

## 研究論文

大韓熔接學會誌  
第7卷 第4號 1989年12月  
Journal of the Korean  
Welding Society  
Vol. 7, No. 4, Dec., 1989

## 플럭스코어드 용접으로 맞대기 및 필렛 용접된 판의 용접변형

안성철\* · 유순영\* · 조성택\*

**A Study on Weld Distortion in Butt and Fillet Welds  
of a Steel Plate by Flux Cored Arc Welding**

S.C.Ahn\*, S.Y.You\*, S.T.Jo\*

**Key Words :** Inherent Strain(고유 변형율), Transverse Shrinkage(횡수축), Angular Distortion(각변형), Bead on Plate Welding(평판비드용접), Butt Joint(맞대기이음), Fillet Joint(필렛이음)

**Abstract**

In this paper weld distortion both in butt and fillet welds by flux cored arc welding has been investigated by changing welding parameters such as heat input and plate thickness, and the weld distortion was expressed as a function of welding parameters adopting the inherent strain theory as proposed by Watanabe and Satoh in 1961. As results of the research it is proposed that transverse shrinkage in root pass butt welds is proportional to  $\ln[(Q/t) \cdot \tan\theta]$  where Q is heat input(cal/mm), t is plate thickness(mm), and  $2\theta$  is groove angle(degree), and angular distortion  $\phi$ (radian) in one pass of fillet welds has the following relationship :

$$\phi \propto (Q/t^{1.5})^3 \exp[-(Q/t^{1.5})^{2/3}]$$

These equations provide us with basic tools to predict the amount of weld distortion in welded structures.

I. 서언

용접시 가해지는 국부적인 가열에 의한 용접부

의 팽창과, 용착금속이 응고할때 발생하는 소성 strain때문에 변형 및 수축이 용접구조물에 일어난다. 변형된 용접구조물을 교정하는 열곡직 작업은 공수가 많이 소요될 뿐만 아니라 재질의 기계적

성질에도 나쁜 영향을 미칠 수 있기 때문에 최소화 하는 것이 바람직이다.

지금까지 많은 학자들이<sup>1)~4)</sup> 변형을 경험적 또는 열탄소성해석을 통해 예측하고자 많은 연구를 하여 왔다. 이들 중에서도 Watanabe, Satoh<sup>1)</sup>는, 용접시 재료가 변형에 저항하지 않는 임계온도 이상으로 가열되는 영역에서 변형이 발생된다는 inherent strain 개념을 도입하여 용접입열 및 적층수 등의 함수로 각변형 및 수축량을 피복용접법에 대해 정량적으로 예측하였다.

본 고에서는, Watanabe, Satoh의 inherent strain 개념을 도입하고, 용접열에 의해 모재내부에 분포하는 등온도곡선을 판두께 방향으로 원형이라 가정하여 butt다층 및 fillet용접시의 용접변형을 용접변수로서 표시하므로 이를 예측하고자 하였다. 변형실험에 있어서는, 최근, 고능률 용접법으로 선박 및 각종 철구조물에 널리 적용되고 있는 FCAW(Flux Cord Arc Welding)를 사용하여 용접조건 및 개선각도, 판두께를 변화시켜 그 변형량을 측정하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1. Inherent Strain과 용접변형

용접변형은 용접열의 전도에 수반되는 국부적인 가열냉각에 따른 소성 strain에 의한 것이다. Fig. 1과 같이 용접 bead상의 임의의 점에 있어서, 용접선을 중심으로 하는 폭  $2b_z$ 의 부분에 고유 strain이 균일하게 분포하고 있다고 하면, 용접선 방향으로 단위길이를 갖는 폭  $2b$ , 두께  $t$ 의 미소직방체 ABCD를 판으로 잘라 내었을 경우 이 미소직방체에 존재하는 y방향의 고유 strain  $g_y$ 에 의한 변형은 응력-변형율 관계식과 곡률-변형율의 관계식으로부터 다음의 관계를 갖는다.

$$\epsilon_y = \sigma_y/E + g_y(z) \quad (1)$$

$$\epsilon_y = z'/R + \epsilon_o \quad (2)$$

$\epsilon_y$  : 판두께 방향 임의의 점에서의 y방향 strain

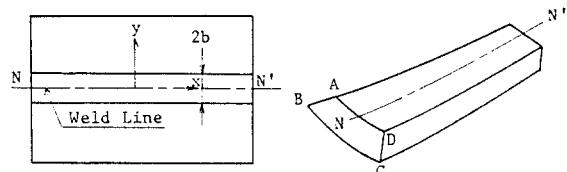
$\sigma_y$  : 판두께 방향 임의의 점에서의 y방향 stress

