기공의 성장과 붕괴

金 琪 泰
포항공과대학 기계공학과 교수

●1953년생
●연속체역학을 전공하였으며, 다공질 재료, 분말야금, 취성 재료의 손상역학등에 관심이 있다.

1. 머리말

다공질 재료의 기계적 성질을 조사하기 위하여 상당균질 연속체 또는 기공의 분포를 나타내는 부가적인 변수를 갖는 일반적인 연속체로써 그 모델에 사용한다. 체적 다공성을 나타내는 한개의 스칼라 변수를 사용하는 이 이론적인 접근방법을 Herrmann[1]은 다공질금속에 적용하였고, Goodman과 Cowin[2]은 입상(granular)재료에 적용하였다. 또한, 다공성은 손상(damage)과도 직접적인 관계를 갖는다. 예를 들면, Kachanov[3]의 (스칼라) 손상측정치는 다공성측정치와 아주 유사하며, 크리프파열의 손상기구[4]는 입자면에서의 기공의 생성, 성장 및 합체(coalescence)에 인한 것으로 간주되기도 한다.

기공의 분포를 나타내는데 한 개의 부가적인 스칼라변수만으로 적합한가 하는 것은 아직 논쟁중인 문제점이다. 체적다공성뿐 아니라 선 및 면적 다공성을 정의함으로 텐서 측정치계수를 만들수도 있을 것이다. 그러나 만일 기공의 공간분포가 통계적으로 균질하고 등방성이라면 세가지(선, 면, 체적다공성) 모든 기공측정치는 같은 값을 가질 것아다.(면적과 체적다공성에 관한 토의는 Martin[5]의 논문을 참조) Drew[6]는 기공분포의 여러가지 모멘트를 사용하는 이론적 접근방법을 제안하였다. 또한 입상재료에서의 조직(fabric) 텐서측정치에 관한 논의도 꽤 많았다[7].

기공공간의 변화에 대한 텐서측정치는 다공질재료에서의 체적평균변형률에 관한 논의로부터 야기된다. 입상재료, 다공질재료, 비균질재료에 관한 유용한 조사문헌은 Jenkins와 Satake[7]가 편집한 세미나 기요와 Cowin과 Carroll[8]이 편집한 심포지움 기요에서 찾아볼 수 있다. 비균질재료에 관하여는 특별기획논문집[9,10]등이 있다.

특히, 이 조사문헌들에서는 다공질재료를 접촉하고 있는 입자의 집합체라고 취급하거나 또는 고체 매트릭스내에 기공의 분포를 갖는 재료라고 취급한다. 때때로 이 두 가지 접근방법이 모두 사용되는데, 예로서 금속분말의 압축치밀화를 규명하는데 초기반응은 입자의 접촉문제로 나타나며, 말기반응은 기공주위의 응력집중문제로 나타난다.

본 글에서는 다공질재료의 구성방정식의 개발을 위한 이론적 접근방법을 논하고자 한다. 여기서 부분적으로는 미소역학적인 중공구형모델을 사용하고, 또 부분적으로는 경험적 방법 또는 현상학적방법들을 사용한다.

2. 일반적 결과

다공질재료의 성질에 대한 일반적인 결과는 응력과 변형률의 체적평균치에 잘 알려진 정리등을 적용함으로 구할 수 있다. 예를 들면, 영역 R과 그 경계 B를 가지며 체적력이 없는

평형상태에 있는 물체의 Cauchy응력의 체적평균치 $\bar{\sigma}_{ij}$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{\sigma}_{ij}=\frac{1}{V}\int_{B}t_i x_j da \tag{1}$$

여기서 V는 R의 체적이고, t_i는 B에 가해진 표면력이며, x_i는 직각좌표이다. 이 결과는 평형방정식으로 쉽게 구할 수 있고, 평균응력은 재료의 반응과 무관하게 작용력과 현상태의 기하학으로부터 결정되는 것이 주목할만한다. 유사하게 물체내의 미소변형률의 체적평균치 $\bar{\epsilon}_{ij}$는

$$\bar{\epsilon}_{ij}=\frac{1}{2V}\int_{B}(u_i n_j+u_j n_i)da \tag{2}$$

이며, 여기서 u_i는 변위성분이고, n_i는 B에 수직인 외향단위벡터의 성분을 나타낸다. 식(2)에서 평균변형률은 경계변위로 부터 결정되는 것을 알 수 있고, 이로부터 기공의 변형률을 정의할 수 있음을 보여준다. Piola응력, 변형구배, 스트레인속도 텐서의 평균치에 대해서도 식(1) 및 (2)와 비슷한 식을 구할 수 있다. 또한 식(1)과 (2)는 유체가 찬 다공질 탄성고체[11]의 정적반응을 위한 이론의 개발에도 쓰일 수 있다.

