

사장교의 초기인장력과 주탑좌표를 고려한 최적설계

Optimization of Cable Stayed Bridges Considering Initial Cable Tension and Tower Coordinates

김	경	승*
Kim,	Kyung	Seung
김	문	겸**
Kim,	Moon	Kyum
황	학	주***
Hwang,	Hak	Joo

Abstract

It is not a simple task to optimize a cable stayed bridge, because it involves, in addition to the section properties, number and arrangement of cables, initial tension forces of cables, and type and height of the tower as design variables. This study deals with an optimization problem of cable stayed bridges considering initial cable forces, section properties of the girder and the tower, and coordinates of the tower.

In order to avoid difficulties in dealing with numerous variables which interact mutually, separate design spaces are adopted for initial cable forces, section properties, and coordinates, respectively. Strain energy stored in the structure is used as the object function in the design of the initial cable forces, while weight of the structure is used in the design of section and coordinates. Upper and lower limits of the initial forces, allowable stresses including the effect of buckling, and lower limit of the sectional area are considered as constraints.

The proposed method is applied to a fan type bridge and a harp type bridge. It is believed through comparison of the results to the previous results in the literature that the proposed method renders rational design values. It is also shown that the coordinate optimization, which is usually deleted in the optimization process, results in additional saving of materials.

요 지

사장교는 그 설계에 있어서 케이블의 갯수와 배치형식, 케이블의 초기인장력, 주탑의 지지형

* 정희원 · 연세대학교 대학원 박사과정

** 정희원 · 연세대학교 공과대학 조교수 토목공학과

*** 정희원 · 연세대학교 공과대학 교수 토목공학과

식과 높이 등 거어더와 주탑 단면외에도 설계변수가 많으므로 효율적인 설계를 하는 것이 쉽지 않다. 본 연구에서 케이블의 초기인장력, 거어더와 주탑의 단면, 주탑의 높이를 설계변수로 하여 사장교의 설계를 최적화하는 문제를 다루었다.

서로 상호작용을 하는 여러 설계변수를 동시에 최적화하는 어려움을 피하기 위하여 본 논문에서는 초기인장력, 단면, 주탑의 좌표를 각각 독립된 설계공간에서 최적화하였다. 목적함수로서는 초기인장력 공간에서는 전체구조의 변형에너지, 단면 및 좌표의 공간에서는 재료의 총 중량을 취하였다. 제약조건으로는 초기인장력의 상하한계, 부재의 좌굴을 고려한 응력, 단면적의 하한계를 고려하였다.

대표적인 Fan 형 및 Harp 형 사장교를 최적설계한 결과, 제시된 방법에 의하여 합리적인 결과를 얻을 수 있음을 보이고, 기존의 최적화에서 고려하지 않았던 좌표의 최적화를 통하여 경제성을 얻을 수 있다는 것을 밝혔다.

1. 序 論

斜張橋는 美的으로 수려할 뿐만 아니라 사장 케이블의 引張力을 조절함에 따라 교량 각 구조 부재의 斷面力을 균일하게 분배시킴으로써 단면의 크기를 줄일 수 있다⁽¹⁾. 따라서, 다른 교량 형태에 비하여 경제적이며 효율적인 형태라 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 그 건설이 시작된 것은 최근으로, 그 이유는 解析 및 設計가 쉽지 않기 때문이다.

解析에 있어서 어려움은 첫째, 케이블의 인장력이 교량에 高次不靜定力을 도입하므로 高次不靜定구조가 된다는 것, 둘째, 박육단면의 장간화된 사장교는 비틀 및 진동에 대하여 고려할 필요가 있는 것, 셋째, 케이블의 自重에 의한 처짐, 케이블 引張에 의한 거어더 및 主塔의 軸力과 휨모멘트의 상호작용, 전체로서의 有限變形 등은 사장교의 구조해석에 있어서 非線形性을 무시할 수 없게 한다는 것 등이다. 이러한 어려움은 컴퓨터에 의한 유효요소 해석법에 의하여 많이 제거되었다.

設計에 있어서의 문제점은 사장교가 많은 設計變數에 의하여 支配된다는 것이다. 즉, 徑間比, 거어더 形式, 거어더 斷面, 主塔의 連結方法, 케이블數, 케이블 配置形態, 케이블 引張力 등이 모두 설계변수가 될 수 있다⁽²⁾. 현재까지는 주로 설계자의 경험에 의거한 수 개의 대안을 비교하여 합당한 설계를 찾는 것이 일반적이다. 따라서, 주어진 여건 하에서 定量的이고 합

理的인 방법에 의하여 최적인 설계를 찾는 것은 이루어지지 않고 있다.

