

源油鑛의 규모 및 위치 추정을 위한 磁氣場의 統計的 分析

(A statistical analysis of magnetic field intensities for estimating the size and orientation of the petroleum deposit)

전 덕 빈*

Abstract

A statistical analysis for detecting deviations from normal magnetic field intensities, caused by the introduction of magnetite materials into man-made fissures and cracks at sub-surface levels is presented. For detecting such deviations it turns out the comparison of two different field measurements measured at two different sites far from each other is more efficient than the study of the only one measurement by the univariate and bivariate time series analysis.

1. 序 論

본 연구에서는 統計的 時系列 分析法(Statistical time series analysis)을 지하에 埋藏되어 있는 源油鑛의 탐사과정에 적용하는 事例를 소개한다.

(實驗過程)

지상으로부터 源油鑛이 埋藏되어 있는 것으로 추정되는 위치까지 hole을 뚫어서 강력한 水圧으로써 그 부분에 龜裂層(Crack)이 형성되도록 한 후, Magnetite Fe_3O_4 를 유입하여 龜裂層이

磁氣를 띤 板(Magnetite disk)을 형성케 한다. 이 과정에서 지상의 hole에 근접한 위치와 상당 거리 떨어진 위치에 磁氣測定機器를 설치하여 지하의 源油鑛에 磁氣板이 형성되면서 발생하는 磁氣場의 변화를 관찰할 수 있다.

磁氣板이 형성되기 전 지상의 두 지역에 설치된 磁氣測定機器에서는 成層圈에 위치한 電離層(Ionosphere)과 자전하는 지구 자체에 의한 동일한 磁場(Magnetic field intensity)이 측정되도록 기대되지만, 실제로는 測定誤差(Measurement noise) 및 그밖의 요인들에 의하여 교란

* 경희대학교 공과대학 산업공학과

(Disturb)되어 관측된다. Magnetite Fe_3O_4 가 유입된 후 hole에 근접한 위치에 설치된 磁氣測定機器에서는 電離層과 지구 자체에 의한 磁場외에 源油鑛에 형성된 磁氣板에 의한 磁場效課가 나타난다. 반면 다른 測定機器에서는 磁氣板에 의한 磁場效課가 미치지 못하도록 hole에서 떨어진 원거리에 위치하여 있으므로 電離層과 지구 자체에 의한 磁場效課만이 나타난다.

(研究目的)

이러한 실험과정에서 源油鑛에 형성된 磁氣板에 의한 磁場變化로써 源油鑛의 규모 및 위치 추정이 가능하다. 그러나 測定機器에서는 실제 磁場을 관찰할 수 없고 기타 요인들과 혼합되어 있으므로, 磁氣板이 형성되기 전 두 지역에 위치한 測定機器에서의 측정치들은 유사한 형태이기는 하지만 동일하지 않다.

만일 측정치로부터 기타 요인들을 제거하여 磁場의 추정이 가능하다면 hole에 근접한 測定機器로부터 磁氣板 형성 직후 磁場變化의 추정이 가능할 수 있다. 또한 磁氣板 형성 전 두 곳에 위치한 測定機器에서의 관측치간의 관계를 설명할 수 있다면, 磁氣板 형성 직후 hole에 근접한 測定機器에서만 磁氣板에 의한 磁場效課가 기대되므로 그 관계를 활용하여 실제 磁場變化의 추정이 가능할 수 있다.

본 연구에서는 磁氣板이 형성되기 직전 두 곳에서 관찰된 磁場測定值(Magnetometer)들을 각각 統計的 時系列 分析法 중 특히 Box와 Jenkins [2]에 의한 방법을 적용하여 분석하고 그 관계를 규명한다. 사용하고자 하는 자료는 1984년 7월 23일 오전 2시 25분 1초부터 3시 50분 21초까지 미국 캘리포니아주 Pinyan Flats에서 10초 간격으로 측정된 513개 時系列이다.

