〈硏究論文〉

*Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*
*Vol. 14, No. 2, Dec. 1988*

# 두 가지 故障 形態를 가진 製品에 대한 保證費用 模型
# (Warranty Cost Models for a Product Subject to Two Types of Failure)

裵 道 善*
全 洙 明**

**Abstract**

This paper is concerned with warranty cost models for a product with two types of failure ; type 1 failures corrected by minimal repair and type 2 failures removed only by replacement. Two warranty policies involving an initial free service period followed by a pro-rata period are considered ; the difference is whether the warranty is renewed or not when type 2 failure occures during its free service period. Expected warranty costs under the two policies are obtained, and their behaviors are examined for the case where type 1 and 2 failure distributions are Weibull and exponential, respectively.

## 1. 序 論

製品保證은 製品 販買후 일정 기간동안 발생한 缺陷이나 故障에 대하여 生產者가 責任을 지는 일종의 消費者와의 契約이다. 消費者는 동일한 價格의 製品이라면 구입 후 故障에 의한 費用負擔이 적은 製品을 選好하게 되며, 生產者는 保證에 의한 費用負擔을 가능한 적게 하고자 할 것이다. 生產者의 측면에서 여러가지 保證政策이 가져올 수 있는 費用負擔의 推定은 最適의 保證政策 수립에 필수적이라고 할 수 있다. 그러므로 保證費用 推定問題는 많은 學者들에 의해 硏究되어졌다. 지금까지의 硏究는 修理 可能(repairable) 혹은 修理 不可能(non-repairable) 製品에 대한 無料保證(free warranty), 割引保證(pro-rata) 그리고 이들을 混合한 形態의 保證政策에 대한 保證費用 推定問題들이다.

먼저, 修理 不可能한 製品에 대한 保證費用 硏究로서 無料保證이나 割引保證 政策하에서 生產者의 保證費用이나 期待利益을 推定하는 問題가 Menke(1969), Blischke와 Scheuer(1975, 1981) 그리고 Mamer(1984)에 의해 다루어졌다. Nguyen과 Murthy(1984a)는 無料保證 후 割引保證이 뒤따르는 混合保證政策에서 無料 保證期間 중에 일어나는 故障에 대한 保證期間의 更新여부에 따라 두가지 混合保證政策을 제시하고 製品

* 韓國科學技術院 產業工學科
** 國防科學硏究所

壽命週期동안 生產者와 消費者의 期待費用과 利益을 分析하였다.

修理 可能한 製品에 대한 保證費用 硏究로서는 Karmarkar(1978)가 無料保證政策하에서 期待修理費用을 구하였고 Balachandran, et al.(1981)은 구성품의 修理回數들이 Markov 종속관계가 있는 경우에 시스템의 保證費用을 推定하였다. Nguyen과 Murthy(1984b)는 無料保證政策하에서 한정된 製品 販買量에 대한 保證費用과 주어진 製品 壽命週期동안에 修理를 요구하는 製品의 기대 갯수와 費用도 推定하였다.

이상에서 언급된 保證費用 推定 硏究는 故障의 形態가 한 가지만 存在한다고 假定하였다. 그러나 現實的으로 대부분의 製品은 여러 故障 形態들을 갖고 있는 경우가 많다[Bai, et al.(1983)와 Nguyen과 Murthy(1984b)]. 특히 Nguyen과 Murthy(1984b)는 두가지 故障形態를 가진 수리가능한 製品에 대해 保證期間동안 발생하는 모든 費用을 生產者가 부담하는 경우 生產者의 製品當 期待 保證費用을 유도하였다. 본 硏究에서는 製品이 두 가지 故障 形態를 가지는 경우를 想定하고 保證政策은 Nguyen과 Murthy(1984a)가 제안한 두 가지 混合保證政策, 즉 完全保證 更新政策과 部分保證 更新政策을 고려하여 각 政策하에서의 保證費用 推定問題를 다루고자 한다. 여기서 두 가지 故障 形態란, 最小修理(minimal repair)로 쉽게 고칠 수 있는 경미한 故障(形態 1)과 교환이 이루어져야 할 정도의 치명적인 故障(形態 2)을 의미한다. 실례로써 엔진의 경우 나사 풀림은 경미한 故障으로 내부균열, 실린더의 파열은 치명적인 故障으로, 전기밥솥의 경우 손잡이의 나사 풀림은 경미한 故障으로 가열기의 故障은 치명적인 故障으로 볼 수 있다. 각 政策에 따른 製品當 期待費用 函數를 유도하고 形態 1 故障은 와이블分布, 形態 2 故障은 指數分布를 따를 때 保證期間과 分布 母數들의 變化에 따른 保證費用의 形態를 分析한다.

