回轉機械의 不平衡에 대한 感受性과 敏感度(Ⅱ)

양 보 석

부산수산대학 박용기계공학과 교수

● 1954년생
● 회전기계의 진동을 전공하였으며, 불안정유체력에 의한 자려진동문제, 최적설계 등에 관심이 있다.

임 우 섭

효성중공업 기술연구소 대리

● 1960년생
● 기계설계를 전공하였으며, 기계진동 특히 펌프진동에 있어서 감도해석 및 최적설계등에 관심이 있다.

5. 불평형 민감도의 계산법

5.1 개 요

기계의 운전중에 불평형이 변화할 확률은 예측하기가 어렵다는 것에 대해서는 이미 지적한 바 있다. 따라서 계산은 민감도의 평가로 한정된다. 이 값은 공진에 인접하여 운전될 때의 특수한 경우에 대한 것이다. 계산의 정확도를 지나치게 높이 평가하지 않도록 주의할 필요가 있다. 이러한 속도에서 계의 감쇠는 특히 중요하며, 복잡한 계에 있어서는 충분한 정확도를 갖도록 이 감쇠값을 계산할 수는 없다. 따라서, 설계자는 감쇠값의 결정에 있어서 부분적으로 경험에 의존해야 한다.

5.2 불평형 민감도의 계산

파라메타가 불평형민감도에 미치는 효과를 결정하기 위해서는, 우선 이론적 모델에 관해 논의되어야 한다. 이 모델로부터, 민감도계산에 대해 충분한 정확도를 얻기 위해 실제 회전축계를 어떻게 모델링할 수 있으며 시험할 수 있는가와 같은 몇가지 추측을 이끌어 낼 수 있다. 단지 불평형 응답의 확대율에 미치는 효과에 관해서만 설명한다.

5.3 이론적 모델

회전축계를 다음의 행렬식으로 표현할 수 있다고 가정한다.

$$M\ddot{X}+C\dot{X}+KX=F \tag{15}$$

여기서 M, C 및 K는 질량, 감쇠 및 강성 매트릭스이다 또한 F는 불평형력으로 $F_c \cos \omega t+F_s \sin \omega t$이며, ω는 회전체의 각속도이다. 이 방정식은 해를 $X=X_o e^{i\omega t}$ 라고 가정하면 풀 수 있다. 이 방정식은 다음과 같은 형으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix}0 & M\\ M & C\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}\\ \dot{X}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-M & 0\\ 0 & K\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V\\ X\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ F\end{bmatrix},$$
$$V=\dot{X} \tag{16}$$

단순화를 위해, 계는 별개(distinct)의 고유치를 가진다고 가정한다. 이때 계의 고유벡터는 상사변환(similarity transformation)을 통해 방정식의 각 계수 매트릭스를 대각화 시킬

수 있다. 따라서, 운동방정식과는 비연성으로 된다. z_n 에서는 작용력에 의해 생긴 z_k 점의 변위에 대한 최종 변환 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\Gamma_{k,n}=\sum_{i=1}^{2h}\frac{\phi_{i,k}\psi_{i,n}}{a_i(\lambda-\lambda_i)} \tag{17}$$

여기서,

h : 자유도 수

$\phi_{i,k}$=점 z_k에서 i차 모드에 대한 좌고유벡터의 값

$\psi_{i,n}$=점 z_n에서 i차 모드에 대한 우고유벡터의 값

a_i=정규화 상수(복소수형)

$\lambda_i=\alpha_i+j\omega_i$, i차 모드의 복소고유치

λ=불평형 $\lambda=j\omega$에 대한 가진주파수

$j^2=-1$

식 (17)에서 불평형 감도에 영향을 주는 두개의 파라메타는 감쇠 및 측정점과 불평형 위치점에서의 모드형(mode shape)의 값인 것을 알 수 있다. 따라서 심지어 공진점에서의 불평형에 의한 진동도 허용 수준이내에 들도록 할 수 있다.

