



非正規分布工程에서 計量値管理를 위한 메디안 特殊管理圖의 模型設計와 그 適用에 관한 實用化 研究**

A Study of the effective approach method for median
control chart of non-normally distributed process

辛 容 伯*
Shin, Yong-Back

Abstract

Whereas is non-symmetrical distribution manufacturing process the traditional \bar{X} -chart by Shewhart is not plotted relatively on the central line but plotted on the skew of upper-hand side or lower-hand side.

That is to say, for the purpose of producing either upper-specification-oriented items or lower-specification-oriented items, and when we carry out tighter control so as to have them pass only its specifications, the distribution shape naturally has a non-normal distribution.

In the Shewhart \bar{X} -chart, which is the most widely used one in Korea, such skewed distributions make the plots to be inclined below or above the central line or outside the control limits although no assignable causes can be found.

To overcome such short comings is non-normally distributed processes, a distribution-free type of confidence interval can be used, which should be based on order statistics. This thesis is concerned with the design of control chart based on a sample median which is easy to use in practical situation and therefore properties for non-normal distributions, such as Gamma, Beta, Lognormal, Weibull, Pareto, and Truncated-normal distributions, may be easily analyzed.

To enhance this improvements, I proved the property of practical applications of control chart method by comparing and analyzing the case studies of practical application of special purpose control chart method, and also by introducing the new designed median control chart.

I. 序 論

通常 標準的인 計量値管理圖라고 하면 W.A.

Shewhart의 3σ 原則에 입각한 $\bar{X}-R, X, \bar{X}-R$ 등의 傳統的인 管理圖를 말하는 바 이들은 모두 製品이 연속적으로 生産되는 工程이거나 또는 로트의 크기가 큰 工程에서 그 品質特性値의 分布

* 生産管理技術士(工場管理), 工學博士・亞洲大學校 工大 産業工學科 教授.

** 이 論文은 1987 年度 文教部 學術研究助成費에 의해 研究되었음.

가 正規分布이거나 그에 類似한 分布를 따른다고 간주될때 使用되는 工程管理用 SQC의 代表的 技法이다.

위와 같은 관리도를 적용하기 위해서는 먼저 대상 特性의 正規성을 입증할 수 있어야만 소기의 目的을 달성할 수 있게 된다.

그러나 제품의 특성치가 非正規성을 나타내고 있는 경우에는 위의 管理圖들은 몇가지 문제점을 보이게 된다.

먼저 비정규분포 공정의 제품을 전통적인 Shewhart 관리도로서 관리하게 되면 실제로는 製品 工程에 異常이 없다 하더라도 管理圖상에는 管理 限界밖으로 打點이 되어 異常要因이 발생한 것처럼 誤報(false alarm)를 주는 경우가 많이 발생한다. 이는 특히 國內의 많은 製造企業(工場)에서 管理圖技法을 적용함에 있어 겪는 어려움이라고 보고 되고 있어 SQC 技法의 效果를 감소시키는 결과를 초래하고 있다.

첫째로 非正規分布의 경우 正規分布보다는 後尾의 確率이 대부분 크게 되기 때문이다.

둘째로 전통적인 관리도중 특히 많이 사용되고 있는 \bar{X} 관리도 등을 비대칭성분포에 적용하면 標本들이 中心線 上限 또는 下限에 치우쳐서 打點되는 경향이 많다. 이는 非正規分布, 특히 비대칭분포에서는 標本평균 \bar{X} 가 中心의 경향을 나타내는 가장 좋은 統計量이라고 볼 수 없기 때문에 발생된다고 판단된다.

이와 같은 문제점들을 해결하기 위하여 對數 管理圖, 最頻數管理圖, Gram-Charlier 및 Pearsonian 管理圖 등 非正規分布用 管理圖들이 개발되었다.

本 研究에서는 이러한 점에 착안하여 비정규분포 특성을 갖는 工程을 효과적으로 管理할 수 있는 管理圖를 개발하고자 한다. 工程의 品質 特性치가 비정규분포를 따르는 것은 品質 規格의 上限이나 下限 중 어느 하나만 주어져 있다든가 工程이 불안정할 때, 또 工程의 특정부분에 중점적인 관리 및 검사를 엄격하게 할 경우에 많이 나타나며 특히 有限母集團이라든가 無限母集團이라 하더라도 각 個體의 分布가 비대칭적 경우에 해당되는 바 國內에서는 產業與件이 多品種 小量生産, 단속적 生産체제를 유지하고 있는 점

과 中小企業의 製반기술 여건의 미비 등으로 말미암아 흔히 발견되고 있는 현상이다.

이와 같은 비정규분포 공정을 관리하기 위해서는 정규분포의 경우와 달리 먼저 그 品質 特性 值의 分布를 정확하게 推定하고 그에 따른 관리도를 설계하여야 한다.

그러나 그 적용대상이 주로 製造現場의 工程이 中心이므로 使用이 간편하고 계산과정도 간단해야 한다. 본 연구에서는 順序統計量 중에서 中心性向을 잘 나타내고 사용하기 가장 간편한 標本의 中位數에 기초한 메디안 特殊管理圖의 模型을 개발하여 비정규분포 공정을 효과적으로 관리할 수 있도록 하는 것이 주된 目的이다.

본 연구는 소량생산, 단속생산 등으로 많이 발견되고 있는 非正規分布工程을 효과적으로 管理하기 위하여 전통적인 3 σ 管理圖 대신 적용하기 간편하고 實用的인 새로운 메디안 特殊管理圖를 개발하고자 한다.

II. 研究方法

本 研究의 方法은 非對稱分布下의 特殊管理圖 適用에 關連하여 종래의 既 開發된 \bar{X} 管理圖, $\bar{X}-R$ 管理圖, 對數管理圖, Gram-Charlier 管理圖 등의 現實適用에 있어서 그들의 制限된 條件下에서 이용되어야 하는 限界성과 非對稱分布 形態에 따른 다양한 고려가 없었던 점을 착안하여 非對稱分布工程의 管理圖 適用을 통한 製造 工程管理을 위하여 品質 特性치의 中心的 性向을 나타낼 수 있는 代表的인 記述의 測定值인 算術 平均, 中位數, 最頻數들 중에서 사용하기 간편하고 비교적 分布에 무관하게 適應性이 있는 中位數(median)를 기초로 한 管理圖法을 고려한다.

여기서 現實的인 문제로 대두되는 計量值의 品質 特性值管理를 위한 製造 工程管理上 샘플링하는 試料의 크기가 작은 경우와 연속생산이 아닌 단속적생산이거나 그 生産로트로부터 作成된 히스토그램(histogram)의 分布가 분명한 非對稱 正規分布일 경우를 重點着眼하여 이의 經濟的 適用性이 있는 特殊管理圖의 模型을 設計하고자 한 것이다.

특히 非對稱分布工程에서 計量值管理圖 適用上 平均值 선택은 算術平均值(\bar{X})보다 中位數(\tilde{X})가 使用上의 容易성이 있고, 또 製造工程(母集團)의 대표적인 平均值의 性質을 究명하기 쉽고 確率論으로도 中位數(\tilde{X})가 算術平均(\bar{X})보다 우월하다는 것이 컴퓨터 시뮬레이션(computer simulation)으로 立證된 中位數 特殊管理圖의 模型을 設定하기로 하였다. 但 現實的 適用의 便宜를 위하여 試料의 크기는 홀수인 경우만으로 制限하였고, 어떤 生産로트(母集團)에서 뽑은 確率標本의 累積確率分布函數(cumulative probability distribution function: c.d.f)를 求하여 이로부터 確率密度函數(probability density function: p.d.f)를 유도, 이들로부터 標本中位數의 모든 성질을 쉽게 究명할 수 있는 바, 本 研究에서는 Pearson 確率限界法을 導入하고, Shewhart 管理圖에서 傳統的인 \bar{X} 管理圖의 管理限界 근거인 正規分布下에 3σ 밖으로 나갈 確率값으로 規定하여 管理限界(管理上限: UCL, 管理下限: LCL)를 兩側規格值(規格上限: S_u , 規格下限: S_L 만 指定)가 주어진 경우로 區分하여 求하고, 中心線(CL)은 標本中位數(\tilde{X})를 中心線으로 하였다.