**假 定**

1) 保證政策의 對象이 되는 製品은 두 가지 故障 形態를 갖는다.
   形態 1 故障 : 最小修理에 의해 고쳐지는 輕微故障
   形態 2 故障 : 交換이 이루어져야 될 致命故障
2) 두 가지 故障 形態는 서로 獨立的으로 發生한다.
3) 保證期間內 故障이 發生하면 모든 製品에 對해 반드시 修理 또는 交換要求가 이루어진다.

**記 號**

| | |
|---|---|
| $X$ | : 形態 1 故障 發生時刻 |
| $f(x), F(x), \bar{F}(x), h_1(x)$ | : X의 確率密度函數, 分布函數, 信賴度函數, 故障率函數 |
| $Y$ | 形態 2 故障 發生時刻 |
| $g(y), G(y), \bar{G}(y), h_2(y)$ | : Y의 確率密度函數, 分布函數, 信賴度函數, 故障率函數 |
| $N_i(t)$ | : (0, t]에서의 形態 i 故障回數, $i = 1, 2$ |
| $M_i(t)$ | : $E[N_i(t)]$, $i = 1, 2$ |
| $T$ | : 한 製品의 保證이 끝날 때까지의 期間(保證週期) |
| $N$ | : 保證 更新回數 |
| $r(t)$ | : t 時點에서의 殘餘壽命 (residual life) |
| $G_r(t)$ | : r(t)의 分布函數 |
| $Z(t)$ | : t 時點에서의 老化壽命 (aging life) |
| $L_z(t)$ | : Z(t)의 分布函數 |
| $C_1$ | : 最小修理費用 |
| $C_2$ | : 交換費用 |
| $I_i(t)$ | : t 時點에서의 形態 i 故障에 의해 生產者가 負擔 |

| | |
|---|---|
| | 해야 하는 費用 |
| $I(t)$ | : $(0, t]$에서 生產者가 負擔하는 總 保證費用 |
| $W_1$ | : 無料 保證期間 |
| $W_2$ | : 割引 保證期間 |
| $A(W_1, W_2)$ | : 保證期間 $W_1, W_2$일 때의 製品當 期待 保證費用 |

$$IG(x, \beta) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(\beta)} t^{\beta-1} e^{-t}\, dt$$

## 2. 費用 模型

### 2.1 完全保證 更新政策(政策 1)

(1) 保證 更新方式

完全保證 更新政策에서는 形態 1 故障에 대해 全體 保證期間$(0, W_1+W_2]$동안 無料修理를 해주며 形態 2 故障에 대해서는 全體 保證期間을 無料 保證期間$(0, W_1]$과 割引 保證期間$(W_1, W_1+W_2]$으로 나누어 混合 保證政策이 적용되며 生產者 負擔은 그림(2.1)과 같다. 또한 製品 交換과 동시에 保證期間을 更新해 준다.

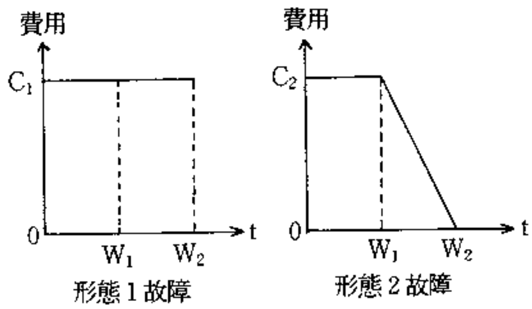



그림 2.1 保證期間동안의 生產者 負擔費用

(2) 期待 保證費用 函數

保證期間$(0, W_1+W_2]$내에 形態 1, 2 故障이 발생하였을 때 生產者 負擔費用은

$$I_1(t) = C_1, \quad 0 < t < W_1 + W_2,$$

$$I_2(t) = \begin{cases} C_2, & 0 < t < W_1, \\ C_2\left(\dfrac{W_1+W_2-t}{W_2}\right), & W_1 < t < W_1 + W_2 \end{cases}$$

製品 保證期間中에 形態 2 故障이 발생하면 保證期間이 更新되며 한 製品 販賣時 形態 2 故障 回數가 N이므로 製品當 期待 保證費用은

$$A(w_1, w_2) = E(N)\, E[I(Y) \mid Y \leqq w_1 + w_2] + E[I(w_1 + w_2) \mid Y > w_1 + w_2] \qquad (2.1)$$