시험측정과 그후의 데이터 해석은 모드형에 관한 한정된 정보량만을 줄 수 있다는 사실에 주목해야 한다. 이 한정된 정보를 가지고 구조물의 원래 질량과 감쇠 매트릭스를 결정하는 역계산은 불가능하다. 따라서 이런 방법으로 얻는 질량 매트릭스를 모드질량 매트릭스라고 부르거나 모드질량에 관해 논한다는 것은 잘못된 것이다.

모드형의 진폭과 정규화 상수 a_i 사이의 관계는 이론적으로 다음과 같이 주어진다.

$$a_i=[\lambda_i\ \ \phi_i^T\ \ \phi_i^T]\begin{bmatrix}0 & M\\ M & C\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_i\ \phi_i\\ \phi_i\end{bmatrix} \tag{18}$$

만일 상수 a_i가 데이터 분석에서 $1+j0$(통상적인 값)으로 선택된다면, 이로부터 나온 모드형의 진폭은 진동에 관여한 질량과 감쇠가 얼마나 큰가에 따라 달라지게 된다. 상대적으로 큰 질량과 감쇠가 관여한 모드는 가진시키기 위해 보다 더 큰 에너지가 필요하며 무시될 수 있다.

계의 특성을 결정할 때, 감쇠와 모드형의 정확한 계산은 고유진동수의 계산보다 훨씬 더 어렵다.

수학적 모델에는 무엇이 포함되어야 하는가? 일반적인 규칙은 모델은 매우 큰 범위까지도 실제계와 일치해야 한다는 것이다. 모델은 모드형과 감쇠에 미치는 모든 효과를 나타낼 수 있어야 한다. 표준회전체에 대해서 이것은 다른 것들 중 베어링, 시일 그리고 기초는 모델에 포함되어야 함을 의미한다. 여기에서 사용된 집중질량 모델은 충분한 자유도 수가 채용된다면 허용할 수 있다. 회전체의 모델링에서 매우 중요한 부분은 축직경의 불연속 변화를 어떻게 다룰 것인가 하는 것이다.

최종의 회전체 모델은 자유진동시험을 통해 조사될 수 있다. 자유진동시험에 의해 구한 모드형은 회전체를 베어링 위에 놓고 시험한 결과와 전혀 다를 수 있다는 점에 유의해야 한다. 이것은 계산치와 측정치를 잘 비교하려면, 운전속도보다 훨씬 위에 있는 고유치들도 측정에 포함되어져야 함을 의미한다.

불평형 민감도는 계에 존재하는 감쇠에 따라 매우 달라지므로, 베어링에 의해 제공된 감쇠 또한 모델링시에 포함되어져야 한다. 선형, 때로 비등방성, 강성 및 감쇠계수를 가지는 표준적인 표현은 통상 베어링을 표현하기에 충분하지만, 계산된 값은 주의깊게 사용되어야 한다. 때때로 구름베어링의 비등방성 효과도 계산에서 다루어져야 할 필요가 있을 수 있다. 베어링계수를 직접 측정하기는 어렵다. 그러나 만일 회전체와 지지대의 특성이 잘 알려져 있다면, 평형잡이기계에서 간접적으로 이들 계수값을 측정할 수 있다. 그렇지만 이와 같은 방법으로 각 계수를 따로 평가하는 것은 중요한 일이다. 또한 베어링이 실제기계에 설치될 때 그 계수값이 변할 수 있다.

베어링과 베어링 지지대는 직열로 연결되어

있고, 이것은 지지대의 강성이 베어링감쇠가 얼마나 될 것인가를 결정한다는 것을 의미한다. 만일 베어링이 기초를 통해 서로 동적으로 연결되어 있다면, 이때 이 결합부도 모델에 포함되어야 한다. 또한, 기초도 계의 감쇠에 기여하게 된다.

기초를 보요소에 의해 모델링 하든, 3차원 FEM에 의해 모델링하든 간에 그것은 물리적인 파라메타와 과거경험에 의존하게 된다. 기초의 모델을, 고유치와 고유벡터를 추출하기 위해 모드해석이 이용된 진동시험결과와 비교할 수 있다. 추출된 모드(또는, 변환함수매트릭스)는 수학적 모델 대신으로 이용될 수 있다.

