

## 일정 열유속으로 가열되는 수직원통 주위의 유체에서의 자연대류에 관한 연구

On the Study of the Natural Convection in the Fluid near a Vertical Cylinder Heated with Uniform Heat Flux

이 철 재\*, 김 시 범\*\*  
C. J. Lee, S. P. Kim

### ABSTRACT

Series expansion is applied to solve the laminar boundary layer equations for the problem of natural convection from vertical cylinder with uniform surface heat flux. The series in terms of transverse curvature parameter  $\xi$  is extended to five terms and is well converged by applying the Shanks transform twice.

In case of natural convection from a vertical cylinder heated with uniform surface heat flux, it is possible to consider the vertical cylinder as vertical plate under the condition of  $D/L \geq A/(Gr_L^*)^{1/5}$ , where  $A$  is in the range of 5.7~55.2. Also, mean Nusselt number  $\bar{Nu}_L$  can be represented as  $C_1(Ra_L^*)^{1/5}$ , where  $C_1$  is a constant which depends on  $Pr$  and is in the range of 0.5~0.8.

### 기호설명

$D$	: 원통의 직경	$Pr$	: Prandtl 수
$e$	: Shanks 변환된 값	$q$	: 열유속
$F$	: 무차원 유동함수	$Ra$	: Rayleigh 수
$Gr$	: Grashof 수	$r$	: 반경방향의 좌표
$g$	: 중력가속도	$r_o$	: 원통의 반경
$h$	: 열전달계수	$S$	: 급수의 부분합
$k$	: 유체의 열전도율	$T$	: 온도
$L$	: 원통의 길이	$T_\infty$	: 주위 유체의 온도
$Nu$	: Nusselt 수	$u$	: 축방향 속도
		$v$	: 반경 방향 속도
		$x$	: 축방향 좌표

\* 동아대학교 대학원 기계공학과

\*\* 동아대학교 공과대학 기계공학과

## &lt;회립문자&gt;

- $\alpha$  : 열확산계수  
 $\beta$  : 열팽창계수  
 $\eta$  : 상사변수, 식(6)  
 $\theta$  : 무차원온도  
 $\nu$  : 동점성계수  
 $\xi$  : 곡률변수, 식(7)  
 $\varphi$  : 유동함수

## &lt;상첨자&gt;

- \* : 무차원수에서 온도대신 열유속을 사용하여 수정된 값  
- : 평균값

## &lt;하첨자&gt;

- cyl : 원통에서의 값  
fp : 평판에서의 값  
L : 축방향 길이의 전체에 걸친 평균값  
n : 급수전개에서 향의 순서  
w : 벽면에서의 값  
x : 국소값

## 1. 서 론

수직평판의 근처에서 일어나는 자연대류 현상은 벽면에서의 경계 조건에 따라 여러가지 해석방향으로 연구되어 왔다.<sup>1-4)</sup> 그러나 수직원통의 경우는 곡률효과로 인한 해석방법의 복잡성때문에 평판의 경우에 비해서 연구결과가 많이 알려져 있지 않다. 전선에 전류가 흐를 때의 발열, 원자로에서 순환펌프가 작동하지 않을 경우 연료봉 주위에서의 자연대류에 의한 냉각 등 수직원통 주위의 자연대류는 공학적으로 자주 접하게 되는 문제이다.

본 연구에서는 일정한 열유속으로 가열되는 수직원통 주위에서의 자연대류에 대해 원통의 반경과 길이의 비로 표시되는 곡률변수를 도입해서<sup>5)</sup> 온도분포, 속도분포 및 벽면에서의 Nusselt 수를 구하였다. 지배방정식의 해는 적절한 유동함수, 상사변수, 곡률변수 및 무차원온도의 정의를 통해 급수해의 형태로 주어졌다. 수직평판의 경우로부터 원통의 반경과 경계층두께의 크기가 비슷한 정도가 될 때까지 즉, 상사변수가 의미를 잃게 되는 경우까지의

해를 비교함으로써 곡률효과(transverse curvature effect)가 열전달에 미치는 영향이 검토되었고 아울러 급수해법의 적용한계를 고찰하였다.

## 2. 지배방정식 및 경계조건

본 연구에서 고찰한 문제의 기하학적 현상과 좌표계가 Fig. 1에 표시되어 있다.

지배방정식은 수직원통에 대한 자연대류 경계층방정식으로서 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = g\beta(T - T_\infty) \\ + \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial u}{\partial r}\right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

경계조건은 다음과 같다.