다공성 ϕ의 정의는 전체체적 V에 대한 기공체적 V_P의 비로 나타낸다. 즉,

$$\phi=\frac{V_P}{V} \tag{3}$$

지배방정식들은 다음과 같이 요약될 수 있다.

$$\epsilon_{ij}=\epsilon^S{}_{ij}+\hat{\epsilon}_{ij},\quad \sigma=\sigma^S{}_{ij}-\frac{\phi}{1-\phi}\hat{\sigma}_{ij} \tag{4}$$

그리고

$$\epsilon^S{}_{ij}=K^S{}_{ijkl}\sigma^S{}_{kl},\quad \hat{\epsilon}_{ij}=\hat{K}_{ijkl}\hat{\sigma}_{kl} \tag{5}$$

여기서 σ_{ij}와 ϵ_{ij}는 다공질재료의 응력과 변형률을 나타내며, $\sigma^S{}_{ij}$와 $\epsilon^S{}_{ij}$는 고체 매트릭스에서의 응력과 변형률을 나타낸다. 또, 변형률 $\hat{\epsilon}_{ij}$는 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{\epsilon}_{ij}=\phi(\epsilon^V{}_{ij}-\epsilon^S{}_{ij}) \tag{6}$$

여기서 $\epsilon^V{}_{ij}$는 기공공간의 변형률을 나타낸다. Terzaghi상당응력 $\hat{\sigma}_{ij}$는

$$\hat{\sigma}_{ij}=\sigma_{ij}+p_f\delta_{ij} \tag{7}$$

으로 주어지며 p_f는 기공내의 유체압력을 나타낸다.

$\hat{\epsilon}_{ij}$는 기공형상의 변화에 관한 텐서 측정치를 제공하며, 이 변화는 식 (5)의 둘째식에 보인 바와 같이 Terzaghi상당응력에 의해 영향을 받는다. 텐서 $K^S{}_{ijkl}$는 매트릭스에 대한 탄성 컴플라이어스텐서이며, $\hat{K}_{ijkl}$는 변형률 $\hat{\epsilon}_{ij}$의 변화를 지배한다. 전체적인 반응은 구성방정식

$$\epsilon_{ij}=K_{ijkl}\sigma^*{}_{kl} \tag{8}$$

로 지배되며 여기서 상당 컴플라이언스텐서 K_{ijkl}은

$$K_{ijkl}=\frac{1}{1-\phi}K^S{}_{ijkl}+\hat{K}_{ijkl} \tag{9}$$

이며, 상당응력텐서 $\sigma^*{}_{ij}$는

$$\sigma^*{}_{ij}=\sigma_{ij}+p_f(\delta_{ij}-M_{ijkl}K^S{}_{klmn}) \tag{10}$$

으로 주어진다.

상당 컴플라이언스텐서 K_{ijkl}은 실험으로부터 $\hat{K}_{ijkl}$보다 더 쉽게 측정될 수 있다. 텐서 M_{ijkl}은 상당계수텐서이며 식(10)은 비등방성 탄성변형에 대하여 상당 응력법칙을 부여한다.

3. 중공구형 모델

Torre[12]에 의해 처음으로 소개된 중공구형 모델은 다공질재료의 반응을 위한 적절한 미소모델로 널리 쓰이고 있다. 이는 또한 복합재료의 반응을 해석하기 위해서도 쓰이고 있다[13]. Torre는 금속분말의 압축방정식을 구하기 위하여 중공구형 모델을 사용하였다. 그 후, MacKenzie와 Shuttleworth[14]는 금속분말의 소결시 선형점성반응을 조사하기 위하여 사용하였고, MacKenzie[15]는 선형 탄성영역하의 등방성 다공질 탄성재료의 상당탄성계수를 구하기 위하여 사용하였다. 압력과 기공성간의 관계는 재료의 압축성에 의존하지 않는다는 사실로 부터 중공구형모델의 해석이 단순하게 되며, 이로 부터 재료가 비압축성을 갖는다고 이상화된다. 따라서 구대칭문제는 1차자유도로 귀착되므로, 속도(rate) 영향, 변형경화, 점탄소성같은 꽤 복잡한 반응등을 갖는 재료에 대해서도 해석적인 해답을 얻을 수 있는 것이다.