5.4 기타효과

끝으로 모델에 포함되어야 하는 기타효과는 자연적으로 실제기계에 의존한다. 예를 들면, 펌프시일은 강한 감쇠효과를 생기게하며, 반면에 고압하의 터보기계는 유체력에 의한 가진(flow excitation)에 의해 영향을 받을 수 있다. 베어링 또는 지지대에 매우 큰 비대칭성이 있을 때에는 회전체의 내부감쇠가 포함되어져야 한다.

6. 불평형 감수성에 대한 수치값

처음에는 상대적으로 단순한 계에 한정하여 권장안을 제안하고 있다. 이러한 계에 대해 기계등급에 따른 분류를 추천하며, 기계의 각 등급에 있어서 그림 2와 유사한 선도를 안(案)으로 한다.

6.1 기계 등급의 추천

(1) 등급 Ⅰ

부가적인 불평형의 발생 확률이 거의 없는 기계 ; 육중한(massive)회전체, 열악한 환경에 노출되지 않고, 마모되지 않았으며, 큰 온도 변화가 없는 환경.

(2) 등급 Ⅱ

운전조건하에 새로운 심각한 불평형이 발생할 확률이 중간정도의 수준인 기계 ; 예를 들면 높은 온도변화를 가지는 환경하에 있는 회전체, 서서히 마모되는 회전체.

(3) 등급 Ⅲ

운전중에 심각한 새로운 불평형이 발생할 확률이 높은 기계 ; 예를 들면 집진용 송풍기, 오수용 펌프, 크게 마모된 회전체, 특수 분쇄기(mill)등.

이 권장안은 어떤 기계그룹에 대한 승인사양(acceptance specifications)으로서 도움이 되게 할 목적은 아니다. 오히려 이 권장안은 큰 결함은 물론 비현실적이거나 도달할 수 없는 요구를 어떻게 피할 것인가에 관한 정보를 제공해 주어야 한다. 이 권장안은, 특수한 경우에 필요한 또는 충분한 평형잡이 품질과 필요한 계의 특성을 보다 정확히 결정해야 하거나 결정할 수 있을 때, 보다 깊은 조사를 위한 기초로서 도움이 된다. 만일 권장한계를 정당하게 고려하면, 아마 오랜시간에 걸쳐 만족스러운 운전조건을 기대할 수 있을 것이다.

분류를 위한 파라메타로서 모드민감도 S^*(확대율계수)를 이용해야 한다. 많은 경우 민감도의 실험적 조사를 위해서는, 이론을 잘 이해하고 있는 숙련된 사람이 필요하다.

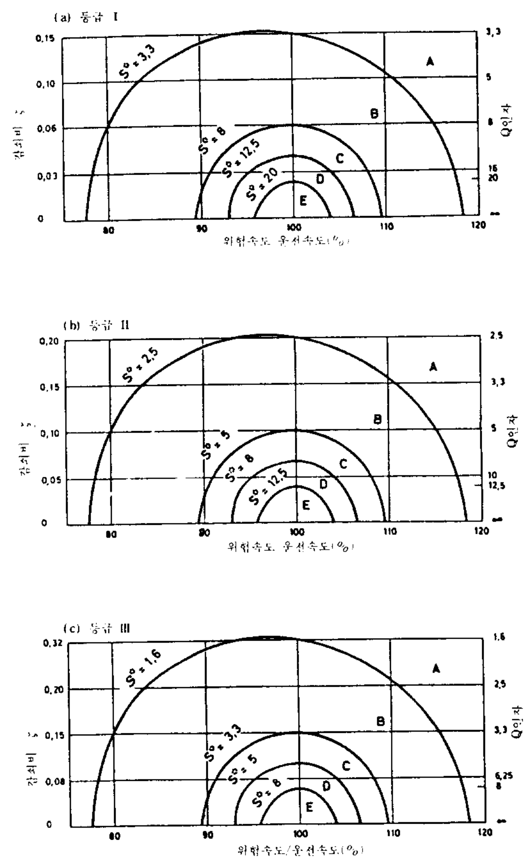
7. 불평형 감수성에 대한 규격안

계가 공진속도에서 1자유도계로 나타낼 수 있다면, Q인자는 확대율함수(amplification function)로 공진속도에서의 모드민감도이다. 그러므로 곡선은 일정한 확대율함수(모드민감도 S^*)의 상태로 설명될 수 있다.