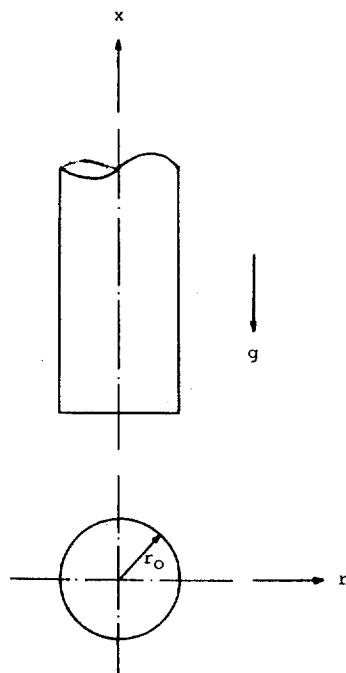


Fig. 1. Geometry configuration and coordinate system

$$r = r_0, \quad u = v = 0, \quad -k \frac{\partial T}{\partial r} = q_w \dots \dots \dots (4)$$

$$r = \infty, \quad u = 0, \quad T = T_\infty \dots \dots \dots (5)$$

다음과 같이 유동함수  $\varphi$ , 상사변수  $\eta$ , 곡률변수  $\xi$  및 무차원온도  $\theta$ 를 정의한다.<sup>5)</sup>

$$\eta = C^{1/5} \frac{r^2 - r_0^2}{2r_0 x^{4/5}} \dots \dots \dots (6)$$

$$\xi = \frac{2(x/r_0)^{1/5}}{C^{1/5} r_0^{4/5}} \dots \dots \dots (7)$$

$$\varphi = 5\nu r_0 x^{4/5} C^{1/5} F(\eta, \xi) \dots \dots \dots (8)$$

$$\theta = \frac{C^{1/5} (T_\infty - T)}{x^{1/5} (q_w/k)} \dots \dots \dots (9)$$

$$C = \frac{g \beta q_w}{5k\nu^2} \dots \dots \dots (10)$$

위의 정의를 사용해서 지배방정식과 경계조건을 정리하면 다음과 같다.

$$(1 + \xi\eta)F''' + \xi F'' + 4FF'' - 3(F')^2 - \theta = \xi \left( F' \frac{\partial F'}{\partial \xi} - F'' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right) \dots \dots \dots (11)$$

$$(1 + \xi\eta)\theta'' + \xi\theta' + 4PrF\theta' - PrF'\theta = Pr\xi \left( F' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right) \dots \dots \dots (12)$$

$$\eta = 0, \quad F = F' = 0, \quad \theta' = 1 \dots \dots \dots (13)$$

$$\eta = \infty, \quad F' = 0, \quad \theta = 0 \dots \dots \dots (14)$$

여기에서  $(')$ 은  $\eta$ 에 대한 미분을 나타낸다.

### 3. 수치해석

식(11)~식(12)를 풀기 위하여  $F$ 와  $\theta$ 를 다음과 같이  $\xi$ 의 급수로 전개한다.

$$F = \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n F_n \dots \dots \dots (15)$$

$$\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n \theta_n \dots \dots \dots (16)$$

식(15)와 식(16)을 식(11)과 식(12)에 대입하고  $\xi$ 의 4승까지 전개하여 각 차수에 대응하는 방정식들을 나타내면 다음과 같다.

