

띠형 물체의 氣力輸送을 위한 負荷限界式

Limit Load Formula for Pneumatic Transportation of Ribbon Type Material

이 춘 식*
Chun Sik Lee

ABSTRACT

Pneumatic transportation systems are operated most economically, if the transportation velocity is somewhat greater than the limit velocity. Therefore it is very important to find out this limit velocity. That is well known for coarse and fine particles, but not yet for long ribbon type material. In this study a formula for the mass ratio of transported material to air in limit load point is derived for ribbon type material from the pneumatic transportation theory and the model theory. A relationship for estimating the limit velocity is also found out through experiments. The possibility of the generalization of this formula, which is obtained from a given pneumatic transportation system, should be estimated through further systematic studies.

기호설명

A_o	: 상수	F_r	: Froud 수 $\left(\frac{w_L}{\sqrt{g \cdot l}} \right)$
B	: 띠형 물체의 넓이	G	: 물체의 중량
C, C'	: 상수	\dot{G}	: 물체의 수송량 [kg/s]
C_w	: 띠형 물체의 저항계수	g	: 중력 가속도 [m/s^2]
C_{wk}	: 구형 물체의 저항계수	l	: 수송관의 길이
d_o	: 주기력 수송관의 직경	l'	: 띠뭉치의 길이
d_s	: 흡입기력 수송관 직경	l^*	: 띠형 물체의 총 길이
F	: 수송관의 단면적	m	: 지수
F'	: 띠뭉치가 있는 곳에서의 유체 흐름의 자유단면	N	: 단위시간당 열량
f	: 기체 부피분율(입자 부피에 대한 입 자군의 빈공간의 부피비)	n	: 지수
		p	: 압력
		Δp	: 수송관 내에서의 압력손실
		Q	: 종이띠의 무게

R_e	: Reynolds 수 $\left(\frac{w_L \cdot d}{\nu} \right)$
s	: 띠형 물체의 두께 $\left(\frac{\gamma_{PF}}{\gamma_s} \right)$
V	: 부피
\dot{V}_L	: 공기의 송풍량 [m^3/s]
W	: 저항력
w_f	: 입자형 물체의 수송에서 입자군의 침 강속도
w_{f_0}	: 입자형 물체의 수송에서 한 입자의 평균 침강속도
w_L	: 공기유속
$w_{L'}$: 띠뭉치가 있는 곳에서의 평균 공기유속
w_p	: 띠형 물체의 평균 수송속도
w_s	: 띠형 물체 뭉치의 침강속도
w_{so}	: 띠형 물체의 침강속도 〈그리스문자〉
α	: 띠형 물체 수송관에서의 압력손실계수
α_k	: 입자 수송관에서의 압력손실계수
Γ	: 공기-고체 비중비 $\left(\frac{\gamma_L}{\gamma_s} \right)$
γ	: 비중량 [kg/m^3]
γ_{PF}	: 종이의 면적당 무게 [kg/m^2]
μ	: 고체-기체 질량비
μ_G	: 한계 고체-기체 질량비
ν	: 동점성 계수
λ_L	: 관류에서의 압력손실계수
π	: 3.14159 〈하침자〉
k	: 입자형 물체
L	: 공기
P	: 종이띠
R	: 띠뭉치
s	: 고체

1. 서 론

유체가 고체입자를 수송할 수 있는 최대용량은 수송시설내에서의 압력과 유체속도에 의하여 정하여지며, 그 경계점에서의 유속을 경계속도라고 하고, 이때의 고체-기체 질량비를 주어진 압력과 유속에서의 한계고체부하량

