

랜덤풍하중에 대한 현수교의 기하학적 비선형거동의 동적해석

Dynamic Analysis of Geometric Nonlinear Behavior of Suspension Bridges under Random Wind Loads

尹	楨	邦*
Yun,	Chung	Bang
玄	昌	憲**
Hyun,	Chang	Hun
柳	濟	南***
Yoo,	Je	Nam

Abstract

In this study, a method of nonlinear dynamic analysis of suspension bridges subjected to random wind loads is presented. The nonlinearity considered is the one due to the interaction between the motion of the bridge girder and the tension variation of the main cables. The equation of motion is formulated using a continuum approach. The coupling between the vertical and torsional motions are included in the analysis. The equation of motion is solved by using the mode superposition method. The analysis is carried out in the frequency domain utilizing the stochastic linearization technique on to the modal equations. In the linearization procedure, the nonlinear terms are approximated as linear ones with constant terms. The verification of the method has been performed on a case with four modal degrees of freedom. Example analyses are carried out on two suspension bridges for various wind speeds and wind force parameters. Numerical results indicate that, by including the nonlinearity into the analysis, the dynamic responses of the bridges, particularly in the vertical direction, change considerably.

요 지

랜덤풍하중을 받는 현수교의 비선형 동적거동 해석방법에 대해 연구하였다. 본 연구에서는 형의 거동과 주 케이블 장력변화간의 상호작용에 기인하는 기하학적 비선형성을 고려하였다. 운동방정식은 연속체로 수식화하였고, 이때 수직 및 비틀림 운동의 상관관계를 포함시켰다. 동적해석은 모우드 중첩법을 사용하였으며, 이때의 모우드 방정식에 추계론적 선형화방법을 적용하

* 정회원 · 한국과학기술원 교수, 토목공학과

** 정회원 · 한국과학기술원 박사과정, 토목공학과

*** 럭키엔지니어링(주) 토목부

여 주파수영역해석을 수행하였다. 선형화과정에서는, 풍속의 평균 및 변동성분의 영향을 함께 고려하기 위하여 비선형항을 선형항과 상수항의 합으로써 근사화하였다. 이 선형화방법에 대한 검증은 4 자유도의 모우드 방정식에 대해 수행하였으며, 본 연구의 방법에 의한 결과가 타당함을 보였다. 예제해석은 두 개의 현수교를 택하여 여러가지 풍속조건 및 공기역학적 하중계수에 대해 수행하였다. 수치해석 결과, 비선형항을 포함시켰을때 교량의 동적 거동은, 수직 거동의 경우 특히 크게 변화함을 알 수 있었다.

1. 서 론

현수교와 같이 경간이 긴 교량은 다른 형태의 교량에 비해 매우 유연하여 풍하중에 대해 아주 민감한 구조물이다. 이런 구조물의 응답은, 진동이 작을 때는 미소변형에 근거한 선형이론에 의해 적절히 해석할 수가 있으나, 진폭이 커감에 따라 기하학적 비선형의 효과를 고려할 필요가 생기게 된다. 현수교에 있어서의 비선형성은 여러가지 원인들로부터 유발되지만, 가장 중요한 것은 主 케이블의 장력변화와 형(girder)의 거동사이의 상호작용에 의한 기하학적 비선형성이라고 할 수 있다. 지금까지 풍하중이나 지진하중과 같은 동적하중을 받는 현수교에 대한 동적 해석은 많이 수행되어져 왔으나, 대부분 비선형효과를 고려하지 않고 선형해석을 수행하였다^(1,2,3). 현수교의 비선형 동적 해석에 관한 연구는 근래에 들어 다소 수행되었는데, Abdel-Ghaffar 가 수직 거동과 비틀림 거동간의 상관관계를 고려한 비선형 운동방정식을 수식화하고⁽⁴⁾ 비선형 자유진동문제에 관한 연구결과를 발표하였다^(5,6). 이 연구에서는, 선형 및 비선형해석에 의해 얻어진 자유진동의 진폭간에는 초기 범위가 커감에 따라, 특히 교차의 모우드에서 차이가 매우 커짐을 보였다. 그리고, Arzoumanidis 와 Bieniek 은 풍하중에 대한 비선형 동적 해석 결과를 발표하였으며, 그들은 여기서 유한요소법을 사용하여 직접적분법으로 동적 해석을 수행하였다⁽⁷⁾.

본 연구에서는, 랜덤풍하중에 대한 현수교의 비선형 해석방법을 연구하였다. 운동방정식은 연속계(continuous system)로 수식화하였는데, 이때 수직 및 비틀림 운동의 상관관계를 포함시켰다. 일차적으로 초기 케이블 장력을 가지는

선형계로부터 비감쇠 진동모우드를 구한 후, 이를 사용한 모우드 중첩법을 사용하였다. 그 후 일반 모우드 좌표계로 나타낸 비선형 방정식을 추계론적 선형화방법(stochastic linearization method)을 적용하여 선형화하여 주파수영역 해석을 수행하였다. 선형화과정에서는, 평균 응답 성분과 진동성분을 적절하게 고려하기 위해 비선형항을 선형항과 상수항으로 근사화하였다. 이 선형화방법에 대한 타당성 검증은 4 자유도의 모우드 방정식에 대해 수행하였는데, 본 연구방법에 의해 구한 응답을 시뮬레이션 기법으로 랜덤하중의 시계열을 구한 후 직접적분법을 사용하여 얻은 응답과 비교한 결과, 본 연구에서 제안한 선형화방법이 매우 타당하며 현수교의 기하학적 비선형성을 포함하여 해석하는데 매우 효과적임을 알 수 있었다.