$$\xi^0 : F_0''' - 3(F_0')^2 + 4F_0F_0'' - \theta_0 = 0 \dots \dots \dots (17)$$

$$\theta_0'' - PrF_0'\theta_0 + 4PrF_0\theta_0' = 0 \dots \dots \dots (18)$$

$$\begin{aligned} \xi^1 : & F_1''' + \eta F_0''' - 7F_0'F_1' + 4F_0F_1'' + 5F_1F_0'' \\ & + F_0'' - \theta_1 = 0 \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \theta_1' + 4PrF_0\theta_1' - 2PrF_0'\theta_1 + 5PrF_1\theta_0' \\ & - PrF_1'\theta_0 + \eta\theta_0'' + \theta_0' = 0 \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi^2 : & F_2''' + 4F_0F_2'' - 8F_0'F_2' + 6F_0''F_2 \\ & + \eta F_1''' - 4(F_1')^2 + 5F_1F_1'' + F_1' \\ & - \theta_2 = 0 \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \theta_2' + 4PrF_0\theta_2' - 3PrF_0'\theta_2 + \eta\theta_1' \\ & + (1 + 5PrF_1)\theta_1' - 2PrF_1'\theta_1 + 6PrF_2\theta_0' \\ & - PrF_2'\theta_0 = 0 \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi^3 : & F_3''' + 4F_0F_3'' + 7F_0''F_3' - \eta F_2' + \\ & (5F_1 + 1)F_2'' - 9F_0'F_3' - 9F_1'F_2' \\ & + 6F_1''F_2 - \theta_3 = 0 \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \theta_3' + 4PrF_0\theta_3' - 4F_0'\theta_3 + \eta\theta_2' \\ & + (1 + 5PrF_1)\theta_2' - 3PrF_1'\theta_2' \\ & + 6PrF_2\theta_1' - 2PrF_2'\theta_1 + 7PrF_3\theta_0' \\ & - PrF_3'\theta_0 = 0 \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi^4 : & F_4''' + 4F_0F_4'' - 10F_0'F_4' + 8F_0''F_4 \\ & + \eta F_3'' + (5F_1 + 1)F_3'' - 10F_1'F_3' \\ & + 7F_2''F_3 + 6F_2F_2'' - 5(F_2')^2 \\ & - \theta_4 = 0 \dots \dots \dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \theta_4' + 4PrF_0\theta_4' - 5PrF_0'\theta_4 + \eta\theta_3' \\ & + (1 + 5PrF_1)\theta_3' - 4PrF_1'\theta_3' \\ & + 6PrF_2\theta_2' - 3PrF_2'\theta_2 + 7PrF_3\theta_1' \\ & - 2PrF_3'\theta_1 + 8PrF_4\theta_0' - PrF_4'\theta_0 \\ & = 0 \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

경계조건 (13)과 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\eta = 0, \quad F_n = 0, \quad F'_n = 0,$$

$$n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (27)$$

$$\eta = 0, \quad \theta'_0 = 1, \quad \theta'_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (28)$$

$$\eta = \infty, \quad F'_n = 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (29)$$

$$\eta = \infty, \quad \theta_n = 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (30)$$

식(17)과 식(18)로 표시되는 0차근사는 평판문제에 해당하며 그 해는 잘 알려져 있으므로<sup>5)</sup> 수치해석의 정당성을 검증하는 데 이용하였다.  $\xi$ 의 낮은 차수의 해를 구해서 다음 차수의 다음 차수의 방정식의 계수로 대입하면  $\xi$ 의 1차부터 4차까지의 식들은 선형방정식의 형태를 가진다. 각 해를 구하는 데에는 Runge-Kutta법을 이용하였으며 그 iteration에는 Na-

chtsheim-Swigert scheme<sup>6)</sup>을 이용하였다.

모든 변수의 수렴조건은 다음의 조건으로 하였다.

$$\eta = \infty, |F_n| < 0.0005, |F'_n| < 0.0005, |\theta_n| < 0.0005 \dots \dots \dots \quad (31)$$

#### 4. 결과 및 검토

식(17)~식(26)에 대한 수치해를 정리해서  $\xi = 0, 0.1, 0.5, 1$ 인 경우에 대해 Prandtl 수를 매개변수로 하여 속도분포  $F_n(\eta)$  ( $= \frac{u}{5\nu c^{2/5} x^{3/5}}$ ), 무차원온도  $\theta(\eta)$  및 무차원온도구배  $\theta'(\eta)$ 의 변화를 Fig. 2~Fig. 13에 나타내었다. 자연대류에서는 유체의 온도차에 의한 부력이 유

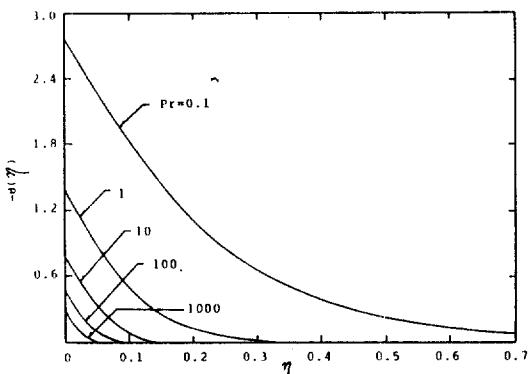


Fig. 2. Plot of dimensionless temperature profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi=0$

