

<論 文>

충격하중을 받는 작은 중공원판의 고변형도율에서의 변형특성

이현철* · 김문생* · 김규남*

(1989년 8월 28일 접수)

Deformation Characteristics for Short Hollow Disc at High Rates of Strain Under Impact Loading

Hyeon Chul Lee, Moon Saeng Kim and Gyu Nam Kim

Key Words : Dynamic Compression(동압축), High Strain Rate(고변형도율), Neutral Radius(중립반경)

Abstract

The object of this research is to evaluate the functional relationship between stress, strain and strain rate for a short hollow disc at both high strain and strain rates. And the friction effects at the interface of the specimen and the striker bar, and the behaviors of the neutral radius are investigated. The relationship between the flow stress and the geometry of a circular hollow specimen(h_o/d_o , d_i/d_o), and the influence of the specimen geometry on the friction effect are also analyzed. The flow function(stress vs. strain) is dependent upon the geometry of specimen and strain rate. The strain rates obtained in this research are from $3.63 \times 10^3/s$ to $1.39 \times 10^4/s$. The maximum strain rate through deformation occurs at the range of 60~70% of total deformation. The position of the neutral surface determined theoretically is in good agreement with the measured one, and do not move beyond the mean of the inner and outer radii.

기 호 설 명

- | | |
|----------------------------|-----------------------------------|
| A_o : 시편의 초기 단면적 | r_o : 시간 t 에서 시편의 외경 |
| A : 시간 t 에서 시편의 단면적 | S_{ys} : 단축인장시험시 항복강도 |
| h_o : 시편의 초기 높이 | t_f : 시편의 변형시간 |
| h : 시간 t 에서 시편의 높이 | t_n : 변형시 내경이 중립반경과 일치하는 시간 |
| P_f : 마찰이 없는 경우의 축하중 | \dot{W}_f : 마찰에 의해 한 일률 |
| P_o : 실험에서 관찰된 축하중 | \dot{W}_i : 변형시 시편의 내부 일률 |
| R_i : 시편의 초기 내경 | σ_f : σ_o 의 마찰성분 |
| R_{if} : 변형후 시편의 내경 | σ_i : σ_o 의 관성성분 |
| R_o : 시편의 초기 외경 | σ_o : 관찰된 평균응력 |
| R_{of} : 변형후 시편의 외경 | σ_r : 반경방향의 응력 |
| r_i : 시간 t 에서 시편의 내경 | σ_{ys} : σ_o 의 항복성분 |
| r_n : 시간 t 에서 시편의 중립반경 | σ_z : 축방향의 응력 |
| | σ_θ : 원주방향의 응력 |

*정회원, 부산대학교 공과대학 기계설계학과

1. 서 론

동하중(dynamic loading)이나 충격하중을 받는 재료나 구조물에 있어서 변형도율의 영향에 관한 연구는 매우 폭넓은 연구대상이 되어왔다. 변형도율의 영향을 규명하는 것은 재료의 기계적거동 및 소성흐름의 미시적 구조를 이해하는 중요한 인자들 중의 하나이다. 최근 다양화되고 있는 산업구조에 부응하여 재료의 정적 거동에서 동적거동의 중요성이 세계적인 추세로 되어가고 있기 때문에 재료의 동적거동에 관한 연구는 앞으로 동적피로파괴의 기초 연구로서 매우 중요한 분야라 할 수 있다.

특히 변형도율이 매우 큰 경우($\dot{\epsilon} > 1,000/\text{sec}$), 즉 고변형도율에서는 변형도율이 낮은 경우($\dot{\epsilon} > 1/100/\text{sec}$)에서 보다 재료의 기계적 거동이 판이하게 다른 양상을 띠고 거동한다는 것이 많은 실험결과 밝혀졌다⁽¹⁻⁸⁾. 많은 연구자들⁽¹⁻⁸⁾이 동소성(dynamic plasticity)과 급속하중 상태에서 소성변형의 반응에 대해서 연구해 왔으며, 응력-변형을-변형도율의 특성에 대한 연구는 여러 가지 실험방법에 의해 수행되어 왔다.

Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) 실험⁽¹⁻³⁾, Cam Plastometer 실험^(4,5), Drop Forge 실험^(6,7) 그리고 Expanding Ring 실험⁽⁶⁾ 등이 있다. 이 중 SHPB는 1914년 Hopkinson⁽⁹⁾이 천이영역의 응력을 측정하기 위해 고안하였다. 이 실험장치는 입력탄성봉과 출력탄성봉 사이에 시편을 놓고 각각의 탄성봉에 스트레인 게이지를 부착하여 발사봉으로 입력탄성봉에 충격을 가하였을 때 발생하는 응력파를 측정함으로써 시편의 응력-변형률-변형도율 사이의 관계를 얻었다. 1949년 Kolsky⁽¹⁰⁾가 반경방향의 관성을 고려하여 반경방향의 관성의 영향이 없을 때보다 높은 응력이 측정된다고 가정하여 실질적으로 관찰된 응력에서 이 반경방향의 관성항을 빼준 것이 재료를 변형시키는데 필요한 응력으로 계산하였다. 그러나 여기서는 마찰의 영향을 무시하였으므로 그 이후 1963년 Davies와 Hunter⁽¹¹⁾가 마찰의 영향을 최소로 줄이기 위해서 시편의 형상비(h/d)를 조절하였다. 이들은 시편의 형상비가 0.5일 때 마찰의 영향을 최소로 줄일 수 있다고 하였다.

지금까지의 많은 연구에도 불구하고 고변형도율의 영향에 대한 재료의 거동은 동압축이 작용할 때

발생하는 여러 가지 복잡한 현상들(마찰, 파동전파, 관성, 온도)의 영향으로 인하여 고변형도율에서 재료의 거동에 대한 충분한 이해가 부족한 상태이다. 또한 시편의 형상에 따라서 재료의 거동이 다르게 나타나는데, 중실원판(circular solid disc)이 충격하중을 받을 때 주어진 재료에 대하여 상온 혹은 고온에서 마찰 및 관성의 영향을 고려한 동적 변형특성에 관한 연구^(7,12)는 있으나, 시편의 형상이 중공원판(circular hollow disc)에 관한 연구는 매우 빈약한 실정이다.

이는 중공원판에서의 소성흐름은 내부소성흐름(inner plastic flow)과 외부소성흐름(outer plastic flow)을 구분하는 중립반경(neutral radius)의 존재로 인하여 중실원판과는 다르게 거동하기 때문에 그의 변형특성도 다른 각도에서 고찰되어야 하기 때문이다.

따라서 본 연구는 축방향의 동압축하중(axial dynamic compression)을 받는 작은중공원판이 고변형도율($\dot{\epsilon} > 1,000/\text{sec}$), 고변형률($\epsilon = \ln(h/h_0) > 1.0$)로 변형하는 재료에 대해서 다음과 같은 현상에 대해서 연구하고자 한다.

- (1) 동압축시 시편의 응력, 변형률, 변형도율사이의 함수관계 유도.
- (2) 동압축시 시편과 타봉의 접촉면 사이에서 발생하는 마찰영향의 조사.
- (3) 동압축시 시편에 발생하는 중립반경(neutral radius)에 관한 이론식의 유도.
- (4) 유동응력과 시편의 기하학적 형상과의 관계 해석.