여기서 N은 超幾何分布를 따르는 確率變數이므로

$$E(N) = \frac{G(w_1 + w_2)}{\bar{G}(w_1 + w_2)}$$

그리고 形態 2 故障이 保證期間내에 발생했다는 條件하에서 그 시점까지의 總 期待 保證費用은

$$E[I(Y) \mid Y \leqq w_1 + w_2] = \frac{1}{G(w_1 + w_2)} \int_0^{w_1+w_2} \int_0^t (I_1(x)\, h_1(x)\, dx + I_2(t))\, dG(t)$$

$$= \frac{1}{G(w_1 + w_2)} \left[ C_1 \int_0^{w_1+w_2} \int_0^t h_1(x)\, dx\, dG(t) + C_2 \left[ G(w_1) + \frac{1}{w_2} \int_{w_1}^{w_1+w_2} (w_1 + w_2 - t)\, dG(t) \right] \right].$$

또한 마지막 更新 製品에 대한 期待 保證費用은

$$E[I(w_1 + w_2) \mid Y > w_1 + w_2] = C_1 \int_0^{w_1+w_2} h_1(x)\, dx.$$

그러므로 完全保證 更新政策하에서 製品當 期待

保證費用은

$$A(w_1, w_2) = \frac{1}{\bar{G}(w_1+w_2)} [C_1 \int_0^{w_1+w_2} \int_0^t h_1(x)\,dx\,dG(t) + C_2\; G(w_1) + \frac{C_2}{w_2} \int_{w_1}^{w_1+w_2} (w_1+w_2-t)\,d\,G(t)] + C_1 \int_0^{w_1+w_2} h_1(x)\,dx. \qquad (2.2)$$

(3) 費用 函數의 特殊한 경우

i) 無料 保證期間만 存在할 경우

$$A_1(w_1) = \lim_{w_2 \to 0} A(w_1, w_2) = \frac{1}{\bar{G}(w_1)} [C_1 \int_0^{w_1} \int_0^t h_1(x)\,dx\,dG(t) + C_2\,G(w_1)] + C_1 \int_0^{w_1} h_1(x)\,dx \qquad (2.3)$$

ii) 割引 保證期間만 存在할 경우

$$A_2(w_2) = \lim_{w_1 \to 0} A(w_1, w_2) = \frac{1}{\bar{G}(w_2)} [C_1 \int_0^{w_2} h_1(x)\,dx\,d\,G(t) + \frac{C_2}{w_2} \int_0^{w_2} (w_2 - t)\,d\,G(t)] + C_1 \int_0^{w_1} h_1(x)\,dx. \qquad (2.4)$$

iii) 形態 1 故障만 存在할 경우

$$A(w_1,\ w_2) = C_1 \int_0^{w_1+w_2} h_1(x)\,dx. \qquad (2.5)$$

iv) 形態 2 故障만 存在할 경우

$$A(w_1,\ w_2) = \frac{1}{\bar{G}(w_1+w_2)} [\ C_2 \quad G(w_1) + \frac{C_2}{w_2} \int_{w_1}^{w_1+w_2} (w_1 + w_2 - t)d\ G(t)] \qquad (2.6)$$

이 경우는 Nguyen과 Murthy(1984a)가 제시한 政策 I과 동일하다.

2.2 部分保證 更新政策(政策 II)

(1) 保證 更新方式

部分保證 更新政策에서는 形態 1 故障에 대해서는 全體 保證期間(0, $W_1+W_2$]동안 無料로 修理를 해주며 形態 2 故障에 대해서는 全體 保證期間을 無料 保證期間과 割引 保證期間으로 나누어 混合保證政策이 적용되므로 生產者 負擔은 그림(2.1)과 같다. 製品의 保證期間 更新은 政策 I과 달리 無料 保證期間(0, $W_1$]에서는 交換만 해주고 割引 保證 期間 ($W_1$, $W_1+W_2$]에서는 交換과 더불어 保證期間을 更新해 준다.

(2) 期待 保證費用 函數

製品의 保證期間中의 生產者 負擔이 政策 I 과 같으므로 $I_1(t)$, $I_2(t)$의 形態는 完全保證 更新政策에서의 形態와 동일하다. 그러나 保證期間 更新方式이 政策 I 과 달리 割引 保證期間에서만 保證期間이 更新되므로 製品當 期待 費用 函數를 유도하기 위해 먼저 殘餘壽命의 概念을 이용하여야 하는데 이것을 그림으로 나타낸 것이 그림(2.2)이다. 여기서 y는 $W_1$ 이전의 마지막 故障時刻이며 $y_0$는 $W_1$ 이후의 첫번째 故障時刻이므로 z는 殘餘壽命이며 r은 老化壽命이다.