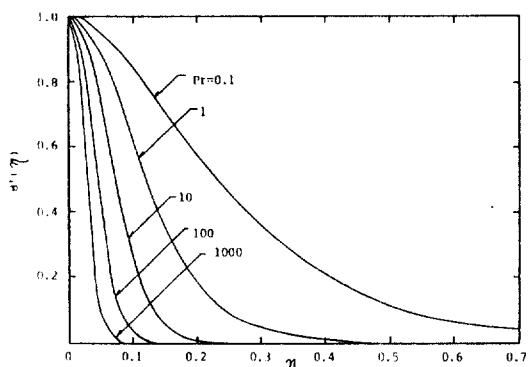


Fig. 3. Plot of dimensionless temperature gradient vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi=0$

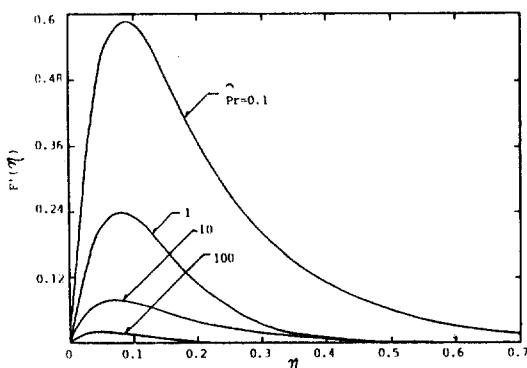


Fig. 4. Plot of dimensionless velocity profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi=0$

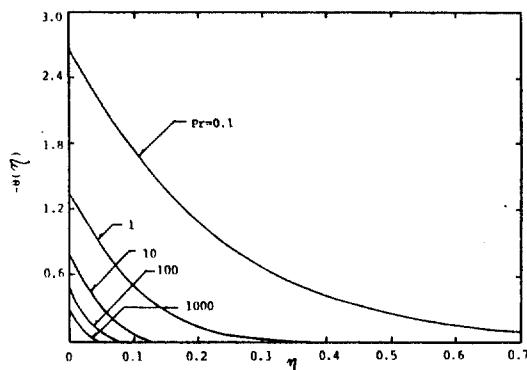


Fig. 5. Plot of dimensionless temperature profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi=0.1$

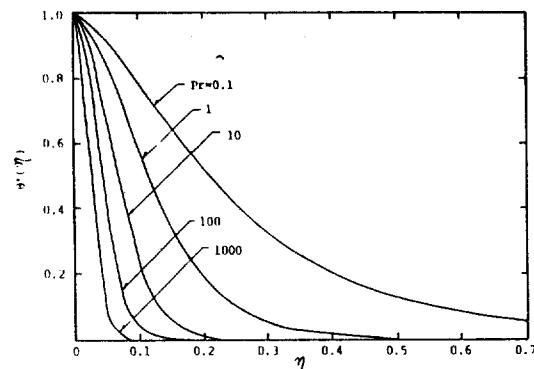


Fig. 6. Plot of dimensionless temperature gradient vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi=0.1$

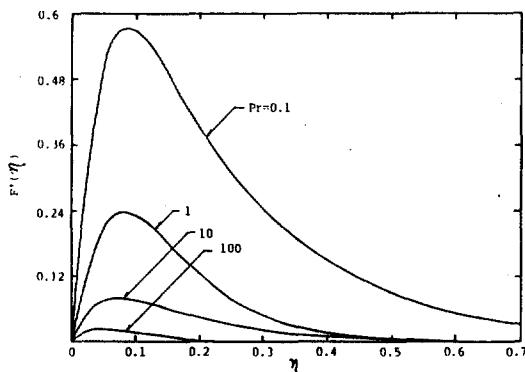


Fig. 7. Plot of dimensionless velocity profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 0.1$

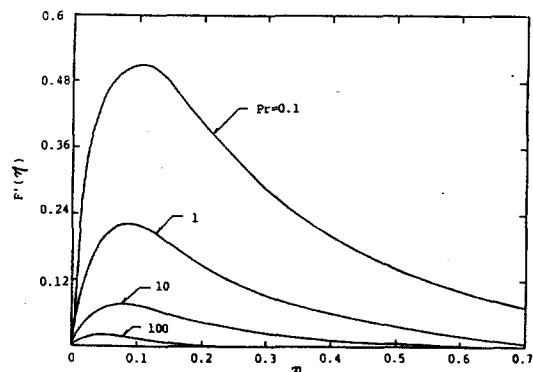


Fig. 10. Plot of dimensionless velocity profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 0.5$

