

수치유체역학 관련 난류모델의 국내 연구현황

최영돈
고려대학교 기계공학과 교수



- 1950년생
- 고체분말이 부상된 2상 유동 및 복잡한 3차원 유동의 해석과 실험, 폐열회수용 열교환기와 열펌프에 관한 연구 및 자동차엔진에서의 열전달에 관한 관심이 있다.

1. 서 론

난류유동의 해석은 많은 공학문제의 해결에 중요쟁점으로 되어왔다. 1960년대 이후 전산기 성능의 급속한 발달에 따라 난류유동의 해석방법은 이론적 해석방법에서 벗어나 점차 수치적 해석방법으로 변화해갔다.

수치적 방법에 의해 난류유동을 해석하여 그 특성을 예측하는 방법이 공학문제를 해결하는데 있어서 그 실용성을 갖기 위해서는 다음의 두 가지 조건이 필수적으로 만족되어야 한다.

(1) 해의 정확성

(2) 전산비용의 저렴성

최근 20여년 사이에 수치해석 방법에 대한 이론적 연구와 전산기의 성능 향상에 따라 이 두가지 조건에 많은 개선이 있었으나 아직도 복잡한 열유체 기계들의 설계나 운전에 수치해석법을 편리한 수단으로 활용할 수 있기 위해서는 해결되어야 할 문제점들이 많다.

난류유동 특성에 대한 수치해석의 정확성에 가장 큰 영향을 주는 두가지 요인은

(1) 난류모델

(2) 수치해석의 기법

이다. 지난 20여년간 전세계적으로 난류유동에 대한 수치해석의 정확성을 높이기 위해서 난류모델과 수치해석 기법의 개선을 위하여 많은 연구가 행해져 왔다.

1980년대에 들어 오면서 국내에서도 전산기를 이용한 난류유동의 수치해석에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔다. 그 연구들의 주요 내용은 각 난류유동의 해석에서 난류모델들의 적정성 여부와 수치해석 기법에 관한 연구였다. 본 논평에서는 이중에서 난류모델에 대한 국내 연구현황을 살펴보기로 한다.

2. 평균 유동방정식과 난류모델

비압축성 난류유동을 해석하기 위하여 풀어야 할 레이놀즈 방법에 의해 평균된 속도와 압력, 스칼라량들에 대한 지배방정식들은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} \\ &+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right) + g_i \end{aligned} \quad (2)$$

스칼라량 방정식

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu}{\rho \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - \rho \overline{u_{i\phi}} \right) + S_\phi \quad (3)$$

여기서 ϕ 는 평균 스칼라량이고 ϕ 는 스칼라

량의 요동성분이다. 위의 방정식들을 해석하여 평균속도와 평균스칼라량을 예측하기 위해서는 레이놀즈응력 $-\rho \overline{u_i u_j}$ 와 난류스칼라유속 $-\rho \overline{u_{i\phi}}$ 를 결정해야 하는데 이 양들에 대하여 미분방정식을 세우게 되면 그 방정식 속에는 더 고차의 난류상관관계 항들이 나오기 때문에 어느 단계에서 이 난류상관관계 항들을 해석 가능한 식으로 대치해야 한다. 이것을 난류모델(turbulence modelling) 혹은 난류닫힘문제(turbulence closure problem)라 한다.

오늘날 사용되고 있는 난류모델들을 대별해 보면 Boussinesq의 와점성계수(eddy viscosity), 와화산계수(eddy diffusivity) 개념을 사용하는 모델과 사용하지 않는 모델로 나눌 수 있다. Boussinesq의 와점성계수, 확산계수 모델에서는 레이놀즈 응력을

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4)$$

로 계산하고 난류스칼라유속은

$$-\overline{u_{i\phi}} = \frac{\nu_t}{\sigma_{t\phi}} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (5)$$

으로 계산한다. 잊식들에서 ν_t 는 와점성계수이고 $\sigma_{t\phi}$ 는 스칼라량에 대한 난류프란틀수이다. 식 (4), (5)의 특징은 레이놀즈응력과 난류스칼라유속을 평균속도와 평균스칼라량의 1차 구배항으로 나타낸다는 것이다. Boussinesq의 개념을 사용하는 난류모델로는 와점성계수 ν_t 를 구하기 위해서 풀어야 할 미분방정식의 수에 따라

- (1) 0-방정식 모델
- (2) 1-방정식 모델
- (3) 2-방정식 모델

등이 있는데 국내에서는 1-방정식모델을 사용한 연구는 찾아보기 어렵고 0-방정식모델과 2-방정식모델을 사용한 연구가 많다. 따라서 본 논평에서도 0-방정식모델과 2-방정식모델을 사용한 연구의 현황만을 살펴보았다.

Boussinesq의 개념을 사용하지 않는 난류모델로는 레이놀즈응력이나 난류스칼라유속에 대

한 미분방정식을 직접 풀어서 그 값을 구하거나, 그 식들을 간략화한 대수식으로 만들어 풀거나 혹은 난류유동 속의 큰 와류(eddy)의 3 차원 비정상요동을 직접 시뮬레이션하여 그 값을 구하는 방법등이 있다. 이 부류에 속하는 모델들을 열거하면

- (1) 레이놀즈 응력 모델(RSTM)
- (2) 대수 응력 모델(ASM)
- (3) Large Eddy Simulation(LES)

등이 있다. 이들에 대한 국내의 연구 현황을 살펴보면 레이놀즈응력 모델이나 LES를 사용한 연구 논문은 극소수이며 주로 대수응력모델을 사용한 연구가 많다. 따라서 본 논평에서도 대수응력모델에 대한 연구 현황을 주로 살펴보기로 한다. 위에 설명한 각 모델들에 대한 국내의 연구 현황은 다음과 같다.

3. 0-방정식 모델

0-방정식 모델은 와점성 계수 ν_t 를 구하기 위해서 미분 방정식을 풀지 않고 평균속도 U_i 와 직접 연결시키는 방법이다. 국내에서 0-방정식 모델을 사용한 연구는 대부분 Prandtl의 혼합거리 모델을 사용하거나 이의 수정된 모델을 사용하고 있다. Prandtl의 혼합거리 모델에서는 와점성 계수를

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (6)$$

으로 계산한다. 여기서 l_m 은 혼합거리로 벽면의 영향을 많이 받는 경계층(inner layer)에서 일반적으로 ky 로 나타내진다. 식 (6)에서는 U 는 주유동방향 속도이고 y 는 이 방향에 수직한 방향이다.

최영돈과 정명균⁽¹⁾은 고체 분말이 부상된 완전 발달된 2상 난류 관유동의 해석에서 제1유체 유동을 해석할 때 벽면의 영향을 크게 받는 내경계층($R - r < \frac{\lambda \delta}{k}$)에서는 벽면에 의한 혼합거리의 감쇠를 나타낸 van Driest의 감쇠 함수

$$D = 1 - e^{\frac{y^*}{A^*}} \quad (7)$$

를 사용한 혼합거리 모델

$$\nu_t = k^2(R - r^2) D^2 \left| \frac{\partial U}{\partial r} \right| \quad (8)$$

을 사용하고 벽면의 영향이 적은 관의 중심부

$(R - r > \frac{\lambda \delta}{k})$ 에서는 일정와점성 계수모델

$$\nu_t = 0.005\nu R_e^{0.9} \quad (9)$$

를 사용한 결과 Boothroyd⁽²⁾의 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 벽면마찰계수를 예측할 수 있었다.

이계복과 정명균⁽³⁾도 고체분말이 부상된 2상 난류관유동의 해석에서 식 (8), (9)의 난류모델을 사용하였고, 김재웅과 최영돈⁽⁴⁾은 고체분말이 부상된 2상 난류 관유동에서 발달되고 있는 열 경계층의 해석에 이 식들을 사용하였으며 성형진과 정명균⁽⁵⁾은 고체분말이 부상된 벤츄리 관유동의 해석에서 이식들을 사용하여 실험결과에 잘 일치하는 유동특성과 열전달특성을 예측할 수 있었다.

van Driest의 감쇠함수에 의해 수정된 혼합거리모델은 유동형태가 단순한 경계층유동의 해석을 비교적 정확히 해주는 모델로 판명되고 있으나 재순환 유동이 일어나는 복잡한 유동의 해석에도 적합 한지는 아직 미정이다. van Driest의 혼합거리 모델에 의하면 레이놀즈응력 \overline{uv} 가 벽면에 매우 인접한 부근에서 y^4 에 비례하게 되는데 Spalart⁽⁶⁾, Kim 등⁽⁷⁾의 Large Eddy Simulation결과에 의하면 \overline{uv} 가 벽면 인접부에서 y^3 에 비례한다고 밝혀지고 있어서 van Driest감쇠함수 모델의 이론적 기반을 의심케 한다. 따라서 복잡한 난류유동의 해석에 van Driest의 모델을 적용할 때에는 신중을 기해야 할 것으로 생각된다.