여기서 兩側規格值가 주어졌을 경우 確率 P 는 $P(\tilde{X} \geq UCL) + P(\tilde{X} \leq LCL) = 0.0027$ 이 되도록 設計하였다.

非正規分布들은 一般的으로 非對稱分布들이므로 上記式을 만족하는 UCL과 LCL 값을 찾기가 매우 어려우므로 經濟的 方法으로

$P(\tilde{X} \geq UCL) = P(\tilde{X} \leq LCL) = 0.00135$ 가 되도록 UCL과 LCL을 決定하였다.

한쪽 規格值가 주어진 경우의 UCL과 LCL을 $P(\tilde{X} \leq LCL) = 0.0027$

$$P(\tilde{X} \geq UCL) = 0.0027$$

이 되도록 UCL과 LCL을 決定하였다.

이를 근거로 非正規分布들 중 代表的인 감마分布, 베타分布, 對數正規分布, 와이블分布, 파레토分布, 切斷正規分布 등에 대한 中位數 特殊管理圖를 設計하고 이들 각각에 대한 適應性을 檢討·分析하여 \bar{X} 管理圖와 비교하여 그 우월성을 입증하고 또 그 汎用性을 위하여 實證問題로서 本 研究에서 模型設計한 中位數 特殊管理圖

의 事例研究로 그 效用性을 確認하였다.

Ⅲ. 非正規分布工程에서 計量值管理圖 適用의 改善方向과 模型設計

1. 改善方向

非正規分布를 이루고 있는 製造工程을 표준형 관리도로서는 그 적용의 精確성과 신속성을 기할 수 없으므로 올바른 제조공정 管理를 할 수 없게 된다. 이러한 문제점을 해소하기 위하여 正規分布가 아닌 제조공정에서 적용할 非正規分布用 管理圖는 다음과 같은 條件에서 適用하여야 한다. 즉 試料群의 분포는 비대칭 모집단에서의 分布보다 正規分布形態에 매우 가까울지라도 그 母集團은 때때로 정규분포 형태로부터 상당히 벗어나 있을 경우 정규모집단의 가정에 근거한 管理限界는 만족하지를 못한다.

이와 같은 문제점을 해결하기 위해서 과거에는 다음과 같은 세가지의 해결책들이 제안되었다.

첫째, 試料의 크기를 增加시킨다.

둘째, 非對稱인 管理限界를 설정한다. 즉 관리상한 또는 관리하한 한쪽에 나타나는 點들의 確率을 되도록 같게 設定한다.

셋째, 가능한 正規分布가 되도록 資料(data)를 對數 또는 기타의 函數로 變數變換을 하여 준다.

여기서 첫째 방법은 이른바 中心極限定理에 기초를 둔 것인데 이 方法의 단점은 試料의 크기를 얼마나 크게 해야 \bar{X} 의 正規性이 보장되며 또 어떤 비정규분포의 품질특성인가에 따라 달라지게 되어 그와 같은 보장이 매우 어렵고 따라서 試料의 크기를 충분히 크게해야 하므로 여러가지 면에서 非經濟的인 단점이 있다. 또 둘째 방법은 理論的으로는 간단하나, \bar{X} 의 경우는 그 分布函數가 몇몇 특수한 경우를 제외하고는 求할 수가 없어서 管理限界設定이 매우 어렵다는 단점을 가지고 있다. 또 셋째 방법은 前述한 바와 같이 對數正規分布 등 特定分布에만 制限的으로 使用되어야 한다는 制約과 또 모든 자료는 變數變換하여야 한다는 번거로움에 그 단점이 있다. 이에 본 연구에서는 試料의 크기가 작

을 때에도 좋은 性質을 나타내며, 그 分布의 特性을 규명하기 쉽고 해당 分布에 무관하며 適應性이 \bar{X} 보다 우수한 標本中位數를 기초로 한 메디안 특수관리도를 모형 개발하여 上記의 問題點들을 해결하고자 한다.

2. 메디안 特殊管理圖의 模型設計

어떤 母集團, 즉 製品로트에서 무작위로 뽑은 n 개의 製品의 品質特性值를 각각 X_1, X_2, \dots, X_n 이라 하고 이들로부터 求해진 順序統計量을 $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ 이라 表示하였다(但 $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$).

本 研究에서는 理論진개의 便宜上 標本の 크기 n 을 홀수인 경우만 고려하기로 하고 즉 $n = 2k+1$ 이라고 하며, 단, k 는 양의 정수이다. 이 경우 標本の 中位數(sample median: \tilde{X})는 $k+1$ 번째 順序統計인 $X_{(k+1)}$ 이 된다. 따라서 메디안 特殊管理圖의 設計는 順序統計量 $X_{(k+1)}$ 의 特性에 따라 左右된다. $F(x)$ 를 어떤 製品品質特性值 X 의 누적분포함수(c.d.f), $f(x)$ 를 확률밀도함수(p.d.f)라고 하면 이 경우 $X_{(k+1)}$ 의 누적분포함수는

$$P\{\tilde{X} \leq x\} = \sum_{i=k+1}^n P \{i \text{ 개의 } X \leq x, n-i \text{ 개의 } X > x\} \\ = \sum_{i=k+1}^n \binom{n}{i} (F(x))^i (1-F(x))^{n-i} \dots \dots \dots (3-1)$$

式(3-1)되며 따라서 확률밀도함수는 다음式(3-2)와 같음을 알 수 있다.

$$f_{\tilde{X}}(x) = \frac{(2k+1)!}{k!k!} F(x)^k (1-F(x))^k f(x) \dots \dots \dots (3-2)$$

따라서 표본중위수 \tilde{X} 의 性質은 式(3-1) 및 (3-2)로부터 쉽게 규명할 수 있다.

本 研究에서는 이 표본중위수를 이용하여 다음과 같은 管理圖를 設計하고자 한다. 표본중위수는 中心的 性向을 추정하는 統計量의 일종이므로 製造工程이 安定상태에서 불안정상태로 된 경우에는 표본중위수가 갑자기 큰 값을 갖거나 또는 작은 값을 갖게 된다. 따라서 이와같은 현상이 발생되면 管理圖上에서 재빨리 검출되어야 하므로 管理圖에는 管理上限(UCL)과 管理下限

(LCL)이 주어지거나 또는 規格值의 上限(S_U)과 下限(S_L)의 한쪽 規格만 指定된 경우에는 이들 중 하나의 管理限界가 주어지야 하며 메디안 특수관리도의 設計는 결국 이 管理限界(線)들과 中心線의 값을 어떻게 決定하느냐에 달려있다.

本 研究에서 管理限界 UCL 과 LCL 들은 兩側規格值($S_L \sim S_U$)가 指定된 경우에는

$$P(\tilde{X} \geq UCL) + P(\tilde{X} \leq LCL) = 0.0027 \dots (3-3)$$

이 되도록 設計하였는데 여기서 0.0027 은 正統적인 \bar{X} 管理圖가 正規分布인 경우 3σ 밖으로 나갈 확률값이다. 그러나 非正規分布들은 一般的으로 비대칭분포들이므로 式(3-3)을 만족하는 UCL 과 LCL 값을 찾기는 매우 어려움으로 等側檢推定에서 흔히 적용되는 方法으로

$$P(\tilde{X} \geq UCL) = P(\tilde{X} \leq LCL) = 0.00135$$

가 되도록 UCL 과 LCL 을 決定하였다.