이라고 하자. 경계속도보다 작은 유속에서는 이때 주어진 고체부하량을 수송 못하고 수송관이 막힌다. 이러한 수송 한계점을 부하한계점이라고 하며 이 부하한계점은 기력수송시설의 수송능력을 결정지으며 여러가지 인자, 즉 수송관의 직경, 유속 및 고체-기체 질량비 등에 의하여 영향을 받는다. 무엇보다도 중요하고 결정하기 힘든 사항은 수송하려는 물체의 종류, 크기, 형태 및 비중은 물론, 관내에서 물체가 변하고 있는 상태등의 영향을 고려하는 일이다. 즉 수송관내에서의 입자군의 침강속도 뿐만 아니라 관내에서 입자들 간의 상호작용, 즉 각기 자유롭게 움직이고 있는지, 서로 부딪쳐서 부수어지는지, 서로 엉켜서 공처럼 뭉치는지, 그렇지 않으면 서로 응결하는지 등의 경계속도 결정에 큰 영향을 주고 있다. 지금까지 발표된 연구에 의하면 기력수송장치는 이 경계속도보다 약간 큰 속도에서 제일 경제적으로 운영되고 있으며 따라서 기력수송장치의 경제적 운전을 위해서는 그 장치에서의 경계속도가 알려져야 한다. 부하한계점을 이론적으로 완전하게 산출하기는 어려우므로, 현실적으로 실험에 의하여 정하는데, 대개 수송관이 막힐때 까지 고체부하량을 점점 크게하여 얻는다. 이론상 두가지 부하한계점으로 나누는데, 그 하나는 공기유속을 고정시켜서 얻은 점이며, 다른 하나는 압력(수송관의 추진압력)을 고정시켜서 얻은 점이다.

일정한 유속에서 부하한계점을 정한다는 것이 의미가 없다고 생각될 수도 있다. 왜냐하면 추진압력을 적당히 높여주면 유속과는 무관하게 부하한계점을 넘어 더 많은 물체를 운반할 수 있기 때문이다. 그러나 실제로는 수송관의 저항특성과 송풍기의 특성에 의하여 부하한계점을 결정하는 압력과 송풍량간에 특징한 상관관계를 이루고 있기 때문에 유속과 무관하게 임의로 압력을 높일 수 없으며 위의 두가지 한계점이 서로 독립적으로 고려될 수 없다. 즉 압력과 송풍량을 동시에 고려하지 않으면 안된다. Barth¹⁾에 의하면 유속이 일정할 때의 粗粒子 수송 부하한계식은

$$\mu/F_r = \text{Const} \quad (1)$$

로 주어지고,

微粒子 수송에 대하여는 Muschelknautz와 Krambrock²⁾가 $\mu f < 0.75$ 일 경우

$$F_r \sqrt{f} \approx 0.25 \quad (2)$$

이 성립됨을 발표하였다. 얇고 긴 띠형태의 물체에 대한 경계속도나 부하한계식에 대하여는 아직 발표된 것이 없다. 그러나 제지공장, 섬유공장 등에서 환기시스템과 더불어 실, 종이 띠, 천조각 등 띠형 물체의 수송문제가 제기되고 있어 띠형 물체의 경계속도 계산식이 시급히 요구되고 있다. 이를 위하여 본 연구에서는 경계속도의 개략적인 계산식을 유도하고 측정치로 검토해 보기로 한다.

2. 이론적 고찰

2.1 띠의 침강속도

어떤 물체가 자유낙하할 때에는 유체저항을 받아 종단속도에 이르게 되며, 이와같은 속도로 공기를 낙하방향과 반대방향으로 불어주면 물체는 뜨게 된다. 이 속도를 침강속도 w_{so} 라 하자. 띠형태의 물체의 침강속도를 얻기 위하여 우선 띠가 하나의 강체라고 가정하자. 즉 길이가 l , 넓이가 B 인 얇은 판이라고 가정하면 띠있는 상태에서의 저항력 W 는 식(3)으로 나타내고,

$$W = C_w \cdot B \cdot l \cdot \frac{\gamma_L}{2g} w_{so}^2 \quad (3)$$

이 저항력(또는 부력)은 물체의 중량 $G = B \cdot l \cdot s \cdot \gamma_p$ 와 평형을 이룬다. 즉,

$$C_w \cdot B \cdot l \cdot \frac{\gamma_L}{2g} w_{so}^2 = B \cdot l \cdot s \cdot \gamma_p \quad (4)$$

이 관계식에서 띠의 침강속도는 다음과 같이 나타난다.

$$w_{so} = \sqrt{2g \cdot \frac{s \cdot \gamma_p}{\gamma_L} \cdot \frac{1}{C_w}} \quad (5)$$

저항계수 C_w 는 Reynolds 수 및 놓인 상태(띠가 유동방향과 수직 또는 수평으로 놓여 있는지)에 따라 달라진다.

2.2 기력 수송관내에서의 띠형 물체의 침강속도

기력 수송관내에서는 띠형 물체는 강체처럼 빼빼하게 있지 않고, 펄럭거리면서 구부러진다. 특히 부하한계점 근처에서는 헝클어져 공모양으로 뭉쳐지는 형상이 관찰되고 있다.