박승호와 이택식⁽⁸⁾은 그림 1과 같이 자유유동 중에 회전하는 원추체의 난류경계층 유동을 van Driest의 감쇠함수를 사용한 혼합거리모델로 해석한 결과 그림 2와 같이 실험결과와 잘

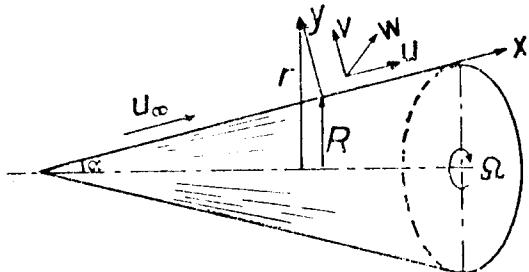


그림 1 좌표계

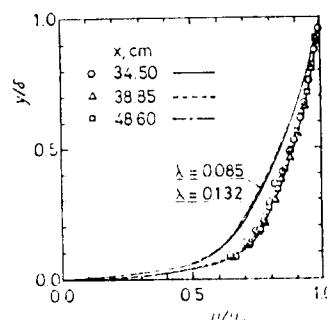


그림 2 자유운동을 갖는 난류경계층에서 무차원 속도 분포 ($U_m = 19.7 \text{ m/s}$, $\Omega = 0 \text{ rpm}$)

일치하는 속도분포를 얻을 수 있었다.

이때 벽면의 영향을 크게 받는 내경계층 (inner layer)에서의 와점성계수는

$$\nu_t = l_m^2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(r \frac{\partial (W/r)}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (11)$$

$$l_m = l_{m_0} (1 - \beta R_i) \quad (12)$$

$$l_{m_0} = ky \left(1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A^+} \right) \right) \quad (13)$$

로 계산하였다. 위식에서 R_i 는 와동 Richardson수로

$$R_i = \frac{2W \cos \alpha / r^2 \partial(rW) / \partial y}{(\partial U / \partial y)^2 + (r \partial(W/r) / \partial y)^2} \quad (14)$$

로 정의된다. 이와같이 유선곡률이 난류의 길이척도를 변화시키는 영향을 나타내는 Richardson 수에 의한 혼합거리의 수정은 Bradshaw⁽⁹⁾의 실험적 연구에서 시작되었다. Bradshaw는 식 (12)에서 β 값을 10정도로 제안하였고, Johnson과 Eide^(10,11)는 6을 제안하

였고, 박승호와 이택식⁽⁸⁾은 5를 사용하였다. 식 (11), (12), (13)을 경계층 유동 해석에 사용할 때 주의해야 할 점은 내경계층(inner layer)과 외경계층(outer layer)을 구분짓는 벽면으로부터의 거리를 나타내는 식

$$y_c = \frac{\lambda\delta}{k} \quad (15)$$

에서 λ 를 정해주는 것이다. 원관유동이나 평판위의 경계층에서는 λ 는 일반적으로 0.085를 사용하나⁽¹²⁾, 이중동심원관 유동에서는 0.12를 사용한다. 박승호와 이택식⁽⁸⁾은 $\lambda=0.132$ 를 사용하여 원추체에 회전이 있는 경우나 없는 경우 공히 실험결과에 잘 일치하는 속도분포를 얻을 수 있었다. 따라서 λ 는 유로의 형태에 따라서 변하는 것을 알 수 있으며 특히 유선곡률의 형태에 따라⁽¹⁴⁾ λ 값이 증가 할 수도 감소 할 수도 있으므로 혼합거리모델의 정확한 적용을 위해서는 유로형태에 따른 λ 의 변화에 대한 연구가 필요하다.

식 (12)에 의한 혼합거리의 수정은 유선곡률이 있는 유동 뿐만 아니라 유동방향에 직각으로 온도구배가 있는 경우도 적용될 수 있는데 이때 Richardson수는

$$R_i = -\frac{g}{T} \frac{\partial T / \partial y}{(\partial U / \partial y)^2} \quad (16)$$

으로 정의된다. 그러나 이식은 안정된 성층경계층(stably stratified layer)에 적용되는 식이고 불안정한 성층경계층(unstably stratified layer)에서는 KEYS의 식⁽¹⁵⁾

$$\frac{l_m}{l_{m_0}} = (1 - 14R_i)^{-1/4} \quad (17)$$

을 사용한다. 국내에서 온도구배에 의한 혼합거리 수정모델을 사용한 연구로는 성형진과 정명균⁽¹⁶⁾이 4방정식을 이용한 대수응력모델로 수평평판위의 혼합대류 열전달을 계산할 때 벽면에 인접한 층을 식 (17)을 이용한 혼합거리 모델로 해석하여 $y^+ = 30 - 60$ 에서 대수응력모델에 의한 해석과 matching한 연구가 있다.

혼합거리모델을 유동장 전체에 적용하지 않고 벽면에 가까운 부분에만 적용한 연구도 다수 있다. 이에 대한 연구로는 서광수와 최영돈⁽¹⁷⁾이 장애물이 있는 평행평판 사이를 흐르는 난류유동의 해석에 관한 연구, 성형진과 정명균⁽¹⁶⁾이 수평평판위의 혼합대류 열전달의 해석, 최영돈과 Launder⁽¹⁸⁾, Launder 등⁽¹⁹⁾이 4각 단면의 180° 곡판에서의 난류유동해석, 신종근과 최영돈⁽²⁰⁾의 비직교좌표변환에 의한 선회연소기의 난류재순환유동의 해석에 관한 연구를 들 수 있다. 이들 연구에서는 대략 y^+ 가 50보다 작은 영역에서는 van Driest의 감쇠함수를 사용한 혼합 거리 모델을 사용하여 해석하고 y^+ 가 50보다 큰 영역은 k , ϵ 2-방정식 모델이나 대수응력 모델로 해석하여 matching하는 방법을 사용하고 있다. 이들 논문들에서는 3차 원유동에서는 혼합거리모델로 식 (6)을 사용하는 대신에

$$\nu_t = l_m^2 \sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right)} \quad (18)$$

을 사용하였다.

인공조도가 부착된 2중동심원판의 난류유동과 열전달해석에 혼합거리모델을 응용한 연구로는 홍진관 등⁽²¹⁾, 은종문과 강신형⁽²²⁾의 연구가 있다. 홍진관 등의 연구에서는 링형 인공조도가 부착된 이중동심 원판의 난류유동해석에서는 혼합거리모델로 Rotta⁽²³⁾, Kays와 Crawford⁽²⁴⁾가 제안한

$$l_m = k\delta y_0 + k\delta y_0 \quad (19)$$

를 사용하였다. 이식에서 $k\delta y_0$ 는 인공조도에 의해 발생하는 벽면으로부터의 거리에 무관한 일정혼합거리이다. 이 식에서 δy_0 는 인공조도 위의 속도분포를

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{h} + B \quad (20)$$

이라 할 때

$$\delta y_0 = h e^{-kB} \quad (21)$$

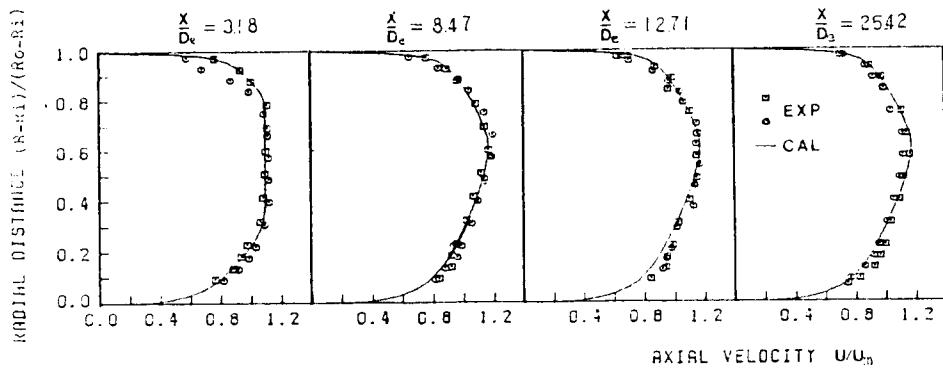


그림 3 계산된 축방향 속도분포와 측정된 속도분포($P/H=15$, $Re=42,000$)
□: 나선위 ○: 나선사이

으로 계산한다. 여기서 h 는 인공조도의 높이이다. 이방법에 의한 속도분포와 온도분포의 해석결과는 그들의 실험결과와 잘 일치하였다.