E : Young's modulus

$\epsilon_o$  : 중립축에서의 y방향 Strain

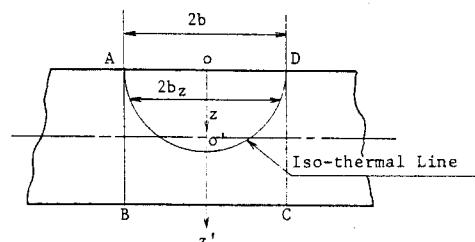
R : 곡률 반경

$z'$  : 판의 중앙면에서 판두께 방향으로의 거리



(a) Inherent Strain Zone

(b) An Element Cut Out from the Plate



(c) Circular Isotherms Assumed

Fig. 1 Inherent shrinkage concept in  
bead-on-plate welding

$$(z = z' + t/2)$$

이때, 미소직방체 ABCD는 외력이 작용하고 있지 않으므로 식(1), (2)는 힘과 Moment 평형 방정식

$$\int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dA = 0$$

$$\int_{-t/2}^{t/2} z' \sigma_y dA = 0$$

을 만족해야 하며 이의 관계식을 적용하여  $\epsilon_o$ 와  $1/R$ 로 정리하면 다음과 같다.

$$\epsilon_o = 1/t \int_{-t/2}^{t/2} g_y(z) dz'$$

$$1/R = 12/t^3 \int_{-t/2}^{t/2} g_y(z) z' dz'$$

따라서 이에따라 발생하는 횡수축  $S_o$  및 각변형량  $\phi_o$ 는

$$S_o = -2b \cdot \epsilon_o = -2b/t \int_{-t/2}^{t/2} g_y(z) dz' \quad (3)$$

$$\phi_o = 2b/2R = 12b/t^3 \int_{-t/2}^{t/2} g_y(z) z' dz' \quad (4)$$

으로 주어진다.

여기서, 고유 strain  $g_y(z)$ 에 대해 고찰한다.

용접으로 인한 판두께 방향의 온도분포는 판두

께 방향 임의의 점  $z=z_0$ 인 x-y면내의 온도를  $T|_{z=z_0}=T(y)$ 로 표시할 수가 있다. 이때 이 면에 대한 최고가열온도를  $T_p$ 라 놓을 때, 고유 strain이 존재하는 영역을 변형에 대한 저항력을 잃어버리는 온도  $\Theta_p$  이상까지 가열된 영역이라 가정하면, 이 면에 고유 strain이 존재하기 위해서는  $T_p$ 가  $\Theta_p$ 이상이 되어야 하므로,  $T_p \geq \Theta_p$ 를 만족하는 두께방향의 좌표값을  $z=z_p$ 라 할 때  $0 \leq z \leq z_p$ 의 범위가 고유 strain이 존재하는 영역이 된다.

이때  $\Theta_p$ 의 y방향의 폭은 z가 증가함에 따라 감소하고  $g_y(z)$ 의 크기는  $\Theta_p$ 의 y방향의 폭에 비례할 것이므로  $z=0$ 일때의  $\Theta_p$ 의 y방향의 폭을  $2b$ ,  $0 \leq z \leq z_p$ 인 임의의 점 z에서의  $\Theta_p$ 의 y방향의 폭을  $2b_z$ 이라 하면

$$g_y(z) = -\alpha \cdot \Theta_p \cdot b_z / b \quad (5)$$

단  $\alpha$  : 열팽창 계수

으로 표현 가능하다.

이 식(5)를 식(3), (4)에 대입하면

$$S_o = 2\alpha \cdot \Theta_p / t \int_{-t/2}^{t/2} b_z \cdot dz' \quad (3)'$$

$$\phi_o = -12\alpha \cdot \Theta_p / t^3 \int_{-t/2}^{t/2} b_z \cdot z' dz' \quad (4)'$$

## 2.2. Bead on Plate용접 변형식

평판 bead on plate용접을 행하였을 때 발생하는 변형을 해석하기 위해서 다음의 가정을 설정한다.

- (1) bead on plate용접변형  $S_t$  및  $\phi_t$ 는 식(3)', (4)'와 유사한 특성을 지닌다<sup>1)</sup>.