이 값은 공진속도를 사용속도로 나눈 비로서 표시되거나, 회전체가 공진속도를 가속 또는 감속하며 서서히 통과하는 경우에 권장된다.

대개의 경우 계의 공진속도보다 매우 낮거나 높은 속도에서는 모드민감도가 적으므로 단지 위험속도 부근에서만이 관심의 대상이 된다.

본 규격안에서는 3종류의 등급으로 분류하여 허용모드민감도를 규정하고 있다. 분류예를 들



A : 위험속도를 찾을 수 없다.
B : 민감도가 낮다.
C : 민감도가 보통이다.
D : 민감도가 높다.
(현장평형잡이가 필요하다.)
E : 민감도가 매우 높다.
(회피해야만 한다.)

그림 6 위험속도 회피기준

면

등급 Ⅰ : 제지용 기계의 롤, 프린터 롤, 초진공펌프 등

등급 Ⅱ : 청수용 펌프, 전동기, 가스및 증기터빈, 터보발전기, 터보압축기 등

등급 Ⅲ : 원심분리기, 송풍기, 항공기용 가스터빈, 오수용 펌프 등

그림 6은 3종류의 등급에 따른 위험속도 회피기준을 모드민감도 S^*를 파라메타로 나타내고 있다.

앞절에서의 방법대로 모드민감도를 계산한 후 이를 그림 6에 적용하므로써 범위 A에서 E까지의 사이에 어느 부분에 해당하는가를 구할 수 있다.

참 고 문 헌

(1) ISO Draft Technical Report, Susceptibility and Sensitivity of Machines to Unbalance.
(2) Wang, Z. and J.W. Lund, Calculations of long rotors with many bearings on a flexible foundation, IMecE 1984-C 291/84.
(3) Ludwing Busse and Dieter Heiberger, Aspekte der wellendynamik bei industrieturbinen, Brown Boveri Mitt. 5-80
(4) Shiraki, K. and H. Kanki, A new vibration criteria for high speed large capacity turbomachinery, Proc. of the 8th Turbomachinery Symposium
(5) Karl Klotter, Technische Schwingungslehre -Band 1

부 록

1. 불평형 민감도의 수학적 해석

변형되지 않은 회전축은 정적변형을 무시하면, 베어링 축(axis)과 일치한다고 회전체 조건을 가정한다. 회전축은 회전체에 고정된 좌표계의 z축이며 축(shaft) 왼쪽끝이 원점이다. 불평형력에 의한 회전체의 탄성 변형은

$$S(z,\omega)=\begin{pmatrix} S_x(z,\omega) \\ S_y(z,\omega) \end{pmatrix} \qquad \text{A(1)}$$

여기서 S_x는 x축 방향, S_y는 y축 방향을 나타낸다.

회전체의 각 단면에서 무게중심의 기하학적 중심으로부터 임의의 방향 및 임의의 양만큼

벗어난다. 점 z에서 폭 dz인 회전체디스크의 편심값 $\boldsymbol{e}(z)$는, 수평으로 지지된 회전체의 자중에 의한 정적처짐을 무시하면, 베어링 축심에서 디스크 무게중심까지의 거리로서 정의된다. 축에 설치된 디스크에 의해 생긴 각속도 ω에서의 원심력은, 고려중인 점에서 축이 탄성적으로 $\boldsymbol{s}(z, \omega)$까지 변위하였을 때, 다음 방정식에 의해 주어진다.

$$d\boldsymbol{F}(z, \omega) = \mu(z)[\boldsymbol{e}(z) + \boldsymbol{s}(z, \omega)]\omega^2 \, dz \qquad \text{A(2)}$$