2. 이론해석

2.1 속도분포

Fig. 1에서와 같이 원통좌표계에서 r , θ , z 를 각각 반경, 원주, 축좌표로 정의하고 \dot{u} , \dot{v} , \dot{w} 를 각각 반경방향속도성분, 원주방향속도성분, 축방향속도성분이라 하면, 이들 속도성분의 항으로 나타나는 변형도율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} & \dot{\epsilon}_\theta &= \frac{\dot{u}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{v}}{\partial \theta} & \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial r} - \frac{\dot{v}}{r} \right) \\ \dot{\epsilon}_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{w}}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

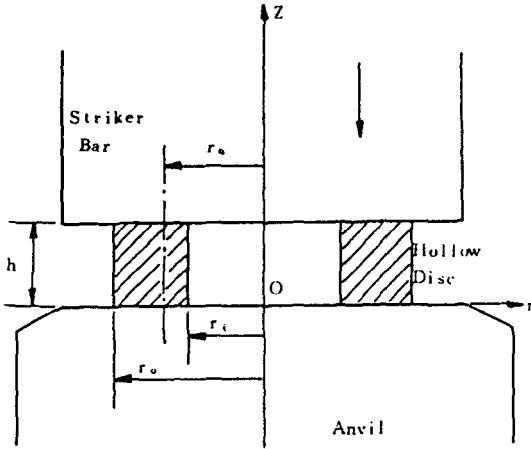


Fig. 1 Compression of a circular hollow disc

$$\dot{\epsilon}_{zr} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial r} \right)$$

시편의 형상이 대칭이므로 원주방향속도성분 \dot{v} 은 영으로 가정하고 대칭축에 수직인 평면은 압축하중을 받을 때 계속 대칭축에 수직인 평면으로 존재한다고 가정한다. 또한 축방향속도성분 \dot{w} 는 원점 O로부터 수직인 거리에 선형적으로 변한다고 가정하면 속도분포는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \dot{u}(r) \\ \dot{v} &= 0 \\ \dot{w} &= (\dot{h}/h)z \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 h 는 임의시간 t 에서 시편의 높이이다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} & \dot{\epsilon}_z &= \frac{\dot{h}}{h} \\ \dot{\epsilon}_\theta &= \frac{\dot{u}}{r} & \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \dot{\epsilon}_{\theta z} = 0 & \dot{\epsilon}_{zr} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

이 된다. 변형시 시편의 체적이 일정하다고 가정하면,

$$\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z = 0 \quad (4)$$

이 된다. 식 (3)을 식 (4)에 대입하여 정리하면

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{u}) + \frac{\dot{h}}{h} = 0$$

또는

$$\dot{u} = -\frac{1}{2} (\dot{h}/h) r + \frac{C}{r} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z r + \frac{C}{r} \quad (5)$$

가 된다. 여기서 C 는 적분상수이다. 중공원판이 동압축하중을 받을 때 일반적으로 반경방향속도성분이 영이 되는 중립반경 r_n 이 존재한다. 즉,

$$\dot{u} |_{r=r_n} = 0 \quad (6)$$

경계조건 식 (6)을 식 (5)에 대입하면,

$$C = \frac{1}{2} (\dot{h}/h) r_n^2 = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z r_n^2$$

이 되므로 반경방향속도성분 \dot{u} 는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -\frac{1}{2} (\dot{h}/h) r \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \\ &= -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z r \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 속도성분과 변형도율은 다음과 같다.

$$\dot{u} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z r \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right], \quad \dot{v} = 0, \quad \dot{w} = (\dot{h}/h)z \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z \left[1 + \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \\ &= -\frac{1}{2} (\dot{h}/h) \left[1 + \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \\ \dot{\epsilon}_\theta &= \frac{\dot{u}}{r} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_z \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \\ &= -\frac{1}{2} (\dot{h}/h) \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_z &= \frac{\dot{h}}{h} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \dot{\epsilon}_{\theta z} = \dot{\epsilon}_{zr} = 0 \end{aligned}$$

2.2 응력분포

(1) 관성에 의한 영향

(i) 축방향 응력

축방향의 미소요소에 대한 운동방정식에서 작은 시편의 전단력과 체력을 무시하면 시편의 축방향 운동방정식은

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \ddot{z} \quad (10)$$

$$\ddot{z} = (\dot{z}/h) \ddot{h} \quad (11)$$

이 된다. 식 (11)를 식 (10)에 대입하여 적분하면 시편의 윗면에서 축방향관성에 의한 축방향응력 σ_z 는

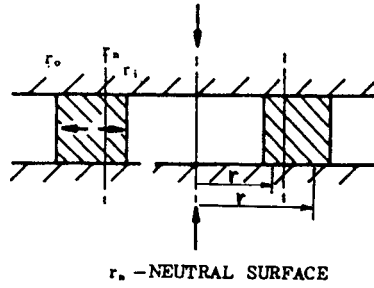
$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\rho h \ddot{h}) \quad (12)$$

이 된다.

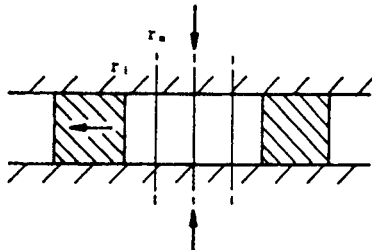
(ii) 반경방향 응력

동압축하중을 받는 중공원판은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 마찰에 의해서 소성흐름이 서로 바뀌는 경계가 되는 중립면(r_n)이 존재한다. 따라서 $r < r_n$ 인 경우와 $r > r_n$ 인 구역을 나누어 응력을 계산해야 한다. 먼저, $r > r_n$ 인 구역에서는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 운동방정식은 $\sum F = m\ddot{r}$ 로부터

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \ddot{r} \quad (13)$$



(a) $r_n > r_i$, Inward and Outward Flow



(b) $r_n < r_i$, Outward Flow

Fig. 2 Plastic flow in a circular hollow disc

가 된다. 압축시 시편의 체적이 일정하다고 가정하면,

$$V = \pi h(r^2 - r_n^2) = \text{constant}$$

$$dV/dt = 0$$

$$\dot{r} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{h}}{h} \right) r \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right]$$

가 성립한다. 식 (14)를 시간에 대해서 미분하면,

$$\ddot{r} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\ddot{h}}{h} \right) r \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} \left(\frac{\dot{h}}{h} \right)^2 r \left[1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \left[3 + \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right] \quad (15)$$

이 된다. 여기서 σ_r 의 분포를 포물선적으로 변화하는 값으로 가정하면^(13,14)

$$\sigma_r = A + Br^2$$

$$\sigma_r = K \quad \text{at } r = r_n \quad (16)$$

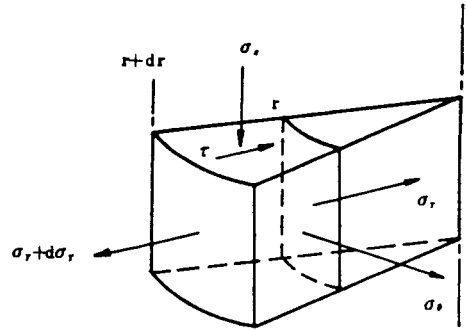
$$\sigma_r = 0 \quad \text{at } r = r_o \quad (17)$$

여기서 K 는 중립면에서 취한 상수값이다. 식 (16), 식 (17)로부터

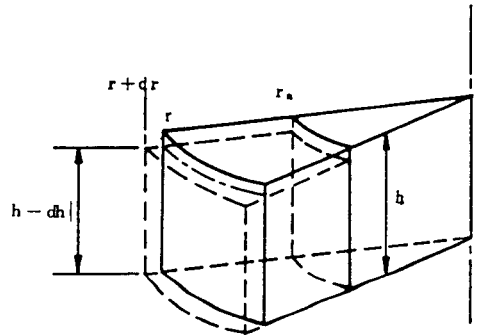
$$\sigma_r = \frac{K}{\left[1 - \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \right]} \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \quad (18)$$

가 된다. 식 (18)을 식 (13)에 대입하여 정리하면,

$$\sigma_\theta = \frac{K}{\left[1 - \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \right]} \left[1 - 3 \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] - \rho r \ddot{r} \quad (19)$$