즉

$$S_t \propto 1/t \int_{-t/2}^{t/2} b_z dz' \quad (6)$$

- (2) 용접열에 의해 발생하는 고유 strain은 용접 선에 대칭으로 균일하게 분포하고 있다.  
 (3) 고유 strain이 존재하는 영역은 재료가 가열 냉각 중에 변형에 대한 저항력을 잃어버리는 온도까지 가열된 영역으로 한다.  
 (4) 용접열에 의해 모재 내부에 분포하는 등온도 곡선은 판두께 방향으로 원형이다<sup>5)</sup>.

가정 (2), (3)에 따라  $\Theta_p$ 의 등온도 곡선을 원형이라 가정하면 고유 strain이 존재하는 폭  $b_z$ 은

$$b_z = b \sqrt{1 - (z/b)^2} = b \sqrt{1 - [(z' + t/2)/b]^2}$$

으로 표시되며, 이를 (6), (7)에 대입하여 정리하면,  $b=t$ 를 경계로 하여 서로 독립된 2개의 식으로 표현되는데 이를 하나의 식으로 균사적으로 표현하면 다음과 같이 주어진다.

$$S_t / t \propto 1/t \cdot [1 - \exp[-1.5(b/t)^{3/2}]]$$

$$\phi_t \propto 1/t^3 \cdot \exp[-5(b/t)^{2/3}]$$

한편 Watanabe, Satoh 등<sup>1)</sup>은 실험적 연구에 의하면 고유 strain이 존재하는 폭은

$$b/t \propto Q/t^{1.5} \quad (Q : \text{입열량})$$

의 관계가 있음을 밝히고 있는데 이를 대입하면, bead on plate용접에 의한 횟수축량 및 각변형량은 다음식으로 표현된다.

$$S_t / t = c_1 q \cdot \{1 - \exp[-c_2 \cdot q^{3/2}]\} \quad (6)'$$

$$\phi_t = c_3 q^3 \cdot \exp[-c_4 q^{2/3}] \quad (7)'$$

단  $c_1, c_2, c_3, c_4$ 는 상수

$$q = Q/t^{1.5} \quad (\text{cal/mm/mm}^{1.5}), \quad Q : \text{입열량} \quad (\text{cal/mm})$$

## 2.3. Butt이음부 V Groove 다층용접변형

Bead on plate용접변형식 (6)', (7)'를 V groove butt다층용접에 적용하기 위하여 다음의 가정을 설정한다.

- (1) root gap은 판두께  $t$ 에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작다.  
 (2) 다층용접시 용접조건은 매 pass 동일하다.  
 (3) 제 2 pass이상의 pass 용접시 발생하는 변형의 증분은 Fig.2에 나타난 바와 같이 매 pass 용접후의 bead 높이와 동일한 판두께를 갖는 판에 bead on plate 용접을 행하였을 경우와 동일하다<sup>3)</sup>.  
 (4) bead의 덧살 높이를 무시한다.

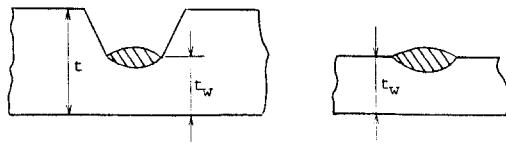
Fig.3와 같이 groove에  $A_w$ 만큼 채워진 임의의 경우에 다음 한 pass 용접을 실시할 때 횟수축량 증가량은

$$\Delta S_t = c_1 \cdot q_w [1 - \exp\{-c_2 \cdot q_w^{3/2}\}] \quad (8)$$

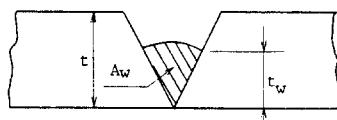
$$\text{단 } q_w = Q/t_w^{1.5}$$

$t_w$  : groove를  $A_w$ 만큼 채웠을 경우의 groove 높이

와 같으며, 주어진 용접조건으로 한 pass 용접을



**Fig. 2** Assumption of equivalent thickness in groove welding with bead on plate welding



**Fig. 3** Groove area after arbitrary pass welding

할 때  $A_1$ 만큼의 groove를 채운다고 하면 단위 용착면적당 횡수축 평균 증가율은  $\Delta S_t / \Delta A_w = \Delta S_t / A_1$ 이고, 위의 가정 (1)에 따라  $A/A_w = t^2 / t_w^2$ 의 관계가 있으므로 이를 식(8)에 대입하여 적분하면 근사적으로

$$S_t = S_1 + b_2 \cdot q \cdot N \cdot \{(n/N)^{1/4} - (1/N)^{1/4}\} \quad (9)$$