國外的 경우는 사장교를 最適設計하고자 하는 시도가 최근에 이루어지고 있다. 사장교의 最的化에 관한 연구로는 山田과 大宮⁽³⁾의 연구를 그 시작으로 볼 수 있다. 그러나, 이들의 연구는 斷面의 최적화에 제한되어 있다. Taylor⁽⁴⁾는 사장교의 구조적 및 경제적인 효율성을 좌우하는 주된 變數로서 (1) 主塔의 形狀과 材料, (2) 케이블의 配置, (3) 上部構造의 斷面 등을 지적하였다. 또한 Agrawal 등⁽⁵⁾은 주탑의 높이가 거어더의 최대 휨모멘트와 케이블인장력에 미치는 영향이 큼을 밝혔다. 따라서, 斷面만의 최적화는 사장교의 장점을 극대화하기에 부족하며, 주탑높이, 케이블 배치 및 초기인장력의 최적화를 도입할 필요가 있다⁽⁶⁾.

山田과 古川 등⁽⁷⁾은 선형이론에 의하여 케이블의 초기인장력 최적화를 연구함에 있어서 변형에너지를 목적함수로 하여 公역경사법을 사용하였다. 제약조건으로서, 케이블 인장력의 평형 조건, 초기인장력의 上下限을 사용하여 실제 사장교에 적용시켜 그들의 문제형성방법이 합리적인 임을 보였다. 古川 등⁽⁸⁾은 이 방법을 P.C. 사장교에도 적용하였다. 콘크리트의 크리프에 의한 케이블 인장력의 변화를 고려하여 문제를 형성하여 케이블의 초기인장력과 거어더의 초기인장력에 대한 방정식을 해석하였다. Torii 등⁽⁹⁾은 초기인장력의 최적화에 있어서 비반복법을 제안하였다. 즉, 構造體의 適合方程式을 만족시

키기에 앞서 無制約最適化를 실시하여 최적단면을 구한 후, 이에 따른 인장력과 적합조건을 만족시키는 인장력과의 차이를 솟음을 이용하여 初期引張力으로 하는 방법을 제안하였다. 현재는 단일하중에 대하여만 적용이 가능하지만 개념상으로 합리적인 설계법이라 할 수 있다.

上記의 연구들은 主部材의 단면최적화, 케이블 초기인장력의 최적화 등의 부분적인 설계변수를 대상으로 하는 단편적인 최적화에 대한 내용이다. 따라서 본 논문에서는 단면형태와 더불어 케이블의 配置形態, 初期引張力을 설계변수로 하는 최적화 문제를 다루고자 한다. 이를 위하여 설계변수로서 케이블의 초기인장력과 사장교의 형상을 구성하는 각 부재의 단면적과 절점 좌표를 취하도록 한다. 목적함수로는 초기인장력의 최적화 단계에서는 단면적에 의하여 발생되는 변형에너지를, 형상의 최적화 단계에 있어서는 사장교의 중량을 취한다. 또한 제약조건으로는 케이블인장력의 상한 및 하한, 示方書에서 요구하는 좌굴응력 제약을 취한다. 이렇게 형성된 최적화문제는 非線形計劃問題가 되어, 최적 초기인장력, 최적 단면, 최적 形狀을 동시에 구하는 것이 쉽지 않으므로 본 연구에서는 각각 독립된 設計空間을 도입하여 최적화문제의 해를 구한다.

2. 初期引張力의 最適化

사장교에서 초기인장력을 도입하는 목적은 부재의 단면력분포를 균일하게 하여 그 단면력을 최소화하기 위한 것이다. 이러한 목적은 최적화 문제에 있어서 일반적인 경비함수나 중량함수와 직접적인 연결이 적고 또한 정식화하기에 쉽지 않다. 山田 等⁽⁷⁾은 이러한 최적화 문제를 해결하기 위하여 사장교에 저장되는 변형에너지를 목적함수로 취하여 2차함수의 최적화 문제를 형성하고 그 정당성을 밝힌 바 있다. 본 연구에서도 초기인장력의 최적화공간에서는 변형에너지를 목적함수로 하여 이를 최소화한다.