3.1 기본방정식

체적보존을 수반하는 구대칭변형은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r^3-a^3=r_0{}^3-a_0{}^3;\ \theta=\theta_0;\ \psi=\psi_0 \tag{11}$$

여기서 (r_0,θ_0,ψ_0)와 (r,θ,ψ)는 각각 변형전과 변형후의 질점의 구좌표를 나타내고 a_0와 a는 중공구의 내경의 초기값과 현재값을 나타낸다. 국부변형은 반경방향의 신장 $\lambda=(r_0{}^2/r^2)$과 측면의 신장 $\lambda^{-1/2}$으로 구성된다. 국부상태에서의 진응력(Cauchy응력)은 정수응력을 갖는 반경방향의 일축응력이며, 여기서 비압축성때문에 정수응력의 영향은 무시된다.

준정적 압축문제에서의 지배방정식은 반경방향의 평형방정식

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr}+\frac{2}{r}(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})=0 \tag{12}$$

이며, 내경$(r=a)$과 외경$(r=b)$에서의 경계조건은

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}&=0 \quad \text{at} \quad r=a;\\ \sigma_{rr}&=-P \quad \text{at} \quad r=b\end{aligned} \tag{13}$$

이다. 일축인장하의 재료의 반응은

$$\sigma=\bar{\sigma}(\lambda)=\tilde{\sigma}(\epsilon) \quad (\epsilon=\ln\lambda) \tag{14}$$

이며, 여기서 ϵ은 대수변형률이다.

압축방정식은 식 (12)~(14)로 부터

$$P=2\int_a^b\bar{\sigma}(\lambda)\frac{dr}{r}\ ;\ \lambda=(r_0/r)^2 \tag{15}$$

으로 구해진다. 중공구의 기공성 ϕ의 초기값과 현재 값은

$$\phi=(\frac{a}{b})^3\ ;\ \ \phi_0=(\frac{a_0}{b_0})^3 \tag{16}$$

이다. 분말야금학자들이 사용하는 상대밀도 D는

$$D=\frac{V_s}{V}=1-\phi \tag{17}$$

로 쓸 수 있고, 충격물리학자들이 통상적으로 쓰는 기공성변수 α는

$$\alpha=\frac{V}{V_s}=\frac{1}{(1-\phi)} \tag{18}$$

으로 정의된다. 여기서 V_s는 매트릭스의 체적을 나타내고, V는 다공질재료의 전체 체적을 나타낸다.

3.2 분말압축

금속분말의 정적압축하의 압력과 상대밀도의 관계를 나타내기 위하여 Konopicky[16]와 Shapiro와 Kolthoff[17]가 다음과 같은 경험식을 제안하였다.

$$P=A+B\ln\frac{1}{1-D} \tag{19}$$

이 식은 분말 야금학자들에 의해 널리 사용되고 있으며, 다양한 여러재료에 대하여 압력과 상대밀도 관계를 잘 나타낸다. Torre[12]는 강성-완전소성으로 재료로 된 중공구의 압축문제를 해석함으로써 다음 식을 구하였다.

$$P=\frac{2}{3}Y\ln\frac{1}{1-D} \tag{20}$$

여기서 $\bar{\sigma}(\lambda)=Y$는 항복강도를 나타낸다.

Carroll과 Kim[18]은 재료의 변형경화성을 포함함으로 Torre의 해석을 수정하였고, 특히 특수한 변형경화법칙을 사용함으로 수치해가 아닌 간단한 초보함수로 구성된 해석해를 구하였다. 그들이 사용한 변형경화법칙은 상용재료에 가장 적합하다고 알려진 Voce[19]와 Palm[20]의 포화경화법칙으로서 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\sigma=Y_\infty-(Y_\infty-Y_0)e^{-\epsilon/\epsilon_c} \tag{21}$$

특히 $\epsilon_c=2/3$인 경우에는 중공구형 모델의 해석으로 부터 식 (19)와 상수

$$\begin{aligned}A&=-\frac{2}{3}(Y_\infty-Y_0)\ln\frac{1}{1-D_0},\\ B&=\frac{2}{3}Y_\infty\end{aligned} \tag{22}$$

를 구할 수 있다.

3.3 속도 영향

Murray, Rodgers 및 Williams[21]등은 속도에 의존하는 압축방정식을 다음과 같이 제안하였다.

$$P=C\frac{\dot{D}}{1-D}\ ;\ \ C=\frac{4}{3}\eta \tag{23}$$

여기서 η는 전단점성도이고 $\dot{D}$은 D의 시간미분값이다. 이 방정식은 MacKenzie와 Shuttleworth[14]가 선형 점성유체유동을 갖는

중공구형모델을 사용하여 무압축소결을 위하여 구한 식으로 부터 얻었다.