온종문과 강신형은 흥진관등의 이론을 나선형 인공조도가 부착된 이중동심원판에서의 난류유동 해석에 적용하였다. 인공조도위에서 선회속도를 나타내는 선회수를 적절히 가정하면 그림 3에서와 같이 실험결과에 매우 잘 일치하는 속도분포를 예측할 수 있었다. 그러나 나선형 인공조도가 부착된 유동을 정확히 해석하기 위해서 해결하여야 할 문제점의 하나는 선회수를 적절히 정해주는 것이다. 앞으로 나선형 인공조도에 의해 발생하는 선회속도에 대한 이론적, 실험적 연구가 이루어 지면 이 모델의 활용성이 더 커질 것이다.

4. 2-방정식 모델

국내에서 2-방정식모델을 적용한 연구를 분류해 보면

- (1) 표준 k , ϵ 방정식모델의 적용
 - (2) 유선곡률에 의한 k , ϵ 방정식모델의 수정
 - (3) 비선형 k , ϵ 방정식의 적용
 - (4) 간헐도에 의한 k , ϵ 방정식모델의 수정
- 으로 나눌 수 있다. 각 항들에 대한 연구현황

을 살펴보면 다음과 같다.

4.1 표준 k , ϵ 방정식모델의 적용

혼합거리모델은 혼합거리가 알려져 있는 경우 와점성계수를 구하기는 쉬우나 근본적으로 혼합거리를 실험적으로 구해야 하기 때문에 복잡한 난류유동의 해석에 적용하기는 어렵다. 혼합거리모델보다 더 일반성이 있는 모델로 제안된 것은 Kolmogorov-Prandtl의 관계식이다.

$$\nu_t = C_{\mu}' \sqrt{k} l \quad (22)$$

이 식에서 k 는 난류유동에너지이고 l 은 난류특성길이 척도이며 C_{μ}' 는 실험상수이다. 식 (22)에서 k 는 난류운동에너지 방정식을 풀어서 구하고 l 은 난류운동에너지 소멸률(ϵ)방정식을 풀어서 구하여 ν_t 를 계산하는 방법을 k , ϵ 방정식모델이라 한다. 결국 $\epsilon \sim \frac{k^{3/2}}{l}$ 의 관계를 이용하면 식 (22)는

$$\nu_t = C_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (23)$$

이 된다. 식 (23)에서 k , ϵ 을 구하기 위해서는 다음의 방정식들을 풀어야 한다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u_i u_j} \left(\frac{u_i u_j}{2} \right) + \frac{P}{\rho} \right]$$

$$-\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta g_i \overline{u_{i\varphi}} - \nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i \varepsilon'}) - 2 \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \\ \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} - 2 \left(\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_i \partial x_i} \right)^2 \quad (25)$$

식 (24), (25)를 닫기 위해서 잊식 속의 항들을

$$\overline{u_i} \left(\frac{\overline{u_i u_j}}{2} + \frac{P}{\rho} \right) = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (26)$$

$$-\overline{u_i \varepsilon'} = \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \quad (27)$$

$$2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} - 2 \left(\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_i \partial x_i} \right)^2 \\ = \left(C_{\varepsilon 1} \frac{P}{\varepsilon} - C_{\varepsilon 2} \right) \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (28)$$

로 모델화하여 식(24), (25)에 대입하여 얻어진 식

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_i} \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \\ + \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{u_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) \\ + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon P}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (30)$$

을 풀어서 k, ε 을 구하고 $C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$ 에 상수를 사용하는 방법을 표준 k, ε 방정식 모델이라 한다.

난류유동을 해석할 때 표준 k, ε 방정식모델을 적용한 국내의 연구로는 서광수와 최영돈⁽¹⁷⁾, 최영돈과 Launder⁽¹⁸⁾, 원성필과 이동환⁽²⁵⁾, 강신형과 전우평⁽²⁶⁾, 최영돈과 이건휘⁽²⁷⁾, 강신형과 이창훈⁽²⁸⁾ 등의 연구가 있다. 서광수와 최영돈⁽¹⁷⁾은 이 모델에 의해 장해물이 있는 평행평판 사이를 흐르는 난류유동과 열전달을 해석하였고, 최영돈과 Launder⁽¹⁸⁾는 정사각형 단면의 180° 곡면유동을 부분포물형 해법과 QUICK해법을 적용하여 해석하였으며, 원성필과 이동환⁽²⁵⁾은 건물주위의 2차원 난류유동장을 해석하였으며, 최영돈과 이건휘⁽²⁷⁾는 주기

적인 원주형 장애물이 있는 덕트유동 및 열전달을 비직교좌표변환에 의해 해석하였다. 강신형과 이창훈⁽²⁸⁾은 축대칭 왕복엔진의 흡입과정 및 압축과정의 유동 및 열전달을 해석하였다.

이들의 연구결과와 표준 k, ε 방정식모델을 적용한 국외 연구들을 종합해보면 표준 k, ε 방정식모델은 유동형태가 단순한 2차원 난류유동은 비교적 정확히 예측해 주나 재순환유동이 일어나거나 유선곡률이 심한 2차원, 3차원 유동의 해석에서는 유동특성을 정확히 예측 못하고 있다. 그 원인은 표준 k, ε 방정식모델에서 사용하는 와점성계수의 식 (23)에는

- (1) 난류에너지의 생성과 소멸의 비평형성의 영향
- (2) 유선곡률이 난류특성에 미치는 영향
- (3) 와점성계수의 비등방성효과 등이 고려되어 있지 않기 때문으로 생각된다.

4.2 유선곡률에 의한 k, ε 방정식모델의 수정

전단유동에 유선곡률이 있으면 난류구조가 유선곡률에 따라 민감하게 변하기 때문에 난류모델에 이 효과를 고려하지 않으면 와점성계수의 예측이 부정확 해진다고 알려져 있다^(29,30).

유선곡률에 의해 k, ε 방정식모델을 수정하는 방법은

- (1) C_μ 를 수정하는 방법
- (2) ε 방정식의 소멸항을 수정하는 방법
- (3) ε 방정식의 생성항을 수정하는 방법

이 있는데 C_μ 를 수정하는 모델의 대표적인 예는 Leschziner와 Rodi모델(LRM)이⁽³¹⁾ 있고 방정식의 소멸항을 수정하는 모델의 대표적인 예는 Launder, Priddin과 Sharma 모델(LPSM)⁽²⁹⁾이 있으며 방정식의 생성항을 수정하는 모델의 대표적인 예는 Hanjalic과 Launder모델(HLM)⁽³⁰⁾이 있다.

국내에서 유선곡률에 의해 k, ε 방정식을 수정하여 난류유동의 해석에 적용한 연구는 LRM을 그대로 사용하거나 이를 수정한 모델을 사용한 연구가 가장 많고 LPSM이나 HLM을 사용한 연구도 소수 있다^(32,33,34,18).

LRM은 유선좌표에서 레이놀즈응력에 대한 대수응력식으로부터 C_μ 에 대한 수정식을 다음과 같이 유도하여 사용한다.

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{1 + 8k_1^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} + \frac{U_s}{R_c} \right) R_c} \quad (31)$$

여기서 U_s 는 유선방향속도이고 R_c 는 유선의 곡률이며 n 은 유선방향에 직각인 방향이며 $k_1 = (1 - C_2)/C_1$, $C_1 = 1.5$, $C_2 = 0.6$ 이다.

이병무와 신현동⁽³⁵⁾은 재순환 영역이 있는 축대칭 난류유동장의 수치해석에서 LRM을 사용한 결과 표준 k, ε 방정식을 사용한 결과보다 LDV에 의한 실험치에 잘 일치하는 속도 분포를 얻을 수 있었다.