변형에너지는 전단에 의한 에너지를 무시하면 휨모멘트와 축방향력의 함수로 식 (1)과 같이 표시할 수 있다.

$$\text{Minimize } U=U(\{M\}, \{N\}) \quad (1)$$

여기서 $\{M\}$ 은 부재의 휨모멘트 벡터, $\{N\}$ 은 부재의 축력 벡터이다. 또한 변형에너지는 각 부재의 節點力으로 표시하여 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$U = \sum_{i=1}^M L_i / 4EI_i [(M_i^l)^2 + (M_i^r)^2] + \sum L_i / 4EA_i [(N_i^l)^2 + (N_i^r)^2] \quad (2)$$

여기서 M_i^l 와 N_i^l 는 각각 부재 左側節點의 휨모멘트 및 축력, M_i^r 와 N_i^r 는 각각 부재 右側節點의 휨모멘트 및 축력으로서 부재의 휨모멘트와 축력은 부재 양단부 절점력의 평균치를 취하였다.

계약조건으로서 케이블 인장력의 상한 및 하한을 설정하도록 한다. 케이블의 인장력은 초기인장력 벡터 $\{P\}$ 와 사하중에 의한 인장력 벡터 $\{T_d\}$, 활하중에 의한 인장력 벡터 $\{T_l\}$ 의 합으로서, 인장력의 상한을 $\{T_U\}$, 하한을 $\{T_L\}$ 이라 하면

$$\{T_L\} \leq \{T_d\} + \{T_l\} + \{P\} \leq \{T_U\} \quad (3)$$

또는 i 번째 케이블의 초기인장력 P_i 에 대하여 조건식은

$$P_{Li} \leq P_i \leq P_{Ui} \quad (4)$$

이 된다. 식 (4)에서 P_{Li} 는 $\{T_L\} - \{T_d\} - \{T_l\}$ 의 i 번째 요소, P_{Ui} 는 $\{T_U\} - \{T_d\} - \{T_l\}$ 의 i 번째 요소이다.

식 (4)의 제약을 받는 최적화를 무제약문제로 만들기 위하여 다음과 같은 변환을 취한다⁽¹⁰⁾. 즉,

$$P_i = (P_{Ui} - P_{Li}) \sin^2 Y_i + P_{Li} \quad (5)$$

식 (5)의 P_i 는 식 (4)의 제약조건을 만족시키므로 초기인장력 최적화문제는 식 (6)의 無制約最適化問題가 된다.

$$\text{Minimize } U = U(P_{L1} + (P_{U1} - P_{L1}) \sin^2 Y_1, \dots, P_{Lp} + (P_{Up} - P_{Lp}) \sin^2 Y_p) \quad (6)$$

여기서 p 는 케이블의 개수이다.

본 연구에서 이 무제약 최적화문제는 Quasi-Newton 방법에 의하여 해석하였다.

3. 形狀의 最適化

형상최적화에 의한 최적설계는 기하형상을 고정하고 단면만을 최적화하는 경우에 비하여 최적해를 향상시키게 된다. 이산형 구조물에 있어서의 형상은 절점좌표 등의 幾何學的 變數(con-

figuration variable), 부재와 절점의 연결을 정의하는 位相學的 變數(topological variable), 부재단면의 결정에 대한 斷面 變數(sizing variable)에 의하여 결정된다. 일단, 위상조건이 결정되면 최적화문제는 식 (7)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } M=M(\{A\}, \{Q\}) & (7) \\ & \text{Subject to } G_j(\{A\}, \{Q\}) \geq 0 \\ & (j=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

여기서 $\{A\}$ 는 부재의 단면적 벡터, $\{Q\}$ 는 절점 좌표 벡터이다. 사장교와 같이 절점좌표에 의하여 단면적이 변화되는 비선형 문제에 있어서는 해석의 어려움을 피하기 위하여 단면과 형상의 두 공간으로 나누어 최적화하는 것이 효율적이다. 따라서 전술된 초기인장력 설계공간과 단면 설계공간, 좌표설계공간 등 3개의 부분 설계공간 사이에 반복적으로 최적해를 구하게 된다.