따라서 式(3-1)으로부터 UCL 과 LCL 은

$$P(\tilde{X} \geq UCL) = 1 - P(\tilde{X} \leq LCL) \\ = 1 - \sum_{i=k+1}^n \binom{n}{i} (F(UCL))^i (1-F(UCL))^{n-i} \\ = 0.00135 \dots \dots \dots (3-4)$$

$$P(\tilde{X} \leq LCL) = \sum_{i=k+1}^n \binom{n}{i} (F(LCL))^i (1-F(LCL))^{n-i} \\ = 0.00135 \dots \dots \dots (3-5)$$

이 된다.

式(3-4)와 (3-5)를 만족하는 UCL 과 LCL 의 값은 二分法(bisection method) 등과 같은 간단한 數值解析的인 方法으로 쉽게 求할 수 있다. 또 管理圖의 中心線은 표본중위수가 母中位數(population median)의 좋은 推定值이므로 本 研究에서도 표본중위수를 中心線으로 하였다. 品質特性值의 下限이나 上限 하나만 주어지 있는 한쪽 規格值(S_L 또는 S_U)만 指定된 경우

$$\text{管理下限} : P(\tilde{X} \leq LCL) = 0.0027 \dots \dots (3-6)$$

$$\text{管理上限} : P(\tilde{X} \geq UCL) = 0.0027 \dots \dots (3-7)$$

로 決定하면 된다.

따라서 어떤 品質特性值의 分布函數를 알 수 있으면 上記 式(3-4, 3-5) 및 (3-6, 3-7)로부터 메디안 특수관리도의 管理限界를 設計할 수 있다

IV. 各 特殊分布에서 메디안 特殊管理圖의 設計

本項에서는 前 III章의 2節의 理論을 利用하여 이들 非對稱인 特殊管理圖의 管理限界를 設計하고자 한다. 본 연구에서는 고려되지 않은 다른 特殊分布의 경우에는 III章 2節의 理論과 既設計된 컴퓨터 프로그램을 약간 修正하면 쉽게 메디안 특수관리도를 설계할 수 있다. 또 이와 같은 메디안의 특수관리도를 사용하기 위해서는 각 分布에서의 母數들의 推定值를 利用하여야 되는 바, 이들에 관한것은 좋은 性質을 갖는 推定值들이 많이 開發되어 있어 본 연구에서는 다음의 주요 非對稱分布에서 模型開發하려고 하는 메디안 特殊管理圖의 管理限界式을 設計하고자 한다.

1. 감마分布의 경우

品質特性值가 감마分布를 따를 경우 감마分布의 확률밀도함수는

$$f_x(x) = \frac{(x-\delta)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} e^{-(x-\delta)/\beta}, x > \delta$$

이며, 變數變換을 利用하여 다음과 같이 管理限界線을 求할 수 있다.

$$\{LCL \leq X \leq UCL\} \\ \equiv \left\{ \frac{LCL-\delta}{\beta} \leq \frac{X-\delta}{\beta} \leq \frac{UCL-\delta}{\beta} \right\}$$

$$\frac{LCL-\delta}{\beta} = \frac{X-\delta}{\beta} = CL_G, \frac{X-\delta}{\beta} \text{ 是 } UCL$$

에 대하여서는 UCL_G, LCL 에 대하여서는 LCL_G 라고 놓으면 이의 事實로부터

$$\left. \begin{aligned} CL &= \hat{\beta}CL_G + \delta \\ UCL &= \hat{\beta}UCL_G + \delta \\ LCL &= \hat{\beta}LCL_G + \delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4-1)$$

과 같이 設計할 수 있다. 여기서 $\hat{\beta}$ 와 $\hat{\delta}$ 는 각각 β 와 δ 에 대한 推定值들이며, CL_G, UCL_G, LCL_G 는 감마分布에서 메디안 특수관리도의 管理限界 係數이다.

여기서

$F_Y(y)$: 감마분포의 c.d.f

$F_{\bar{Y}}(y)$: 감마분포에서 뽑은 데이터의 中位數의 c.d.f

그러므로

$$F_{\bar{Y}}(y) = \sum_{i=1}^n (i) (F_Y(y))^i (1 - F_Y(y))^{n-i} \text{ 이므로}$$

式(3-1)에서

式(3-7)에 따라 非對稱 감마分布에서 메디안 特殊管理圖의 管理限界係數들인 CL_G, LCL_G, UCL_G 는 각각 中心線을 $F_Y(y)=0.5$ 로 母集團의 中位數로 놓아 $F_Y(CL_G)=0.5$ 로 定하였다.

管理下限은 $P\{LCL \geq \bar{X}\} = 0.00135$

$$F_{\bar{Y}}(LCL_G) = 0.00135$$

管理上限은 $P\{UCL \leq \bar{X}\}$

$$= 1 - P\{\bar{X} \leq UCL\} = 0.00135$$

$$F_{\bar{Y}}(UCL_G) = 1 - 0.00135$$

이들을 만족하는 값들이다

$$\text{단, } F_{\bar{Y}}(y) = \int_0^y \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-t} dt$$

表 4-1. 감마分布에서 管理限界係數表

(兩側規格指定)

a	LCL _G		CL _G	UCL _G	
	n=3	n=5		n=3	n=5
1.0	0.0199	0.0511	0.6931	3.9267	2.9981
2.0	0.2130	0.3548	1.6783	5.8510	4.7467
3.0	0.5639	0.8168	2.6740	7.5356	6.2990
4.0	1.0116	1.3652	3.6720	9.1047	7.7572
5.0	1.5236	1.9687	4.6709	10.6024	9.1573
6.0	2.0820	2.6113	5.6701	12.0502	10.1571
8.0	3.2977	3.9787	7.6629	14.8422	13.1527
10.0	4.6070	5.4229	9.6687	17.5374	15.7102

表 4-2. 감마分布에서 管理限界係數表

(한쪽規格指定)

a	LCL _G		CL _G	UCL _G	
	n=3	n=5		n=3	n=5
1.0	0.0283	0.0653	0.6931	3.5773	2.7601
2.0	0.2573	0.4064	1.6783	5.4398	4.4570
3.0	0.6464	0.9025	2.6740	7.0775	5.9707
4.0	1.1291	1.4810	3.6720	8.6073	7.3968
5.0	1.6733	2.1116	4.6709	10.0703	8.7687
6.0	2.2614	2.7789	5.6701	11.4868	10.1031
8.0	3.5309	4.1903	7.6692	14.2230	12.6936
10.0	4.8881	5.6736	9.6687	16.8691	15.211.

(表 4-1, 4-2)는 兩側規格指定 및 한쪽規格指定의 경우에 CL_G, UCL_G, LCL_G 의 값들을 計算整理한 係數表이다.

2. 正規分布의 경우

品質特性値가 正規分布를 따를 경우에 메디안 特殊管理圖의 管理限界들은

$$\{LCL \leq \bar{X} \leq UCL\}$$

$$\equiv \left\{ \frac{LCL - \mu}{\sigma} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \leq \frac{UCL - \mu}{\sigma} \right\}$$

여기서 $\begin{cases} CL = \bar{X} = \bar{\bar{X}} \\ UCL = \bar{X} + UCL_N A_2 \bar{R} \\ LCL = \bar{X} + LCL_N A_2 \bar{R} \end{cases}$

단, \bar{X} : 標本中位數의 平均

\bar{R} : 標本範圍의 平均

A_2 는 $\bar{X}-R$ 管理圖를 作成할 때와 同一한 값이며, UCL_N 과 LCL_N 은 正規分布에서 메디안 特殊管理圖의 管理限界係數들이며 이들의 값은 <表 4-3>과 같다.