Fig. 1에 이러한 형상을 간략히 나타내었다. 입자형 물체의 기력수송에서 입자군의 침강속도 w_f 에 대하여 Barth³⁾는 다음 관계식을 유도했다.

$$w_f = 3.75 w_{so} \sqrt{\frac{C_{wk}}{\alpha_k} \cdot f^3} \quad (6)$$

윗식과 유사하게 띠뭉치 수송시의 침강속도 w_s 를 다음식으로 나타낼 수 있다고 가정한다.

$$w_s = \text{Const} \cdot w_{so} \cdot \sqrt{\frac{C_w}{\alpha} \cdot f^3} \quad (7)$$

기체부피분율 f 를 얻기 위하여 우선 수송관 길이 l 마다 각 띠길이 l^* 되는 띠뭉치가 하나씩 존재하고, 그 크기와 형태가 같다고 하면, $l^*/l = \text{Const.}$, $l'/l = \text{Const.}$ 이다 (Fig. 1 참조). 이 경우 f 는 식(8)에서 보듯이 무차원수 $d^2/B \cdot s$ 의 함수라고 볼 수 있다.

$$f = \frac{V_R - V_P}{V_P} = \frac{V_R}{V_P} - 1$$

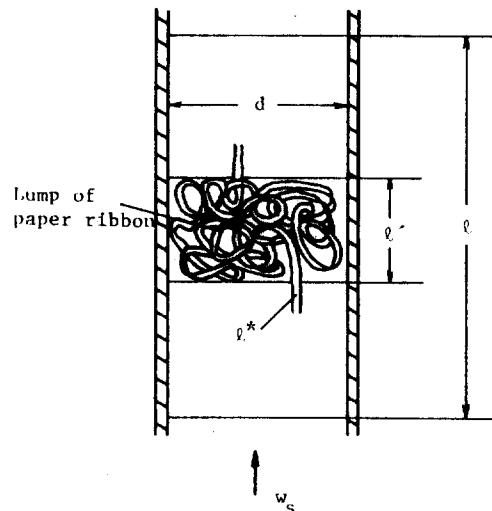


Fig. 1 Paper ribbon near the limit load point

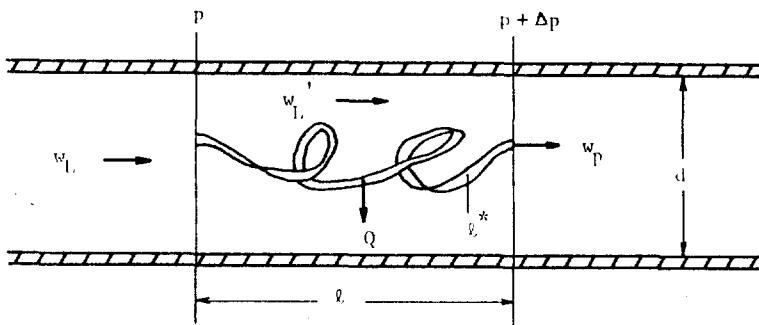


Fig. 2 Paper ribbon in transportation duct

$$= \frac{\pi}{4} \frac{d^2 \cdot l'}{B \cdot s \cdot l^*} - 1 \approx \frac{d^2}{B \cdot s} \quad \dots \dots \dots (8)$$

이러한 가정들은 후에 볼 수 있듯이 실제 계산에서는 좋은 결과를 얻는데 크게 지장을 주지 않고 있다. 압력손실계수 α 는 Barth⁴에 의하면 f 에 비례하므로,

$$\text{즉 } \alpha \sim f \quad \dots \dots \dots (9)$$

식 (5), (7), (8)과 (9)에서 띠형 물체의 침강속도 w_s 는 다음 형태로 나타낼 수 있다.

$$w_s = \text{Const.} \sqrt{2gs \frac{\gamma_p}{\gamma_L}} \cdot \frac{d^2}{B \cdot s} \quad \dots \dots \dots (10)$$

2.3 띠형 물체의 일반 부하한계식의 뉴도

정상적인 운전상황에서 띠형 물체의 관내의 상태를 Fig. 2에 나타내었다. 길이 l 인 기력수송관 속에 띠의 평균속도가 w_p 이고, 이보다 훨씬 작은 침강속도 w_s 를 갖는 길이 l^* 인 띠형 물체가 연속해서 존재한다고 하자.