단  $S_1$  : 초층 pass 용접시 횡수축량

$N$  : groove를 모두 채우는데 필요한 pass수 ( $A/A_1$ )

$n$  : groove를  $A_w$ 만큼 채우는데 필요한 pass 수 ( $A_w/A_1$ )

$$q = Q/t^{1.5}$$

초층 pass에 의한 수축량  $S_1$ 은 서로 다른 2장의 모판이 용접에 의해 결합되기 때문에 bead on plate의 경우와는 다르므로 실험을 통해 그 관계식을 밝히는 것이 타당하다.

한편 마찬가지 방법으로, 두께  $t$ , 면적  $A$ 인 groove의 각 변형량은

$$\phi_n = b_3 \cdot q^{7/3} \cdot (N/n)^{1/4} \cdot N \cdot \exp[-b_4 \cdot q^{2/3} \sqrt{N/n}] \quad (10)$$

으로 주어진다.

#### 2. 4. One Pass Fillet 용접변형

Fillet 용접은 plate에 web가 부착된 경우로 butt이음부의 경우와는 열전도 양상이 다르다. Fillet 이음부에서는 bead on plate 용접시의 용접열이 web를 따라 전도되는 양만큼의 열손실이 예상되므로 그만큼 잔류 고유 strain의 존재폭이 감

소할 것이나 전반적인 경향은 bead on plate와 유사하리라 예견된다. 따라서 1 pass fillet이음시의 용접변형은 bead on plate 시의 변형의 pattern을 갖되 그 상수값에 차이가 있을 것이다. 즉

$$S_f / t = f_1 \cdot q \{1 - \exp[-f_2 \cdot q^{3/2}]\} \quad (11)$$

$$\phi_f = f_3 \cdot q^3 \cdot \exp[-f_4 \cdot q^{2/3}] \quad (12)$$

단  $f_1, f_2, f_3, f_4$  상수

### 3. 실험

Butt 용접 시험편은 Fig. 4(a)에 나타낸 바와 같이 폭 200mm, 길이 600mm, 두께 11mm, 14mm, 18mm의 연강판 2장을 맞대어 개선각이 각각 40°, 50°, 60°가 되도록 9종류의 시편을 준비하였다. 횡수축 및 각변형을 계측하기 위해 시편에 용접선 방향으로 100mm간격, 폭 방향으로 50mm 간격으로 날카로운 쇠톱을 사용하여 측정 point를 marking하였다. 횡수축량 측정점은 표점거리가 bead 중앙으로 부터 양쪽으로 150mm되는 지점을 택하였으며 이의 측정을 위해 1/20mm까지 측정 가능한 버니어캘리퍼스를 사용하였다. 한편 각변형량 측정은 일반적으로 널리 쓰이는 3점 지지법을 이용하였는데 취부후 초기 각변형을 계측하고, 용접후 시편이 상온으로 되었을 때 둘정반에 시편을 3점 지지대로 고정한 후 1/100mm까지 측정 가능한 dial gauge를 사용하여 측정하였다. 3 point 지지점은 측정시 기준이 되는 점이므로 그 위치를 명확히 하기 위해 시편 이면의 소정의 위치에 직경 5mm의 구멍을 깊이 3mm로 뚫어서 지지침의 윗부분이 구멍에 약간 삽입되도록 하였다. 용접에는 FCAW용 E71T-1 1.2φ를 사용하였으며 용접시 용접속도를 일정하게 유지하기 위해 carriage를 사용하였다.

한편 시편은 양끝단부와 중앙부에 20mm씩 가접하고 grinding후 가접에 의한 변형을 최소로 줄이기 위해 hammer로 곤제 퍼도록 하였다. 또한 root gap은 가능한한 0이 되도록 하였으며 초층 pass 시 용접현상을 방지하기 위해 ceramic backing재를 대고 초층 용접하였다.

각변형량 측정은 아래 식에 따라 행하였다 (Fig. 5 참조).