※ 4-3. 標準正規分布에서 管理限界係數表
(兩側 또는 한쪽 規格指定)

n	LCL _N	UCL _N
3	-2.0263	2.0263
5	-1.6192	1.6192

3. 其他 非對稱分布의 경우

감마分布이외의 代表的인 非對稱正規分布인 베타分布, 布對數正規分布, 와이블分布, 切斷正規分布 등은 前 1項의 감마分布의 경우와 같이 해당분포의 확률밀도함수에 변수변환을 利用하여

管理限界와 中心線을 本 研究에서 設計한 메디안 特殊管理圖의 管理限界(UCL, LCL)와 中心線(CL)의 係數를 求할 수 있다.

本 研究에서는 위와 같은 型態의 中心線과 管理限界를 갖는 메디안 特殊管理圖의 現實適用을 위하여 각 設計變數(design parameter)들에 대한 係數表¹⁾ (上記 表 4-1, 表 4-2 外 기타 分布의 경우 省略)를 計算하였다.

이와 같이 設計된 메디안 特殊管理圖의 性質을 糾明하기 위하여 먼저 \bar{X} 管理圖에 대한 適應性을 따른다는 假定하에 設計된 傳統的인 \bar{X} 管理圖과 메디안 特殊管理圖에서 工程分布가 正規分析가 아닌 非對稱分布로 變化하였을 경우에 1,000 번의 試料를 취해 管理限界線을 벗어난 回數를 分析한 結果, \bar{X} 管理圖는 分布의 變化에 따라 그 形態가 많이 變하는 반면 메디안 特殊管理圖는 假定分布에 많은 影響을 받지 않는 適應性이 있음을 컴퓨터·시뮬레이션으로 立證하였다. 따라서 工程의 分布가 正規分布라는 假定이 確實하지 않는 경우에는 \bar{X} 管理圖 보다 本 研究에서 模型開發한 메디안 特殊管理圖를 使用하는 것이 훨씬 바람직하다는 것을 확인하였다.

V. 各特殊分布別 메디안 特殊管理圖의 管理限界式

本 研究에서는 品質特性値가 計量值이고 그 分

表 5-1. 非正規分布工程을 위한 管理限界公式

分布의 種類	中心線(CL)	管理上限(UCL)	管理下限(LCL)
1. 감마分布	$\hat{\beta} CL_G + \hat{\delta}$	$\hat{\beta} UCL_G + \hat{\delta}$	$\hat{\beta} LCL_G + \hat{\delta}$
2. 베타分布	$\hat{a} + (\hat{b} - \hat{a}) CL_B$	$\hat{a} + (\hat{b} - \hat{a}) UCL_B$	$\hat{a} + (\hat{b} - \hat{a}) LCL_B$
3. 正規分布	\bar{X}	$\bar{X} + UCL_N A_2 \bar{R}$	$\bar{X} + LCL_N A_2 \bar{R}$
4. 對數正規分布	$\exp(\bar{X})$	$\exp(\bar{X} + UCL_N A_2 \bar{R})$	$\exp(\bar{X} + LCL_N A_2 \bar{R})$
5. 와이블分布	$\hat{\delta} + \left(\frac{CL_W}{a} \right) 1/\hat{\beta}$	$\hat{\delta} + \left(\frac{UCL_W}{a} \right) 1/\hat{\beta}$	$\hat{\delta} + \left(\frac{LCL_W}{a} \right) 1/\hat{\beta}$
6. 파레토分布	$\kappa \exp(CL_P/\hat{a})$	$\kappa \exp(UCL_P/\hat{a})$	$\kappa \exp(LCL_P/\hat{a})$
7. 切斷正規分布			
① 左 側	$\hat{\mu} + CL_{LT} \hat{\sigma}$	$\hat{\mu} + UCL_{LT} \hat{\sigma}$	$\hat{\mu} + LCL_{LT} \hat{\sigma}$
② 右 側	$\hat{\mu} + CL_{RT} \hat{\sigma}$	$\hat{\mu} + UCL_{RT} \hat{\sigma}$	$\hat{\mu} + LCL_{RT} \hat{\sigma}$
③ 兩 側	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu} + UCL_{DT} \hat{\sigma}$	$\hat{\mu} + LCL_{DT} \hat{\sigma}$

1) 辛容伯, 非正規分布工程에서 메디안 特殊管理圖適用模型設定에 관한 實證의 研究(工學博士學位論文) 1986. 12 漢陽大學校 大學院 pp. 133~148.

分布가 非對稱正規分布인 工程을 管理하기 위하여 試料의 크기가 적은(3 또는 5) 경우에 標本中位數를 기초로 한 메디안 特殊管理圖의 模型을 開發하였다. 非對稱正規分布의 工程은 特히 生産로트의 크기가 작거나 단속적인 生産을 할 수밖에 없는 國內 여러 企業의 製品에서 흔히 發見될 수 있는 바, 이와 같은 分布에서는 標本の 平均보다 標本中位數가 模型開發에 必要한 假定에 훨씬 影響을 덜 받는다는 것은 잘 알려진 事實이다.

本 研究에서는 이와 같은 點을 利用하여 非對稱正規分布中에서 使用하기 쉽고 널리 알려진 감마分布, 베타分布, 對數正規分布, 와이블分布, 파레토分布, 切斷正規分布 등에서 管理限界 밖으로 벗어날 確率이 0.0027 이 되도록 메디안 特殊管理圖를 設計한 것이다.

表 5-1 은 本 研究目的대로 模型設計한 메디안 特殊管理圖의 中心線 및 管理限界를 나타낸 公式²⁾들이다.

Ⅵ. 非正規分布工程에서 메디안 特殊管理圖의 適用과 效果

1. 메디안 特殊管理圖의 適用節次

本 研究에서 開發된 메디안 特殊管理圖는 非正規分布特性을 갖는 製造工程을 效率的으로 管理하기 위한 것이다. 따라서 이와 같은 目的의 管理圖를 그리기 위해서는 먼저 品質特性值의 分布를 알고 있어야 되는데, 이는 工程의 여러 資料(data)로부터 히스토그램(histogram)을 그려봄으로써 알 수 있다.

히스토그램을 그리기 위해서는 먼저 그 供給의 수와 供給간격을 얼마로 할 것인가가 중요한 문제이다. 왜냐하면 이들의 값에 따라 히스토그램의 형태가 전혀 달라지게 되기 때문이다. 本 研究에서는 H.A. Sturge 가 제안한 바 대로 데이터의 수가 n 일때 供給의 수 $k=1+3.3\log_{10}n$, 供給간격은 (최대특성치-최소특성치)/ k 로 하여 히스토그램을 작성하였다.

히스토그램을 그리지 않고 분포를 推定할 수 있는 또 다른 방법은 確率紙를 利用하는 것이다

確率紙에는 정규확률지, 대수정규확률지, 와이블확률지등 여러가지 종류가 있는 바 대부분의 확률지는 표본과 표본분포함수를 打點하였을때 直線關係가 나타나면 그 해당분포로 推定한다. 이와 같이 品質特性值의 分布와 그 形態가 推定되면 여러 推定技法들을 利用하여 해당분포의 母數를 推定한다.

分布와 母數의 推定이 이루어지고 나면, 그 다음은 현재의 品質特性值의 자료들이 推定된 分布로부터 추출되었다고 볼 수 있는가를 適合度檢定에 의해 檢定해야 한다.

適合度檢定을 하기 위한 方法은 여러가지가 있으나 그 중 가장 代表的인 것은 χ^2 檢定과 Kolmogorov-Smirnov 檢定法이 있다. 이와 같은 分布의 推定과 檢定으로 品質特性值의 分布가 確定되고 나면 다음은 推定된 母數값들을 이용하여 메디안 特殊管理圖의 中心線, 管理限界(線)를 해당分布의 管理限界係數表로부터 設定하면 된다.