(a) Stress on Element



(b) Incremental Strain Rate Pattern

Fig. 3 Small element for outer zone of a circular hollow disc

가 된다. Tresca 항복조건식 $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ 로부터,

$$\sigma_z - \sigma_\theta = -S_{ys} \quad (20)$$

이 성립한다. 식 (19)를 식 (20)에 대입하면,

$$\sigma_z = \frac{K}{\left[1 - \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \right]} \left[1 - 3 \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] - \rho r \ddot{r} - S_{ys} \quad (21)$$

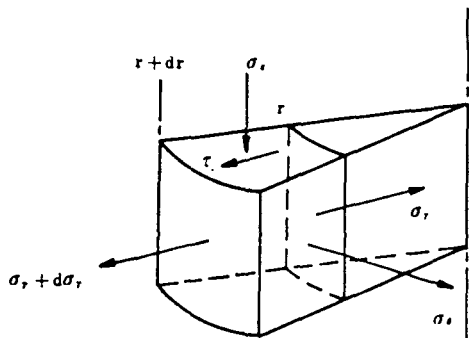
가 되며, 여기서 σ_z 는 $r > r_n$ 인 경우 반경방향관성에 의한 소성변형을 일으키는데 필요한 축방향응력이다. 같은 방법으로 Fig. 4에서와 같이 $r < r_n$ 인 경우 다음과 같은 경계조건

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 0 & \text{at } r &= r_i \\ \sigma_r &= K & \text{at } r &= r_n \end{aligned} \quad (22)$$

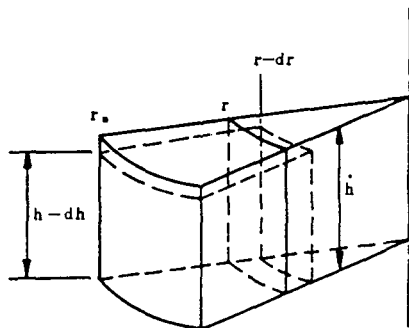
으로부터

$$\sigma_r = \frac{K}{\left[1 - \left(\frac{r_n}{r_i} \right)^2 \right]} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right] \quad (23)$$

$$\sigma_\theta = \frac{K}{\left[1 - \left(\frac{r_n}{r_i} \right)^2 \right]} \left[1 - 3 \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right] - \rho r \ddot{r} \quad (24)$$



(a) Stress on Element



(b) Incremental Strain Rate Pattern

Fig. 4 Small element for inner zone of a circular hollow disc

$$\sigma_z = \frac{K}{\left[1 - \left(\frac{r_n}{r_i}\right)^2\right]} \left\{ 1 - 3\left(\frac{r}{r_i}\right)^2 \right\} - \rho r \dot{r} - S_{ys} \quad (25)$$

가 성립한다.

(2) 마찰에 의한 영향

동압축 하중을 받는 시편의 마찰에 의해 한 일률은

$$\dot{W}_f = 2 \int_s \tau | \dot{u} | ds \quad (26)$$

이다. 여기서 $\tau = \mu \sigma_o$, $ds = 2\pi r dr$, 그리고 $| \dot{u} | = | \dot{r} |$ 로서 반경방향 평균속도이다. 그러므로,

$$\dot{W}_f = 2\pi\mu\sigma_o \left(\frac{h}{h}\right) \int_r r^2 \left[1 - \left(\frac{r_n}{r}\right)^2 \right] dr \quad (27)$$

이 된다. $r_i \leq r_n < r_o$ 인 경우,

$$\begin{aligned} \dot{W}_{f2} = & \frac{2}{3} \pi \mu \sigma_o \left(\frac{h}{h}\right) r_o^3 \left\{ 1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 \right. \\ & \left. - 3\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right) \right] + 4\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^3 \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

$r_n \leq r_i$ 인 경우,

$$\dot{W}_{f1} = \frac{2}{3} \pi \mu \sigma_o \left(\frac{h}{h}\right) r_o^3 \left\{ 1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 \right\}$$

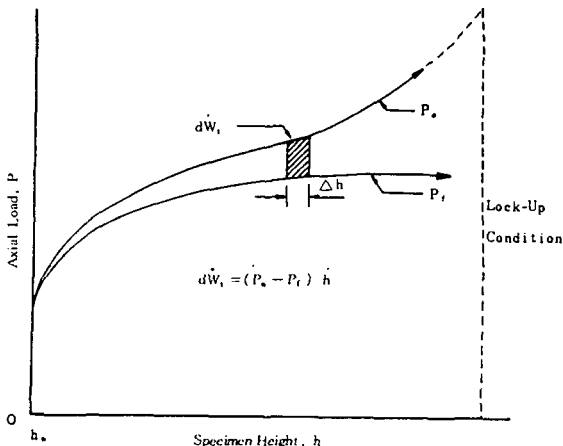


Fig. 5 Axial load vs. specimen height⁽¹³⁾

$$-3\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right) \right\} \quad (29)$$

가 된다. 또한 Fig. 5에서 보는 바와 같이 임의순간에서 관성효과를 무시하면⁽¹³⁾, $\sigma_o = P_o/A = P_o/\pi(r_o^2 - r_i^2)$, $d\dot{W}_f = (P_o - P_f) \dot{h}$ 이므로 식 (28)과 식 (29)를 μ 에 대해서 다시 정리하면 $r_i \leq r_n < r_o$ 에 대해서

$$\begin{aligned} \mu_2 = & \frac{3}{2\pi} \frac{(P_o - P_f)}{P_o} \frac{A_o h_o}{r_o^3} \\ & \frac{1}{1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 - 3\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right) \right] + 4\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^3} \quad (30) \end{aligned}$$

이 되고 $r_n \leq r_i$ 에 대해서

$$\begin{aligned} \mu_1 = & \frac{3}{2\pi} \frac{(P_o - P_f)}{P_o} \frac{A_o h_o}{r_o^3} \\ & \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 \right] - 3\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right) \right]} \quad (31) \end{aligned}$$

이 된다. 식 (30), (31)을 응력항으로 정리하면,

$$\begin{aligned} \sigma_{r1} = & \frac{2\pi}{3} \mu_1 \frac{\sigma_o}{A_o h_o} r_o^3 \left\{ 1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 \right. \\ & \left. - 3\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right) \right] \right\} \quad (32) \end{aligned}$$

when $r_n \leq r_i$

$$\begin{aligned} \sigma_{r2} = & \frac{2\pi}{3} \mu_2 \frac{\sigma_o}{A_o h_o} r_o^3 \left\{ \left[1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^3 \right] - 3\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^2 \right. \\ & \left. \left[1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right) \right] + 4\left(\frac{r_n}{r_o}\right)^3 \right\} \quad (33) \end{aligned}$$

when $r_i \leq r_o$

이 된다.

(3) 동압축시험에 대한 항복응력

동압축으로 인해 시편에 작용하는 평균관축응력 (σ_o)에는 항복응력성분 (σ_{ys}) 외에 마찰응력성분 (σ_f)와 관성응력성분 (σ_i)이 포함되어 있다. 따라서,

$$\sigma_{ys} = \sigma_o - \sigma_f - \sigma_i \quad (34)$$

이 성립한다. 그리고 식 (9)로부터

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_z &= \dot{h}/h \quad \ddot{\epsilon}_z = \ddot{h}/h - (\dot{h}/h)^2 \\ \dot{\epsilon}_z &= \dot{h}/h - (\dot{\epsilon}_z)^2 \end{aligned} \quad (35)$$

이므로, 식 (21), (25), (32), (33), (35)를 식 (34)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} \sigma_{ys} &= \sigma_o \left[1 - \frac{2}{3} \pi \mu_1 \frac{r_o^2}{A_o h_o} \left\{ \left[1 - \left(\frac{r_i}{r_o} \right)^3 \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 3 \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r_i}{r_o} \right) \right\} \right] \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \rho \left[\left[r^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right\} + h^2 \right] \dot{\epsilon}_z \right. \\ &\quad \left. + \left[h^2 - \frac{r^2}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^4 \right\} \right] \dot{\epsilon}_z^2 \right] \end{aligned} \quad (36)$$

when $r_n \leq r_i$

$$\begin{aligned} \sigma_{ys} &= \sigma_o \left[1 - \frac{2}{3} \pi \mu_2 \frac{r_o^3}{A_o h_o} \left\{ \left[1 + \left(\frac{r_i}{r_o} \right)^3 \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 3 \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{r_i}{r_o} \right) + 4 \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^3 \right\} \right] \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \rho \left[\left[r^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \right\} + h^2 \right] \dot{\epsilon}_z \right. \\ &\quad \left. + \left[h^2 - \frac{r^2}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r_n}{r} \right)^4 \right\} \right] \dot{\epsilon}_z^2 \right] \end{aligned} \quad (37)$$

when $r_i \leq r_n < r_o$,

이 성립한다. 식 (36)과 식 (37)에서 첫번째 항은 마찰 영향에 대한 보정항이고, 두번째 항은 관성영향에 대한 보정항이다.