3.1. 斷面設計空間

단면설계공간에서는 최적화된 초기인장력을 가지고 고정된 절점좌표 $\{Q\} = \{Q_0\}$ 에 대하여 단면을 최적화한다. 설계변수는 각 부재의 단면적 $\{A\}$ 로 최적화문제는

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } M=M(\{A\}, \{Q_0\}) & (8) \\ & \text{Subject to } G(\{A\}) \geq 0 (j=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

로 된다. 여기서 사장교의 직접재료비에 의한 건설경비는 재료의 총중량에 비례한다고 하고 모든 부재가 동일 재료로 구성된 것으로 하면 目的 函數는 식 (9)와 같이 표시할 수 있다.

$$M(\{A\}) = \{A\}^T \{L\} \quad (9)$$

여기서 $\{L\}$ 은 부재길이의 벡터로서 i 번째 부재의 길이 L_i 는

$$L_i = [\{Q_e - Q_b\}_i^T \{Q_e - Q_b\}_i]^{1/2} \quad (10)$$

여기서 $\{Q_b\}$ 및 $\{Q_e\}$ 는 각각 i 부재의 시작 및 끝 절점의 좌표벡터이다.

제약조건으로는 解析 制約條件, 應力 制約條件, 設計變數限界 制約條件을 고려하도록 한다. 부재의 변형은 n 자유도의 절점변위 벡터 $\{U\}$ ($n \times 1$)로 표현할 수 있으며 그 適合方程式은

$$\{D\} = [G] \{U\} \quad (11)$$

이 된다. 여기서 $\{D\}$ 는 ($m \times 1$)의 부재 변형 벡터이고 $[G]$ 는 ($m \times n$)의 位相連結 關係 매트릭스이다. 부재력 벡터 $\{F\}$ ($m \times 1$)은 부재변형의 향으로 표현할 수 있으며 그 構成方程式은

$$\{F\} = [K] \{D\} \quad (12)$$

여기서 $[K]$ 는 ($m \times m$)인 部材剛性度 매트릭스로서 구조거동을 선형으로 가정하면 그림 1의 자유도에 대하여 식 (13)과 같다.

$$[K] = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ & & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \text{sym.} & & & & & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \quad (13)$$

평형조건으로서 각 절점에 있어서의 부재력의 합은 각 절점의 節點荷重벡터 $\{P\}$ ($n \times 1$)과 같아야 하므로 M 개의 부재에 대하여

$$\{P\} = \sum_{i=1}^M [G]^T \{F\} \quad (14)$$

식 (11), 식 (12)를 이용하여 식 (14)를 정리하면 $\{F\} - [K][G]([G]^T[K][G])^{-1}\{P\} = \{0\}$ (15)

과 같은 해석 제약조건식을 얻을 수 있다. 여기서 $[K]$ 는 조립된 구조강성도 매트릭스로서 ($n \times n$)의 차수를 가진다.

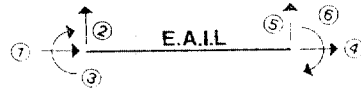


그림 1. 부재의 자유도

사장교의 부재 중에서 거어더와 주탑은 軸力과 휨을 동시에 받으므로 이 조합응력의 영향을 고려하여야 한다. 또한, 좌굴의 영향을 고려하면, 축력에 의한 압축좌굴과 휨작용면 내의 휨좌굴의 조합응력이 허용응력 범위내이어야 한다. 이러한 부재에 대하여 道路橋標準示方書는 SS41, SWS41, SMA41의 構造用 鋼材에 대하여 다음과 같이 규정하고 있다.

축력의 압축인 경우는

$$(N_c/A)/\sigma_{ca} + (M/S_c)/[14000(1 - (N_c/A)/\sigma_B)] \leq 1.0 \quad (16)$$

축력이 인장인 경우는

$$(N_t/A)/\sigma_{ta} + (M/S_t)/\sigma_{bt} \leq 1.0 \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)에서

N_c : 압축력 (t)

N_t : 인장력 (t)

M : 휨모멘트 (t·m)

σ_B : 휨축 둘레의 허용 Euler 좌굴응력 (t/m²)

S_c : 압축연단에 대한 단면계수 (m³)

S_t : 인장연단에 대한 단면계수 (m³)

σ_{ca} : 허용 축방향압축응력 (t/m²)

σ_{ta} : 허용 축방향인장응력 (t/m²)

σ_{bt} : 허용 휨인장응력 (t/m²)

이다. 좌굴의 영향을 고려할 때 필요한 유효좌굴 길이는 사장교의 경우 일반적으로 취하는 바와 같이⁽¹²⁾ 케이블 정착부 간격의 0.8 배를 취하였다.