이 띠의 무게 Q 는 물체의 초당 수송량 $G = B \cdot s \cdot w_p \cdot \gamma_s$ (kg/s)에 비례하며 식 (11)로 쓸 수 있다.

$$Q = \text{Const.} \mu_G \cdot F \cdot l \cdot \gamma_L \quad \dots \dots \dots (11)$$

이 무게 Q 는 공기에 의해 침강속도 w_s 에 대응하여 계속 밟들어 띠어 있어야만 한다.

이로써 띠우는데에 필요한 단위 시간당 일량 N_S 는

$$N_S = Q \cdot w_s \quad \dots \dots \dots (12)$$

이고, 이는 공기출력의 일부인

$$N_L = \Delta p \cdot F' \cdot w_L' \quad \dots \dots \dots (13)$$

에 의하여 유지된다.

여기서 F' 는 띠뭉치가 있는 곳에서의 유체흐름의 자유단면이고, w_L' 는 그 곳에서의 평균유속이다. 또한 압력손실은 식 (14)로 나타낼 수 있다.

$$\Delta p = \lambda_L \cdot \frac{l}{d_o} \cdot \frac{\gamma_L}{2g} w_L'^2 \quad \dots \dots \dots (14)$$

이 부분부하는 공기부하 N_L 과 항상 상대적으로 평형을 이룬다고 할 수 있다.

$$\text{즉 } N_S = \text{Const.} \cdot N_L \quad \dots \dots \dots (15)$$

이다.

식 (10)에서 (15)까지에서 모든 상수를 C 로 종합하고, $w_L \approx w_L'$ 로 잡으면, 한계 고체-기체 질량비 μ_G 는 식 (16)과 같다.

$$\mu_G = C \cdot \lambda_L \cdot I^{1/2} \cdot F_r^3 \cdot \frac{B}{d} \cdot \sqrt{\frac{s}{d}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

식 (16)은 식 (16a)와 같이 쓸 수도 있다.

$$\mu_G = C' \cdot R e^{-n} \cdot F_r^3 \cdot I^{1/2} \cdot \frac{B}{d} \cdot \sqrt{\frac{s}{d}} \quad \dots \dots \dots (16a)$$

여기서 지수 n 은 측정값으로부터 결정된다. 이로써 부하한계점 결정에 영향을 줄 수 있는 모든 변수가 무차원 관계식으로 표현되었다.

3. 실험 및 실험식의 유도

서론에서 이미 언급한 바와 같이 띠형 물체

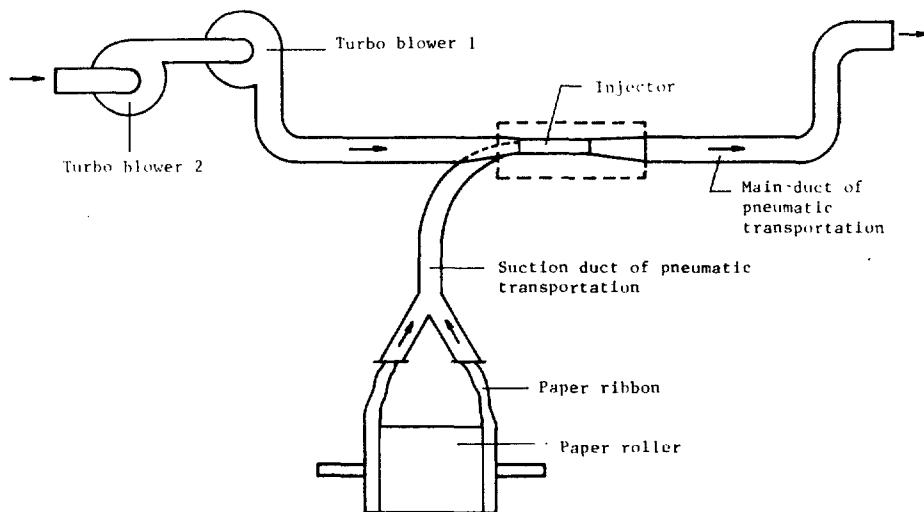


Fig. 3 Facility for experiment

의 기력수송에 관한 체계적 연구가 이루어지지 않은 상태여서 측정Data 들이 알려진 것이 없다. 식 (16) 및 (16a)를 실증하기 위하여 서독 Neustadt / Weinstrasse 에 있는 한 제지공장의 종이 Roller 양옆에서 잘려나오는 종이미 흡입수송용 기력수송장치에서 실험하였고, 그 결과를 이용하였다.