그러나 유정열 등⁽³⁶⁾은 평면 난류윤셋 제트에서의 재순환 유동을 표준 k, ε 방정식모델과 LRM으로 해석하여 비교한 결과 LRM의 사용이 표준 k, ε 방정식모델의 사용보다 개선된 유동특성을 주지 못하였다. 이것은 윤순현 등⁽³⁷⁾의 연구에서 밝혀지고 있는 바와 같이 단이 있는 벽면분류유동의 해석에서 convective scheme이 난류모델보다 수치해석결과에 더 큰 영향을 주기 때문에 유동이 사용한 convective scheme에 의한 오류확산(false diffusion)이 커서 난류모델의 개선효과가 감지되지 못한것으로 사료된다.

이병곤과 최영돈⁽³⁴⁾은 식 (31)의 유도과정에 오류가 있음을 지적하였다. 그것은 Leschziner와 Rodi가 식 (31)을 유도할 때 유선좌표계에서의 레이놀즈응력방정식에서 대류항의 일부를 레이놀즈응력의 생성항으로 포함시킨 것이다. 이병곤과 최영돈은 이를 수정하여 C_μ 에 대한 수정식을 다시 유도한 결과

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{1 + 4k_1^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{\partial U_s}{\partial n} \frac{U_s}{R_c}} \quad (32)$$

를 얻었으며 이식으로 인공조도가 있는 2중동 십원관 유동을 해석할 결과 표준 k, ε 방정식 모델이나 LPSM을 사용한 경우보다 실험치에

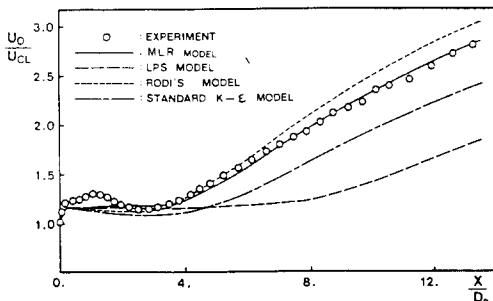


그림 4 동축 선회 분류의 중심선상의 축방향 속도분포(실험 : Ribeiro & Whitelaw)

잘 일치하는 속도분포와 압력구배를 예측할 수 있었다.

김관용⁽³³⁾은 재순환유동이 있는 선회난류유동의 해석에서 LPSM과 식 (32)의 유선곡률수정모델(MLPSM), 표준 k, ε 방정식모델을 사용한 해석결과를 비교한 결과 그림 4에 나타나 있는바와 같이 식 (32)의 곡률수정모델이 속도분포의 예측을 가장 정확히 해줌을 나타내 주었다.

김관용⁽³³⁾은 식 (32)에 $4k_1^2$ 의 값으로 0.25를 사용하였다. 그러나 C_1, C_2 에 대한 많은 연구 결과에 의하면 C_1, C_2 는^(40~45)

$$\frac{1 - C_2}{C_1} = 0.23 \quad (33)$$

의 선상에 있음을 나타내고 있어서 결국 $4k_1^2$ 을 0.21로 하는 것이 바람직 할 것으로 생각된다.

박상우와 정명균⁽³⁸⁾은 2차원 재순환유동에서의 곡률수정모델을 Lumley 등⁽³⁹⁾의 3차전달항의 시간기준치에 대한 이론에 근거하여 C_μ 의 수정식으로

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{1 + \alpha \tau_v / \tau_c} \quad (34)$$

을 제안하였다. 이 식에서 τ_c 는 곡률시간 기준치로

$$\tau_c = \frac{\varepsilon}{N_c^2 k} \quad (35)$$

이고 N_c 는 유선곡률반경 R_c 인 유동장내 유체

입자의 진동수로

$$N_c^2 = 2 \frac{U_s}{R_c} \left(\frac{U_s}{R_c} + \frac{\partial U_s}{\partial n} \right) \quad (36)$$

이여 τ_v 는 유선곡률에 무관한 시간 기준치로

$$\tau_v = \frac{k}{\varepsilon} \quad (37)$$

이다. 식 (35), (36), (37)을 식 (34)에 대입하면 결국

$$C_\mu = \frac{C_{\mu_0}}{1 + 2\alpha \frac{U_s}{R_c} \left(\frac{U_s}{R_c} + \frac{\partial U_s}{\partial n} \right)} \quad (38)$$

이 되어 식의 형태가 LRM과 같아진다.

박상우와 정명균⁽³⁸⁾은 C_μ 뿐만 아니라 ε 방정식 소멸항의 계수 C_{ε_2} 도 유선곡률에 의한 시간기준치 변화의 개념에 의해 수정하여

$$C_{\varepsilon_2} = \frac{C_{\varepsilon_2}}{1 + \beta \frac{\tau_u}{\tau_c}} \quad (39)$$

를 사용하였다. 그들은 식 (38), (39)에서 2α , β 의 값을 computer optimization에 의해 0.24, 0.5를 택하였다. 박상우와 정명균의 모

델(PAM)은 LRM을 사용한 경우보다 재순환 영역에서 속도분포를 더 정확히 예측해 주었다.

윤순현등⁽³⁷⁾은 단이 진 2차원 벽면분류 유동을 PAM, LRM, 표준 k , ε 방정식모델을 사용하여 해석하여 그 결과를 비교한 결과 재부착 길이 예측에서는 LRM이 PAM보다 약간 우수했고 potential core 예측에서는 PAM이 우수했다. 그러나 속도분포에서는 큰 차이가 없었다. 표 1은 은종문과 윤순현등의 해석결과를 요약한 표이다. 이들연구에서 판명된 것은 해의 정확성에 convective scheme이 유선곡률수정효과 보다 더 크게 영향을 주는 것이다. 따라서 유선곡률수정효과를 시험하려면 오류확산이 없는 convective scheme을 사용한다는 전제하에서 이루어져야 함을 나타낸다. 박상우와 정명균⁽³⁸⁾, 윤순현등⁽³⁷⁾의 연구에 의하면 PAM이 LRM보다 약간 정확히 난류특성을 예측하는 것으로 나타나 있다. 그러나 이 모델의 단점은 LRM에서는 Richardson수 앞의 계수 $8k_1^2$ 를 이론적으로 계산한데 반하여 PAM에서는 α , β 를 computer optimization해서 구했기 때문에 다른 구조의 난류유동에서도 이 상수값들이 적합할지가 의문시 된다.

표 1 계산 모델의 목록

Model	Charac. teris- tic	Scheme for momentum equation	Scheme for other equations	Curvature modifioca- tion	Potential core length(X/D)		Reattachment length(X/D)		Iteration	Remarks
					X_c	E_{error}	X_R	E_{error}		
Standard $k-\varepsilon$		upwind	upwind	×	1.89	50%	5.08	32%	700	STUP
LRM		upwind	upwind	○	2.33	39%	4.90	35%	700	LRUP
Standard $k-\varepsilon$		skew- upwind	upwind	×	2.74	28%	7.23	4%	700	STSK
LRM		skew- upwind	upsind	○	2.48	35%	7.70	3%	700	LRSK
PAM		skew- upwind	upwind	○	3.48	8%	8.21	9%	700	PASK
Emperiment		—	—	—	3.8 ± 0.3	—	7.5 ± 0.3	—	—	—

4.3 비선형 k, ϵ 방정식모델의 적용

관내유동에 발생하는 2차유동에는 두 종류의 원인이 있다. 그 하나는 주유동의 곡률에 의해 발생하는 원심력에 의한 것이고 또 하나는 레이놀즈응력의 비균질성에 의한 것이다. 표준 k, ϵ 방정식모델은 등방성 와점성계수를 사용하기 때문에 레이놀즈응력에 의해 발생하는 2차유동을 예측해주지 못한다. 최근 Yoshizawa⁽⁴⁶⁾, Speziale⁽⁴⁷⁾는 레이놀즈응력의 비균질성에 발생하는 2차유동을 예측해 줄 수 있는 비선형 k, ϵ 방정식을 제안하였다. 신승주 등⁽⁴⁸⁾은 Speziale가 제안한 비선형 방정식모델을 사용하여 정사각단면의 직관유동을 해석하여 2차유동을 예측할 수 있었다. Speziale의 모델은 레이놀즈응력을 다음식으로 계산한다.