거어더와 주탑의 단면으로서 많이 사용되는 그림 2와 같은 단면을 택하면 斷面係數 S 는 다음과 같이 단면적 A 의 1차함수로서 표현할 수 있다.

$$S = \alpha A - \beta \quad (18)$$

여기서 形狀係數 α 와 β 는 표 1과 같다. 식 (18)을 식 (16)과 식 (17)에 대입함으로써 제약 조건을 단면적 $\{A\}$ 의 식으로 표현할 수 있다.

또한 단면적이 陰數로 되는 불합리를 피하기 위하여 설계변수의 下限界를 정하면

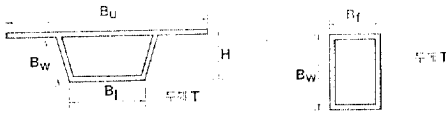


그림 2. 거어더와 주탑의 단면

표 1. 형상계수 α 와 β

부	재	α	β
거어더	상플랜지	$(6B_u + 3B_w + H)H / 6(B_w + B_u)$	$(B_u + B_w)TH$
	하플랜지	$(6B_l + 3B_w + H)H / 6(B_w + B_l)$	$(B_l + B_w)TH$
주	탑	$(3B_l + B_w)B_w / 6(B_w + B_l)$	0

$$\{A\} \geq \{A_0\} \quad (19)$$

여기서 $\{A_0\}$ 는 단면적의 하한계벡터이다.

식 (15), (16), (17), (19)의 제약을 받는 식 (8)의 최적화를 해석하기 위하여 본 연구에서는 SUMT를 사용하였다.

3.2. 座標設計空間

좌표의 최적화공간에 있어서는 초기인장력 공간에서 구한 최적초기인장력과 단면설계공간에서 구한 단면적을 고정시키고, 절점의 좌표만을 적 변수로 취한 후, 이 설계변수의 함수로 유도된 목적함수를 최소화하는 해를 구한다. 이때의 최적화 문제는 식 (20)과 같다.

$$\text{Minimize } M = M(\{Q\}, \{A_0\}) = \{A_0\}^T \{L\} \quad (20)$$

여기서 $\{A_0\}$ 는 단면설계공간에서 최적화된 단면적벡터이다. 이 최적화공간에 있어서의 제약조건은 단면최적화 공간에서의 제약조건과 동일하다. 따라서 無制約條件하의 최적화 문제가 되어 본 연구에서는 Powell법을 사용하였다.

교량설계에 있어서 支間은 교량가설장소, 기초부의 상태 등에 의하여 결정되고, 최적화의 대상이 아닌 경우가 일반적이므로 본 연구에서

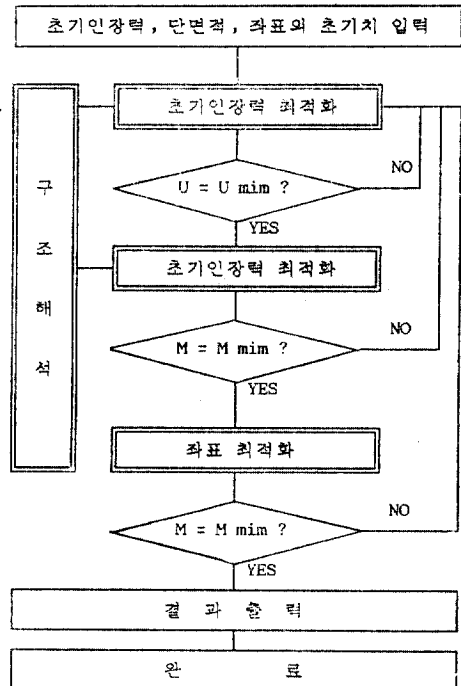


그림 3. 독립설계공간을 이용한 최적화 과정

는 설계변수로서의 좌표는 주탑의 케이블 定着 支點의 좌표를 취하였다.

3.3 최적화 과정

본 연구에서는 사장교의 최적화를 3개의 설계공간으로 분할하여 초기인장력, 단면, 좌표의 순서로 반복에 의하여 최적화하였다. 그림 3은 최적화과정의 흐름도를 보여주고 있다.