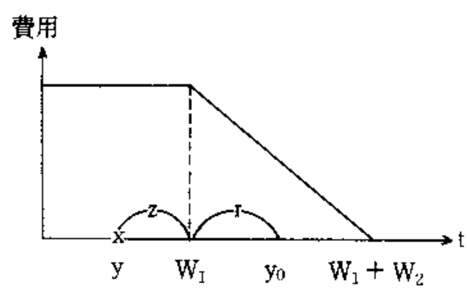



그림 2.2 殘餘壽命과 老化壽命

따라서 割引 保證期間($W_1$,$W_1+W_2$]중에 발생하는 形態 2 故障 費用을 殘餘壽命으로 나타내면

$$I_2(r) = C_2(W_2 - r)/W_2,\ 0 < r < W_2.$$

따라서 $W_1$에서의 殘餘壽命이 처음으로 $W_2$ 이상이

될 때까지 保證 更新回數가 N이 되며 無料保證期間(0, $W_1$] 동안의 費用을 $I_{FR}$, 割引 保證期間($W_1, W_1+W_2$]동안의 費用을 $I_{PR}$ 그리고 마지막 更新 製品의 費用을 $I_{LR}$라고 할 때 製品當 期待 保證費用은

$$A(w_1,\ w_2) = E(N)\{E(I_{FR}) + E[I_{PR} \mid r < w_2]\} + E(I_{LR}) \qquad (2.7)$$

形態 2 故障의 確率分布와 殘餘壽命分布와의 관계는

$$G(t) = \begin{cases} G_r(t - w_1), & t > w_1 \\ 0, & 0 < t < w_1 \end{cases}$$

殘餘壽命과 老化壽命分布는

$$G_r(z) = G(w_1 + z) - \int_0^{w_1} \overline{G}(w + z - y)\ dM_1(y),\ z > 0$$

$$L_z(z) = G(w_1) - \int_0^{w_1 - z} \overline{G}(w_1 - y)\ dM_1(y),$$

$$0 < z < w_1$$

여기서 保證 更新回數 N은 超幾何分布를 따르므로

$$E(N) = G_r(w_2) / \overline{G}_r(w_2)$$

無料 保證期間 (0, $W_1$]에서의 形態 2 故障의 평균횟수는

$$M_2(w_1) = G(w_1) + \int_0^{w_1} M_2(w_1 - t)\ dG(t)$$

이며 $m_1(t)dt$를 $(t,\ t + dt)$에서의 形態 1 故障의 평균횟수라 하면 無料 保證期間(0, $W_1$]에서의 形態 1 故障의 평균횟수는

$$M_1(w_1) = \int_0^{w_1} m_1(t)\ dt$$

$$= \int_0^{w_1} [h_1(t)\ \overline{G}(t) + \int_0^t h_1(t-y)\ \overline{G}(t - y)\ dM_2(y)]\ dt$$

따라서 無料 保證期間(0, $W_1$]에서 발생하는 總期待 保證費用은

$$E(I_{FR}) = C_1 M_1(w_1) + C_2 M_2(w_1)$$

殘餘壽命이 $W_2$ 이하인 條件하에서 割引 保證期間 동안 발생하는 期待費用은

$$E[I_{PR} \mid r < w_2] = [1 / G_r(w_2)]\ [C_2 \int_0^{w_2} (w_2 - t) / w_2\ dG_r(t)$$
$$+ C_1 \int_0^{w_2} \int_0^{w_1} \int_z^{z+t} h_1(x)\ dx\ dL_z(z)\ dG_r(t)]$$

保證週期내의 마지막 製品의 期待費用은

$$E(I_{LR}) = C_1\ M_1(w_1) + C_2\ M_2(w_1) + C_1 \int_0^{w_1} \int_z^{z+w_2} h_1(x)\ dx\ dL_z(z)$$

그러므로 製品當 期待 保證費用은

$$A(w_1, w_2) = [1/\overline{G}_r(w_2)]\ [C_1 M_1(w_1) + C_2 M_2(w_1) + C_2 \int_0^{w_2} (w_2 - t)/w_2\ dG_r(t)$$
$$+ C_1 \int_0^{w_2} \int_0^{w_1} \int_z^{z+t} h_1(x)\ dx dL_z(z)\ dG_r(t)] + C_1 \int_0^{w_1} \int_z^{z+W_2} h_1(x) dx\ dL_z(z). \qquad (2.8)$$

(3) 費用 函數의 特殊한 경우

i) 無料 保證期間만 存在할 경우

식(2.8)에서

$$A_1(w_1) = \lim_{w_2 \to 0} A(w_1,\ w_2) = C_1\ M_1(w_1) + C_2\ M_2(w_1) \quad (2.9)$$

이 되며 $h_2(x) = p(x)\ r(x)$, $h_1(x) = \bar{p}(x)\ r(x)$ $(p(x) + \bar{p}(x) = 1)$라 놓으면 Nguyen과 Murthy (1984b)가 다룬 두 가지 故障 形態를 가진 製品의 保證費用과 같게 된다.