$$\begin{aligned} -\rho \overline{u_i u_j} &= -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + 2\mu_t \overline{D_{ij}} \\ &\quad + 4\rho C_\mu^2 (k^3/\epsilon^2) (C_D (\overline{D}_{im} \overline{D}_{mj}) \\ &\quad - \overline{D}_{mn} \overline{D}_{mn} \delta_{ij}/3) \\ &\quad + C_E (\dot{\overline{D}}_{ij} - \dot{\overline{D}}_{mn} \delta_{ij}/3)) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\overline{D_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \dot{\overline{D}}_{ij} &= U_n \frac{\partial}{\partial x_n} \overline{D_{ij}} - \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_n} \right) \overline{D}_{nj} \\ &\quad - \left(\frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_n} \right) \overline{D}_{ni} \end{aligned} \quad (42)$$

신종근등의 해석결과를 Gessner와 Emery⁽⁴⁹⁾, Mellings과 Whitelaw⁽⁵⁰⁾의 실험결과와 비교해 보면 Demuren과 Rodi⁽⁵¹⁾가 대수응력모델로 예측한 결과보다는 못하지만 주유동속도나 2차유동속도를 비교적 정확히 예측하고 있다.

4.4 간헐도에 의한 k, ϵ 방정식모델의 수정

난류경계층 경계면 부근에서는 난류가 간헐적으로 일어나기 때문에 난류경계층을 정확히 수치해석하기 위해서는 난류모델에 간헐도의

영향을 고려하여야 한다. 조지룡과 정명균⁽⁵²⁾은 간헐도를 고려한 확산모델인 혼성확산모델(hybrid diffusion model)

$$\begin{aligned} \overline{\phi v} &= -\gamma \frac{\nu_t}{\sigma_{t\phi}} \frac{\partial \phi}{\partial y} - C_{b\phi} \gamma (1-\gamma) \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{\max} \\ &\quad - \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} sgn\left(\frac{\partial \gamma}{\partial y}\right) \phi \end{aligned} \quad (43)$$

으로 k, ϵ 방정식을 수정하여 자유평면제트유동을 해석하였다. 윗식에서 γ 는 간헐도(intermittency factor)이며 $\sigma_{t\phi}$ 는 ϕ 의 난류프란틀수이고 $C_{b\phi}$ 는 실험상수이다. 해석결과는 속도분포, 레이놀즈응력, 제트의 폭 등에서 표준 k, ϵ 방정식모델이나 Byggstoyl과 Kollmann⁽⁵³⁾의 해석결과보다 Gutmark와 Wygnanski⁽⁵⁴⁾의 실험결과와 잘 일치하였다.

5. 대수응력모델

5.1 3차원유동의 수치해석

앞에서 설명한 최영돈과 Launder⁽¹⁸⁾, 강신형과 이창훈⁽²⁸⁾의 연구에 의하면 표준 k, ϵ 방정식모델은 복잡한 3차원유동의 난류특성을 정확히 묘사 해주지 못한다. Johnson⁽⁵⁵⁾이 LPSM의 유선곡률모델로 정사각단면의 180° 곡관에서의 3차원속도분포 예측을 표준 k, ϵ 방정식모델에서와 같이 정확히 해주지 못하였다. 최영돈과 Launder⁽¹⁸⁾가 HLM 유선곡률수정모델을 적용한 결과는 LPSM을 적용한 결과보다는 개선되었으나 정량적인 면에서는 아직 실험결과와 큰 차이가 있다. 따라서 복잡한 3차원난류유동의 해석에서는 k, ϵ 방정식의 유선곡률수정모델로도 정확한 예측을 기대하기 어려워서 더 고차의 난류모델적용이 요구된다. 현재 공학적으로 활용되는 가장 고차의 난류모델은 레이놀즈응력방정식

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t}}_{\text{rate of change}} + \underbrace{U_i \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_i}}_{\text{convective transport}} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i u_i u_j}) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_j P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i p}}{\partial x_j} \right) - \underbrace{\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}}_{D_{ij} = \text{production}}$$

$$\underbrace{-\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \overline{\frac{P}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}}_{\phi_{ij} = \text{pressure strain}} - \underbrace{2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}_{\varepsilon_{ii} = \text{viscous dissipation}} \quad (44)$$

을 푸는 방법이다. 그러나 이 방법은 너무나 많은 전산량을 요구하기 때문에 많은 활용을 보고 있지 못하다. 따라서 $\overline{u_i u_j}$ 를 구하기 위해서 Rodi⁽⁵⁶⁾의 가정

$$\begin{aligned} & \frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} - \text{Diff}(\overline{u_i u_j}) \\ &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left(\frac{Dk}{Uk} - \text{Diff}(k) \right) \end{aligned} \quad (45)$$

에 의해 얻어진 대수식

$$\frac{\left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right)}{k} = \frac{1 - C_2}{C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon}} \frac{\left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right)}{\varepsilon} + \frac{\phi_{ij}'}{\varepsilon} \frac{1}{C_1 - 1 + P/\varepsilon} \quad (46)$$

이 많이 사용된다. 이식에서 ϕ_{ij}' 는 pressure strain 중 벽면영향을 나타내는 항이다. 이 방법을 대수응력모델(ASM)이라 한다. 대수응력 모델을 사용하여 3차원난류유동을 해석한 국내

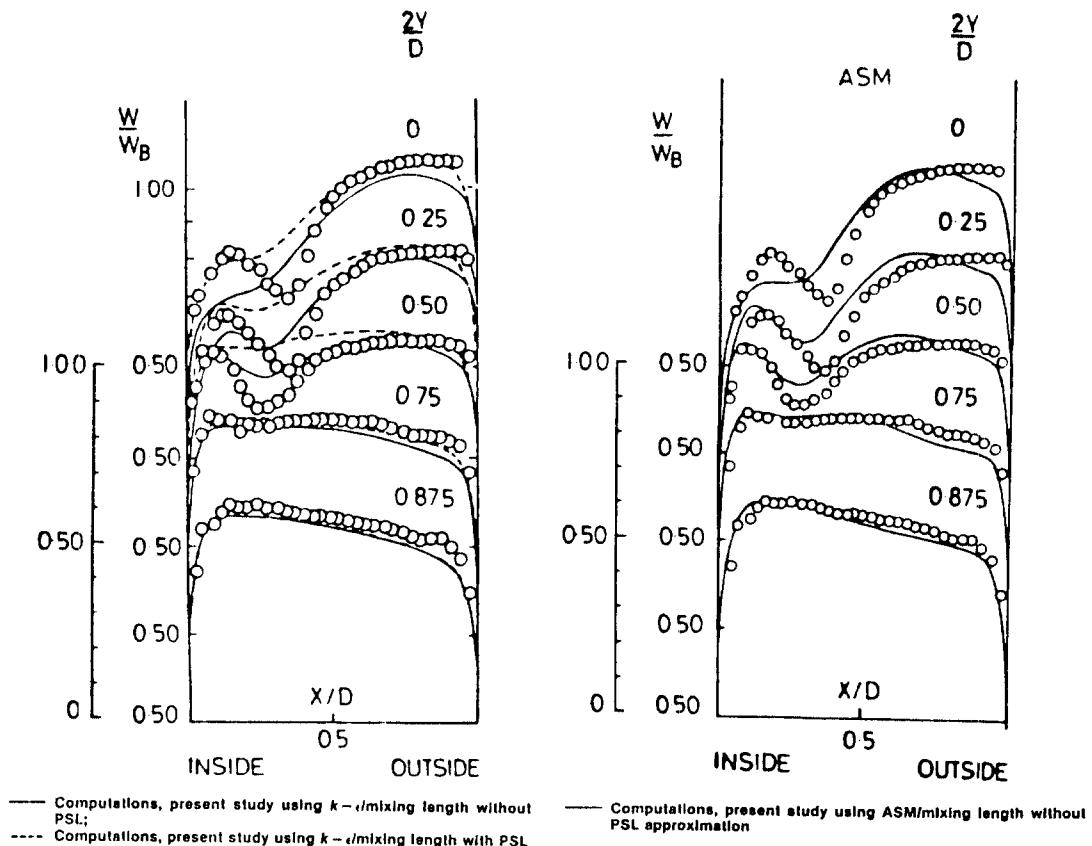


그림 5 90° 단면에서 주유동 방향 평균속도분포(실험 Chang 등(1983))

연구를 살펴보기로 한다.