4. 設計 例

본 연구에서 사용된 알고리즘을 사용하여 Torii 등 에 의하여 연구된 그림 4와 같은 Harp 형 사장교와 그림 5와 같은 Fan 형 사장교에 대한 최적설계를 수행하였다. 그림에서 주탑을 거어더와 롤러로, 기초와 고정으로 연결되어 있다. 하중으로는 고정된 死荷重과 活荷重으로써 垂直下向의 13.5ton/m를 취하였다. 또한 단면의 고정된 값으로 표 2의 값들을 사용하였다.

표 2. 설계에 사용한 단면의 길이

부	재	표	시	길	이
거	어	더	B_u		16.0m
			B_w		2.5m
			B_t		6.0m
주	탑	B_f		2.0m	
		B_w		2.5m	

4.1 Harp형 사장교

그림 6은 본 연구에서 사용된 방법에 의하여 최적화된 Harp형 사장교의 좌표와 케이블의 인장력을 표시하고 있다. 표 3은 거어더와 주탑의 단면적에 대하여 初期值, 固定된 좌표 값에 따른 初期引張力과 斷面最適化後, 座標 최적화 후의 최적치를 비교하고 있다.

4.2 Fan형 사장교

그림 7은 본 연구에서 사용된 방법에 의하여

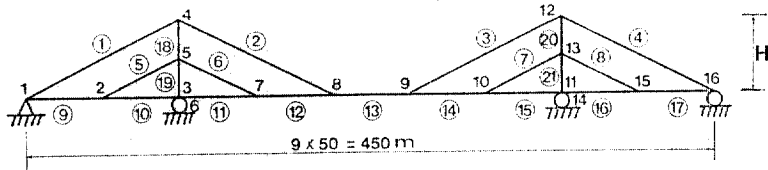


그림 4. Harp형 사장교

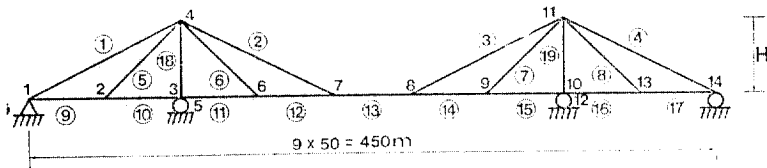


그림 5. Fan형 사장교

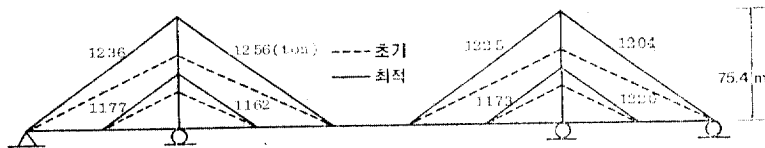


그림 6. 최적화된 Harp형 사장교의 형상과 케이블 인장력

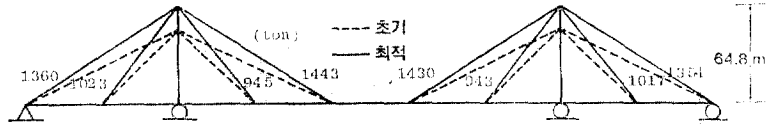


그림 7. 최적화된 Fan형 사장교의 형상과 케이블 인장력

표 3. Harp형 사장교의 설계단면적(m²)

부재	초기치	좌표 최적화 전	좌표최적화후	
거	9	1.0000	0.2088	0.3000
	10	1.0000	0.7463	0.4970
	11	1.0000	0.7463	0.4970
	12	1.0000	0.3313	0.4196
어	13	1.0000	0.2221	0.3327
	14	1.0000	0.3298	0.4185
	15	1.0000	0.7474	0.4974
	16	1.0000	0.7474	0.4974
	17	1.0000	0.2127	0.3020
주	18	1.0000	0.1021	0.1050
	19	1.0000	0.2838	0.4006
탑	20	1.0000	0.1021	0.1039
	21	1.0000	0.1877	0.3052
M(m ²)	5.700×10 ²	2.348×10 ²	2.226×10 ²	

표 4. Fan형 사장교의 설계단면적(m²)

부재	초기치	좌표 최적화 전	좌표최적화후	
거	9	1.0000	0.3397	0.3128
	10	1.0000	0.5142	0.4736
	11	1.0000	0.5142	0.4736
	12	1.0000	0.4574	0.4299
어	13	1.0000	0.3273	0.3273
	14	1.0000	0.4575	0.4288
	15	1.0000	0.5114	0.4726
	16	1.0000	0.5114	0.4726
	17	1.0000	0.3399	0.3126
주	18	1.0000	0.2191	0.2396
	19	1.0000	0.2189	0.2378
M(m ²)	5.500×10 ²	2.209×10 ²	2.161×10 ²	