2.3 중립반경

작은 중공원판이 압축하중을 받을 때 시편의 내경은 Fig. 2에서와 같이 마찰에 따라서 증가하기도 하고 감소하기도 하며, 혹은 변하지 않기도 한다. 만일 마찰이 존재하지 않는다면, 중립반경은 시편의 대칭축상에 존재하게 되므로 소성흐름이 중실원판과 동일한 형태로 나타나기 때문에 내경의 크기는 압축이 되면서 증가만 하게 된다. 그러나 마찰이 존재함에 따라서 내경에서 원주방향의 압축응력 (compressive hoop stress)⁽¹⁴⁾이 발생하여 내경이 감소하기 시작한다. 즉 Fig. 2에서 보는 바와 같이

r_n 의 위치에 따라서 소성흐름(inner flow, outer flow)이 서로 바뀐다. 현재까지 유도된 중립반경에 관한 식은 정압축하중을 받는 경우에 대해서 Hawkyard & Johnson⁽¹⁴⁾과 Avitzur⁽¹⁵⁾ 등이 유도하였다. 본 절에서는 동압축하중을 받는 작은 중공원판의 중립반경에 관한 식을 유도해 보고자 한다. 변형시 시편 내부의 일률은,

$$\dot{W}_i = \int_V (\sigma_r \dot{\epsilon}_r + \sigma_\theta \dot{\epsilon}_\theta + \sigma_z \dot{\epsilon}_z) dV \quad (38)$$

로 나타낼 수 있다. 그리고 단위시간당 시편의 전체에너지는,

$$\dot{E} = \dot{W}_i + \dot{W}_f \quad (39)$$

로 나타낼 수 있다. 앞에서 구한 응력과 변형도율에 관한 식을 식 (38)에 대입하여 적분하고, 식 (29)를 식 (39)에 대입하면 \dot{E} 를 결정할 수 있다. 그리고 식 (39)를 r_n 에 대해서 미분하면 중립반경에 대한 식을 얻을 수 있다⁽¹⁶⁾. 즉,

$$\frac{\partial \dot{E}}{\partial r_n} = 0$$

또는

$$Pr_n^5 + Qr_n^3 + Sr_n^2 + Tr_n = 0 \quad (40)$$

이 된다. 여기서,

$$P = \frac{3}{4} \rho \dot{\epsilon}_z^2 \frac{A_o h_o}{r_o^2 r_i^2}$$

$$Q = -\pi \rho h_o (\dot{\epsilon}_z^2 + 2\dot{\epsilon}_z) \exp(\epsilon_z) \ln \frac{r_o}{r_i}$$

$$S = 8\pi \mu_2 \sigma_o$$

$$T = \rho A_o h_o (\dot{\epsilon}_z - \frac{1}{4} \dot{\epsilon}_z^2) - 4\pi \mu_2 \sigma_o (r_o + r_i)$$

이다. 식 (40)을 수치적기법에 의해 방정식의 해를 구하면 그 해가 중립반경의 위치가 된다. 본 연구에서는 Nweton-Raphson법으로 해를 구하였다.

3. 실험

3.1 시편 및 실험장치

본 실험에서 사용한 시편은 상업용 구리(99.9%)와 알루미늄(5052)을 사용하였다. 시편의 형상은 구리는 외경이 5mm와 8mm, 알루미늄은 외경이 8mm이다. 구리와 알루미늄 모두 d_i/d_o 는 각각 0.6, 0.4이고 h_o/d_o 는 각각 1.0, 0.6, 0.3이다.

본 실험에서 사용한 실험장치는 Fig. 6에서 보는 바와 같이 FTE(Freight Train Experiment)⁽¹³⁾를 사용하였다. 시편의 상하면에는 윤활제 MoS₂를 사용하였다.

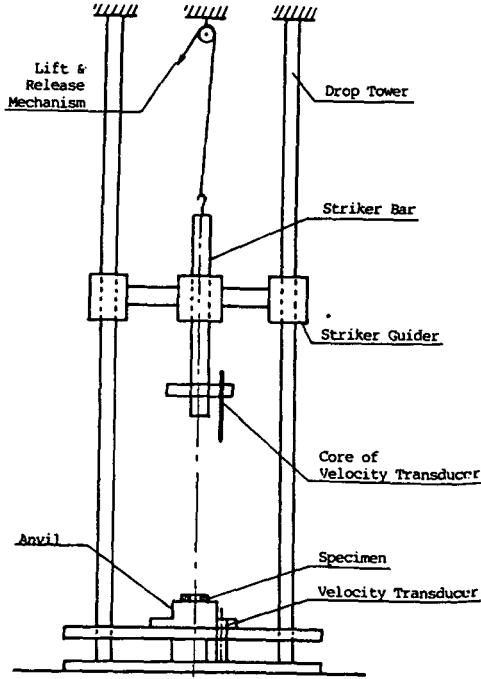


Fig. 6 FTE system for dynamic compression⁽¹³⁾

3.2 측정 및 데이터 해석

변형시 시편의 변형속도를 Schaevitz회사의 속도 변환기로부터 측정하여 Fig. 7과 같은 전형적인 속도-시간 곡선을 얻어냈다. 속도변환기의 속도감도는 19.291V/m/sec이다. 이러한 곡선을 미분과 적분을 각각 수행하여 임의 시간에서의 축방향 변형률($\epsilon = \ln(h/h_0)$), 변형도율($\dot{\epsilon} = \dot{h}/h$), 응력($\sigma = F/A_0e^{-\epsilon}$) 등을 구하였다. 그러나 동압축시 임의 시간에서 시편의 내경 또는 외경의 변화를 정확하게 측정할 수 없기 때문에 마찰보정응력이나 중립반경 등을 계산할 수 없다. 따라서 임의 시간에서 내경의 변화를 시간에 대한 2차함수로 가정하면,

$$r_i = At^2 + Bt + C \quad (41)$$

이 된다. 여기서 A, B, C는 상수이다. 또한 내경은 변형초기에는 증가하다가 임의 시간에서 중립반경이 내경보다 커지기 시작하면서부터 내경은 감소하므로 다음과 같은 경계조건을 갖는다.

$$\begin{aligned} r_i &= R_i & \text{at } t=0 \\ r_i &= R_{if} & \text{at } t=t_f \\ r_i &= r_n \\ \frac{dr_i}{dt} &= 0 & \text{at } t=t_n \end{aligned} \quad (42)$$