2. 統計的 分析

磁場 측정치는 X, Y, Z 축의 값으로 구성되

나 실제 그 振幅(Amplitude) 즉, X, Y, Z 축 값들의 각각의 제곱들의 합의 제곱근을 분석하는 것으로 충분하다.

源油鑛에 근접하여 위치한 測定機器에서의 관측치들의 振幅 $Y(t)$ 와 원거리에 설치된 測定機器에서의 관측치들의 振幅 $X(t), t = 1, 2, 3, \dots, 513$ 의 그래프가 그림 1에 나타나 있다. 기대한 바와 같이 전체적으로 유사한 형태를 갖추고 있으나 관측오차 및 다른 요인들에 의하여 다르게 나타난다. $X(t)$ 와 $Y(t)$ 의 關係分析을 위하여 一段階로서 $X(t)$ 와 $Y(t)$ 를 Box와 Jenkins의 ARIMA(Autoregressive integrated moving average) 模型으로 분류한 결과 다음의 模型이 가장 적합한 것으로 나타난다.

$$(1 - \hat{\phi}B)\nabla X(t) = (1 - \hat{\theta}B) a(t), \text{ where}$$

$$\nabla X(t) = (1 - B)X(t) = X(t) - X(t-1),$$

$$\hat{\phi} = 0.835 : 95\% \text{ 信賴區間}(0.780, 0.889),$$

$$\hat{\theta} = -0.288 : 95\% \text{ 信賴區間}(-0.383, -0.193),$$

$$\hat{\sigma}^2 a = 0.00138;$$

$$(1 - \hat{\phi}B)\nabla Y(t) = (1 - \hat{\theta}B) a(t), \text{ where}$$

$$\hat{\phi} = 0.832 : 95\% \text{ 信賴區間}(0.778, 0.886),$$

$$\hat{\theta} = -0.296 : 95\% \text{ 信賴區間}(-0.391, -0.200),$$

$$\hat{\sigma}^2 a = 0.00121$$

模型選擇過程에서 여러가지 統計的 基準을 사용 비교 검토한 결과 적합한 模型으로 판정되었다. 다른 결과들은 생략하고 $\nabla Y(t)$ 의 위에 명시한 ARMA(Autoregressive and moving average) 模型의 理論的 스펙트럼(부록참조)과 $\nabla Y(t)$ 로부터의 95% 信賴區間을 비교한 그래프가 그림 2에 나타나 있다. 전체적으로 거의 완벽하게 信賴區間을 만족하고 있다. 장기간 관찰한 경우 지구의 자전에 의한 주기적인 효과를 기대할 수 있으나 1시간 25분여 동안의 관측치에서는 그림 1에서 관찰한 것처럼 그러한 효과가 나타나지 않았다. 실제 실험에서 龜裂層을 형성하고 磁氣化 하는데 소요되는 시간은 15분여 이므로 磁場變化를 추정하기 위하여 장기간 관찰이 필요하지 않다.