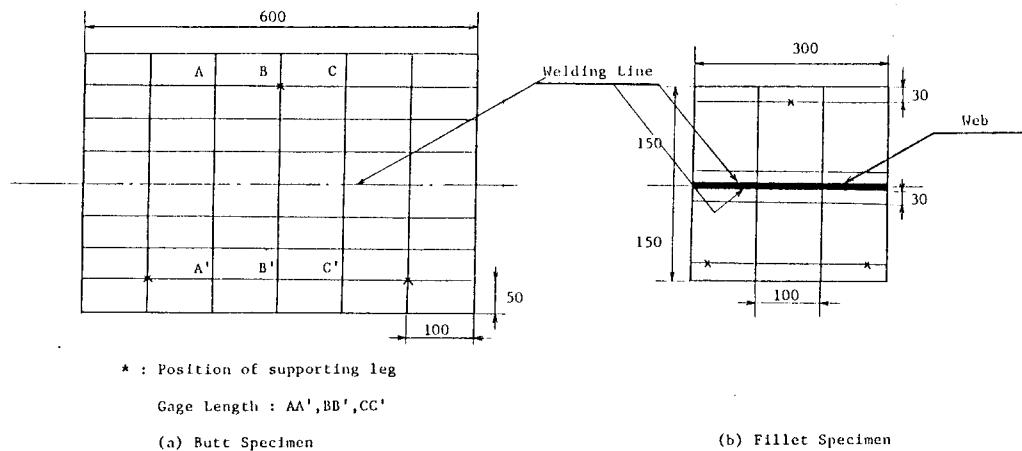


Fig. 4 Specimen dimension

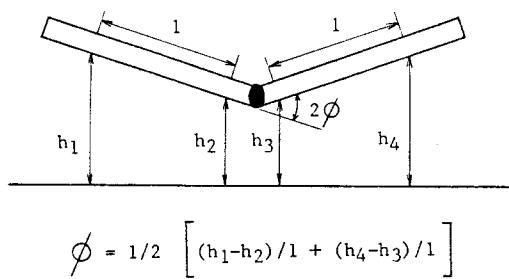


Fig. 5 Angular distortion measurement

$$\phi_n = 1/2 \{ (h_1 - h_2)/l + (h_4 - h_3)/l \} \text{ (rad)}$$

$\phi_n$  : 임의의 n pass 시 까지의 각변형량 (rad)

Fillet 시험편은 Fig. 4(b)와 같이 300×300mm 판의 중앙에 web를 대고 양쪽 용접하였다. 사용된 판두께는 7, 8, 13, 18mm이며 측정 point marking이나 측정기기, 방법등은 butt 시편의 경우와 동일하다.

각 실험에 채택된 용접조건의 일례를 Table 1 및 Table 2에 나타내었다.

Table 1 Welding conditions for butt welded joint

Thickness (mm)	Groove Angle	Volts (V)	Amps (A)	Speed (cm/min)	Heat Input (cal/mm)
11, 14, 18	40°, 50°, 60°	32	260	40	297
14	40°	30	240	32.4	317.5
Root pass only	60°	35	300	38.1	393.7

Table 2 Welding condition for fillet joint

Thickness (mm)	Amp. (A)	Volt (V)	Speed (cm/min)	Heat Input (cal/mm)
7	250	28	47	212.8
	250	30	35	355.1
8	260	30	40	278.6
	260	32	35	365.7
13	280	32	40	320
	280	32	40	320
15	270	32	35	352.6
	260	32	40	297.1
16	280	32	40	320
	260	32	40	297.1
	270	32	40	352.7

#### 4. 결과 고찰

##### 4.1. Butt용접 변형

먼저 butt 용접시 초층 pass에 의한 횡수축량 실험 결과를 Fig. 6에 나타내었는데 대략  $\ln(Q/t \cdot \tan\theta)$ 에 비례하고 있음을 볼 수 있다.

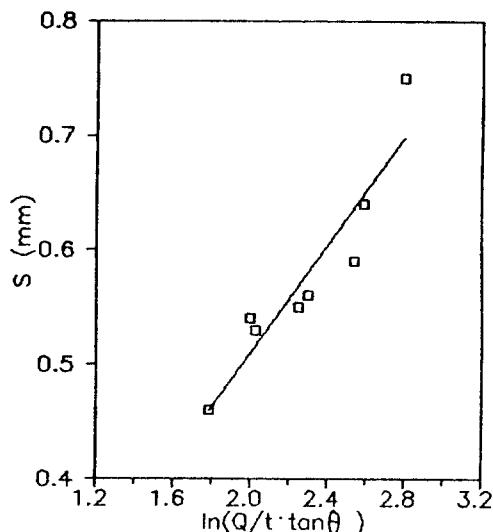
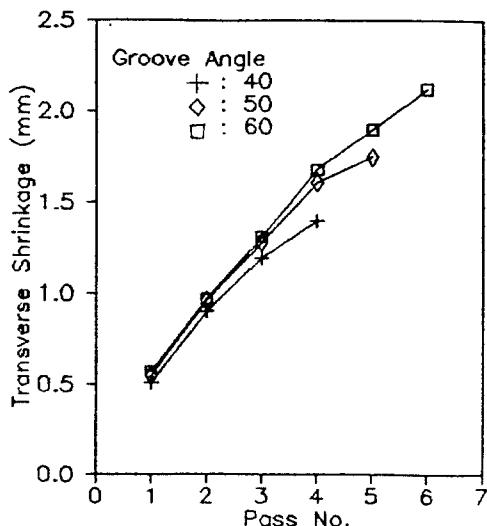