ii) 割引 保證期間만 存在할 경우

$$A_2(W_2) = \lim\ A(W_1\ W_2)$$

$$= [1/\bar{G}_r(W_2)][C_2 \int_0^{W_2} (W_2 - t)/W_2\ dG_r(t) + C_1 \int_0^{W_2} \int_0^t h_1(x) dx d\ F_r(t) + C_1 \int_0^{W_2} h_1(x). \quad (2.10)$$

iii) 形態 1 故障만 存在할 경우

$$A(w_1,\ w_2) = C_1 \int_0^{w_1 + w_2} h_1(x)\ dx. \quad (2.11)$$

iv) 形態 2 故障만 存在할 경우

$$A(w_1,\ w_2) = 1/\bar{G}_r(w_2)\quad [C_2\ M_2(w_1) + C_2 \int_0^{w_2} (w_2 - t)/w_2\ dG(t) \quad (2.12)$$

이 경우는 Nguyen과 Murthy(1984a)가 다룬 政策 II에서의 費用 函數와 동일하다.

## 3. 保證費用 分析

單位 製品의 期待 保證費用 分析을 위하여 形態 1, 2 故障이 각각 와이블 및 指數分布를 따른다고 할 때 그들은 分布函數는 각각 $F(t) = 1 - \exp[-(\alpha t)^\beta]$, $G(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$이다. 이 경우 두 政策에서의 製品當 期待費用을 구하면

政策 I의 경우

$$A(w_1,\ w_2) = e^{\lambda(w_1 + w_2)} [C_1(\alpha/\lambda)^\beta\ \Gamma(\beta + 1)\ IG(\lambda(w_1 + w_2),\ \beta + 1) + C_2 - (C_2/\lambda w_2) e^{-\lambda w_1}(1 - e^{-\lambda w_2})] + C_1 \alpha^\beta\ (w_1 + w_2)^\beta,$$

政策 II의 경우

$$A(w_1,\ w_2) = AC_1 + AC_2 + AC_3,$$

$$AC_1 = e^{\lambda w_2} C_1 (\frac{\alpha}{\lambda})^\beta\ \Gamma(\beta + 1)\ [IG(\lambda(w_1 + w_2),\ \beta + 1) + IG(\lambda w_1,\ \beta) - 2IG(\lambda w_1,\ \beta + 1)],$$

$$AC_2 = e^{\lambda w_2} C_1 (\frac{\alpha}{\lambda})^\beta\ \lambda\ \Gamma(\beta + 1)\ [\int_0^{w_1} IG(\lambda t,\ \beta) dt + \int_0^{w_2} \{IG(\lambda(t + w_1),\ \beta + 1) - IG(\lambda t,\ \beta + 1)\}\ dt],$$

$$AC_3, = e^{\lambda w_2} C_2 \{1 + \lambda w_1 + \frac{1}{\lambda w_2}(e^{-\lambda w_2} - 1)\}$$

두 政策하에서의 製品當 期待費用 函數의 形態를 일반적으로 고찰하기가 어려우므로 假定한 두 가지 故障 形態分布의 母數 그리고 故障費用의 變化에 따른 期待 保證費用 函數의 形態를 分析한다.

$\alpha = 0.5$, $\beta = 2.0$, $\lambda = 0.15$, $C_1 = 1$만원, $C_2 = 5$만원

i) 保證期間에 대한 分析

全體 保證期間$(W_1 + W_2)$을 1년으로 하고 $W_1$을 증가시키는 경우 製品當 期待 保證費用의 變化를 나타낸 것이 그림(2.3)이다. $W_1$이 증가하면 두 政策 모두 $A(w_1,\ w_2)$가 증가하며, 동일한 保證期間에서는 政策 I의 期待費用이 政策 II의 값보다 크다. 즉 政策 I이 보다 生産者 負擔이

크다는 것이다.