2. 메디안 特殊管理圖의 適用事例와 效果

1) 分布模型推定이 可能한 경우에 χ^2 適合度檢定과 그 適用

XX 電子會社 PLA-DECK 製品의 WOW(WRMS)에 대한 實證事例分析으로 <表 6-1>에 의거 <그림 6-1>의 히스토그램을 작성하여 非對稱性을 판단하고 <그림 6-2>는 正規分布假定下에 \bar{X} 管理圖를 作成한 것이다.

여기서 管理限界를 벗어나는 點이 2번 발견된다. 그러나 당시 工程의 상태는 상당히 安定되어 있었던 것으로 확인되었다. 이와 같이 安定상태에 있는 工程임에도 불구하고 관리 한계 선밖으로 벗어난 點이 여러번 발견되는 이유는 左右非對稱인 品質特性值의 分布를 무리하게 정규분포라고 간주한데서 비롯되었다.

실제 이 資料에 가장 적합한 分布를 推定하고 그에 따른 관리도를 作成하기 위하여, 本 資料들을 여러 確率紙에 打點한 결과 對數正規分布가 가장 적합함을 알 수 있게 되었다. 다음은 이 資料들이 對數正規分布를 따르는가를 檢定한

2) 辛容伯, 非正規分布工程에서 메디안 特殊管理圖適用模型設定에 관한 實證的 研究, 前掲書, pp. 109~111.

表 6-1. PLA-DECK 제품의 \bar{x} 및 $\bar{\sigma}$ 관리도 자료표

제품명칭		PLA-DECK	기간	1986. 6.
품질특성		WOW(WRMS)	작업장	SEP
측정단위		%	규준일생산고	3,200個
규격	허대	0.3	시료	크기 n=5
한계	최소	0		

일시	시료군의 번호	측정치					계 Σx	평균치 \bar{x}	범위 R	
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5				
	1	0.15	(0.16)	0.14	0.16	0.25	0.86	0.172	0.11	
	2	0.21	0.15	0.16	(0.17)	0.24	0.93	0.186	0.09	
	3	(0.16)	0.18	0.15	0.12	0.18	0.79	0.158	0.06	
	4	0.12	0.15	(0.13)	0.10	0.15	0.65	0.130	0.05	
	5	0.14	0.20	0.14	0.17	(0.14)	0.79	0.158	0.06	
	6	0.27	0.20	(0.23)	0.22	0.24	1.16	0.232	0.07	
	7	(0.16)	0.17	0.14	0.18	0.10	0.75	0.150	0.08	
	8	0.12	0.14	0.22	(0.15)	0.15	0.78	0.156	0.00	
	9	(0.15)	0.13	0.15	0.15	0.13	0.71	0.142	0.02	
	10	0.17	0.24	0.20	(0.23)	0.25	1.09	0.218	0.07	
	11	0.12	0.21	(0.18)	0.19	0.17	0.87	0.174	0.09	
	12	(0.15)	0.14	0.13	0.17	0.17	0.76	0.152	0.04	
	13	0.14	(0.17)	0.18	0.16	0.22	0.87	0.174	0.08	
	14	0.16	0.12	(0.16)	0.17	0.18	0.79	0.158	0.06	
	15	(0.18)	0.20	0.17	0.15	0.19	0.89	0.178	0.05	
	16	(0.19)	0.20	0.16	0.11	0.20	0.86	0.172	0.09	
	17	(0.15)	0.14	0.16	0.15	0.10	0.70	0.140	0.05	
	18	0.19	0.15	0.10	0.21	(0.15)	0.80	0.160	0.11	
	19	0.16	(0.14)	0.12	0.21	0.13	0.67	0.134	0.09	
	20	0.10	0.12	(0.12)	0.14	0.15	0.63	0.126	0.05	
\bar{x} 관리도		메디안특수관리도					계	3.270	1.42	
$UCL = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 0.20468$		$\Sigma \bar{x} = 3.27$					$\bar{\bar{x}} = 0.1635 \quad \bar{R} = 0.071$			
$LCL = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 0.12232$		$\bar{\bar{x}} = 0.1635$					$\frac{n}{4}$	$\frac{A_2}{0.73}$	$\frac{D_4}{2.28}$	$\frac{D_3}{-}$
							5	0.58	2.11	-

결과이다. 이를 위해 먼저 본 資料들을 자연대수로 변환하면 <表 6-2>와 같이 되며 이를 히스토그램으로 나타낸 것이 <그림 6-3>이다. <그림 6-3>의 히스토그램으로 볼때 대수변환된 자료는 대개 좌우 비대칭인 것을 알 수 있으며, 이를 정규분포로 근사시켜 평균과 표준편차를 구하면

$$\mu = 2.7791, \sigma = 0.2231$$

임을 알 수 있다. 다음 <表 6-3>은 이로부터 χ^2 -適合度檢定을 실시하기 위한 것이다.

<表 6-3>에서 p_i 는 대수변환된 資料가 정규분포 $N(2.7791, 0.2231^2)$ 를 따른다고 할때 i 번째 계급에 들어갈 확률을 나타낸다. 따라서

$$\sum_{i=1}^5 \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = 4.884487596$$

$$\chi^2(0.95; 5) = 11.070 \text{ 이므로 대수변환된 자료}$$

表 6-2. PLA-DECK 製品의 대수(log) 관리도 자료표

계 품 명 칭	PLA-DECK		기 간	1986. 6.	
품 질 특 성	WOW(WRMS)		작 업 장	SEP	
측 정 단 위	%		규 준 생 산 량	3,200個	
규격	최대	0.3	간격	크기	n=5
한계	최소	0		간격	30分

일 시	시료군의 번호	측 정 치					계 Σx	평균치 log \bar{x}	범 위 logR
		logx ₁	logx ₂	logx ₃	logx ₄	logx ₅			
	1	2.7081	2.7726	2.6391	2.7726	3.2189	→	2.8222	0.5798
	2	3.0445	2.7081	2.7726	2.8332	3.1781		2.9073	0.4700
	3	2.7726	2.7726	2.7081	2.4849	2.8904		2.7493	0.4055
	4	2.4849	2.8904	2.5650	2.3026	3.1355		2.6392	0.8329
	5	2.6391	2.9957	2.6391	2.8332	2.6391		2.7492	0.3567
	6	2.2958	2.8332	3.1355	3.0910	3.1781		3.1392	0.3001
	7	2.7726	2.6391	2.6391	2.8904	2.3026		2.6876	0.5878
	8	2.4849	2.6391	3.0910	2.7081	2.7081		2.7262	0.6061
	9	2.7081	2.5650	2.7081	2.7081	2.5650		2.6508	0.1431
	10	2.8332	3.1781	2.9957	3.1355	3.2189		3.0723	0.3857
	11	2.4849	3.0445	2.8904	2.9444	2.8332		2.8395	0.5596
	12	2.7081	2.6391	2.5650	2.8332	2.8332		2.7157	0.2683
	13	2.6391	2.8332	2.8904	2.7726	3.0910		2.8453	0.4520
	14	2.7726	2.4849	2.7726	2.8332	2.8904		2.7507	0.4055
	15	2.8904	2.9957	2.8332	2.7081	2.9444		2.8744	0.2877
	16	2.9444	2.9957	2.7726	2.3979	2.9957		2.8213	0.5978
	17	2.7081	2.6391	2.7726	2.7081	2.3026		2.6261	0.4055
	18	2.9444	2.7081	2.3026	3.0445	2.7081		2.7415	0.7419
	19	2.7726	2.6391	2.4849	3.0445	2.5650		2.7012	0.4795
	20	2.3026	2.4849	2.4849	2.6391	2.7081		2.5239	0.4055
對數管理圖		記事 :					계	55.5829	9.2710
UCL = $\bar{x} + A_2 \bar{R} = 3.048004$		여기서 \bar{x}, \bar{R} 의 수치는					$\bar{x} = 2.779145, \bar{R} = 0.46355$		
LCL = $\bar{x} - A_2 \bar{R} = 2.510286$		대수(log)치입					$\frac{n}{4}$	$\frac{A_2}{0.73}$	$\frac{D_1}{2.28}$
							5	0.58	2.11

가 정규분포를 따른다는 가설은 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 채택되며 따라서 본래 原始資料가 對數正規分布를 따른다고 假定하는 사실이 立證된다. 여기서 自由度가 5인 것은 분포를 推定하기 위해 평균과 분산을 推定하여 使用하였기 때문이다.