여기서 $\mu(z)$는 단위 길이당의 회전체 디스크의 질량이다. 이 힘의 성분은

$$\begin{aligned} dF_x(z, \omega) &= \mu(z)[e_x(z) \\ &\quad + s_x(z, \omega)]\omega^2 \, dz, \\ dF_y(z, \omega) &= \mu(z)[e_y(z) \\ &\quad + s_y(z, \omega)]\omega^2 \, dz \end{aligned} \qquad \text{A(3)}$$

만일 회전체가 등방성이면, 하나의 성분만을 고려해도 충분하므로 첨자 x와 y는 삭제될 수 있다.

이론에서, 고려중인 고유치 문제는 무한수의 고유치 ω_i와 이에 대응하는 고유벡터 $\phi_i(z)$를 가지지만, 실제로는 단지 제한된 수만 계산된다($i = 1, \cdots I$).

탄성변형 $s(z, \omega)$는, Fourier 급수전개와 유사하게 고유벡터 $\phi_i(z)$에 따라 급수 전개시킬 수 있다.

$$|\boldsymbol{s}(z, \omega)| = \sum_{i=1}^{I} \frac{|V_i(\eta_i, D_i)|}{m_i} \Big[u_i(z) + \sum_{l=1}^{L} U_l(z_n)\, \phi_i(z_n) \Big] \phi_i(z) \qquad \text{A(4)}$$

여기서,

$$|V_i(\eta_i, D_i)| = \frac{\eta_i^2}{\sqrt{(1+\eta_i^2)^2 + 4D_i^2\eta_i^2}},$$

$$\eta_i = \frac{\omega}{\omega_i}$$

D_i : 모드감쇠(modal damping)

$V_i(\eta_i,\ D_i)$: 확대율계수(amplification factor)

$m_i = \int_0^L \mu(z)\, \phi_i^2(z)\, dz$: 모드질량(L : 회전축길이)

$u_i = \int_0^L \mu(z)\, e(z)\, \phi_i(z)\, dz$: 모드불평형

U_l : 면 $z = z_n$에서의 하나의 불평형(single unbalance)

불평형 민감도로부터 회전체의 불평형 또는 편심이 변할때 변위가 얼마만큼 변할 것인가를 알 수 있다. 변위 $\boldsymbol{s}(z, \omega)$는 진동으로 외부관측자에게 나타나게 된다.

불평형 민감도의 실험적 결정은 하나의 시도질량의 삽입에 기초를 두고 있다. 따라서 식A(4)는 U_l에 관해 편미분되어야 한다.

$$\frac{\partial}{\partial U_l}(|s(z, \omega)|) = \sum_{i=1}^{I} \frac{|V_i(\eta_i,\ D_i)|}{m_i} \phi_i(z_n)\, \phi_i(z) \qquad \text{A(5)}$$

식A(5)는 단지 하나의 불평형 U_n이 변한다고 가정하므로 1이상의 합(summation)은 삭제된다.

특별한 경우에 회전축 좌표 z는 측정면 z_k로 대체할 수 있다. 만일 어떤 각속도 ω_m(측정속도)에서 측정된다면, 속도 ω_m 에서 면 z_n의 불평형변화에 의해 생긴 면 z_k에서의 불평형 민감도 $s_{k,n}$는 식 A(5)로부터 즉시 구할 수 있다.

$$S_{k,n} = \frac{\partial}{\partial U_l}(|s(z_k,\ \omega)|) = \sum_{i=1}^{I} \frac{|V_i(\eta_{m,i},\ D_i)|}{m_i} \phi_i(z_n)\, \phi(z_k), \qquad \text{A(6)}$$

$$\eta_{m,i} = \frac{\omega_m}{\omega_i} \qquad \text{A(7)}$$

만일 측정속도 ω_m이 공진속도 ω_i에 인접해 있다면, 식 (6)의 합에서 i 부분은 확대되고 다른 부분은 무시할 수 있다. 또한, 감쇠 D_i는 작다고 가정하기 때문에 식 (6)은 다음과 같이 축소된다.