최적화된 Fan형 사장교의 좌표와 케이블의 인장력을 표시하고 있다. 표 4는 거어더와 주탑의 단면적에 대하여 초기치, 固定된 좌표 값에 따른 초기引張力과 断面最適化後, 座標 최적화

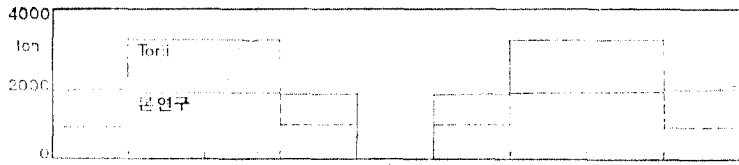
후의 최적치를 비교하고 있다.

4.3 比較考察

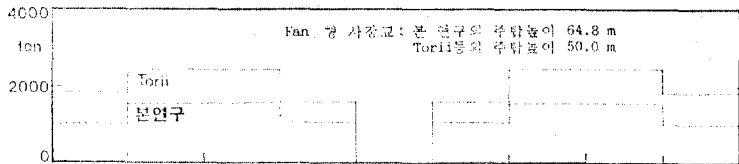
Torii 등⁽⁹⁾는 고정된 좌표에 대하여 케이블 인장력의 최적화를 적합조건에 위배되게 반복에 의하지 않고 수행하였다. 위배된 적합조건은 거어더의 초기속음으로 인위적으로 조절한다고 생각하였다. 이렇게 함으로써, 단면적은 계산된 케이블 인장력에 따라 정정으로 산출하였다. 주탑의 좌표는 40, 45, 50, 55, 60 m의 경우의 결과를 비교하여 Harp형의 경우는 55 m, Fan형의 경우는 50 m가 최적임을 보고하였다.

문헌 (9)에서는 초기치 및 최적단면적에 대하여 언급이 없고 목적함수의 최적치로써 Harp형에 대하여는 $3.150 \times 10^2 \text{ m}^2$ (주탑높이 55m), Fan형에 대하여는 $3.075 \times 10^2 \text{ m}^2$ (주탑높이 50m)임을 밝히고 있다. 이 결과의 차이는 문헌과 본 연구에서 취하는 목적함수의 차이에 있다. 즉, 문헌에서는 무제약 최적화로 변환시키는 과정에서 축력과 휨모멘트의 크기를 가중치로 사용하였기 때문에 비교가 될 수 없다.

최적 주탑높이가 차이 나는 것은 문헌에서는 제한된 범위의 높이에 대하여 높이변화의 영향을 고려하였기 때문으로 사료된다. 즉, 문헌에서의 높이의 범위 40~60m는 본 연구의 최적높이 75.5m(Harp형), 64.8m(Fan형)을 포함하지 않고 있다. 주탑의 높이가 높아지면, 거어더 축력에 감소효과를 주어 좌굴에 대한 안전도가 높아지는 것을 감안하면 본 연구의 결과가 합리적인 축임을 알 수 있다. 이는 계산된 축력을 비교하면 쉽게 알 수 있다. 그림 8은 문헌에 제시되어 있는 주탑높이 50m일 때의 Fan형의 축력변화와 본 연구의 최적화(높이 64.8m)된 결과를 비교한 것으로 본 연구 결과의 축력이 문헌에 비하여 상당히 작음을 알 수 있다. Harp형에 대하여도 동일한 경향을 볼 수 있다.



Harp 형 사정고: 본 연구의 주탑높이 75.4 m
Torii 등의 주탑높이 50.6 m



Fan 형 사정고: 본 연구의 주탑높이 64.8 m
Torii 등의 주탑높이 50.0 m

그림 8. 거어더 축력에 대한 본 연구결과와 Torii의 결과의 비교

표 5. 최적화된 구조의 응력비

부	계	응 력 비	
		Harp 형	Fan 형
거 어 더	9	1.00	1.00
	10	0.99	0.99
	11	0.99	0.99
	12	0.99	0.99
	13	0.99	1.00
	14	0.99	1.00
	15	0.99	1.00
주	16	0.99	1.00
	17	1.00	1.00
탑	18	1.00	0.99
	19	0.99	1.00
	20	1.00	—
	21	0.99	—

본 논문의 결과가 합리적임을 검토하기 위하여 최적화된 구조의 응력비를 검토하였다. 즉 식

(16)과 식 (17)의 응력비를 구하면 최대응력을 받고 있음을 표 5와 같이 확인할 수 있다.