그림 1. 지역 1 과 2 에서의 자장측정치의 진폭 $X(t)$ 와 $Y(t)$

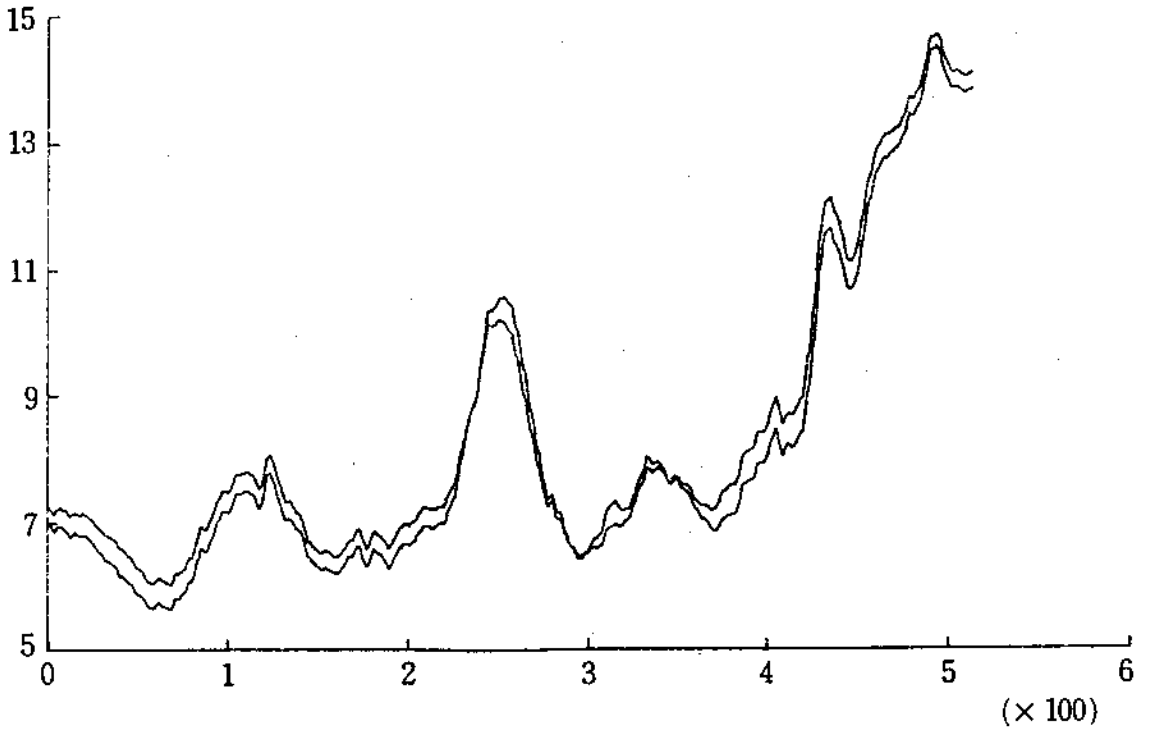


그림 2. ARMA(1, 1) 모형의 이론적 스펙트럼과 $\nabla Y(t)$ 에 대한 스펙트럼 추정치 및 95% 신뢰구간
 ($\hat{\phi} = 0.832, \theta = 0.296, \hat{\sigma}_\epsilon^2 = 0.00121$)