Wilkinson과 Ashby[22]는 멱수 크리프 법칙과 미소역학적 모델을 사용하여 속도에 의존하는 압축모델을 개발하였다. 그들의 모델은 세 단계의 압축으로 구성되는데, 각 단계는 다음과 같은 형태의 식으로 표현된다.

$$\dot{D}=f(D)P^n \tag{24}$$

그후, Swinkels등[24]등은 이 모델을 수정하였다.

Carroll과 Holt[24]는 동적인 탄성, 완전소성 중공구형모델의 해석으로부터 속도의존하는 압축방정식을 구하였다. 그 후, 점성속도의 영향을 포함시켜 수정한 모델을 Holt등[25]이 구하였는데, 그 압축방정식은 다음과 같다.

$$P=P_s(D)+P_{vis}(D,\dot{D})+P_{kin}(D,\dot{D},\ddot{D}) \tag{25}$$

여기서 정적반응함수 P_s는 초기 탄성반응, 탄성소성반응 및 전체소성(fully plastic)반응으로 구성된다. 이 중에서 전체소성반응은 식 (20)과 같다. 점성반응함수 P_{vis}는 식 (23)의 형태를 갖는다. 동적반응함수 P_{kin}은 관성의 영향을 나타내며, 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$P_{kin}=-c^2\frac{d}{d\alpha}\{\frac{1}{2}f(\alpha)\dot{\alpha}^2\};$$

$$\alpha=\frac{1}{D} \tag{26}$$

여기서

$$c^2=\frac{\rho a_0^2}{3(\alpha_0-1)^{2/3}};$$

$$f(\alpha)=(\alpha-1)^{-1/3}-\alpha^{-1/3} \tag{27}$$

식 (25)의 양변에 $\dot{D}/D^2$를 곱하면 압축중인 중공구의 에너지 평형방정식을 구할 수 있다. 가해진 압력에 의하여 한 일률은 탄소성 가공율, 점성소산율 및 동적 에너지율의 합과 같다. 식 (27)로 부터 동적 에너지는 재료의 밀도 ρ와 기공의 표면적 (a_0^2)에 비례함을 알 수 있다.

강도와 점성도가 온도에 의존하는 재료를 중공구형 모델에 적용하여 Carroll등[27]은 폭발에 의한 금속분말의 압축방정식을 구하였다.

3.4 최대압력 불안전성

외부에서 가한 균일한 인장력(또는 내부의 균일압력)에 의한 중공구의 팽창문제도 역시 흥미있는 문제이다. 즉, 중공구가 팽창함에 따라 압력이 최대값에 도달한 후 감소하는 경우 또는 국부적인 최대값과 최소값에 이르는 경우 등을 관찰할 수 있다. 이 효과는 팽창하는 공무풍선에서도 실험적으로 볼 수 있다. 이 문제의 중요성은 파열과 파단으로 이어지는 인장영역에서의 기공의 성장에 있다.

이 문제를 해석하는데 다음과 같은 변수변환이 도움이 된다[28].

$$x=\lambda^{3/2}=r_0^3/r^3 \tag{28}$$

식 (14)와 식 (28)로 부터

$$\sigma=\hat{\sigma}(\lambda)=f(x) \tag{29}$$

로 쓸 수 있다. 따라서 식 (15)와 (29)로 부터 압력방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P=\frac{2}{3}\int_{x_b}^{x_a}\frac{f(x)}{x-1}dx \tag{30}$$

여기서

$$x_a=\frac{a_0^3}{a^3}=\frac{\alpha_0-1}{\alpha-1};\quad x_b=\frac{b_0^3}{b^3}=\frac{\alpha_0}{\alpha} \tag{31}$$

식 (30)에 Leibnitz의 법칙을 적용하여 미분하면 다음식을 구할 수 있다.

$$\frac{dP}{d\alpha}=\frac{2}{3(\alpha-\alpha_0)}[(\frac{\alpha_0-1}{\alpha-1})f(\frac{\alpha_0-1}{\alpha-1})-\frac{\alpha_0}{\alpha}f(\frac{\alpha_0}{\alpha})] \tag{32}$$

함수 $s(x)$를 다음과 같이 정의하면 편리하다.

$$s(x)=xf(x) \tag{33}$$

식 (33)으로 부터 식(32)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dP}{d\alpha}=\frac{2}{3(\alpha-\alpha_0)}[s(\frac{\alpha_0-1}{\alpha-1})-s(\frac{\alpha_0}{\alpha})] \tag{34}$$

