
- (12) Choi, Y.D., and Chung, M.K., 1983, "Analysis of Turbulent Gas-Solid Suspension Flow in a Pipe", *Journal of Fluids Engineering*, *Trans. ASME, Series I*, Vol. 105, pp. 329~334.
- (13) Chung, M.K., Sung, H.J., and Lee, K.B., 1986, "Computational Study of Turbulent Gas-Particle Flow in a Venturi", *Journal of Fluids Engineering*, *Trans. ASME, Series I*, Vol. 108, pp. 248~253.
- (14) Crawford, M.E., and Kays, W.M., 1975, *A Program for Numerical Computation of Two Dimensional Internal/External Boundary Layer Flows*, Rept. HMT-23, Stanford University, California.
- (15) Patankar, S.V., and Spalding, D.B., 1970, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, 2nd Edn., Intertext Books, London.
- (16) Boothroyd, R.G., 1971, *Flowing Gas-Solids Suspensions*, Chapman and Hall, London.
- (17) Boothroyd, R.G., 1967, "Turbulence Characteristics of the Gaseous Phase in Duct Flow of a Suspension of Fine Particles", *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, pp. 96~109.