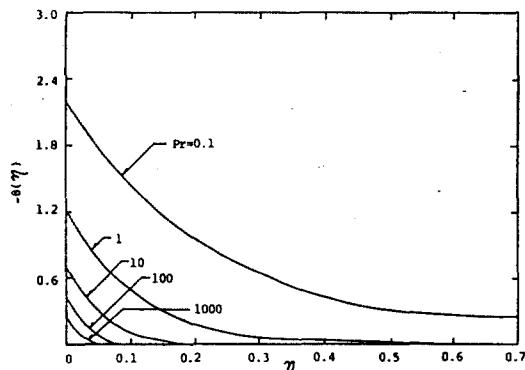


Fig. 8. Plot of dimensionless temperature profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 0.5$

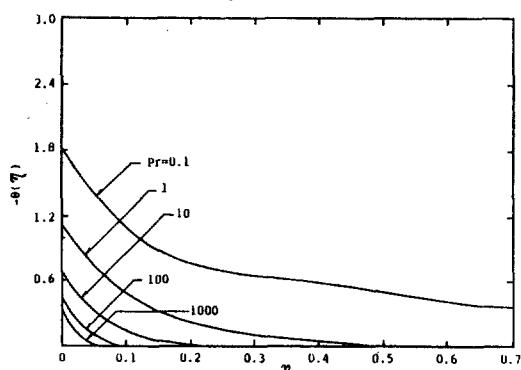


Fig. 11. Plot of dimensionless temperature profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 1.0$

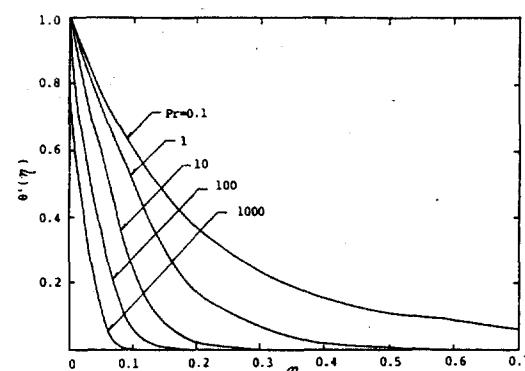


Fig. 9. Plot of dimensionless temperature gradient vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 0.5$

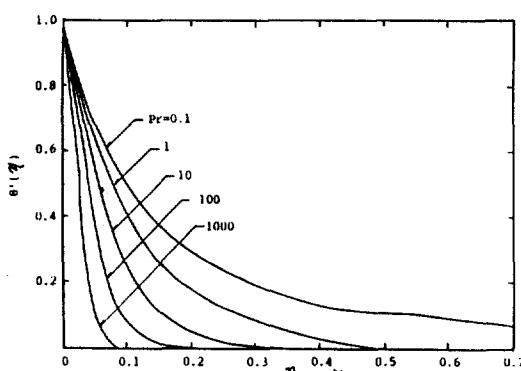


Fig. 12. Plot of dimensionless temperature gradient vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 1.0$

동을 일으키므로 강제대류와 달리 Prandtl 수가 작을 때에는 열경계층과 속도경계층의 두께는 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 또

Prandtl 수가 증가할수록 경계층의 두께가 현저하게 감소하며 열경계층의 두께가 속도경계층에 비해 얇아짐을 알 수 있다. 경계 조건인

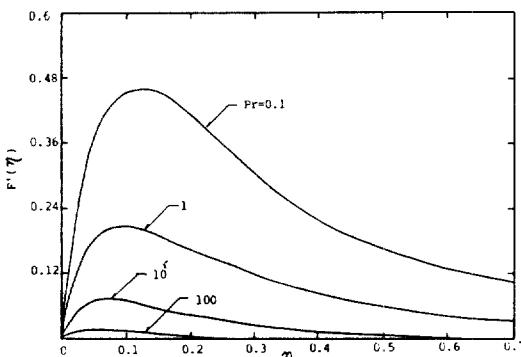


Fig. 13. Plot of dimensionless velocity profile vs.  $\eta$  for various Prandtl numbers and for  $\xi = 1.0$

$\theta'(0)=1$ 을 만족하기 위해  $\theta(\eta) \sim \eta$ 의 그래프에서  $\eta=0$ 에서의 기울기가  $Pr$  수의 증기에 따라 평행하게 나타날 것은 예상되는 결과이다.