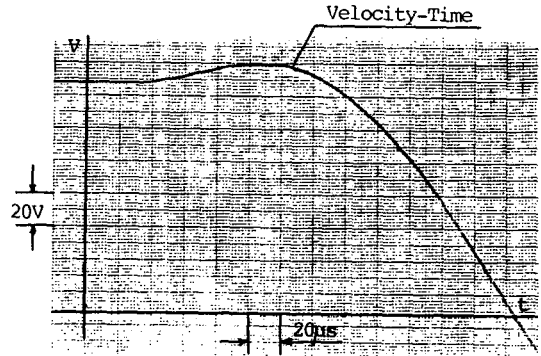


Fig. 7 Velocity-time curve recorded in X-Y recorder

여기서 R_i 는 시편의 초기내경, R_{if} 는 변형후 시편의 내경, t_f 는 전체변형시간, t_n 은 변형시 중립반경 r_n 이 내경 r_i 와 일치할 때의 시간이다. 식 (41)과 식 (42)로부터,

$$r_i = \frac{(R_{if} - R_i)}{t_f^2(1 - 2\alpha)}(t^2 - 2\alpha t_f t) + R_i \quad (43)$$

가 된다. 여기서 $t_n = \alpha t_f$ 로 표시되며 시편이 변형후 내경이 초기내경보다 작은 경우, 즉 $R_i > R_{if}$ 인 경우 내경이 증가하는 시간 t_n 이 매우 짧다고 가정하여 $t_n = 0$, 즉 $\alpha = 0$ 으로 두고 임의 시간에서 내경 r_i 를 식 (43)으로부터 구하였다. 그러나 변형후 $R_i < R_{if}$ 인 경우, 즉 시편의 내경이 증가만 하는 경우에는 변형이 끝날 때 중립반경과 내경이 일치한다고 가정하여 $t_n = t_f$, 즉 $\alpha = 1$ 로 두고 임의 시간에서 내경을 식 (43)으로부터 구하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 변형과 시편의 기하학적 형상과의 관계

여러가지 h_0/d_0 , d_i/d_0 그리고 낙하높이에서 행한 실험으로부터 구한 최대변형률과 최대변형도율이 Table 1에 나타나있다. 낙하높이와 d_i/d_0 가 증가할수록 최대변형도율은 증가하며, 일정한 d_i/d_0 에서 h_0/d_0 가 감소할수록 최대변형도율은 증가함을 알 수 있다. 그리고 시편의 최대변형도율은 전체변형의 60~70% 범위에서 발생하였다(Fig. 8 참조). 그러나 Fig. 9에서 보는 바와 같이 시편과 타봉사이의 마찰에 의한 제동현상(Lock-up Phenomena)⁽¹³⁾이 관찰된다. 이 현상은 시편에 작용되는 에너지를 증가시켜도 시편과 타봉사이의 마찰과 시

Table 1 Maximum attainable strain rates

Drop height(m)			0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
d_o (mm)	h_o/d_o	d_i/d_o						
5 (Cu)	1.0	0.6	8.20×10^2	1.69×10^3	2.18×10^3	3.27×10^3	4.48×10^3	—
		0.4	7.51×10^2	1.25×10^3	1.89×10^3	2.56×10^3	2.71×10^3	4.04×10^3
	0.6	0.6	1.77×10^3	3.60×10^3	3.79×10^3	5.82×10^3	8.62×10^3	1.00×10^4
		0.4	1.49×10^3	3.24×10^3	3.78×10^3	5.62×10^3	8.39×10^3	1.04×10^4
	0.3	0.6	4.03×10^3	7.73×10^3	7.02×10^3	9.93×10^3	1.24×10^4	1.39×10^4
		0.4	3.32×10^3	7.78×10^3	8.58×10^3	1.15×10^4	1.21×10^4	1.23×10^4
8 (Cu)	1.0	0.6	3.63×10^2	6.43×10^2	8.64×10^2	1.00×10^3	1.21×10^3	1.46×10^3
		0.4	3.68×10^2	5.99×10^2	6.85×10^2	8.95×10^2	1.11×10^3	1.23×10^3
	0.6	0.6	6.99×10^2	1.25×10^3	1.98×10^3	2.18×10^3	2.55×10^3	2.88×10^3
		0.4	—	1.20×10^3	1.58×10^3	2.28×10^3	2.57×10^3	—
	0.3	0.6	1.48×10^3	2.98×10^3	4.00×10^3	5.96×10^3	6.43×10^3	8.10×10^3
		0.4	1.45×10^3	2.84×10^3	—	5.22×10^3	6.25×10^3	7.92×10^3
8 (Al)	1.0	0.6	4.55×10^2	7.57×10^2	9.68×10^2	1.26×10^3	—	1.96×10^3
		0.4	4.14×10^2	6.76×10^2	9.00×10^2	1.13×10^3	—	1.75×10^3
	0.6	0.6	7.14×10^2	1.79×10^3	2.35×10^3	3.56×10^3	3.87×10^3	4.07×10^3
		0.4	6.74×10^2	1.46×10^3	2.12×10^3	2.45×10^3	3.63×10^3	3.78×10^3

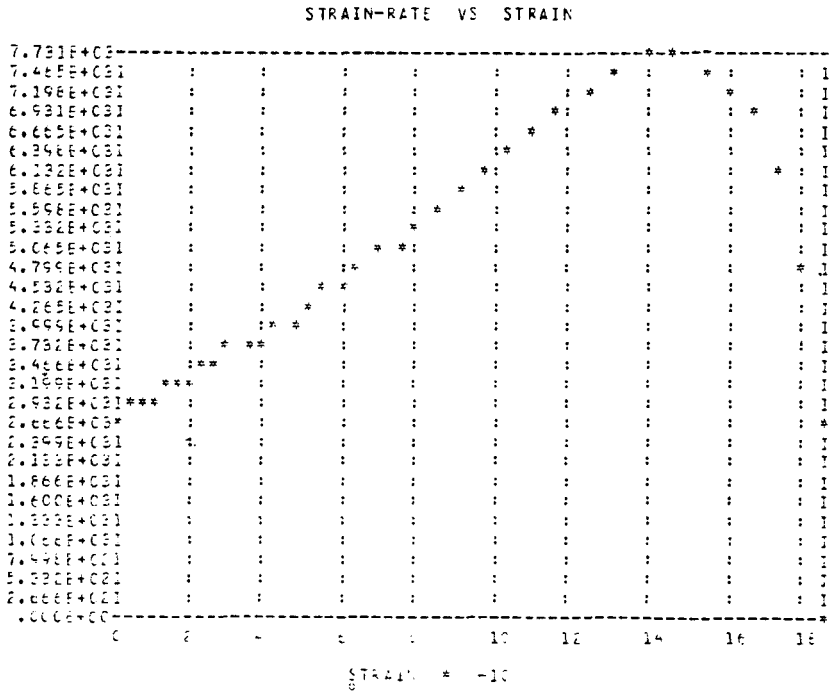


Fig. 8 Typical strain rate vs. strain curve ($h_o/d_o=0.3$, $d_i/d_o=0.6$, $d_o=5$ mm, drop height=1m, copper)

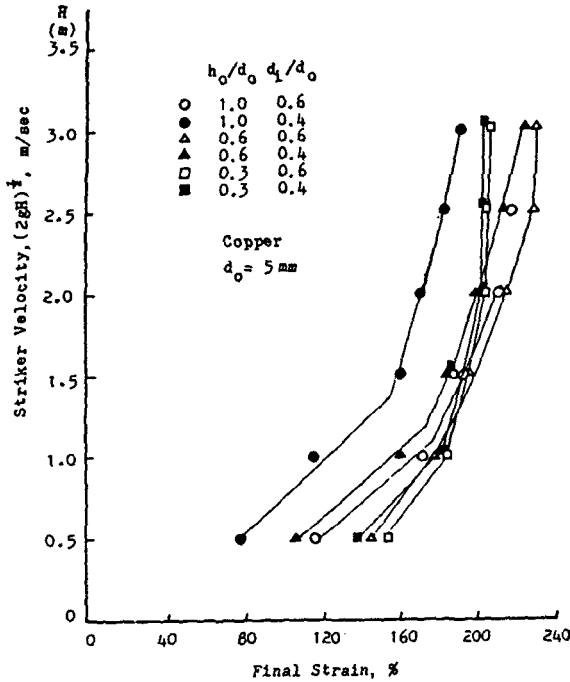


Fig. 9 Striker velocity vs. final strain curve

편내의 dead metal zone의 발생으로 인해 변형률이 더 이상 증가하지 못하기 때문에 발생한다. $h_0/d_0=0.3$, $d_1/d_0=0.4$, 0.6 인 경우 200%의 최종변형률에서 제동현상이 관찰되었다.