Launder⁽¹⁹⁾등은 정사각 단면의 180° 곡관 유동을 ASM으로 해석한 결과 최영돈과 Lauder⁽¹⁸⁾의 표준 k , ϵ 방정식모델보다 크게 개선된 결과를 나타내었다. 그림 5는 여러모델의 해석 결과를 비교한 것이다. 이 해석결과는 복잡한 3차원유동해석에서 ASM이 k , ϵ 방정식모델보다 우수하다는 것을 나타낸다. 그러나 이 연구에서는 벽면부근을 혼합거리모델로 풀었기 때문에 앞으로 전유동역을 ASM으로 푸는 방법에 대한 연구가 더 요구된다.

강신형과 이창훈⁽⁵⁷⁾은 축대칭왕복엔진의 흡입 및 압축과정에서의 난류유동을 ASM과 표준 k , ϵ 방정식으로 풀어 그 결과를 비교하였다. 선회가 없는 유동에서 ASM의 적용은 표준 k , ϵ 방정식모델을 적용한 경우보다 속도분포의 개선을 가져왔다. 그러나 그 개선의 양이 큰 것은 아니었다. 신종근과 최영돈⁽²⁰⁾은 비직교좌표변환에 의한 선회연소기내의 난류재순환유동을 MLRM 유선곡률수정모델과 ASM으로 계산하여 그의 실험결과와 비교하였다. ASM에 의한 계산결과는 속도분포에서 MLRM에 의한 결과보다 개선되었으나 역시 그 개선량이 크지 않았다.

이와 같이 ASM에 의한 해석이 k , ϵ 방정식모델을 사용한 경우보다 큰 개선을 보이지 못하는 경우가 생기는 것은 다음의 2가지 원인에 기인되지 않는가 생각된다.

(1) Convective scheme이나 벽면처리, 경계조건의 부정확성

(2) 식 (46)에서 C_1 , C_2 의 부정확한 선정

앞에서도 설명한 바와 같이 convective scheme이나 벽면처리, 경계조건의 처리가 잘못되면 그 효과가 난류모델에 의한 효과보다 커서 난류모델의 개선을 명확히 감지할 수 없게 할 것으로 생각되며 강신형과 이창훈⁽⁵⁷⁾, 신종근과 최영돈⁽²⁰⁾의 연구에서는 이와같은 요지가 충분히 있다고 생각된다.

과거의 많은 연구에 의하면 식 (46)에서 C_1 , C_2 는 $(1-C_2)/C_1=0.23$ 의 선상에 있음을

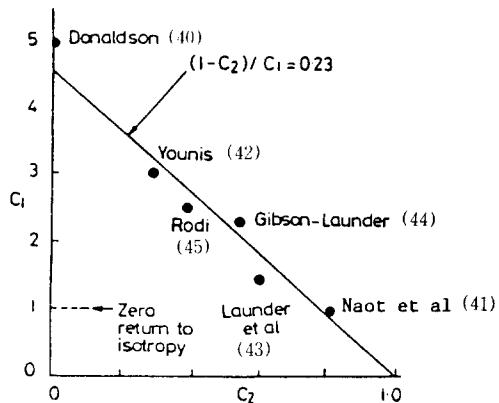


그림 6 C_1-C_2 도표

나타내준다. 그림 6은 과거 연구들에서 C_1 , C_2 의 선정을 나타낸다.

Younis의⁽⁴¹⁾ 연구에 의하면 선회유동과 같이 비등방성이 큰 난류구조에서는 이 그림의 직선을 따라서 C_2 를 작게 잡고 C_1 을 크게 잡는것이 좋다는 것을 밝히고 있다. 따라서 앞으로 ASM을 더 정확히 적용하기 위해서는 비등방성이 큰 유동을 ASM으로 해석할 때 C_1 , C_2 를 변화시키는 연구, 혹은 C_1 , C_2 를 비등방성의 함수로 나타내는데에 관한 연구가 필요하다.

5.2 4방정식, 5방정식을 이용한 난류열전달의 수치해석

대수용력모델을 사용한 국내의 연구중 4방정식, 5방정식을 이용하여 열전달을 해석한 연구가 몇몇 있다. 4방정식모델이란 부력이 고려되는 열전달문제에서 난류열유속을 ASM으로 풀기위해서 대수용력식을 세우면 그 식속에 k , ϵ 이외에 온도요동의 평균자승온도 $\overline{\theta^2}$ 이 나오는데 이 항을 구하기 위해서 $\overline{\theta^2}$ 방정식과 방정식을 추가로 푸는 방법을 말한다. Lauder는 속도와 온도의 난류시간 척도비 $R(=\epsilon\overline{\theta^2}/\epsilon_\theta \cdot 2k)$ 를 0.8로 일정하다고 가정하고

$$\overline{\theta^2} = -2R \frac{k}{\epsilon} v \theta \frac{\partial T}{\partial y} \quad (47)$$

에 의해 $\overline{\theta^2}$ 를 구했는데 Warhaft와 Lumley⁽⁵⁸⁾

에 의하면 R 이 grid에 의해 생성되는 난류장에서 0.4에서 1.5까지 변화하는 것이 발견되어서 복잡한 온도장에서 식 (47)은 그 정확성을 잃는다 하겠다. 성형진과 정명균⁽¹⁶⁾의 해석결과에 의하면 4방정식모델의 적용은 속도장과 온도장을 2방정식모델보다 더 정확히 예측해 주고 있다.

박상우와 정명균⁽⁵⁹⁾은 온수의 표면방출에 의한 2차원적 비정상 난류열화산의 예측에 4방정식 모델을 적용하였다. 4차방정식모델의 적용은 속도장의 예측에서는 2방정식모델과 거의 같은 결과를 나타내었으나 열적 난류성분예측에서는 큰 차이를 보여주었다. 이장희 등은⁽⁶⁰⁾ 두 평판사이의 난류열대류를 5방정식모델로 해석하였다. 5방정식모델은 k , ϵ , $\bar{\theta}^2$, ϵ_θ 방정식 뿐만 아니라 $\bar{v}\theta$ 방정식을 푸는 방법을 말한다. 이것은 $\bar{v}\theta$ 에 대해서는 레이놀즈응력모델을 적용한 것에 해당한다. 그들의 해석 결과는 Deardorff와 Willis⁽⁶¹⁾ 등의 실험결과와 비교적 잘 일치하는 온도분포를 나타내었다.

국내 연구현황을 살펴볼 때 열전달의 난류모델에 관한 연구는 유동자체의 난류모델에 관한 연구보다 그 수가 적고 모델간의 비교연구도 적어서 복잡한 난류열전달에 적용 가능한 모델이 아직 명확히 나타나고 있지 않다. 앞으로 4방정식모델, 5방정식모델들을 재순환유동이 있는 복잡한 유동에 적용하여 검증하는 연구가 필요하다고 생각된다. 이와같이 많은 검증을 통해 일어진 모델이라야 복잡한 열유체기계내의 열전달을 해석할 때 신빙성을 가지고 적용할 수 있기 때문이다.

6. 레이놀즈응력모델

국내에서 레이놀즈응력모델을 적용한 연구의 예는 극히 드물다. 이것은 이모델의 사용은 극히 많은 전산시간과 전산기억용량을 요구하기 때문이다. 국내연구의 예로는 이충구와 서정윤⁽⁵²⁾이 관내분류에서의 순환류의 수치해석에서 \bar{u}^2 , \bar{v}^2 , \bar{w}^2 , \bar{uv} , ϵ 방정식을 푼 예가 있

다. 해석결과가 실험결과와 잘 일치한 것은 아니었다.

레이놀즈응력모델은 그 계산량이 방대하여 모델상수등의 선정, 벽면처리문제 등에서 다른 모델보다 어려운점이 많아서 정확한 해를 구하기 위해서는 많은 노력이 요구된다. 그러나 현재 전산기의 성능이 빠르게 발달하고 있으므로 앞으로 이 모델에 대한 연구가 더욱 많이 요구되고 있다.