<表 6-1>은 對數正規分布 $\mu = 2.7991, \sigma^2 = (0.2231)^2$ 을 따른다는 사실이 立證되었으므로 이에

따라 관리도를 새로이 作成하여 보면 다음 <그림 6-4>와 같이 <表 6-1>의 原始資料에서 規格限界(0~0.3%)를 벗어난 試料群 6, 10 번의 점은 管理限界를 벗어난 정도가 심하여 本 對數(log) 管理圖에서는 打點한 分布가 管理限界內에서 다소 조정되었을 뿐 規格範圍以內에 있으면서도 管理限界를 극심히 벗어난 점은 調整할 수가 없었다.

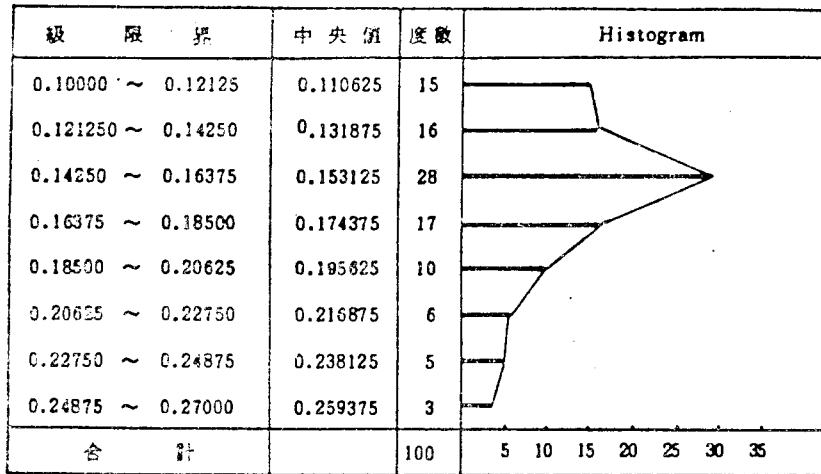


그림 6-1. 表 6-1의 度數分布圖(Histogram)

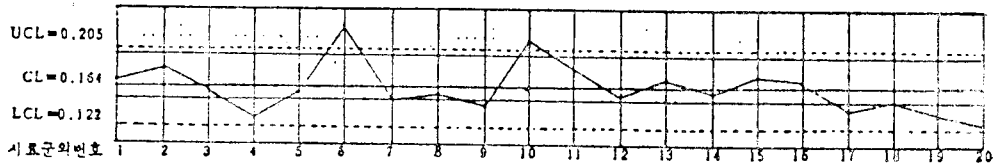


그림 6-2. 正規分布 假定下에 \bar{x} 管理圖

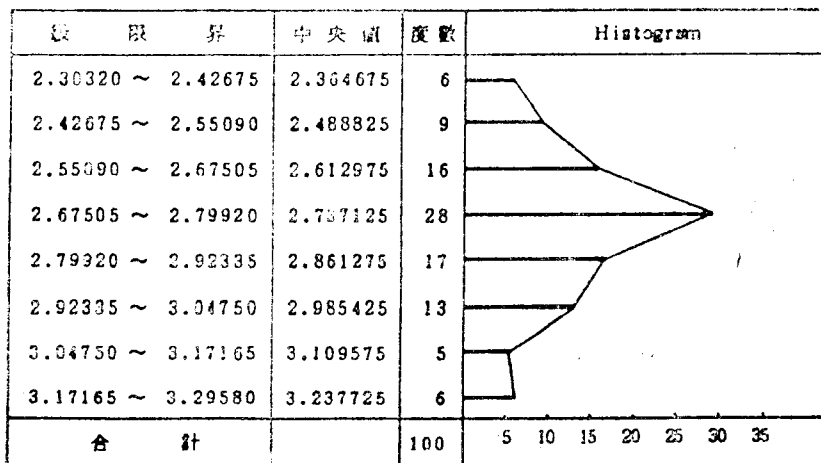


그림 6-3. 表 6-2의 對數度數分布圖(Histogram)

그러나 <그림 6-5>의 경우처럼 正規分布 가정 하에서 메디안 特殊管理圖가 分布의 形態가 달라도 傳統的인 \bar{X} 管理圖나 對數(log) 管理圖보다 월등 우월함을 알 수 있다.

여기서 本事例의 경우 品質特性値의 分布가 前述한 바와 같이 對數正規分布(log normal

distribution)를 따름이 입증되었기에 이 分布를 對數正規分布로 하여 本 研究에서 模型設計한 메디안 特殊管理圖를 作成해 보면 <그림 6-6>과 같이 規格範圍內의 檢査合格品들은 역시 管理圖에서는 管理限界內에 安定狀態를 나타내고 있음을 알 수 있다. 고로 非正規分布인 對數正規分

表 6-3.

χ^2 檢定을 위한 計算資料表

계급번호	계급	度數 n_i	확률 p_i	np_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
1	2.30260~2.42675	6	0.0622553	6.22553	0.008170193
2	2.42675~2.55090	9	0.1014596	10.14596	0.127433225
3	2.55090~2.67505	16	0.1726173	17.26173	0.092224974
4	2.67505~2.79920	28	0.217091	21.7091	0.822987725
5	2.79920~2.92335	17	0.2018333	20.18333	0.502077204
6	2.92335~3.04750	13	0.138716	13.8716	0.054765605
7	3.04750~3.17165	5	0.0704701	7.04701	0.594613877
8	3.17165~3.29580	6	0.0355574	3.55574	1.680214793
計		$n=100$	1.	100.	4.884487596