4.2 응력-변형률-변형도율 사이의 관계

Fig. 10과 Fig. 11은 평균변형도율에 대한 응력-변형도율곡선을 나타낸다. 변형도율이 증가할수록 응력은 증가하며 h_0/d_0 가 감소할수록 응력이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 12는 변형률에 대한 마찰보정계수의 관계를 나타낸다. 마찰보정계수는 식 (36)과 식 (37)에서 관성항을 무시하고 마찰보정계수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{마찰보정계수} = 1 - \frac{2}{3} \pi \mu_1 \frac{r_o^3}{A_0 h_0} \left\{ 1 - \left(\frac{r_i}{r_o} \right)^3 - 3 \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \left(1 - \frac{r_i}{r_o} \right) \right\} \quad (44)$$

when $r_n \leq r_i$

$$\text{마찰보정계수} = 1 - \frac{2}{3} \pi \mu_2 \frac{r_o^3}{A_0 h_0} \left\{ 1 + \left(\frac{r_i}{r_o} \right)^3 - 3 \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{r_i}{r_o} \right) \right\} + 4 \left(\frac{r_n}{r_o} \right)^3 \right\}$$

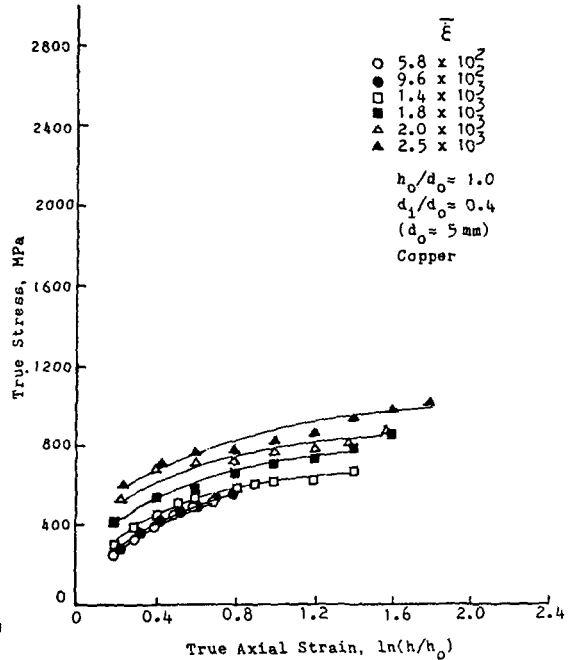


Fig. 10 True stress vs. true axial strain curve

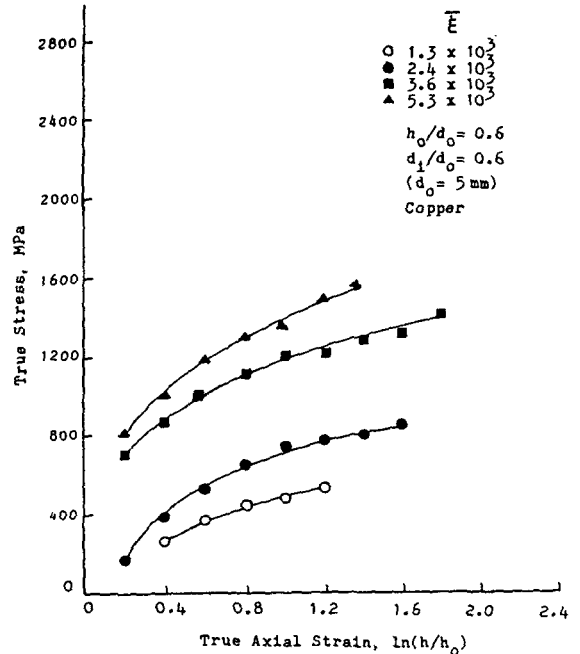


Fig. 11 True stress vs. true axial strain curve

when $r_i \leq r_n < r_o$ (45)

변형률이 증가함에 따라 마찰보정계수는 급격하게 감소하는데, 이러한 감소율은 h_0/d_0 와 d_1/d_0 가 감

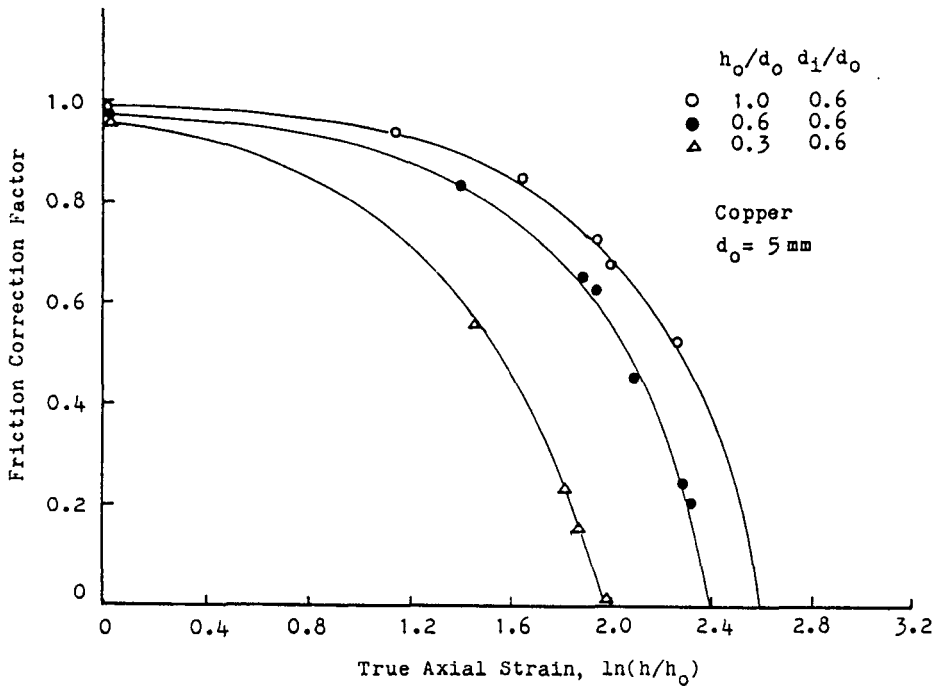


Fig. 12 Friction correction factor vs. true axial strain curve

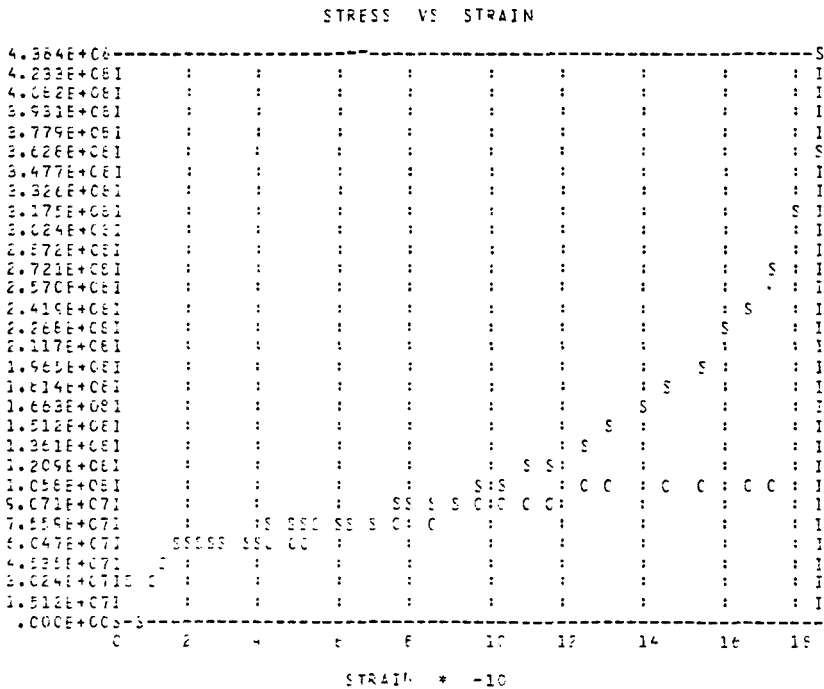


Fig. 13 Typical stress vs. strain curve ($h_0/d_0=0.3$, $d_i/d_0=0.6$, $d_0=5\text{mm}$, drop height=1m, copper)