좌표최적화의 영향을 검토하기 위하여 표 6과 같이 좌표 최적화 전후의 목적함수를 비교하여 비교하였다. 표에서 보는 바와 같이 좌표의 변화에 의한 최적화의 효과는 초기인장력과 단면의 최적화에 비하여 크지는 않다. 이는 초기좌표가 최적좌표에 비하여 크게 차이 나지 않기 때문이다. 초기좌표와 최적좌표의 차이가 상대적으로 큰 Harp 형의 경우가 Fan 형의 경우에 비하여 최적효과가 큰을 감안할 때, 주탑의 높이도 설계에 있어서 초기인장력과 단면에 추가하여 중요시하여야 할 설계변수라고 사료된다. 또한, 최종설계된 목적함수를 기준으로 하여 동일조건 하에서 Fan 형이 Harp 형에 비하여 효율적임을 알 수 있다. 이는 문헌 중에 발표된 것과 일치한다.

표 6. 각 설계공간의 최적화 비율

형	식	초 기 (F_i)	좌 표 최 적 화 전 (F_f)	좌 표 최 적 화 후 (F_o)	목 적 함 수 비	
					F_f/F_i	F_o/F_f
Harp 형		5.700×10^3	2.348×10^3	2.226×10^3	0.412	0.948
Fan 형		5.500×10^3	2.209×10^3	2.161×10^3	0.402	0.978

5. 結 論

본 논문에서는 사장교에 대하여 초기인장력, 단면, 주탑높이의 최적화를 각각 독립된 설계공간에서 수행함으로써 여러 설계변수를 동시에 결정하는 방법을 제시하고 이 방법을 대표적인 Harp 형과 Fan 형의 사장교를 대상으로 적용시켜 그 결과를 밝혔다. 연구결과, 초기인장력, 단면, 좌표의 설계변수를 합리적으로 설계에 반영하여 최적치들을 구할 수 있음을 밝혔다. 또한 일반적으로 최적화에서 고려하지 않는 주탑의 좌표를 설계의 변수로 고려하므로써 추가적인 재료를 절약할 수 있음을 보였다.

參 考 文 獻

1. Gimsing, N.J., *Cable Supported Bridges-Concept and Design*, John Wiley & Sons, Chichester, 1983.
2. Podofny, W., and Scalzi, J.B. *Construction and Design of Cable-Stayed Bridges*, John Wiley & Sons, pp.355~360, 1976.
3. 山田善一, 大宮司向, 斜張橋의 最適基準設計에 關する 研究, 日本土木學會論文報告集, 第253號, pp.1~12, 1976.
4. Taylor, P.R., Recent development in the technology of cable stayed bridges, *Cable-Stayed Bridges-Experiences & Practice*, vol. 1, pp. 51~62, 1987.
5. Agrawal, T.P., Krishna, P., and Arya, A.S., Effect of various parameters on behavior of cable-stayed bridges, *Cable-Stayed Bridges-Experiences & Practice*, vol. 1, pp.139~149, 1987.
6. Carneiro R., The state of art of suspension and cable-stayed bridges design, *Cable-Stayed Bridges-Experiences & Practice*, vol. 1, pp.63~74, 1987.
7. 山田善一, 古川浩平, 江草拓, 井上幸一, 斜張橋 Cable의 最適 Prestress 量決定에 關する 研究, 日本土木學會論文集, 第365號/I-3, pp.415~423, 1985.
8. 古川浩平, 角谷彪, 谷紳一郎, 新井英雄, Prestressed Concrete 斜張橋의 最適斜材張力決定에 關する 研究, 日本土木學會論文集, 第374號/I-6, pp.503~512, 1986.
9. Torii, K., Ikeda, K., and Nagasaki, T., A non-iterative optimum design method for cable-stayed bridges, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, vol. 3, no. 1, pp.103~111, 1986.
10. Fox, R.L., *Optimization Methods for Engineering Design*, Addison Wesley Publishing Company, pp.120~124, 1971.
11. 건설부, 도로교표준시방서, pp.180~185, 1983.
12. 현대건설 국내토목사업본부, 진도대교 공사기록, 1985.

(接受: 1988. 4. 27)