식(7)에서 정의된 것처럼  $r_0 = \infty$  즉  $\xi$ 가 0 일 경우에 해는 수직평판에 해당하며 기준<sup>3)</sup>과 잘 일치하였다.  $\xi$  값이 증가한다는 것은 굽은 원통에서 점차 가는 원통이 되는 것을 의미한다. Fig. 2, Fig. 5, Fig. 8 및 Fig. 11을 비교하면  $\xi$ 가 증가할수록 표면온도가 낮아지는 것을 알 수 있다. 이것은 열전달계수의 정의식  $q_w = h(T_w - T_\infty)$ 을 고려하면  $q_w$ 가 일정 하므로  $\xi$ 가 증가할수록 열전달계수가 커지는 것을 뜻한다.

#### 4.1 벽온도

열전달율의 계산에 직접 연관되는  $\theta(0)$ 에 대한 결과가 Table. 1에 정리되어 있다. 예로서  $Pr=1$ 인 경우  $\theta(0)$ 에 대한 급수전개를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta(0) = & -1.357408 + 0.31888\xi \\ & - 0.093623\xi^2 + 0.020138\xi^3 \\ & - 0.012399\xi^4 \end{aligned} \quad (32)$$

위의 식은 형태적으로 보아  $\xi$ 의 큰 값에 대해서는 발산할 가능성이 크며  $\xi$ 가 작을 때에 유효하게 되어 있다.

그러나 다음과 같이 Shanks 변환<sup>7)</sup>을 이용하면 Table. 2에서 보는 것처럼  $\xi$  값이 10정도일 때에도 수렴치를 얻을 수 있다.

Table. 1 The coefficients of  $\xi^n$  of  $\theta_n(0)$  for various  $Pr$

$\frac{Pr}{n}$	0.1	1	10	100	1000
0	-2.751212	-1.357408	-0.767942	-0.467229	-0.295071
1	1.339864	0.31888	0.101459	0.034196	0.015125
2	-0.852923	-0.093623	-0.017576	0.00444	-0.000646
3	1.105954	0.020138	0.088619	-0.013321	0.00001
4	-1.393609	0.012399	-0.026629	0.022376	-0.000036

$$e(S_n) = \frac{S_{n+1} + S_{n-1} - S_n^2}{S_{n+1} + S_{n-1} - 2S_n} \quad (33)$$

여기에서  $S_n$ 은 급수의 부분합이며  $e$ 는 Shanks 변환을 나타낸다.

그러나  $Pr$  및  $\xi$ 의 여러값에 대해서  $\theta(0)$ 을 구해 보면  $Pr=0.1$  근처에서는  $\xi$ 가 2를 넘어서면 발산하였고 전체적으로는  $\xi$ 가 커지

Table. 2 Application of Shanks transformation to series (31) for  $\xi=10$

$n$	$S_n$	$e$	$e^2$
0	-1.357408		
1	1.831392	-0.547244	
2	-7.530908	-1.139855	-0.511052
3	12.60709	-11.43588	
4	136.5971		

면  $\theta(0)$ 는 수렴하더라도 어떤  $\eta$  값에서는 국소적으로  $\theta$  값이 불연속으로 되는 경우도 있었다. 후자의 문제는 수렴성이 강한 진보적 변환을 사용하면 해결될 수 있을 것으로 생각되나  $\theta(0)$ 의 값부터 발산하는 것은 본 연구에서의 급수해법에 적용한계가 있는 것으로 생각된다. Table. 1에 근거한 계산에 의하면  $Pr < 1$ 인 경우  $\xi$ 의 한계는 약 2부근,  $Pr < 1$ 인 경우는 5 정도로 나타났다. 예로서  $\xi=2$ 인 경우  $50\text{W/m}^2$ 의 열유속을 가지는 수직원통이 공기중에 있을 때  $r_0 \approx 138.3x^{1/5}$ 로 된다. 따라서  $x=1\text{m}$ 로 한다면 본 연구에서의 해석은  $r_0 = 7.23 \times 10^{-3}\text{m}$ 인 수직원통에까지 적용할 수 있다.

#### 4.2 국소 Nusselt수 및 평균 Nusselt수

벽표면의 열유속  $q_w$ 는 열전달계수의 정의에 따라 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$q_w = h(T_w - T_\infty)$$

따라서 국소 Nusselt 수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Nu_x = \frac{h_x}{k} = -\frac{(Gr_x^*/5)^{1/5}}{\theta(0)} \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

여기에서  $Gr_x^*$ 은  $g\beta(q_w x/k)x^3/\nu^2$ 으로 표시되는 modified Grashof 수이다.