Fig. 6 Transverse shrinkage data in root pass as a function of welding parameters

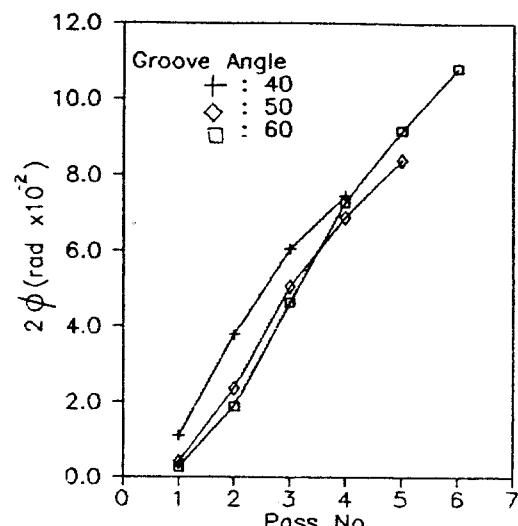


(a) Transverse shrinkage

Fig. 7은 pass 증가에 따른 변형량 증가형태를 나타낸 것으로, 횡수축량은 pass가 증가함에 따라 그 증가량이 점차 둔화되는 단조증가함수의 형태를 보이고 있으며, 각 변형량은 그 증가 형태가 S자형을 그리고 있음을 알 수 있다. 이들의 형태는 이론식 (9) 및 (10)이 그리는 형태와 일치하고 있다.

Fig. 8은 각 pass별 변형량 변화량으로서, 횡수축량은 초층 pass가 가장크고 pass수가 커짐에 따라 그 증가량이 점차 감소되고, 각 변형량은 처음 2-3 pass까지는 그 증가량이 증가하다가 어느 pass수 이후부터는 다시 감소하고 있음을 알 수 있다. 이는 또 개선각도가 적은 쪽이 큰 쪽보다 먼저 감소하고 있음을 주목된다.

이는 정성적으로 다음과 같이 설명된다. 앞서 기술한 바와같이 각변형량은  $b/t_w$ 의 함수형태로 표현되는데, 어느 값에서인가 최대값을 갖는다. 이 때의  $b/t_w$ 값을  $m$ 이라 하면, 주어진 두께와 입열량에서 각 pass시의 목두께  $t_w$ 에 대한  $b/t_w$ 의 값은 개선각도에 의존한다. 즉 한 pass용접에 의한  $t_w$ 의 증분은 개선각도가 작을수록 커지므로, 처음 1-2 pass시에는 개선각도가 적은 쪽이 큰 경우보다 최대의 각변형을 주는  $b/t_w$ 값, 즉  $m$ 에 먼저 가까워지므로 각변형량이 크게 나타나고, 계속해



(b) Angular distortion

Fig. 7 Cumulative amount of weld distortion (18mm)