Kyong과 Chung⁽⁶³⁾은 레이놀즈응력방정식에 나오는 3차 상관관계항을 모델링하는 방법에 대해 해석적, 실험적 연구를 하였다. 그들은 온도시간척도 τ_o 와 속도시간척도 τ_u 를 혼성한 혼성시간척도

$$\tau_3 = c_s(\tau_u + b\tau_o) \quad (48)$$

를 사용하여 온도요동향이 있는 3차상관관계를 모델링하여 Launder의 모델⁽⁶⁴⁾, 단순구배모델, Lumley의 모델⁽⁶⁵⁾과 비교하였다. Kyong과 Chung의 모델은 전체적으로 Launder모델, Lumley모델보다 약간 향상되었다고 할 수 있으나 부분적으로 향상된 곳도 있고 나빠진 곳도 있었다.

7. 결 론

이 논평에서는 수치해석에 관련된 국내의 난류모델의 연구현황을 살펴보았다. 국내에서 연구가 많이 되었던 혼합거리모델, k , ϵ 2차방정식모델, 대수응력모델의 연구현황을 주로 살펴보았다. 국내에서는 아직 연구인력이 적기 때문에 꼭 필요한 부분이지만 연구가 되지 않은 부분이 많았으며 현재 연구가 되고 있는 부분도 그 연구량이 적은 형편이다. 앞으로 전산유체역학에 의해 열유체기계내의 복잡한 난류유동을 해석하여 기계설계와 운전을 개선하는데 활용하기 위해서는 더욱 많은 연구가 요구된다. 그중에서 특히 더 관심을 갖고 연구될 분야를 열거 해보면

(1) 벽면부근의 저 레이놀즈 k , ϵ 방정식모

델과 대수응력모델에 관한 연구

- (2) 복잡한 3차원유동을 정확히 해석할 난류모델 개발에 관한 연구
 (3) 복잡한 난류유동에서 열전달모델에 관한 연구
 (4) 레이놀즈응력모델에 관한 연구
 (5) Large Eddy Simulation에 관한 연구
 를 들 수 있다. 이들 연구에서는 난류모델의 물리적 의미에 관한 이론적 연구와 이모델들을 여러 경우의 실제 유동에 적용하여 검증하는 연구가 병행되어야 할 것이다.

[기호설명]

A^+	: 실험 상수
B	: 실험 상수
C	: 실험 상수
C_1, C_2	: 실험 상수
$C_\mu, C_{\mu 0}$: 실험 상수
$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: 실험 상수
α, β	: 실험 상수
D	: van Driest의 감쇄계수
g	: 중력 상수
h	: 인공조도의 높이
k	: 난류운동에너지
l_m	: 혼합거리
l_{m0}	: 유선곡률이 없을 때 혼합거리
n	: 법선방향좌표
N_c	: 유선곡률 반경 R_c 인 유동장에서 유체입자의 반경방향진동수
P	: 난류운동에너지 생성률, 평균압력
P_{ij}	: 레이놀즈응력 생성률
p	: 압력요동치
r	: 반경방향 좌표
R	: 관의 반경
R_c	: 유선곡률
R_e	: 레이놀즈수
R_i	: Richardson수
S	: k 의 원천항
T	: 온도
t	: 시간
U_i	: 평균속도성분
u	: 요동속도성분

U, V, W	: x, r, θ 방향평균속도성분
u, v, w	: x, r, θ 방향요동속도성분
U_s	: 유선방향 평균속도
U	: 무차원속도
$\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력
$\overline{u \varphi}$: 난류열유속
y_c	: 벽으로부터 외경계층의 경계되는 곳까지의 거리
$k \delta y_0$: 인공조도에 의해 생성된 혼합거리
x, y, z	: Cartesian좌표계
$x_i (i=1, 2, 3)$: Cartesian 좌표계

그리아스 문자

γ	: 간헐도
ϕ	: 평균 스칼라량
φ	: 스칼라량의 요동성분
ν_t	: 와점성계수
μ	: 점성계수
δ	: 경계층의 두께
λ	: 실험상수
k	: von Karman의 상수
τ_u	: 운동시간척도
τ_c	: 곡률에 관계된 시간척도
τ_θ	: 온도시간척도
τ_3	: 혼성시간척도
θ	: 온도의 요동성분
ε	: 난류에너지 소멸률
ε_{ij}	: 레이놀즈응력 소멸률

참 고 문 헌

- (1) 최영돈, 정명균, 1981, “고체분말이 부상된 2상난류 관유동의 해석”, 대한기계학회 논문집, 제5권, 제3호, pp. 159~169.
- (2) Boothroyd, R.G., 1966, “Pressure Drop in Duct Flow Gaseous Suspensions of Fine Particles”, Trans. Instu Chem. Engrs, Vol. 44, pp. 306~313.
- (3) 이계복, 정명균, 1985, “기체-고체의 2상유동 해석을 위한 혼합거리모델의 개선”, 대한기계학회 논문집, 제9권, 제3호, pp. 327~334.
- (4) 김재웅, 최영돈, 1982, “고체분말이 부상된 2상난류 관유동의 열전달 해석”, 대한기계학회논

- 문집, 제6권, 제4호, pp. 331~340.
- (5) 성형진, 정명균, 1984, “고체입자가 부상된 벤츄리 관유동의 해석”, 대한기계학회 논문집, 제8권, 제2호, pp. 133~140.
- (6) Splart, P.R., 1985, “Numerical Simulations of Boundary Layers”, NASA TM 88220-88222.
- (7) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., 1987, “Turbulent Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 133~166.
- (8) 박승호, 이택식, 1933, “자유유동중에 놓인 회전하는 원추체의 난류경계층 유동에 관한 연구”, 대한기계학회 논문집, pp. 278~285.
- (9) Bradshaw, P., 1969, “The Analogy between Streamwise Curvature and Buoyancy in Turbulent Shear Flow”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 36, Part 1, pp. 177~191.
- (10) Johnston, J.P. and Eide, S.A., 1976, “Turbulent Boundary Layers in Centrifugal Compressor Blades”, *J. Fluid Eng.*, Vol. 98, pp. 374~381.
- (11) Johnston, J.P. and Eide, S.A., 1974, “Prediction of the Effects of Longitudinal Wall Curvature and System Rotation on Turbulent Boundary Layers”, Rep. PD-19, Dept. of Mech. Eng., Stanford Univ. Nov.
- (12) Crawford, M.E. and Kays, W.M., 1975, “STAN-5: A Program for Numerical Computation of 2-Dimensional Internal/External Boundary Layer Flows”, Stanford Univ. Rep. HMT-23.
- (13) Pletcher, R.H. and Malik, M.R., “Prediction of Turbulent Flow Heat Transfer in Annular Geometries”, *Turbulent Forced Convection in Channels & Bundles*, Kakac & Spalding edited, McGraw-Hill, pp. 185~128.
- (14) Gillis, J.C. and Johnston, J.P., 1979, “Experiments on the Turbulent Boundary Layer over Convex Walls and its Recovery Flat-Wall conditions”, *Turbulent Shear Flows 2*, Springer-Verlag, pp. 116~128.
- (15) Ponofsky, H.A., 1963, “Determination of Stress from Wind and Temperature Measurements”, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, Vol. 89, pp. 85 ~94.
- (16) 성현진, 정명균, 1983, “수평평판위의 혼합 대류열전달 계산을 위한 4-방정식모델의 계산”, 대한기계학회 논문집, 제7권, 제2호, pp. 193~203.
- (17) 서광수, 최영돈, 1982, “장애물이 있는 평행 평판 사이를 흐르는 난류유동의 열전달해석”, 대한기계학회 논문집, 제6권, 제3호, pp. 211~221.
- (18) 최영돈, Launder, B.E., 1985, “4각 단면의 180°곡판에서의 난류유동과 열전달해석”, 대한기계학회 논문집, 제9권, 제1호, pp. 91~108.
- (19) Launder, B.E., 김명호, 문찬, 최영돈, 1988, “180°곡관을 갖는 정사각단면덕트에서의 난류유동해석”, 대한기계학회 논문집, 제12권, 제3호, pp. 607~621.
- (20) 신종근, 최영돈, 1988, “비직교 좌표변환에 의한 선회연소기내 난류재순환유동의 수치해석”, 대한기계학회 논문집, 제12권, 제5호, pp. 1158~1174.
- (21) 홍진관, 이기만, 최영돈, 1983, “인공조도가 있는 2중동심원판의 난류열전달해석”, 대한기계학회 논문집, 제7권, 제3호, pp. 301~312.
- (22) 윤종문, 강신형, 1986, “내벽에 나선형, 인공조도가 부착된 동심이중원판에서 유동의 계측 및 수치계산”, 대한기계학회 논문집, 제10권, 제5호, pp. 670~679.
- (23) Rotta, J., 1960, *Ingr. Arch.* Vol. 18, pp. 277.
- (24) Kays, W.M. and Crawford, M.E., 1980, “Convective Heat & Mass Transfer”, McGraw Hill, pp. 161~232.
- (25) 원성필, 이동환, 1987, “건물주위의 2차원 난류유동장에 대한 수치적 해석”, *공기조화 냉동공학회지*, 제16권, 제2호, pp. 166~175.
- (26) 강신형, 전우평, 1988, “균일유동에 수직인 2차원 스크린 후류의 점성유동에 관한 수치적 연구”, 대한기계학회 논문집, 제12권, 제3호, pp. 590~598.
- (27) 최영돈, 이건희, 1988, “주기적인 원주형 장애물이 있는 덕트유동 및 열전달의 비직교 좌표변환에 의한 해석”, *공기조화 냉동공학회지*, 제17권, 제4호, pp. 473~487.