$$S_{k,n,i} = \frac{|V_i(\eta_{m,i},\ D_i)|}{m_i} \phi_i(z_n)\, \phi_i(z_k) \qquad \text{A(8)}$$

식 A(4)로 부터 일반화된 편심(a generalized eccentricity)에 관한 불평형민감도를 유도할 수 있다.

$$\varepsilon_i=\frac{1}{m_i}\left[\int_o^L \mu(z)\,e(z)\,\phi_i(z)\,dz + \sum_{l=1}^{L} U_l(z_n)\,\phi_i(z_n)\right] \qquad \text{A(9)}$$

식 A(4)는 식A(9)를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$|s(z,\omega)|=\sum_{i=1}^{I}|V_i(\eta_i,\ D_i)|\varepsilon_i\phi_i(z) \qquad \text{A(10)}$$

따라서 모드 불평형 민감도는

$$S^*=\frac{\partial(|s(z,\omega)|)}{\partial\varepsilon_i}=\sum_{i=1}^{I}|V_i(\eta_i,\ D_i)|\phi_i(z) \qquad \text{A(11)}$$

$V_i(\eta_i,\ D_i)$와 $\phi_i(z)$는 무차원 값이므로, 식 A(7), A(8)에 의한 불평형 민감도는 S는 m^{-1} 차원을 가지는 반면 S^*는 무차원값이다.

2. 불평형 민감도에 관한 논의

면 z_k에서 불평형민감도 $S_{k,n}$에 대한 완전한 식은, 측정속도 ω_m에서 면 Z_n 내에서의 불평형 변화를 고려하면 다음과 같다.

$$S_{k,n}=\sum_{i=1}^{I}\frac{\left(\frac{\omega_m}{\omega_i}\right)^2}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega_m}{\omega_i}\right)^2\right)^2+4D_i^2\left(\frac{\omega_m}{\omega_i}\right)^2}}\cdot\frac{\phi_i(z_k)\cdot\phi_i(z_n)}{\int_o^L\mu(z)\,\phi_i^2(z)\,dz} \qquad \text{A(12)}$$

함수 $\phi_i(z_k)$와 $\phi_i(z_n)$의 값은 각각 측정면과 불평형면에서의 가중치(weighing factor)이다. 확대율 함수는, 주어진 감쇠에서 측정속도 ω_m이 공진속도 ω_i에 얼마나 인접해 있는가를 평가하는 척도이다.

주어진 일정한 운전조건및 지지조건하에서 주어진 기계에 대한 불평형 민감도는 주어진 시간에서 일정한 값을 가진다.

특히 미끄름 베어링으로 지지된 회전체를 가지는 열기계(thermal machines)에서는 함수 $\phi_i(z_k)$와 $\phi_i(z_n)$의 값이 운전 파라메타의 변동에 의해 달라지게 된다. 이들 파라메타 중 특히 중요한 것은 매질의 압력과 온도, 조절장치의 개방위치와 시퀜스 및 베어링유의 온도이다. 전기기계에서는 회전자와 고정자의 온도가 중요하다. 일반적으로, 함수 $\phi_i(z)$의 형상은 개개의 부품의 동적 결합조건과 기계 조립조건에 의해 주어진다.

그러므로 다른 시간간격에서 같은 기계에 대한 불평형 민감도의 수치값을 평가할 때는 물론 그 값들을 비교할 때에도 상당한 주의를 필요로 한다.

따라서 회전체 단독의 불평형 감도가 아닌, 회전체, 베어링, 고정부로 이루어진 전체 계를 고려해야만 한다. 예를들면, 베어링이나 기초에 의해서도 불평형 민감도가 변할 수 있다.

식 A(11)에서 ε_i에 대한 편미분으로 부터 $\partial|s(z,\omega)|$는, $\Delta U_l(z_n)$의 변화에 의해서만이 아니라 $\partial\phi_i(z)$의 변동에 의해서도 변화한다는 것을 알 수 있다.