소할수록 더 크게 나타난다. Fig. 13은 전형적인 응력-변형률 곡선과 보정응력-변형률 곡선을 나타낸다. 여기서 마찰계수는 중립반경의 위치에 관계없이 일정한 마찰 조건이라고 가정하여 윤활제 MoS₂를 사용한 경우 $\mu_1 = \mu_2 = 0.08^{(13)}$ 로 두고 계산하였다.

4.3 중립반경

시편의 변형시 내경의 변화에 대해 가정한 식의 유용함을 알아보기 위해서 단계적으로 시편에 동압축하중을 가하였다. Table 2는 단계적으로 시편에 동압축하중을 가하여 측정된 반경방향의 변위와 이론식으로부터 구한 변위를 나타낸다. Table 2로부터 실측한 반경방향의 변위와 이론식으로부터 구한 변위는 R_i/R_{i_f} 인 경우 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 14는 전형적인 중립반경-시간 곡선을 나타내며 ($h_o/d_o=1.0$, $d_i/d_o=0.6$, 낙하높이=3m,

$d_o=8\text{mm}$, Aluminum), 이 경우 $R_i > R_{i_f}$ ($D_o=8\text{mm}$, $D_i=4.8\text{mm}$, $D_{o_f}=15.0\text{mm}$, $D_{i_f}=2.8\text{mm}$)이므로 변형시 내경이 중립반경과 일치하는 시간이 매우 짧다고 가정하여 $\alpha=0$ 으로 두고 임의시간에서의 내경을 식 (43)으로부터 구하였다. Fig. 14에서 보는 바와 같이 변형 초기에 이미 $r_n=3.163\text{mm}$ 로 변형초기 매우 짧은 시간에 이미 중립반경은 내경과 외경 사이에 위치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 마찰상태가 매우 양호한 경우를 제외하고는 대부분의 시편은 변형후 $R_i > R_{i_f}$ 가 됨을 알 수 있다. 그리고 $t=t_f$ 에서 $r_n=4.368\text{mm}$ 서 중립반경은 변형후 내경과 외경의 중심위치 이상을 넘지 않는다는 것을 알 수 있다(Fig. 15, Fig. 16 참조). 중립반경의 위치는 변형후 시편을 반경방향으로 잘라 단면을 macro-etching 처리하여 flow line으로부터 그 위치를 측정하였다(Fig. 17 참조). 이 때 Table 2에서 보는 바와 같이 $R_i > R_{i_f}$ 인 경우 $r_i < r_n$ 에서

Table 2 Comparison of theoretically determined radial displacements and measured displacements

(a) Aluminum

$d_o(\text{mm})$	8						12						
$(h_o/d_o)/(d_i/d_o)$	1.0/0.6			1.0/0.4			1.0/0.6			1.0/0.4			0.6/0.6
Time(msec)	0.45	0.70	0.85	0.32	0.52	0.96	0.32	0.43	0.64	0.285	0.43	0.285	
$h(\text{mm})$	a	4.834	3.28	2.49	6.14	5.02	3.19	9.7	8.8	7.61	9.71	8.68	5.01
	b	4.8	3.30	2.50	6.20	5.00	3.00	9.6	8.85	7.65	9.8	8.8	5.0
$r_o(\text{mm})$	a	4.69	5.39	6.02	4.47	4.87	5.94	6.43	6.64	7.02	6.57	6.91	6.80
	b	4.60	5.32	5.98	4.50	4.85	5.78	6.50	6.61	7.0	6.7	7.0	6.97
$r_n(\text{mm})$	a	3.46	3.69	3.90	2.99	3.17	3.60	5.02	5.11	5.25	4.54	4.75	5.24
	b	—	3.60	3.85	—	—	3.53	4.97	5.06	5.19	4.42	4.59	5.16

(b) Copper

$d_o(\text{mm})$	8			12					
$(h_o/d_o)/(d_i/d_o)$	1.0/0.6			1.0/0.6		1.0/0.4	0.6/0.6		
Time(msec)	0.36	0.56	1.08	0.31	0.45	0.32	0.325	0.45	
$h(\text{mm})$	a	5.90	4.84	2.95	9.68	8.81	9.62	4.61	3.83
	b	5.92	4.89	2.98	9.6	8.7	9.7	4.7	3.9
$r_o(\text{mm})$	a	4.43	4.74	5.77	6.48	6.74	6.61	6.94	7.44
	b	4.47	4.69	5.80	6.41	6.69	6.54	6.80	7.35
$r_n(\text{mm})$	a	3.41	3.56	4.07	5.07	5.21	4.56	5.28	5.55
	b	—	—	—	4.94	5.16	4.48	5.19	5.47

a : Theoretically determined radial displacement

b : Measured radial displacement

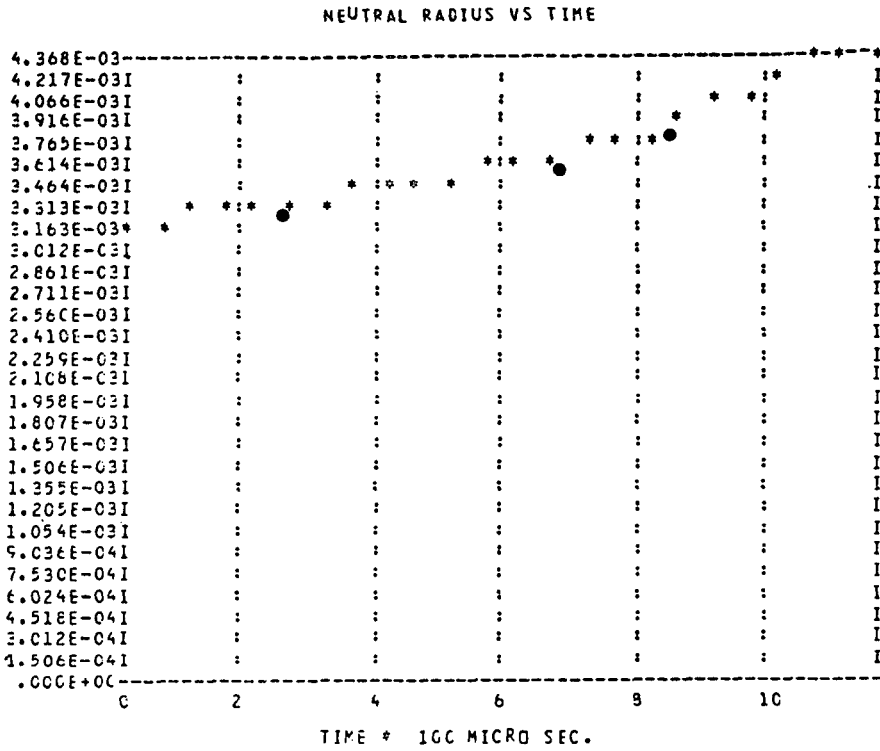


Fig. 14 Typical neutral radius vs. time curve ($h_o/d_o=1.0$, $d_i/d_o=0.6$, $d_o=8\text{mm}$, drop height = 3m, aluminum)
 ● Measured neutral radius
 * Theoretically determined neutral radius