- (28) 강신형, 이창훈, 1987, “축대칭 왕복엔진의 흡입 및 압축과정에서 유동 및 열전달의 수치해석”, 대한기계학회 논문집, 제11권, 제3호, pp. 395~408.
- (29) Launder, B.E., Priddin, C.H. and Sharama, B. S., 1977, “The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning a Curved Surface”, Trans. of ASME, J. Fluids Eng., Vol. 99, pp. 231~239.
- (30) Hanjalic, K. and Launder, B.E., 1980, “Sensitizing the Dissipation Equation to Irrotational Strains”, Trans. of ASME, J. Fluids Eng., Vol. 102, March, pp. 34~40.
- (31) Leschziner, M.A. and Rodi, W., 1981, “Calculation of Annular and Twin Parallel Jets using Various Discretization Schemes a Turbulence Model Variations”, Trans. of ASME, J. Fluids Eng., Vol. 103, pp. 352~360.
- (32) 백석철, 김광용, 조용철, 1986, “동축의 선화류들이 혼합되는 연소기내 난류유동의 수치해석”, 대한기계학회 논문집, 제10권, 제4호, pp. 511~518.
- (33) 김광용, 1987, “재순환유동이 있는 선화난류 유동의 계산에 관한 연구”, 한국과학기술원 박사학위논문
- (34) 이명곤, 최영돈, 1986, “주기적으로 단면변화가 있는 완전확립된 난류재순환유동과 난류열전달의 수치해석”, 대한기계학회 논문집, 제10권, 제1호, pp. 138~149.
- (35) 이병무, 신현동, 1986, “재순환영역이 있는 축대칭 난류확산화염의 구조(Ⅱ)”, 대한기계학회 논문집, 제10권, 제1호, pp. 70~77.
- (36) 유정열, 강신형, 채승기, 최성훈, “평면 난류 오프셋 제트에 관한 연구”, 대한기계학회 논문집, 제10권, 제3호, pp. 357~366.
- (37) 윤순현, 염윤섭, 정명균, 1988, “단이진 2차원 벽면분류에 대한 수치해석”, 대한기계학회 논문집, 제12권, 제4호, pp. 865~875.
- (38) 박상우, 정명균, 1987, “곡률수정 2방정식모델을 이용한 2차원 재순환 난류유동구조의 연구”, 대한기계학회 논문집, 제11권, 제3호, pp. 444~453.
- (39) Lumley, J.L., Zeman, O. and Siess, J., 1978, “The Influence of Buoyancy on Turbulent Transport”, J. Fluid Mech., vol. 84, pp. 581~597.
- (40) Donaldson, C. du P., 1969, AIAA J., Vol. 7, p. 271.
- (41) Naot, D., Shavit, A. and Wolfshtein, M., 1970, Israel J. Technology, Vol. 8, p. 259.
- (42) Youis, B.A., 1970, Ph. D Thesis. Faculty of Eng., Univ of London.
- (43) Launder, B.E., Morse, A.P., Rodi, W. and Spalding, D.B., 1973, Proc. 1972 Langley Free Shear Flows Conf., NASA SP320.
- (44) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, J. Fluid Mech., Vol. 86, p. 491.
- (45) Rodi, W., 1975, ZAMM, Vol. 56, p. 219.
- (46) Yosizawa, A., 1984, “Statistical Analysis of the Deviation of the Reynolds Stress from Its Eddy Viscosity Representation”, Phys. Fluids, Vol. 27, pp. 1377~1387.
- (47) Speziale, C.G., 1987, “On Nonlinear k-1 and k-Models of Turbulence”, J. Fluid Mech., Vol. 178, pp. 459~475.
- (48) 신승주, 박승오, 김의택, 1989, “정사각형 관내의 전개중인 난류유동 해석”, 대한기계학회 논문집, 제13권, 제1호, pp. 170~177.
- (49) Gessner, F.B. and Emery, A.F., 1981, “The Numerical Prediction of Developing Turbulent Flow in Rectangular Ducts”, Trans. of ASME, J. Fluids Eng., Vol. 103, pp. 445~455.
- (50) Melling, A. and Whitelaw, J.H., 1976, “Turbulent Flow in a Rectangular Duct”, J. Fluid Mech., Vol. 78, pp. 289~315.
- (51) Demure, A.O. and Rodi, W., 1984, “Calculation of Turbulent Driven Secondary Motion in Non-circulating Ducts”, J. Fluid Mech., Vol. 140, pp. 189~222.
- (52) 조지룡, 정명균, 1987, “자유평면 제트유동 해석을 위한 간헐도 난류모델의 개발”, 대한기계학회 논문집, 제11권, 제3호, pp. 528~536.
- (53) Byggstoyl, S. and Kollmann, W., 1986, “A Closure Model for Conditioned Stress Equations and its Applications to Turbulent Shear Flows”.

- Phys. Fluids, Vol. 29, No. 5, pp. 1430~1440.
- (54) Gutmark, E. and Wyganski, I., 1976, "The Planar Turbulent Jet", J. Fluid Mech., Vol. 73., No. 3, pp. 465~495.
- (55) Johnson, 1984, "Turbulent Convecting Flow in a Squarer Duct with a 180° Bend", UMIST Ph. D Thesis.
- (56) Rodi, W., 1976, "A New Algebraic Relation for Calculating the Reynolds Stresses", ZAMM 56, T219-T221.
- (57) Kang, S.H. and Lee, C.H., 1987, "Application of an Algebraic Stress Model to Axisymmetric Flows in an Engine-Like Cylinder", 2nd Int. Sym. on Transport Phenomena in Turbulent Flows, pp. 397~410.
- (58) Warhaft, Z. and Lumley, J.L., 1978, "An Experimental Study of the Decay of Temperature Fluctuation on Grid-Generated Turbulence", J. Fluid Mech., Vol. 88, pp. 659~684.
- (59) 박상우, 정명균, 1983, "온수의 표면방출에 의한 2차원 비정산 난류 열확산의 예측", 대한 기계학회 논문집, 제7권, 제4호, pp. 451~460.
- (60) 이장희, 윤효철, 정명균, 1988, "두 평판사이의 난류 열대류 수치해석", 대한기계학회 논문집, 제12권, 제1호, pp. 137~151.
- (61) Deardorff, J.W. and Willis, G.E., 1967, "Investigation of Turbulent Thermal Convection between Horizontal Plates", J. Fluid Mech., Vol. 28, pp. 675~704.
- (62) 이충구, 서정윤, 1985, "관내 분류에서의 순환류에 대한 수치해석", 대한기계학회논문집, 제9권, 제1호, pp. 64~70.
- (63) Kyong, N.H. and Chung, M.K., 1987, "Turbulent Scalar Transport Correlation behind a Line Heat Source in a Uniform Shear Flow", KSME J., Vol. 1, No. 2, pp. 95~100.
- (64) Launder, B.E., 1978, "Heat and Mass Transport; Turbulence", Ed. by Bradshaw, Springer-Verlag.
- (65) Lumley, J.L., 1978, "Computational Modelling of Turbulent Flows", Advances in Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 123~176, Academic Press.