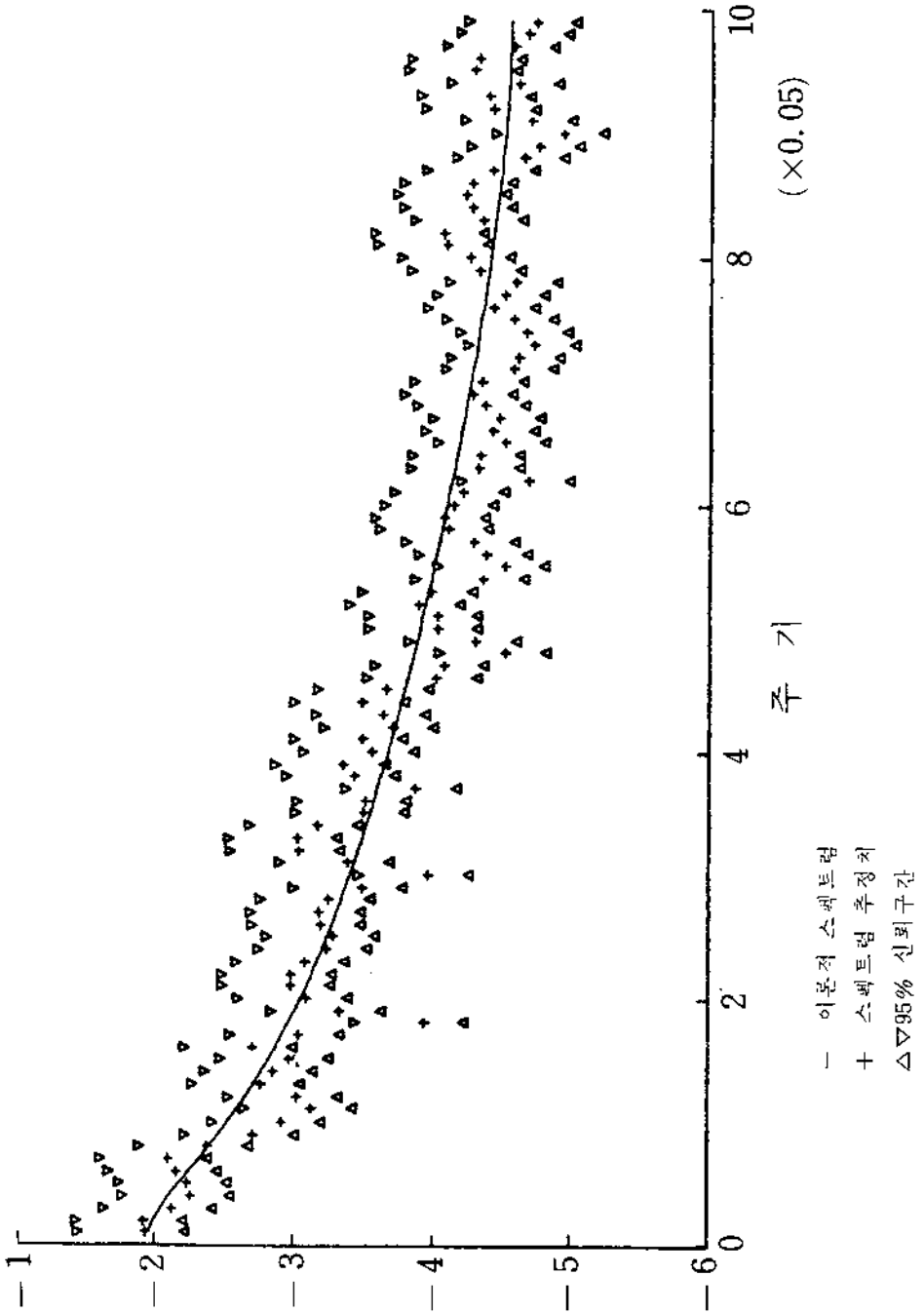
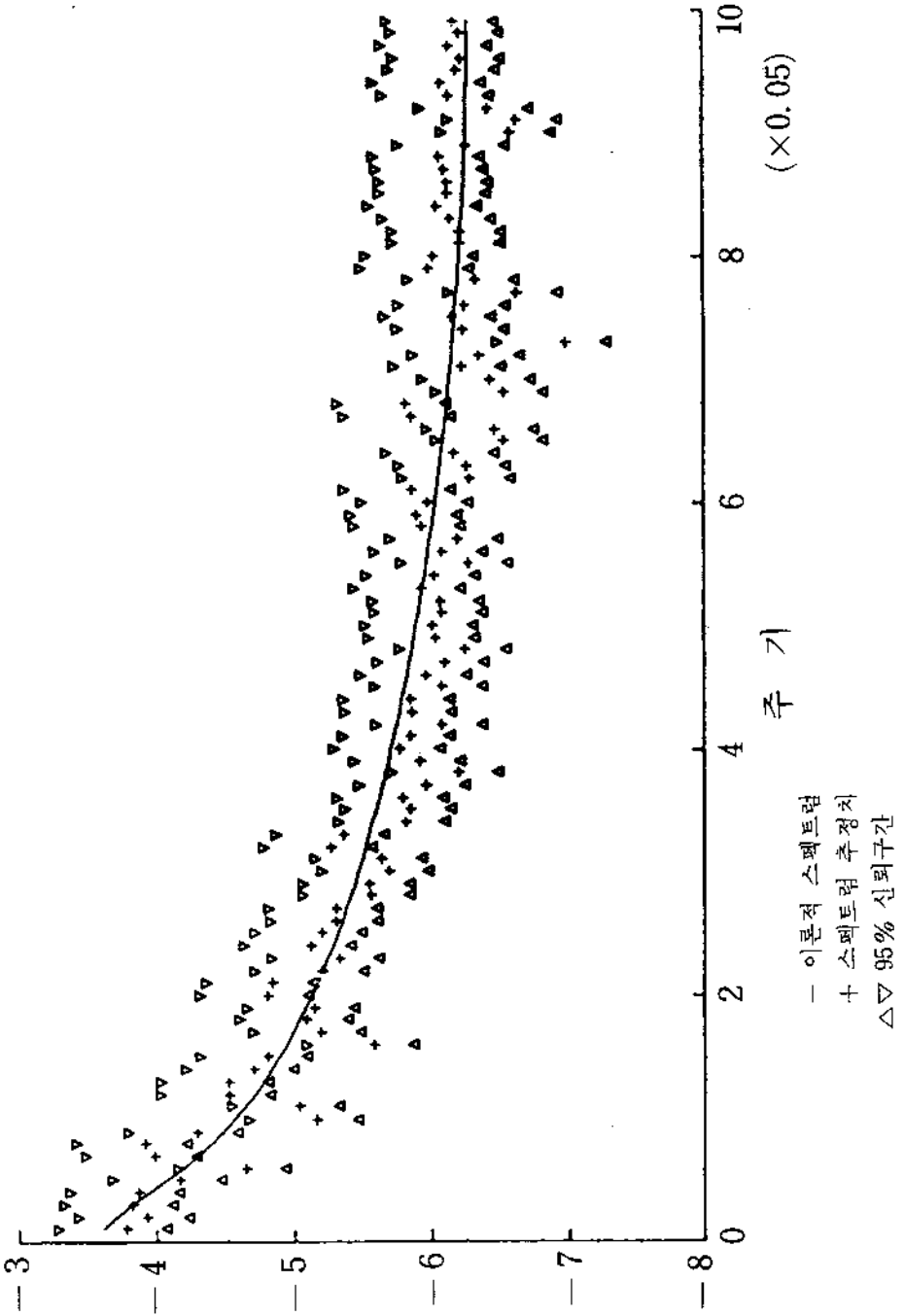