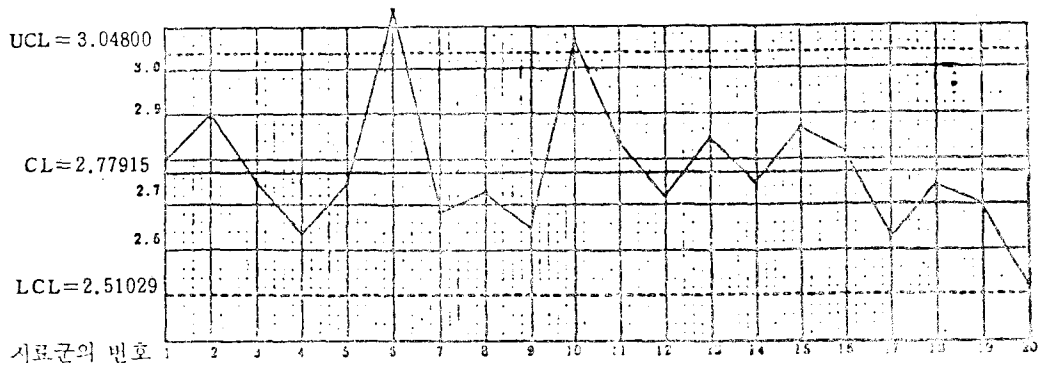


그림 6-4. 對數正規分布에서의 對數管理圖

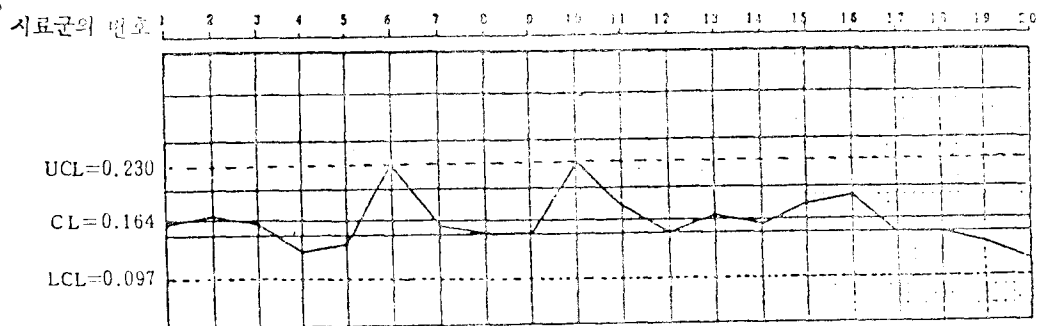


그림 6-5. 正規分布假定下에 메디안 特殊管理圖

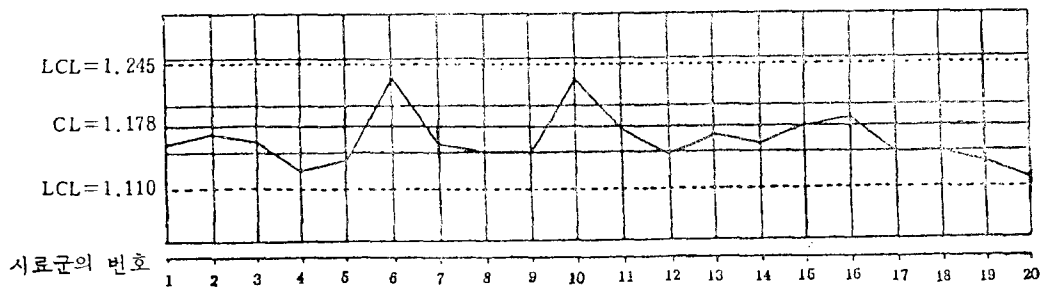


그림 6-6. 對數正規分布下에서 메디안 特殊管理圖

表 6-4.

$\bar{X}-R$ 관리도 자료표

제품명칭		空罐(empty can)		제조기간		1988. 4.	
품질특성		Bottom Thickness (두께)		작업장		DS-I	
측정단위		inch		측정치테이퍼치리		실측치 × 1,000	
규격	상한	0.119		시료	크기	n=5	
	하한	0.108				간격	90分

일시	시료군의 번호	측정치					계 ΣX	평균치 \bar{X}	범위 R	
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅				
	1	115	115	(115)	113	117	575	115	4	
	2	110	116	115	111	(114)	566	113.2	6	
	3	115	112	(113)	111	115	566	113.2	4	
	4	116	(112)	110	111	113	561	112.2	6	
	5	(112)	112	108	111	112	555	111	4	
	6	118	113	(114)	113	117	575	115	5	
	7	117	118	(114)	113	114	578	115.6	6	
	8	114	115	119	117	(115)	580	116	5	
	9	116	118	(115)	114	115	578	115.6	4	
	10	114	113	113	(113)	113	566	113.2	1	
	11	(116)	114	116	115	117	578	115.6	3	
	12	119	117	114	115	(116)	581	116.2	3	
	13	114	(114)	114	115	112	569	113.8	5	
	14	109	114	(111)	111	108	553	110.6	6	
	15	117	115	(114)	109	113	568	113.6	8	
	16	116	115	113	(115)	112	571	114.2	4	
	17	(114)	114	115	111	114	568	113.6	4	
	18	116	(115)	114	114	116	575	115	2	
	19	115	(116)	117	117	115	573	114.6	6	
	20	115	112	113	114	(113)	567	113.4	3	
	21	116	115	114	(115)	113	573	114.6	3	
	22	113	112	(114)	114	114	567	113.4	2	
	23	113	116	114	113	(113)	569	113.8	3	
	24	(116)	115	116	116	115	578	115.6	1	
	25	115	113	112	115	(114)	569	113.8	3	
	26	117	117	116	(116)	115	581	116.2	2	
	27	112	113	112	(112)	112	564	112.2	1	
\bar{X} 관리도 관리한계식		R 관리도 관리한계식					합계	3,080.2	104	
							$\bar{X}=114.08, \bar{R}=3.85$			
$UCL=\bar{X}+A_2R=116.31$		$UCL=D_4R=8.16$					$\frac{n}{4}$	$\frac{A_2}{0.73}$	$\frac{D_3}{-}$	$\frac{D_4}{2.28}$
$LCL=\bar{X}-A_2R=111.85$		$LCL=D_3R=-$					5	0.58	-	2.11

布에서도 本 研究에서 模型開發한 메디안 特殊 管理圖의 有效性이 立證된다.