수직평판에서의 국소 Nusselt 수를  $(Nu_x)_{fp}$ , 수직원통에서의 국소 Nusselt 수를  $(Nu_x)_{cyl}$ 이라면 두 값의 비를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{(Nu_x)_{cyl}}{(Nu_x)_{fp}} \\ &= -\frac{\theta_0(0)}{\theta_0(0) + \theta_1(0)\xi + \theta_2(0)\xi^2 + \theta_3(0)\xi^3 + \theta_4(0)\xi^4} \quad \dots \dots \dots \quad (35) \end{aligned}$$

Table. 3에 Prandtl 수의 변화와  $\xi$ 의 변화에 따른 식(35)의 비의 값을 나타내었다. 여기에서 알 수 있는 것처럼  $\xi$ 의 증가에 따라 국소 Nusselt 수는 수직평판에 비해 점차로 커지며 Prandtl 수가 큰 경우에는 그 증가율이 완만해진다.

길이  $L$ 의 전체에 걸친 평균 Nusselt 수를  $\overline{Nu_L}$ 이라면  $\overline{Nu_L}$ 은 다음과 같이 된다.

$$\overline{Nu_L} = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{q_w L}{k} \cdot \frac{1}{T_w - T_\infty} \quad \dots \dots \dots \quad (36)$$

$T_w - T_\infty$ 의 값은  $\frac{1}{L} \int_0^L (T_w - T_\infty) dx$  혹은  $x = \frac{L}{2}$ 에서의  $(T_w - T_\infty)$  값에서 구해지므로 식(36)은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{1}{L} \int_0^L (T_w - T_\infty) dx \text{로 할 때 :}$$

Table 3 Values of  $(Nu_x)_{cyl}/(Nu_x)_{fp}$  for various  $Pr$  and  $\xi$

$Pr$	$\xi$	0	0.05	0.1	0.5	1	2	5
0.1	1	1.0238	1.0479	1.2451	1.5502	2.8519	-	
1	1	1.0118	1.0234	1.1139	1.2215	1.4218	1.9475	
10	1	1.0067	1.0132	1.0653	1.1295	1.2583	1.6633	
100	1	1.0037	1.007	1.0373	1.0731	1.1299	1.2084	
1000	1	1.0026	1.005	1.026	1.0516	1.1031	1.1913	

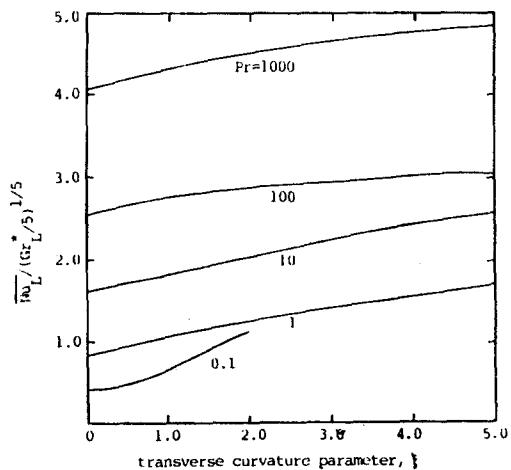


Fig. 14. Plot of  $\overline{Nu_L}/(Gr_L^*/5)^{1/5}$  as a function of  $\xi$  for various Prandtl numbers

$$\overline{Nu_L} = -\frac{6(Gr_L^*/5)^{1/5}}{5\theta(0)} \quad \dots \dots \dots \quad (37)$$

$\overline{T_w - T_\infty} = (T_w - T_\infty)_{x=\frac{L}{2}}$ 로 할 때 :

$$\overline{Nu_L} = -\frac{2^{1/5}(Gr_L^*/5)^{1/5}}{\theta(0)} \quad \dots \dots \dots \quad (38)$$

식(37)과 식(38)을 비교해보면 수직평판의 경우<sup>8)</sup>와 마찬가지로 평균온도를 적분으로 구하는 값과 중간치로 택하는 값의 어느 쪽을 사용해도 평균 Nusselt 수는 거의 같음을 알 수 있다.