식 (34)로 부터 압력의 정상(stationary)값에 대한 조건은

$$s(\frac{\alpha_0-1}{\alpha-1})=s(\frac{\alpha_0}{\alpha}) \tag{35}$$

된다. 또한, 이 식은

$$x_af(x_a)=x_bf(x_b) \tag{36}$$

로 쓸 수 있다. 식 (34)를 미분하고, 식(35)를

사용하면 정상값 $\alpha=\alpha^*$에서의 $d^2P/d\alpha^2$에 대한 식을 구할 수 있다.

$$\frac{d^2P}{d\alpha^2}=\frac{2}{3(\alpha-\alpha_0)}\left[-\frac{\alpha_0-1}{(\alpha-1)^2}s'\left(\frac{\alpha_0-1}{\alpha-1}\right)-\frac{\alpha_0}{\alpha^2}s'\left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)\right] \quad (37)$$

Carroll[28]은 재료의 반응에 따라 다음 세가지의 중공구의 팽창현상을 보였다.

Type A 함수 s가 구간 (0, 1) 사이에서 단조함수일 경우, 식 (35)는 $\alpha_0<\alpha<\infty$사이에서 실근을 갖지 않으므로, 압력은 단조하게 증가한다.

Type B 함수 s가 구간 (0, 1) 사이에서 한개의 최대값을 가질 경우, 식 (35)는 한개의 실근 $\alpha^*(\alpha_0<\alpha^*<\infty)$를 가지며, 압력 P는 기공성 α^*에서 최대값 P^*를 갖고, 그후 감소한다.

Type C 함수 s가 구간 (0, 1) 사이에서 국부최대값과 국부최소값을 가질 경우 식 (35)는 (α_0,∞)사이에서 근이 없거나, 한개의 실근이나 두개의 근을 초기 기공성 α_0에 따라 갖는다. 예로서, 벽이 두꺼운 중공구는 압력이 단조하게 증가하고, 벽이 얇은 중공구는 압력이 국부 최대값과 국부 최소값을 갖는다.

또한 Kim[27]은 압축되었던 중공구가 내부압력등으로 팽창될 때 (압축에 인한) 잔류 응력의 영향으로 팽창압력의 최대값은 작아지나 불안정점이 지연됨을 보였다.

3.5 편차영향

중공구형모델은 다공질재료의 비정수반응을 조사하기 위하여도 사용될 수 있다. 내부는 표면력을 받지 않고 외부는 균일한 표면력을 받는 경우의 선형탄성해로 부터 다공질 탄성재료의 상당 탄성계수들을 구할 수 있음을 알 수 있다.

$$t_i=\sigma^0_{ij}n_j \text{ on } r=b\ ;\ \sigma^0_{ij}=\text{상수} \quad (38)$$

이들 해로 부터 초기항복조건을 구할 수 있다. 즉, 식(38)의 하중 경계조건을 사용하여 중공구의 내경으로부터 소성항복이 시작됨을 보일 수 있다[29]. 그러나, 탄성범위를 넘어서는 근사해나 수치해만이 가능할 것이다.

Green[30]과 Gurson[31]는 탄성, 완전소성 재료로된 다공질재료의 현상학적인 근사해의 해석을 위해 각각 다음과 같은 특수 하중함수를 제안하였다.

$$f=\frac{1}{2}\tau_{kl}\tau_{kl}+\frac{27}{4}\left\{\frac{1-\phi^{1/3}}{(3-2\phi^{1/4})\ln\phi}\right\}^2\bar{s}^2-3\left\{\frac{1-\phi^{1/3}}{3-2\phi^{1/4}}\right\}^2Y_s^2 \quad (39)$$

$$f=\frac{1}{2}\tau_{kl}\tau_{kl}+\frac{2}{3}\phi Y_s^2\cos h\left(\frac{3\bar{s}}{2Y_s}\right)-\frac{1}{3}(1+\phi^2)Y_s^2 \quad (40)$$

여기서 τ_{kl}은 편차응력성분이고 $\bar{s}=\frac{1}{3}\sigma_{kk}$는 정수응력 성분이다. 또한, Y_s는 매트릭스의 소성항복강도를 나타낸다.

Curran과 Carroll[29]은 유한요소법을 중공구형모델에 적용하여 전단력에 의한 압축향상의 효과를 보였다.

4. 현상학적 모델

다공질재료의 일반적 3차원 하중하에서의 탄성소성반응의 해석을 위해서는 유한 요소법을 통한 중공구형 모델의 해석법외에도 현상학적 모델을 들 수 있다. 즉, 다공질고체를 기공성 ϕ를 부가적인 내부변수로 갖는 균일한 연속체라고 가정하고 기공의 영향을 고려한 특수한 하중(항복)함수를 사용하여 거시적인 탄성소성 반응을 해석하는 것이다.