2) 分布模型을 推定하지 않고 메디안 特殊 管理圖를 適用한 경우

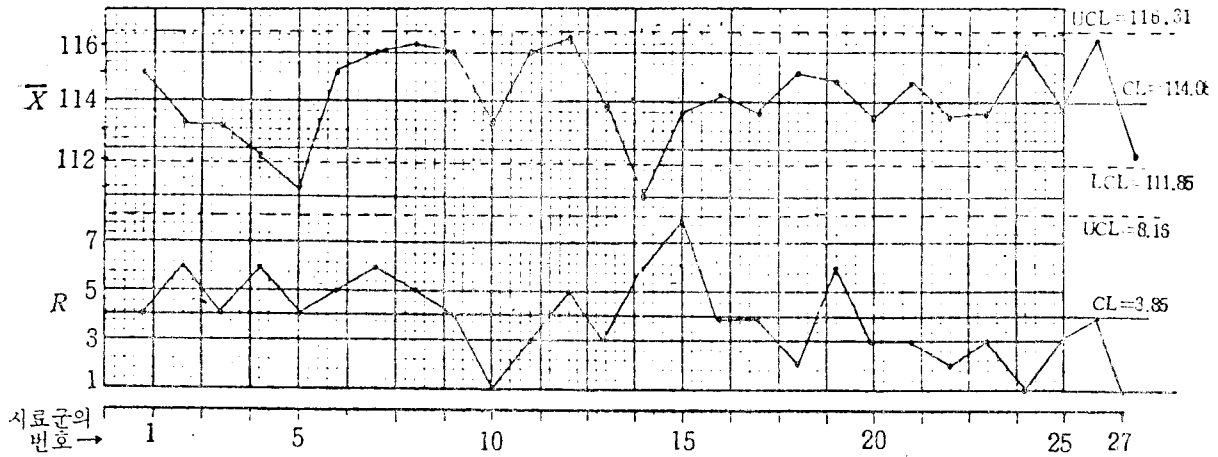


그림 6-7. 表 6-4에 의한 $\bar{X}-R$ 管理圖

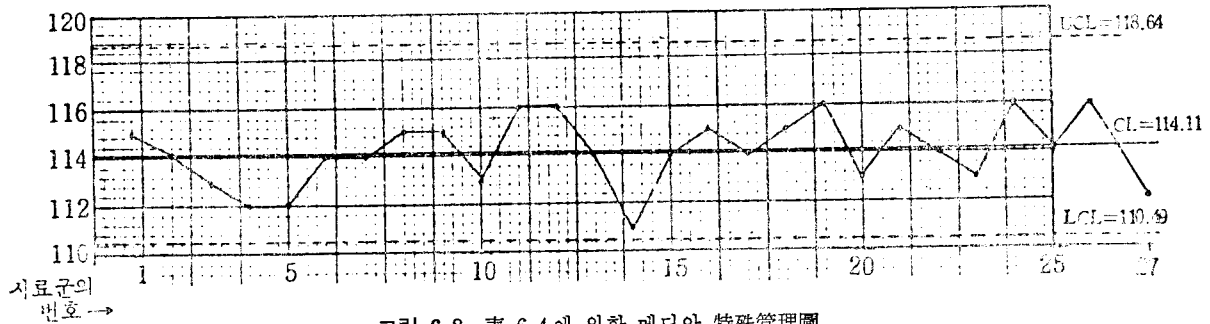


그림 6-8. 表 6-4에 의한 메디안 特殊管理圖

XX 製罐會社 飲料用 空罐Bottom 두께에 대한 工程管理用 實證事例分析으로 <表 6-4> 資料를 分析한 結果 正規分布假定下에 設計된 $\bar{X}-R$ 管理圖를 作成한 것이 <그림 6-7>이며, <그림 6-8> 은 당해 工程의 正確한 工程分布狀態를 알지 못하고 正規分布라고 假定한 경우의 模型設計한 메디안 特殊管理圖를 適用한 경우이다.

이들 各己 管理圖를 適用한 期間中 그 製造工程의 實際狀況을 確認한 結果 별다른 異常狀態를 發見하지 못한채 正常稼動되었는바 이의 實際는 <그림 6-7> $\bar{X}-R$ 管理圖보다 <그림 6-8> 메디안 特殊管理圖가 훨씬 寫實的이며 效果의 驗을 알 수 있다. 上記 $\bar{X}-R$ 管理圖에서는 $S_u=119$, $S_L=108$ 인 경우로 $UCL=116.31$, $LCL=111.85$ 로 管理限界가 算出되어 管理圖法 解析上 管理限界(線)를 벗어나거나 線上 가까이 打點되어 工程에 異常原因으로 判斷되나 實際 그 工程은 아무

런 異常없이 規格品 生産에 만족했는바 이와 같은 경우 本研究에서 模型開發 設計된 메디안 特殊管理圖가 適合하였음을 그 製造工程의 實際狀況과 本 메디안 特殊管理圖가 나타낸 意味와 同一하여 非對稱 正規分布 工程下의 解析用 및 管理用 管理圖適用은 正規分布假定下의 3σ 原理로 管理限界가 設定된 $\bar{X}-R$ 管理圖보다 매우 寫實的이며 工程의 狀態를 바르게 表示된 適應성이 實證되었다.

Ⅶ. 結 論

本 研究에서 模型開發한 메디안 特殊管理圖는 工程分布가 正規分布가 아닌 非對稱分布로 變化하였을 경우에 1,000 번의 試料를 취하여 管理限界線을 벗어난 回數를 分析한 結果, \bar{X} 管理圖는 分布의 變化에 따라 그 形態가 [많이 變하는

反面 메디안 特殊管理圖는 假定分布에 많은 영향을 받지 않고 適應性이 있음을 컴퓨터·시뮬레이션으로 立證하였고, 工程의 分布가 正規分布라는 假定이 確實하지 않는 경우에는 傳統的인 \bar{X} 管理圖보다 本 研究에서 模型開發한 메디안 特殊管理圖를 使用하는 것이 훨씬 有效하다는 것을 實證하였다.

고로 計量值管理圖의 品質特性值가 規格上限(S_U) 또는 規格下限(S_L)만 指定된 製造活動이나 規格上限(S_U)과 規格下限(S_L)이 同時에 指定되더라도 製造工程이 不安定하고 단속적 生産體制나 多品種小量生産을 위주로 하는 中小企業體에서 흔히 發見되고 있는 현상이며, 非對稱分布工程下에서는 傳統的인 計量值管理圖인 \bar{X} 管理圖보다는 本 研究에서 模型開發한 메디안 特殊管理圖가 正規分布 假定下의 \bar{X} 管理圖에 比較하여 小品種多量生産體制下의 연속다량생산시스템의 非正規分布工程下에 生産되는 모든 製品에 有效함은 물론 특히 國內 中小企業의 多品種小量生産體制下에서 製造工程이 不安定한 小量生産이거나 斷續的인 生産에서 흔히 나타나고 있는 非對稱分布工程下에서 生産된 製品이거나, 規格한 쪽만 指定(規格上限 : S_U 또는 規格下限 : S_L)된 檢査管理用 製品의 品質特性值를 管理하고자 하는 狀況에서 非正規分布를 이루는 製造工程下에 標準的인 計量值管理圖(\bar{X} 管理圖) 適用의 盲點을 改善하고 品質管理에 効果의이며 餘他 既開發된 特殊管理圖에 比較하여, 二 使用의 便利性과 適應性이 매우 우수하여, 現 國內 製造業體에서 限定된 管理圖法(KS A 3201~3) 適用으로 기대하지 못한 管理圖適用效果를 크게 기대할 수 있도록 實用化하였다.

References

- Burr, I.W., (1967), "The Effect of Non-Normality on Constants for \bar{X} and R Charts," *Industrial Quality Control*, Vol. 23, No. 11, 563~569.
- Chung-How, Y., and Hillier, F.S., (1970), "Mean and Variance Control Chart Limits Based on a Small Number of Subgroups," *Journal of Quality Technology*, Vol. 2, No. 1, 9~16.
- Chiu, W.K. and Wetherill, G.B., (1974), "A Simplified Scheme for the Economic Design of \bar{X} -Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 6, No. 2, 63~69.
- Denissoff, B.A., (1980), "Process Control Management," *Quality Progress*, Vol. 13, No. 6, 14~16.
- Ferrell E.B., (1964), "A Median, Midrange Chart Using Run-Size Subgroups," *Industrial Quality Control*, Vol. 20, No. 10, 14.
- Gibra, I.N., (1971), "Economically Optimal Determination of the Parameters of an \bar{X} -Control Chart," *Management Science*, Vol. 17, No. 9, 635~646.
- Hillier, F.S., (1964), " \bar{X} -Chart Control Limits Based on A Small Number of Subgroups," *Industrial Quality Control*, 24~29.
- Lloyd S. Nelson, (1984), "The Shewhart Control Chart test for Special Causes," *Journal of Quality Technology*,
- Moore, P.G., (1957), "Non-Normality in Quality Control Charts," *Applied Statistics*, Vol. 6.
- Nelson, P.R., (1979), "Control Charts for Weibull Processes with Standards given," *IEEE Transactions and Reliability*, Vol. 28, 283~288.
- Schilling E.G. and Nelson, P.R., (1976), "The Effect of Non-Normality on the Control Limits of Xbar charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, 183~188.
- Shahani, A.K., (1971), "A Control Chart Based on Sample Median," *Quality Engineer*, Vol. 35, 7~9.
- 日材規格協會(1966). 品質管理便覽, 157~159.
- 黃義徹(1980). 最新品質管理, 博英社, 305~373.
- 辛容伯(1985). "中小企業을 위한 效果的인 TQC 適用方案에 관한 研究(單行本)", 安養商工會議所·安養地域經濟研究센터, 15, 89~94.
- 辛容伯·黃義徹(1986). "非對稱와이불分布工程에서 메디안特殊管理圖의 設計", 品質管理學會誌, Vol. 14, No. 2, 2~8.
- 辛容伯(1986). "非正規分布工程에서 메디안特殊管理圖適用模型 設定에 관한 實證的 研究(工學博士學位 論文)", 漢陽大學校 大學院, 109~111, 133~148.
- 辛容伯(1987). "非正規分布工程에서 메디안特殊管理圖의 模型設計", 品質管理學會誌, Vol. 15, No. 2, 10~19.