3.1 실험장치 및 실험치

사용된 실험장치의 개략도를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 보듯이 주수송관에 2개의 원심 송풍기가 직렬로 연결되고, 이곳에서 송풍된 공기는 주입기에서 흡입기력 수송관을 통하여 종이띠를 제지기에서 연속으로 흡입하고, 주기력 수송관을 통하여 파지 저장소로 수송하게 되어 있다.

측정된 실험치들은 Table 1에 수록하였다.

3.2 경계속도를 위한 실험식의 유도

측정치를 용이하게 분석하기 위하여 식 (16)을 풀어쓰면 식 (17)과 같다.

$$\dot{G} = \text{Const.} \cdot w_L \cdot \gamma_L \cdot d^2 \cdot \left(\frac{d \cdot w_L}{\nu} \right)^{-n} \cdot \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_s} \right)^{\nu^2} \cdot \frac{B \sqrt{s}}{d^3} \cdot w_L^3 \quad \dots \dots \dots (17)$$

즉 공기의 점성계수 ν 및 비중 γ_L 을 일정하다고 보고, 종이의 비중 $\gamma_s = \gamma_{pF}/s$ 를 대입한 후 상수를 총괄하여 C_0 라고 하면 상

Table 1. Measured values in pneumatic transportation facility of ribbon type paper

Experiment No. Measured item	Symbol (Unit)	1	2	3	4
Total pressure of supplied air	$P_t (\text{kg/m}^2)$	1,080	930	1,885	1,885
Air flow rate	$\dot{V} (\text{m}^3/\text{s})$	0.172	0.219	0.282	0.282
Air velocity in main duct	$w_L (\text{m/s})$	19.2	21	28	28
Air velocity in suction duct	$w_S (\text{m/s})$	12.9	10.8	14.5	14.5
Transportation velocity of ribbon type paper	$w_P (\text{m/min})$	150	280	500	620
Width of ribbon	$B (\text{mm})$	30	40	40	24
Specific weight of paper per unit area	$\gamma_{pF} (\text{kg/m}^2)$	0.155	0.08	0.135	0.155

Note : 1. Main duct diameter $d_o = 140 \text{ mm}$, suction duct diameter $d_s = 110 \text{ mm}$
 2. Air velocity is measured without paper ribbon

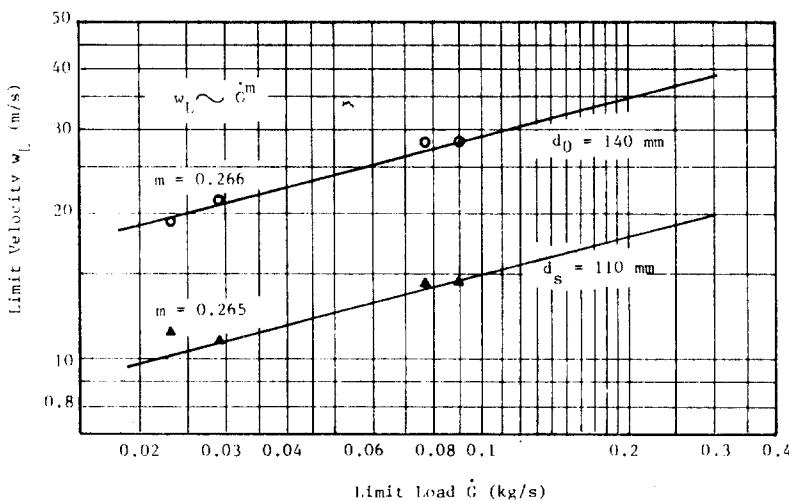


Fig. 4 Relationship between limit velocity w_L and limit load G of pneumatic transportation of paper ribbon

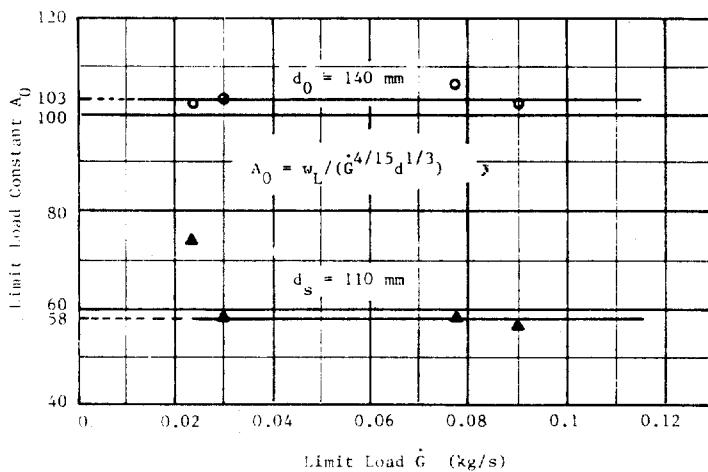


Fig. 5 Relationship between limit load constant A_0 and limit load G

기 식은 식(18)로 쓰여진다.