Kim[32]은 다금질 금속의 매트릭스가 탄성, 완전소성 반응을 갖는다고 가정하여 기공의 영향을 조사하였다. 이 결과로 구한 이론식은 Shipman등[33] 이 구한 다공질텅스텐의 실험치와 비교하여 작은 소성변형의 범위에서는 잘 일치하였다. 그러나, 실제로 대부분의 금속은 소성가공중에 변형경화를 보이고, 일반적으로 다공질금속에서의 변형경화는 기공의 변화에

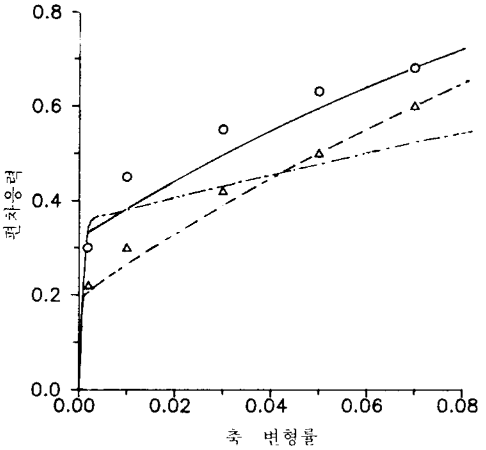

그림 1 다른 가중경로를 갖는 다공질 텅스텐의 정수압력 0.8GPa하에서의 편차응력과 일축변형률의 관계를 이론치 (실선, 점선)와 실험치(○, △)로 비교. 위의 곡선은 정수압 1.0GPa까지 압축되어 이미 소성항복이 된 경우이다. 쇄선은 Gruson의 항복함수로부터 구한 값이다.

의한 변형경화뿐 아니라, 매트릭스의 변형경화도 함께 고려되어야 할 것이다. 최근에, Kim[34]은 매트릭스의 변형경화를 포함한 특수하중함수를 다음과 같이 제안하였다.

$$f=\frac{1}{2}\tau_{kl}\tau_{kl}+\alpha\phi\bar{s}^2-\kappa \qquad (41)$$

여기서 α는 상수이며 κ는 가공경화계수이다. 이 결과로 구한 구성방정식들로 부터 정수압압축, 일축변형률 압축, 삼축응력 압축하의 다공질금속의 탄성소성반응을 조사하였다. 또한, 가중경로에 따른 가공경화현상도 이론적으로 예측이 가능하였고 다공질 텅스텐의 실험치와 비교하여 아주 잘 일치하였다(참조 : 그림 1)

5. 고온 크리프 압축

여기서는 일정한 고온고압하의 금속분말의 시간에 따른 치밀화를 조사하기 위한 모델을 논하고자 한다. 이 연구는 금속분말이나 다공질금속의 소결, 열간등압압축(hot isostatic pressing) 또는 단조등의 연구에 중요한 역할을 한다.

Carroll[35]은 Swinkels등[23]이 구한 실험치와 중공구형모델에 근거하여 부분적으로 경험적이고, 또 부분적으로는 미소역학적인 모델을 제안하였다. Kim[36]은 중공구형모델과 온도의존하는 변형경화법칙[37]을 사용하여 예열된 금속분말 및 다공질고체의 압축방정식을 구하였다.

고온압축하의 금속분말의 시간에 따른 치밀화 기구를 조사하기 위하여 최근에 Kim[38]은 철분말의 실험치와 고온압축방정식[36]에 근거한 반(semi-) 경험적모델을 제안하였다. 이 이론적 모델은 순간반응과 평형반응 및 크리프반응으로 구성된다. 여기서, 순간반응은 주어진 예열온도에서 압력을 상승시켜 요구되는 값에 막 도달한 상태를 나타내는 반응이며, 순간반응후 온도와 압력을 일정하게 유지하여 치밀화가 거의 일어나지 않는 상태에 도달한 반응이 평형반응이다. 또한, 크리프반응은 두 반응사이에서 시간에 따른 치밀화를 나타낸다.