ii) 分布 母數에 대한 分布

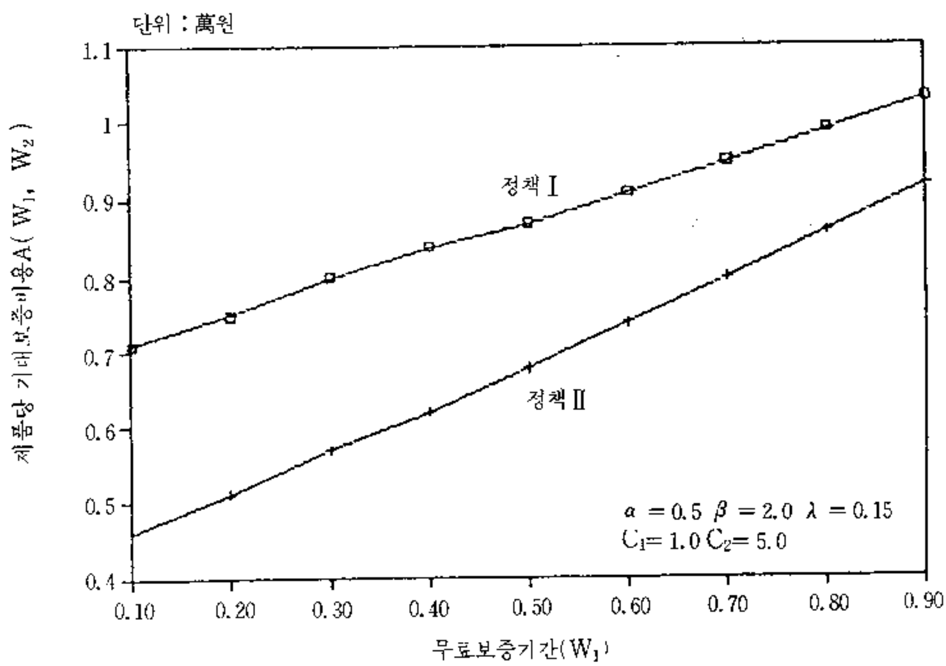
全體 保證期間($W_1 + W_2$)은 1년이며 $W_1 = W_2 = 0.5$인 경우에 대해 分析한다. 그림(2.4)로부터 $\alpha$의 값이 증가함에 따라 政策Ⅰ의 期待 保證費用이 政策Ⅱ의 期待 保證費用보다 급격히 증가하며 形態1의 평균수명이 짧은 製品일수록 政策Ⅱ의 決定이 더욱 바람직함을 알 수 있다. 그림(2.5)는 $\beta$가 증가할수록 두 政策 모두 保證費用이 감소함을 보인다. 그림 (2.6)은 $\lambda$가 증가할수록 두政策 모두 期待 保證費用이 증가함을 보인다.

iii) 故障費用에 대한 分析

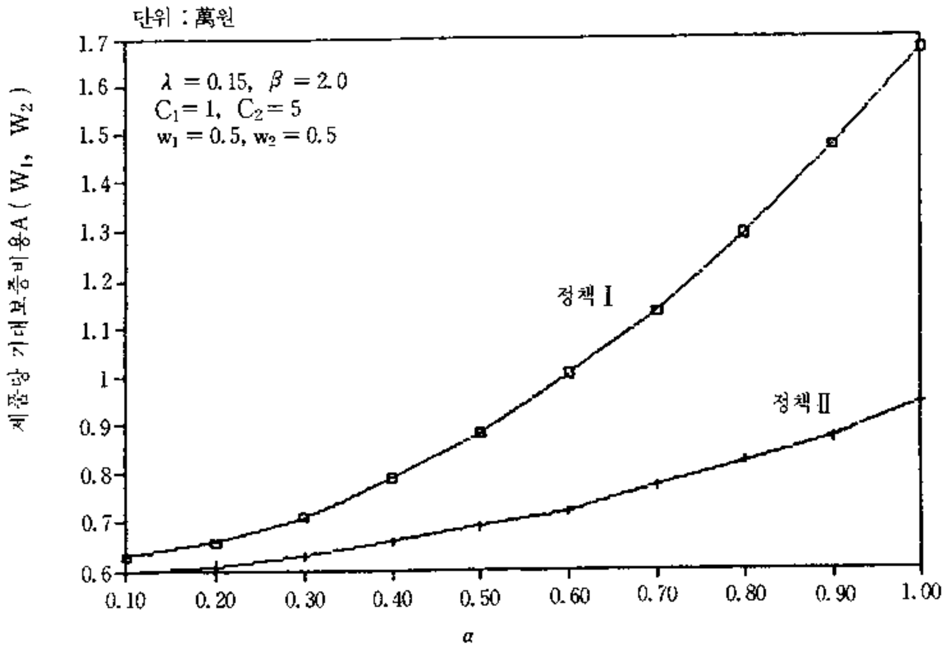
그림(2.7)는 修理費用을 單位 1이라고 하면 交換費用이 상대적으로 증가할 때 두 政策 모두 期待 保證費用은 급격히 증가함을 보이고 있다.