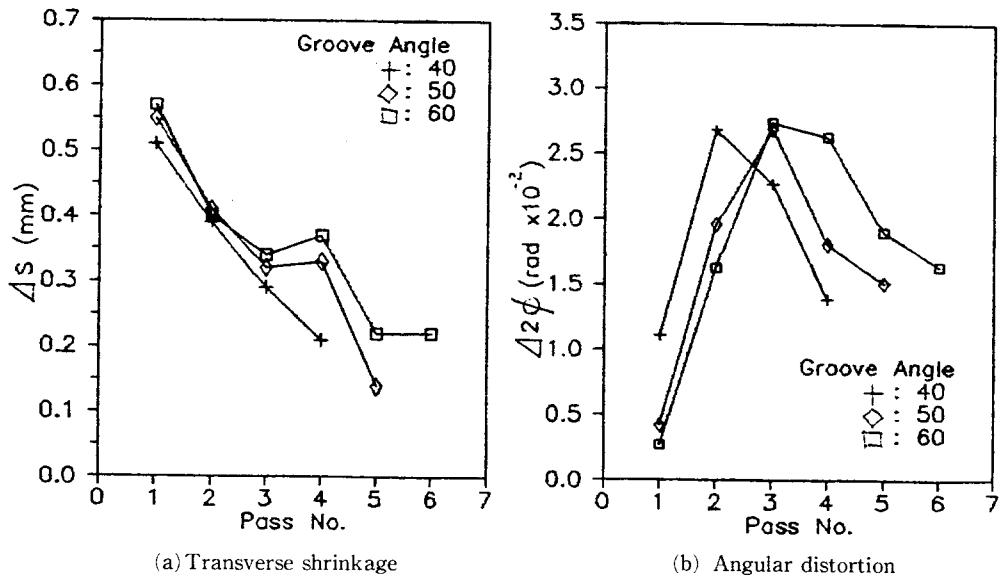
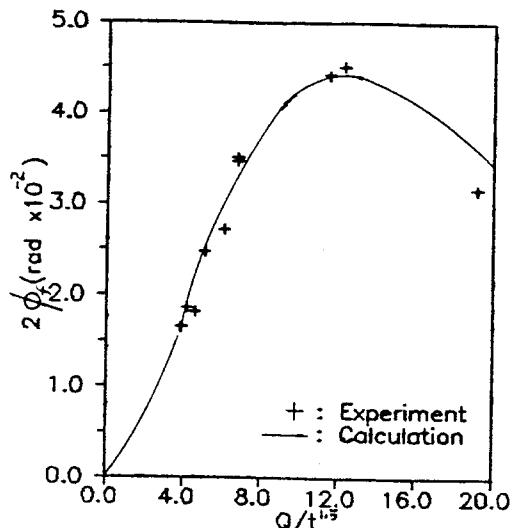


Fig. 8 Increment in weld distortion per each pass(18mm)

서 한 두 pass 용접을 진행한 후에는, 개선각도가 적은 쪽은  $m$ 값에서 멀어지기 때문에 그 값은 감소하기 시작하나, 개선각도가 큰 경우는  $m$ 값에 가까워지므로 그 증가량은 커진다. 이후 몇 pass 더 용접을 진행하면 양쪽 모두  $m$ 값에서 멀어지므로 점차 그 증가량이 감소하게 되는 것이다.

#### 4.2. Fillet 용접변형

1 pass fillet 용접 시에 발생하는 각변형량은  $Q/t^{1.5}$ 의 함수로 Fig. 9에 나타내었다. 이의 형태는 식(12)의 나타내는 형태와 일치하고 있으며 각변형량이 최대로 발생하는  $Q/t^{1.5}$ 의 값은 12.5였다 (단  $Q=cal/mm$ ,  $t=mm$ ). 이는 용접입열량  $Q=260\text{-}350cal/mm$ 의 경우 각변형이 최대로 발생하는 판두께는 8.5-9.5mm 정도이다. 이는 다음과 같이 설명할 수 있다. 예로써 용접조건은 일정하게 유지하고 판두께를 변화시키면서 용접을 할 경우  $Q/t^{1.5} > 12.5$ 의 경우는 판두께가 얕아 판두께 방향으로의 온도 구배가 작아지므로 각변형량은 감소하고  $Q/t^{1.5} < 12.5$ 의 경우는 두께 방향으로의 온도 구배는 크지만 변형에 대한 저항성이 증가하기 때문에 각변형량은 감소한다. 즉 각변형은 용접조건과 판두께의 상관관계에 따라 그 양이 결정되므로 변형이 문제시 되는 용접구조물에서 각변형이 최대로 발생되는 조건 ( $Q/t^{1.5}=12.5$ )을 피하여 시공조건을 결정할 필요가 있다.

Fig. 9 Angular distortions as a function of  $Q/t^{1.5}$ , in 1 pass fillet welding

#### 5. 상수의 결정

변형에 대한 이론적 고찰로 부터 얻어진 횡수축, 각변형식(9), (10), (11), (12)에 포함되어 있는 상수값들은 판의 초기온도, process에 따른 열효율, wire의 비용착량 등 다양한 factor들에 의해 지배되기 때문에 이론적으로 결정하기란 매우 힘들다. 따라서 이들 상수값의 결정은 실험

data를 통하여 그 값을 결정하는 것이 합리적이다.