순간반응에서의 압력 P와 치밀화계수 $\beta(=\ln 1/1-D)$의 관계식은 고온 압축방정식[39]로부터 다음과 같이 쓸수 있다.

$$P=A(T)+B(T)\beta \qquad (42)$$

$$A=-\frac{2}{3}(Y_\infty-Y_o)(1-T/T_m)^n ln\frac{1}{1-D_o},$$

$$B=\frac{2}{3}Y_\infty(1-T/T_m)^n \qquad (43)$$

여기서 T, T_m 및 n은 각각 온도(℃), 용융온도(℃) 및 상수를 나타낸다. 식 (42)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\beta=\hat{\beta}_o+P/\hat{\beta}(T) \qquad (44)$$

여기서

$$\hat{\beta}_o=-\frac{\hat{A}(T)}{\hat{B}(T)}=(1-\frac{\hat{Y}_o}{\hat{Y}_\infty})\beta_o \qquad (45)$$

$\hat{\beta}_o$는 초기밀도 D_o (또는 초기 치밀화계수 β_o $(=ln 1/1-D_o)$)와 재료의 거동에 의존하며, 온도에는 의존하지 않는 상수임을 알 수 있다. 여기서 부호 "^"는 순간반응에서의 여러 값을 나타내기 위하여 사용한다. 또한, $\hat{B}(T)$는 식 (43)에서 보듯이 온도상승에 따라 감소함을 보

이는데 이는 온도상승에 따른 소성강도의 감소에 인한 것이다.

압축시간에 따라 치밀화가 거의 일어나지 않는 평형반응에서의 압력 P와 치밀화계수 β_f의 관계식도 순간반응에서와 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\beta_f = \beta_o + P/\overline{B}(T) \tag{46}$$

여기서

$$\beta_o = -\frac{\bar{A}(T)}{\bar{B}(T)} = (1-\frac{\bar{Y}_o}{\bar{Y}_\infty})\beta_o \tag{47}$$

이며 부호 ¯는 평형상태에서의 여러값을 나타내기 위하여 사용한다.

일정한 고온고압하의 시간에 따른 철분말의 치밀화 실험치로 부터 다음과 같은 간단한 멱수법칙을 갖는 식을 제안할 수 있다.

$$\dot{\beta} = m(\beta_f - \beta)^q \tag{48}$$

여기서 m과 q는 상수이다. 식 (48)과 초기조건, 즉 $t=0$에서 $\beta=\beta(0)$를 사용하면 다음 식을 구할 수 있다.

$$\beta = \beta_f - [(\beta_f - \beta(0))^{1-q} - m(1-q)t]^{\frac{1}{1-q}} \tag{49}$$

식 (49)는 멱수법칙을 따르는 크리프 압축식으로서 순간반응과 평형반응 사이의 시간에 따른 금속분말의 치밀화 과정을 나타낸다.

여기서 제안된 모델은 철분말의 실험치와 비교하여 아주 잘 일치하였다. 그림 2는 이론식 (44) 및 (46)과 철분말과 순간반응 및 평형반응에서의 실험치와 비교를 나타낸다. 그림 3은 400℃와 600℃에서의 여러 압력에 따른 이론적인 크리프곡선과 철분말의 실험치를 나타낸다.

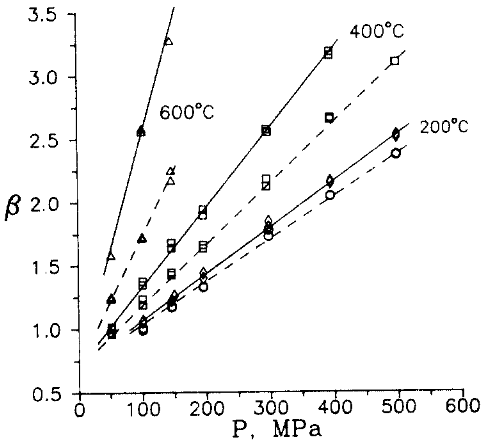

그림 2 철분말의 여러온도에서의 순간반응 및 평형반응의 이론식(순간반응 : 식 (44), 점선 : 평형반응 : 식 (46), 실선)과 실험치의 비교

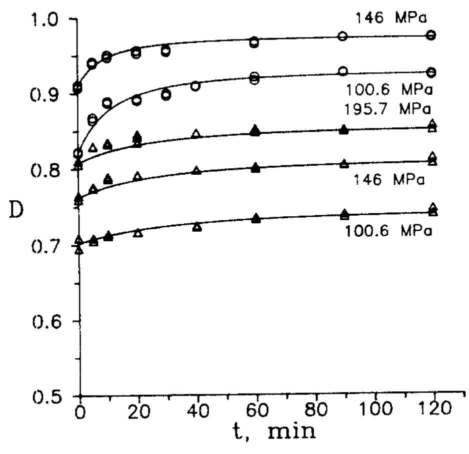

그림 3 철분말의 400℃와 600℃에서의 여러 압력에 따른 이론적인 크리프곡선(식(49))과 실험치(400℃(△), 600℃(○))의 비교

후 기

본 논문은 포항공과대학(P-91930)에서 지원된 연구비로 수행되었으며 이에 감사드립니다. 또한 원고준비를 해준 박경숙씨에게 감사한다.