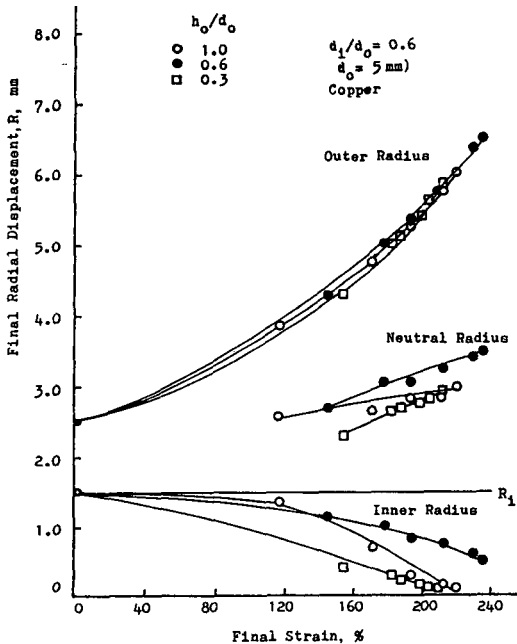


Fig. 15 Final radial displacement vs. final axial strain curve

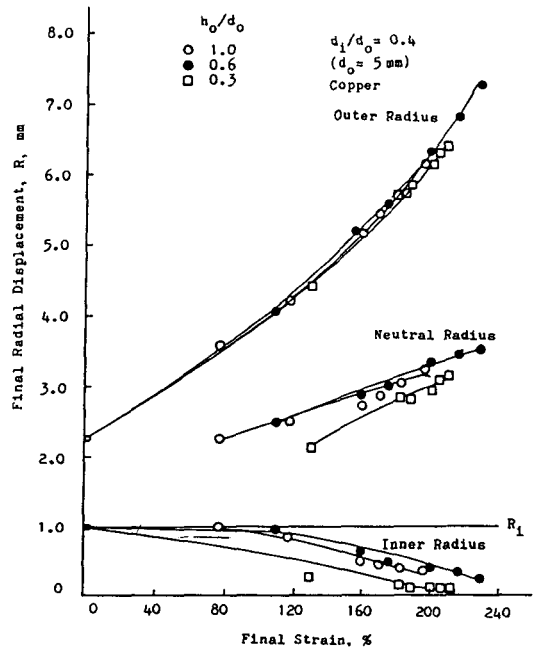


Fig. 16 Final radial displacement vs. final axial strain curve

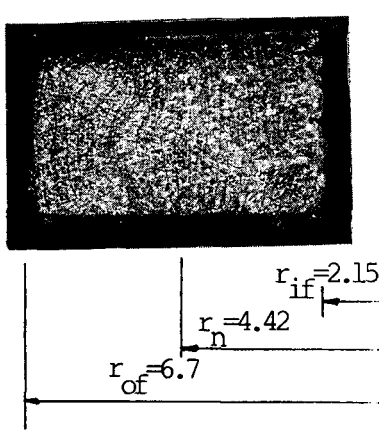


Fig. 17 Left half part of specimen tested under dynamic compression(see Table 2)

실측치와 식 (40)으로부터 구한 이론치는 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 본 실험에서 사용한 FTE장치를 통하여 얻은 최대변형도율은 시편이 변형하는 동안 전체 변형의 60~70%의 범위에서 발생하였으며, 이 값은 시편의 높이비(h_o/d_o)가 일정할 때는 직경비(d_i/d_o)가 증가할수록 증가하였고, 직경비가 일정할 때는 높이비가 감소할수록 증가하였다.

시편의 최종변형률은 시편의 높이비가 일정할 때 직경비가 증가할수록 증가하였다.

(2) 동압축시 시편의 표면과 타봉사이에 존재하는 마찰로 인하여 발생하는 제동현상(lock-up phenomena)은 시편의 높이비를 크게 하고 직경비를 작게할수록 피할 수 있다. 그리고 마찰 보정계수의 감소속도는 높이비와 직경비가 감소할수록 증가하였다.

(3) 흐름응력은 동일한 변형률에서 변형도율이 증가할수록 커지며 시편의 높이비가 감소할수록 증가하였으며, 시편의 형상비(h_o/d_o , d_i/d_f)가 감소할수록 마찰의 영향을 크게 받았다.

(4) 이론식으로부터 구한 중립반경의 위치는 단계적으로 시편에 동압축 하중을 가하여 측정된 값과 잘 일치하였으며, 변형후 중립반경의 위치는 내경과 외경의 중심위치를 넘지 않는다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 깊은 감사의 뜻을 포함합니다.

參 考 文 獻

- (1) Lindholm, U.A., 1966, "Some Experiments with the Split Hopkinson Pressure Bar", J. Mech. Phys. Solid, pp. 317~335.
- (2) Chiddister, J.L., and Malvern, L.E., 1963, "Compression Impact Testing of Aluminum at Elevated Temperatures", Experimental Mechanics, Vol. 3, pp. 81~88.
- (3) Daharn, C.K.H., and Hauser, R.E., 1970, "Determination of Stress-Strain Characteristics at Very High Strain Rates", Experimental Mechanics, Vol. 10, pp. 370~376.
- (4) Adler, J.F., and Phillips, V.A., 1954, "The Effect of Strain Rate and Temperature on the Resistance of Aluminum, Copper and Steel to Compression", J. Institute of Metals, Vol. 83, pp. 80~86.
- (5) Bailey, J.A., and Singer, A.R.E., 1983-84, "Effect of Strain Rate and Temperature on the Resistance to Deformation of Aluminum, Two Aluminum Alloys, and Lead", J. Inst. Metals, Vol. 92, pp. 404~408.
- (6) Pugh, H. L. D., and Watkins, M.T., 1957, "Some Strain Rate Effects in Drop Forging Tests", The Properties of Materials at High Strain Institution of Mechanical Engineers, London, pp. 122~127.
- (7) Samanta, S.K., 1967, "Simple Upestting: Strain Rate and Model Tests", Inst. J. Mech. Sci., Vol. 10, pp. 485~494.
- (8) Hoggatt, C.R., and Recht, R.F., 1973, "Stress-Strain Data Obtained at High Rates Using an Expanding Ring", Experimental Mechanics, Vol. 11, pp. 613~636.
- (9) Hopkinson, B., 1914, "A Method of Measuring the Pressure Produced in the Denotation of High Explosives or by the Impact of Bullets", Proc. Phys. Soc., Vol. A213, pp. 437~456.
- (10) Kolsky, H., 1949, "An Investigation of the Mechanical Properties of Materials of Very High Rates of Loading", Proc. Phys. Soc., Vol. B62, pp. 676~700.
- (11) Davies, D.E., and Hunter, S.C., 1963, "The

- Dynamic Compression Testing of Solids by the Method of Split Hopkinson Pressure Bar”, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 11, pp. 155~179.
- (12) Bailey, J.A., and Singer, A.R.E., 1983-84, “A Plain-Strain Camplastometer for Use in Metal-Working Studies”, *J. Inst. Metals*, Vol. 92, pp. 288~289.
- (13) 김문생, 1987, “동압축 하중을 받는 재료의 고변형도율에서의 마찰영향”, *대한기계학회논문집*, 제11권, 제 4 호, pp. 454~464.
- (14) Hawkyard, J.B., and Johnson, W., 1967, “An Analysis of the Changes in Geometry of a Short Hollow Cylinder During Axial Compression”, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 9, pp. 163~182.
- (15) Avitzur, B., 1968, “Metal Forming: Processing and Analysis”, McGraw-Hill, New York.