## 4. 結 論

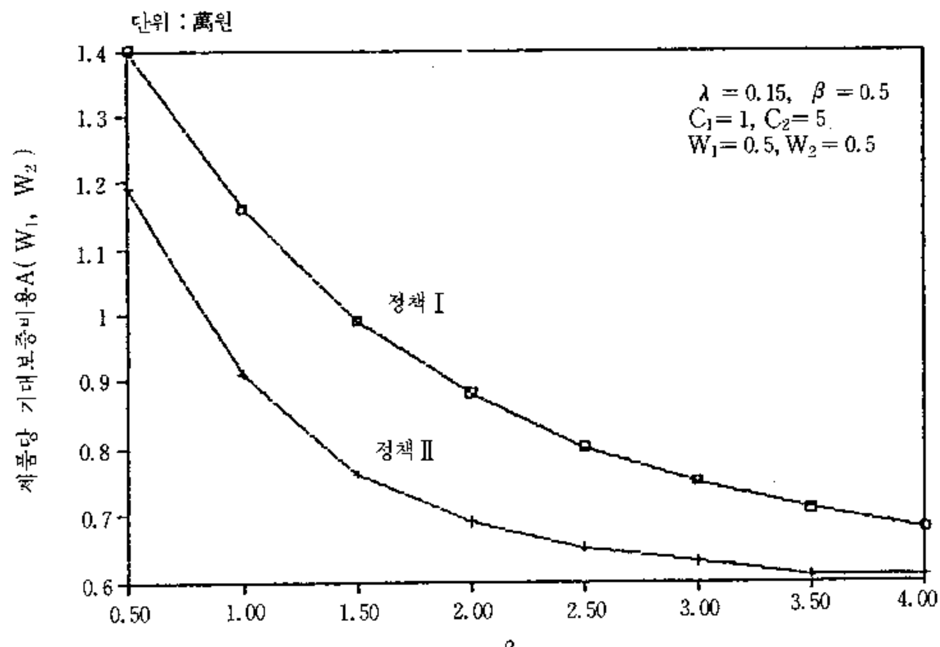
본 論文에서는 두 가지 故障 形態(輕微故障, 致命故障)를 갖는 製品의 保證問題를 다루었다. 製品 保證方式은 故障 形態에 따라 달리하여 輕微故障(形態1)에 대해서는 無料保證을 해주며 致命故障(形態2)에 대해서는 無料保證과 割引保證을 결합한 混合保證政策을 적용한다고 假定하였다. 保證費用 分析에서는 保證 更新方式에 따라 구분되는 完全保證 更新政策(政策Ⅰ)과 部分保證 更新政策(政策Ⅱ)을 고려하고 각 政策하에서 製品當 期待 保證費用 函數를 유도하였으며 製品의 두 가지 故障 形態의 分布가 와이블과 指數分布를 따른다고 假定하여 保證期間, 分布 母數의 값 및 故障 費用의 變化에 따른 製品當 期待 保證費用의 保證費用의 形態를 살펴보았다. 그 결과 일반적으로 政策Ⅰ이 政策Ⅱ보다 많은 費用을 負擔시키는 政策임을 알 수 있다. 본 論文에서 다룬 費用 模型問題를 토대로 한 두 가지 保證方式 및 期間의 最適決定에 관한 最適化 問題는 現在 硏究가 진행중이다.



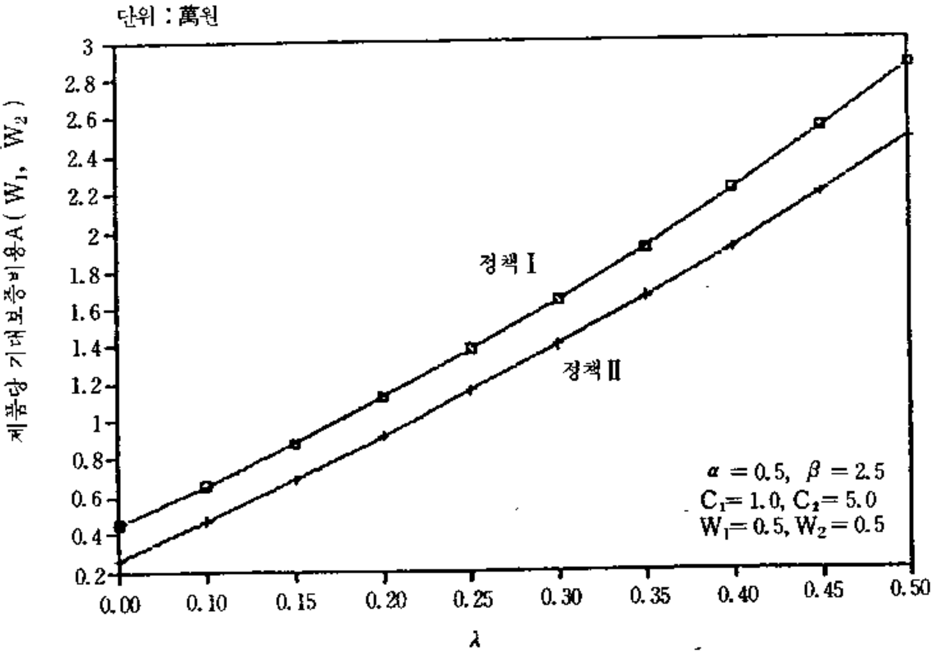

(그림 2.3) 무료보증기간 증가에 따른 제품보증비용($W_1 + W_2 = 1$)