참 고 문 헌

(1) Hermann, W., 1969, J. Appl. Phys., Vol. 40, p. 2490.

(2) Goodman, M.A. and Cowin, S.C., 1972, Arch. Rat. Mech. Anal., Vol. 44, p. 249.

(3) Kachanov, L.M., 1958, Izv. Akad. Nauk SSSR, Vol. 8, p. 26.

(4) Rabier, P.J., 1989, Int. J. Engng Sci., Vol. 27, p. 29.

(5) Martin, R.B., 1973, Pore Struct. and Prop. of Mat., Vol. 1, Modry, S., ed.,

Academia, Prague, p. A35.
(6) Drew, D.A., 1971, Studies in Applied Math., Vol. 50, p. 133.
(7) Mechanics of Granular Materials, New Models and Constitutive Relations, 1983, Jenkins, J.T. and Satake, M., eds., Elsevier, Amsterdam.
(8) The Effect of Voids on Material Deformation, 1976, AMD Vol. 16, Cowin, S.C. and Carroll, M.M., eds, ASME, New York.
(9) Journal of the Engineering Mechanics Division, 1980, ASCE, Vol. 16.
(10) International Journal of Engineering Science, 1984, Vol. 22.
(11) Carroll, M.M. and Katsube, N., 1983, J. Engng Res. Tech., Vol. 105, p. 509.
(12) Torre, C., 1948, Berg -u Hutten. Monatsh., Vol. 93, p. 62.
(13) Chu, T.Y. and Hashin, Z., 1971, Int. J. Engng Sci., Vol. 9, p. 971.
(14) MacKenzie, J.K. and Shuttleworth, R., 1949, Proc. Phys. Soc., Vol. 1362, p. 833.
(15) MacKenzie, J.K., 1950, Proc. Phys. Soc., Vol. B62, p. 2.
(16) Konopicky, K., 1948, Radex Rundschau, Vol. 3, p. 141.
(17) Shapiro I. and Kolthoff, I.M., 1947, J. Phys. Colloid Chem., Vol. 51, p. 483.
(18) Carroll, M.M. and Kim, K.T., 1984, Powder Metall., Vol. 27, p. 153.
(19) Voce, E., 1955, Metallurgia, Vol. 51, p. 219.
(20) Palm, J.H., 1949, Appl. Sci. Res., Vol. Al, p. 198.
(21) Murray, P., Rodger, E.P. and Williams, J., 1954, Trans. Br. Cerma. Soc., Vol. 53, p. 474.
(22) Wilkinson, D.S. and Ashby, M.F., 1975, Proc, 4th Int. Conf. on Sintering and Catalysis, Kuczynski, G.C., ed., Plenum Press, New York, p. 473.
(23) Swinkels, F.B., Wilkinson, D.S., Arzt, E. and Ashby, M.F., 1983, Acta Metall., Vol. 31, p. 1829.
(24) Carroll, M.M. and Holt, A.C., 1972, J. Appl. Phys., Vol. 72, p. 1326.
(25) Holt, A.C., Carroll, M.M. and Butcher, B. M., 1974, Pore Struct. and Prop. Mat., Modry, S., ed., Academia, Prague, Vol. 59, p. D63.
(26) Carroll, M.M., Kim, K.T. and Nesterenko, V.F., 1986, J. Appl. Phys., Vol. 59, p. 1962.
(27) Kim, K.T., 1987, Acta Mech., Vol. 66, p. 161.
(28) Carroll, M.M., 1985, Int. J. Solids Struct., Vol. 21, p. 645.
(29) Curran, J.H. and Carroll, M.M., 1979, J. Geophys. Res., Vol. 84, p. 1105.
(30) Green, R.J., 1972, Int. J. Mech. Sci., Vol. 14, p. 215.
(31) Gurson, A.L., 1977, J. Engng Mat. Tech., ASME, Vol. 99, p. 2.
(32) Kim, K.T., 1988, Int.J. Solids Struct., Vol. 24, p. 937.
(33) Shipman, F.H., Abou-Sayed, A.S. and Jones, A.H., 1975, Report 75-59, Terra Tek Inc., Salt Lake City, Utah.
(34) Kim, K.T. and Suh, J., 1989, Int. J. Engng Sci., in print.
(35) Carroll, M.M., 1986, Metal. Trans. A, Vol. 17A, p. 1977.
(36) Kim, K.T., 1988, Int. J. Powder Metall., Vol. 24, p. 31.
(37) Kim, K.T., 1989, Res Mech. Vol. 26, p. 371.
(38) Kim, K.T. and Suh, J., submitted for publication.