그림 3. ARMA (1,1) 모형의 이론적 스펙트럼과 b(t)에 대한 스펙트럼 추정치 및 95% 신뢰구간 ($\phi = 0.897, \theta = -0.0882, \sigma^2 = 0.0000145$)



Y(t)와 X(t)는 그림 1에서 기대되는 바와 같이 nonstationary로서 판명되며, $\nabla Y(t) = Y(t) - Y(t-1)$ 와 $\nabla X(t) = X(t) - X(t-1)$ 는 正規分布를 따르는 stationary 時系列로서 나타난다. $\nabla Y(t)$ 와 $\nabla X(t)$ 는 線形關係를 가지며, 위에서 사용한 ARIMA(1, 1, 1) 模型으로 prewhiten 한 $\nabla Y(t)$ 와 $\nabla X(t)$ 는 cross correlation과 impulse response weight 관찰 결과 다음과 같이 time lag이 없는 線形關係를 갖는다.

$$\nabla Y(t) = 0.935 \nabla X(t) + b(t).$$

그러나 fitted residual $\hat{b}(t) = \nabla y(t) - 0.935 \nabla x(t)$ 가 correlated noise로 나타나므로 그에 적합한 模型을 찾아본 결과 다음과 같이 ARMA(1, 1) 模型이 적합한 것으로 판명되었다.