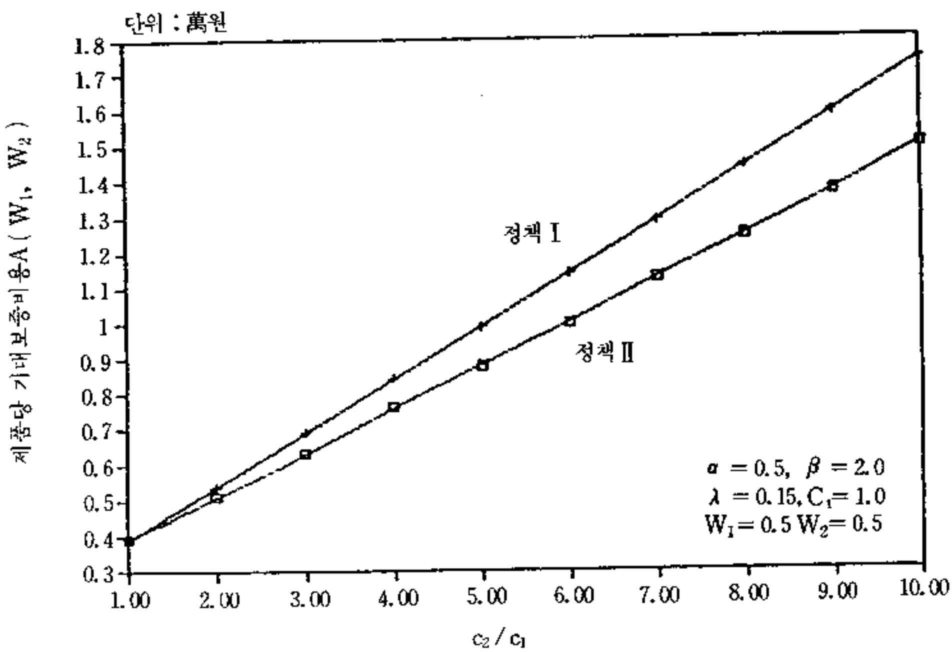

(그림 2.4) α증가에 따른 제품당 기대보증비용($W_1 + W_2 = 1.0$)




(그림 2.5) β증가에 따른 제품당 기대보증비용($W_1 + W_2 = 1.0$)




(그림 2.6) λ 증가에 따른 제품당 기대보증비용($W_1+W_2=1.0$)




(그림 2.7) $C_2$ / $C_1$ 증가에 따른 제품당 기대보증비용($w_1+w_2=1.0$)

## Reference


1. ..., Jang, J.S. and Kwon, Y. I., "Generalized Preventive Maintenance Policies ...tem Subject to Deterioration", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-32, ... 512~514, 1983.
2. ...ndran, K.R., Maschmeyer, R.A. and Livingston, J.L., "Product Warranty ... A Markovian Approach to Estimation and Analysis of Repair and Replace- ... *he Accounting Review, LVI(1)*, pp. 115~124, 1981.
3. ... W.R., and Scheuer, E.M., "Calculation of the Cost of Warranty Policies as a ...tion of Estimated Life Distributions", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 22, No. 4, pp. 681~696, 1975.
4. ______, "Application of Renewal Theory in Analysis of the Free-Replacement Warranty", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 28, No. 2, pp. 193~205, 1981.
5. Karmarkar, U.S., "Future Cost of Service Contracts for Consumer Durable Goods", *AIIE Transactions*, Vol. 10, No. 4, pp. 380~387, 1978.
6. Mamer, J.W., "Cost Analysis of Pro-Rata and Free Replacement Warranties", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 29, No. 2, pp. 345~356, 1982.
7. Menke, W.W., "Determination of Warranty Reserves", *Management Science*, Vol. 15, No. 10, pp. 542~549, 1969.
8. Nguyen, D.G. and Murthy, D.N.P., "Cost Analysis of Warranty Policies", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 31, No. 4, pp. 525~541, 1984a.
9. ______, "A General Model for Estimating Warranty Costs for Repairable Products", *IIE Transactions*, Vol. 16, No. 4, pp. 379~386, 1984b.
10. Ross, S.M., *Applied Probability Models with Optimization Applications*, Holden-Day, San Francisco, 1970.