$$\dot{G} = C_o \cdot w_L^{4-n} \cdot \frac{B \cdot s}{d^{1+n}} \sqrt{\frac{\gamma_L}{\gamma_{PF}}} \quad \dots \dots \dots (18)$$

만약 같은 시설에서, 즉 수송관 직경이 같은 경우, 같은 종류 및 형태의 물체를 운송한다면 수송량 \dot{G} 는 유속 w_L 에만 상관하므로 식 (19)가 성립된다.

$$\dot{G} = \text{Const.} \cdot w_L^{4-n} \quad \dots \dots \dots (19)$$

또는 $m = 1/(4 - n)$ 이라 놓으면 한계 속도 w_L 은 식 (20)이 된다.

$$w_L = \text{Const.} \cdot \dot{G}^m \quad \dots \dots \dots (20)$$

지수 m 을 구하기 위하여 측정치들에서 계산한 수송량 \dot{G} ($= B \cdot s \cdot w_P \cdot \gamma_{PF} \cdot w_P$)와 유속 w_L 와의 관계를 Fig. 4에 표시하였다.

이 그림에서 m 은 $0.265 \sim 0.266$ 이고, 이는 대략 $n = 1/4$ 에 해당된다. 즉 Blasius의 유체저항법칙⁴⁾에 따르고 있음을 알 수 있다.

식 (18)에 $n = 1/4$ 을 대입하면 식 (21)과 같다.

$$\dot{G} = C_o (w_L^3 / d)^{5/4} \cdot B \cdot s \cdot \sqrt{\frac{\gamma_L}{\gamma_{PF}}} \quad \dots \dots \dots (21)$$

이를 경계속도를 구하는 식으로 변환하면 다음과 같다. 특정한 종이띠에 대하여는 $B \cdot s \cdot \sqrt{\gamma_L / \gamma_{pF}}$ 가 일정하므로 이를 식 (21)에서의 상수 C_0 와 종합하여 상수 A_0 로 둔다.

$$w_L = A_0 \cdot \dot{G}^{\frac{1}{15}} \cdot d^{\frac{1}{3}} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

상수는 띠의 칫수 및 비중의 함수이고 엘보우, 티, 디퓨저 및 밸브 등 저항요소를 갖는 수송장치의 형태에 영향을 받는다. 수송량 및 유속으로부터 구한 부하한계상수 A_0 의 값을 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5는 A_0 가 거의 일정함을 보여주고 있으며, 이는 식 (22)가 성립됨을 증명하고 있다.

이상에서 구한 부하한계점 및 경계속도에 관한 식에 포함되어 있는 상수값은 체계적인 실험을 통하여 구해야 할 것이다.

4. 결 론

공기의 흐름을 이용한 띠형 물체의 수송에 있어서 수송관내에서 물체가 서로 엉켜 수송관이 막히는 부하한계점을 얻기 위한 관계식을 유도하였다. 이식의 상수는 기력수송장치 및 수송하려는 물체의 특성에 따라 정하여지므로 실험적으로 결정할 수 있다. 본 연구

에서는 제지공장의 기력수송장치에서의 경계속도를 구하는 경험식을 구성하였다. 조립자 및 미립자에 대한 연구는 많이 발표되었으나, 띠형 물체에 대하여는 발표된 연구논문이 전무한 상태여서 앞으로 체계적인 연구가 계속되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. W. Barth, Stroemungstechnische Probleme der Verfahrenstechnik, CIT 26, pp.29-34, 1954.
2. E. Muschelknautz and W. Krambrock, Vereinfachte Berechnung horizontaler pneumatischer Foerderleitungen bei hoher Gutbeladung mit feinkoerigen Produkten, CIT 41, Nr. 1, pp.1164-1172, 1969.
3. W. Barth, Physikalische und wirtschaftliche Probleme des Transportes von Festteilchen in Fluessigkeiten und Gasen, CIT 32, pp.164-171, 1960.
4. B. Eck, Technische Stroemungslehre, 6. Aufl., Springer-Verlag, pp.315, 1961.