한편 용접실험을 통한 실측 변형값들은 표점거리  $B_g$ 와 시편 폭  $B$ 와의 비  $B_g/B$ 에 따라 다르며 그 관계는 Fig. 10에 나타낸 바와 같다<sup>1)</sup>.

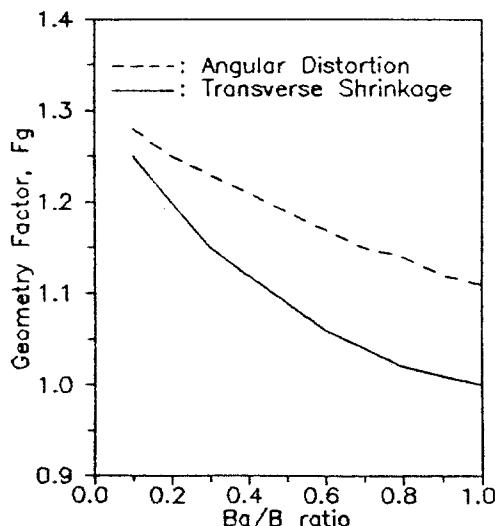


Fig. 10 Geometry factor,  $F_g$ , depending on gauge length,  $B_g/B$

이 geometry factor를  $F_g$ 라 하면, 이 값을 이용하여 표점거리에 의존하지 않는 변형값  $S$ 를 구할 수 있다.

실측 data값을  $S_m$ 라 하면

$$S_m = F_g \times S$$

$$\text{곧 } S = S_m / F_g$$

로 표현된다.

FCAW E71T-1 1.2φ의 경우 본 실험의 결과 구한 상수값들은 6장에 기술하였다.

## 6. 결 讼

이상의 연구결과 다음의 결론이 얻어진다.

-Butt 용접

(1) V groove butt다층 용접시의 획수축, 각변형식은 다음과 같이 얻어진다.

횡수축식

$$S_n (mm) = S_i + b_2 \cdot q \cdot N \{ (n/N)^{1/4} - (1/N)^{1/4} \}$$

$$\text{단 } S_i = b_1 \cdot \ln(Q/t \cdot \tan\theta)$$

각변형식

$$\phi_n (rad) = b_3 \cdot q^{7/3} \cdot (N/n)^{1/4} \cdot N \exp[-b_4 \cdot q^{2/3} \cdot \sqrt{N/n}]$$

단  $Q$ : Heat input(cal/mm),  $q = Q/t^{1.5}$

FCAW E71T-1 1.2φ의 경우 상수값은

$$b_1 = 0.252$$

$$b_2 = 0.175$$

$$b_3 = 8 \times 10^{-3}$$

$$b_4 = 1.00$$

(2) 획수축은 초층 pass시 가장 크고 pass가 증가함에 따라 그 증가량은 점차 감소한다.

(3) 각변형은 pass 수가 증가함에 따라 S자 형태의 곡선을 그리며 증가한다.

-Fillet 용접

(1) 1 pass Fillet 용접시 발생하는 각변형량은 bead on plate 용접시 발생하는 각변형 형태와 유사한 형태를 가지며 그 식은 다음과 같다.

$$\phi_f = f_3 \cdot q^3 \cdot \exp[-f_4 q^{2/3}]$$

단 FCAW E71T-1 1.2φ의 경우

$$f_3 = 1.95 \times 10^{-3}, f_4 = 0.834$$

(2) 각변형이 최대로 발생하는  $q$ 값은 대략 12.5 정도이다.

## 참고문헌

- 渡邊外：溶接力學とその應用，朝倉書店，(1965)，pp.367~411.
- Satoh : Process of contraction during first pass welding and cooling(Part 4), JWS Vol. 36, No. 3, (1967), pp.43-51.
- Satoh : Effect of welding conditions on welding deformations in multipass welded butt joint, JWS, Vol.45, No. 6, (1976), pp. 50-56.
- Fujimoto : A method for analysis of residual stresses and deformations based on the inherent strain, JWS, Vol.39, No. 4, (1970), pp.26-42.
- C.M.Adams : Heat flow in welding heavy steel plates, Welding Journal, 43, Research Supplement, (1964), pp.71s-79s.
- 최병길 외 : 용접변형 및 잔류응력제어기술 개발에 관한 연구, 과학기술처, 1987, 11, pp.5-22.