Fig. 14에는  $\overline{Nu_L}/(Gr_L^*/5)^{1/5}$ 의 곡률변수  $\xi$ 에 따른 변화가 나타나 있다. 세션의 열전달율이 평판에 비해서 큰 값을 가지게 되며 등온경계조건의 경우와 비슷한 경향<sup>9)</sup>을 보인다. 수직원통을 수직평판으로 취급해도 좋은 D/L의 범위를 구하기 위해 평판( $\xi=0$ )의 평균 Nusselt 수로부터 5%이내의  $\xi$ 를 조사하면 다

음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{D}{L} \geq \frac{A}{(Gr_L^*)^{1/5}} \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

여기에서  $A$ 는  $Pr = 0.1$ 인 경우에 55.2,  $Pr = 1000$ 인 경우 5.7의 값을 가지는 상수이다. 이 결과는 동온경계조건의 경우  $D/L \geq 35/(Gr_L)^{1/4}$ 로 주어지는 결과<sup>10)</sup>와 유사함을 보인다.

일반적으로 일정 열유속의 자연대류에서는  $\overline{Nu_L} = C_1 (Ra_L^*)^m$ 으로 나타내므로 식(39)을 다음과 같이 고쳐쓰면  $Nu_L$ 과  $Ra_L^*$ 의 관계식을 얻을 수 있다. 여기에서  $Ra_L^* = Gr_L^* \cdot Pr$ 로 표시되는 modified Rayleigh수이다.

$$\begin{aligned} \overline{Nu_L} &= -\frac{6}{5\theta(0)} \cdot \frac{1}{(5Pr)^{1/5}} \cdot (Gr_L^* \cdot Pr)^{1/5} \\ &= C_1 (Ra_L^*)^{1/5} \quad \dots \dots \dots \quad (40) \end{aligned}$$

수직평판의 경우  $C_1$ 은  $Pr$ 수가 0.1~1,000으로 변함에 따라 0.5~0.74의 값을 가지며  $\xi = 0.5$ 인 수직원통의 경우 0.62~0.76,  $\xi = 1$ 인 경우 0.78~0.8 정도 범위의 값을 가진다.

## 5. 결 론

수직원통근처에서의 자연대류를 지배하는 경계층방정식을 급수해법으로 해석하여 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

1) 자연대류 경계층방정식의 해를 급수로 전개하여 0.1인 경우 곡률변수  $\xi = 2, Pr > 1$ 인 경우  $\xi = 5$ 정도의 원통에 대한 해석이 가능하였다.

2) 동일한 높이를 기준으로 할 때 국소Nusselt 수는 수직평판으로부터 점차 가는 원통이 될 수록 증가하며 Prandtl수가 커질수록 그 증가율은 완만해진다.

3) 일정한 열유속을 경계조건으로 하는 수직원통에서의 자연대류의 경우 다음 조건을 만족하는 범위내에서 수직평판으로 취급할 수 있다.

$$\frac{D}{L} \geq \frac{A}{(Gr_L^*)^{1/5}}$$

여기에서  $A$ 는 Prandtl수에 따라서 5.7~

55.2의 값을 가진다.

4) 일정 열유속의 자연대류에서  $\overline{Nu_L} = C_1 (Ra_L^*)^{1/5}$ 로 나타낼 때  $C_1$ 은 0.5~0.8의 범위에 있다.

## 후 기

본 연구는 1986년도 과학재단 신진연구비의 지원에 의해 이루어졌으며 이에 대하여 감사한다.

## 참 고 문 헌

1. A.J. Ede, "Advances in Free Convection", Adv. Heat Transfer, vol.4, pp.1-64, 1967.
2. E.M. Sparrow and J.L. Gregg, "Similar Solution for Free Convection from a Nonisothermal Vertical Plate", Transact. ASME, vol.80, pp.379-386, 1958.
3. E.N. Sparrow and J.L. Gregg, "Laminar Free Convection from a Vertical Plate with Uniform Surface Heat Flux", Transact. ASME, vol.78, p.435-440, 1956.
4. O.G. Martynenko, "Laminar Free Convection from a Vertical Plate", Int. J. Heat Mass Transfer, vol.27, pp.869-881, 1984.
5. L.C. Burmeister, "Convective Heat Transfer", John Wiley & Sons, pp.511-575, 1983.
6. J.A. Adams and D.F. Rogers, "Computer Aided Heat Transfer", McGraw-Hill Book Company, pp.385-403, 1973.
7. M.N. Dyke, "Analysis and Improvement of Perturbation Series", Q.J. Mech. Appl. Math., vol. XXVII, Pt.4, pp.423-450, 1974.
8. S. Osrtach, "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer about a Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force", NACA Report 1111, 1953.

9. E.M. Sparrow and J.L. Gregg, "Laminar Free Convection from the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder", Transact. ASME, vol.78, pp.1823-1829, 1956.
10. B. Gebhart, "Heat Transfer", McGraw-Hill Book Company, chap.8, 1970.