$$\nabla Y(t) = \hat{\alpha} \nabla X(t) + b(t),$$

$$(1 - \hat{\phi}B) b(t) = (1 - \hat{\theta}B) c(t), \text{ where}$$

$$\hat{\alpha} = 0.935 : 95\% \text{ 信賴區間}(0.925, 0.944)$$

$$\hat{\phi} = 0.897 : 95\% \text{ 信賴區間}(0.853, 0.941)$$

$$\hat{\theta} = -0.0882 : 95\% \text{ 信賴區間}(-0.187, 0.0105)$$

$$\hat{\sigma}^2 c = 0.0000145.$$

模型의 적합성 여부를 비교 검토한 결과 적합한 것으로 판명되었으며 다른 결과들은 생략하고 $b(t)$ 의 ARMA(1, 1) 模型의 理論의 스펙트럼(부록참조)과 $\hat{b}(t) = \nabla Y(t) - \alpha \nabla X(t)$ 를 사용한 95% 信賴區間의 그래프는 그림 3에 나타난다. 理論의 스펙트럼들이 전체적으로 거의 완벽하게 95% 信賴區間내에 존재하는 것을 볼 수 있다.

3. 結 論

두 지역에서 관찰된 磁場 측정치들의 振幅들을 一段階로서 관심 지역에서의 관측치 자체만을 활용하여 예측할 수 있는 模型을 연구하고, 다른 지역에서의 관측치를 사용하여 그 지역의 관측치를 예측할 수 있는 模型을 연구하였다.

위 결과가 磁場과 기타 교란요인들을 명백히 구분한 것으로 볼 수는 없지만, ARIMA(1, 1, 1)

模型이 적합하였다는 사실을 볼 때 시간의 경과에 따른 磁場의 변화과정이 서서히 변화되어 가는 random walk process를 따를 것이라 추측할 수 있다.

또한 $\hat{\sigma}_a^2 = 0.00121$, $\hat{\sigma}_c^2 = 0.0000145$ 에서 보는 바와 같이 다른 지역의 관측치값을 사용하여 관심 지역의 관측치를 예측하는 것이 불확실성 여부를 약 1/100정도 줄일 수 있는 것으로 나타난다. 그러므로 Magnetite Fe_3O_4 를 유입한 직후 磁氣板의 형성으로 야기된 磁場의 변화를 감지 추정하기 위하여, 磁氣板의 영향을 받지 않는 원거리에서 측정된 磁場을 磁氣板에 인접한 곳에서 측정된 磁場과 비교하는 것이, 인접한 곳의 磁場만을 분석하여 그 변화를 감지 추정하는 것보다 효과적임을 알 수 있다.

끝으로 統計的 分析過程에서는 캘리포니아 주립대학 버클리 분교 산업공학과에서 統計的 예측 패키지 "Times"를 사용하였으며 ("Times"에서는 Nonlinear programming routine을 사용하여 模型의 계수를 추정한다.), 실험은 동대학 소속 Lawrence Berkeley Laboratory內 Geoscience division이 주관하였음을 밝혀둔다.

附 錄

시계열 $Z(t)$ 가 Box와 Jenkins의 ARMA(p, q) 모형을 취하는 경우, 즉, $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)Z(t) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)a(t)$ 일 때, 주기(Frequency)를 f 로 표시하면 그 모형의 理論的 스펙트럼(Theoretical spectrum)은 다음과 같다.

$$2\sigma_a^2 \left| \frac{1 - \theta_1 e^{-i2\pi f} - \dots - \theta_q e^{-i2\pi q f}}{1 - \phi_1 e^{-i2\pi f} - \dots - \phi_p e^{-i2\pi p f}} \right|^2,$$

$$0 \leq f \leq 0.5$$

參考文獻

1. Bloomfield, P., *Fourier Analysis of Time Series : An Introduction*, John Wiley & Sons, 1976.
2. Box, G. E. P and Jenkins, G. M., *Times Series Analysis : Forecasting and Control*, 2nd ed., Holden-Day, Oakland, 1976.
3. Broemeling L. D., *Bayesian Analysis of Linear Models*, Marcel Dekker, New York and Basel, 1985.
4. Gamble T. D., Goubau W. M., and Clarke J., "Magnetotellurics with a remote magnetic reference," *Journal of Exploration Geophysicists Society*, Vol. 44, pp. 53-68, 1979.