예제해석은 미국의 금문교(Golden Gate Bridge)와 한국의 남해대교에 대해 수행하였으며, 풍하중 효과로는 자력진동(self-excited motion) 과 난류성 유동에 의한 Buffeting 효과를 고려하였다. 그 결과 현수교의 동적 응답은 비선형항을 해석에 포함시켰을 때 선형해석의 결과와 큰 차이를 보였다. 특히, 이 차이는 수직 운동에 있어서 두드러지게 나타났으며, 이러한 경향들은 풍속이 증가할수록 보다 더 현저해짐을 알 수 있었다.

2. 비선형 운동방정식

현수교의 수직 및 비틀림 거동에 대한 운동방정식은 주 케이블의 장력변화에 기인한 기하학적 비선형강성을 포함시킬때, 아래와 같이 구해진다⁽⁴⁾.

$$\frac{w_t}{g} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + E_s I_s \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} - (H_w + H_v(t))$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - H_7(t) \frac{b \partial^2 \theta}{2 \partial x^2} + H_7(t) \frac{w_i}{H_w} \\ & + C_7 \eta \frac{\partial \eta}{\partial t} = L(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & I_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + E_s \Gamma_s \frac{\partial^4 \theta}{\partial t^4} - (G_s J_s + \frac{b^2}{4} H_w) \\ & \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{b^2}{4} H_7(t) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{b}{2} H_6(t) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \\ & + H_6(t) \frac{b w_i}{2 H_w} + C_6 \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = M(x, t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $\eta(x, t)$ 와 $\theta(x, t)$ 는 형의 수직 및 비틀림 변위(그림 1 참조); $L(x, t)$ 와 $M(x, t)$ 는 바람에 의해 형에 작용되는 양력 및 비틀림 모우먼트; w_i 와 I_m 은 단위길이당 사하중 및 질량 극관성 모우먼트(형과 두 개의 주 케이블을 고려); E_s 와 G_s 는 형의 탄성계수 및 전단계수; I_s, J_s, Γ_s 는 교량 단면의 2차 모우먼트, 비틀림 상수, warping 상수; C_7 와 C_6 는 구조물 감쇠 계수; b 는 두 개의 주 케이블 사이의 거리; H_w 는 두 개의 주 케이블에 작용되는 평균 수평장력의 합; $H_7(t)$ 와 $H_6(t)$ 는 두 주 케이블의 수평 장력변화의 합과 차이이다.

식(1)과 (2)에 장력변화 $H_7(t)$, $H_6(t)$ 와 형의 거동 $\eta(x, t)$, $\theta(x, t)$ 와의 관계식을 대입하고 3차 이상의 비선형항을 무시하면, 아래와 같은 비선형 방정식을 얻을 수 있다⁽⁵⁾.

$$\frac{w_i}{g} \ddot{\eta} + E_s I_s \eta^{IV} - H_w \eta'' + \frac{w_i}{H_w}$$

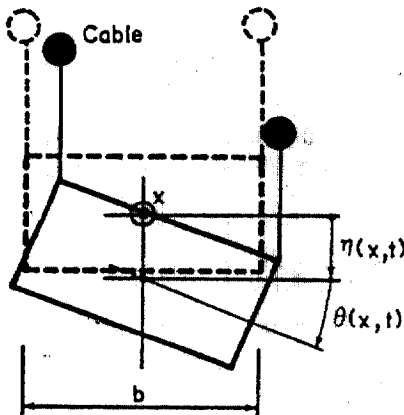


그림 1. 수직 및 비틀림 운동에 대한 좌표정의

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{E_c A_c}{L_c} \left[\sum_{i=1}^3 \frac{w_{ii}}{H_w} \int_0^{l_i} \eta dx \right] + C_7 \ddot{\eta} \\ & - \frac{E_c A_c}{L_c} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{w_{ii}}{H_w} \int_0^{l_i} \eta dx \right] \eta'' \\ & - \left(\frac{b}{2} \right)^2 \frac{E_c A_c}{L_c} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{w_{ii}}{H_w} \int_0^{l_i} \theta dx \right] \theta'' \\ & = L(x, t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & I_m \ddot{\theta} + E_s \Gamma_s \theta^{IV} - (G_s J_s + \frac{b^2}{4} H_w) \theta'' \\ & + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \frac{w_i}{H_w} \cdot \frac{E_c A_c}{L_c} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{w_{ii}}{H_w} \int_0^{l_i} \theta dx \right] \\ & + C_6 \ddot{\theta} - \left(\frac{b}{2} \right)^2 \frac{E_c A_c}{L_c} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{w_{ii}}{H_w} \int_0^{l_i} \eta dx \right] \theta'' \\ & - \left(\frac{b}{2} \right)^2 \frac{E_c A_c}{L_c} \sum_{i=1}^3 \left[\frac{w_{ii}}{H_w} \int_0^{l_i} \theta dx \right] \eta'' \\ & = M(x, t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, E_c 와 A_c 는 두 케이블의 탄성계수와 단면적; L_c 는 가상길이; s 는 케이블을 따라 정의된 좌표; l_i 와 w_{ii} 는 i 번째 경간의 길이와 단위길이당 사하중을 나타내며, dot(')와 prime(')은 각각 시간과 x 좌표에 대한 편미분을 의미한다.

3. 풍하중

식(1)과 (2)에서, 바람에 의한 양력 및 비틀림 모우먼트는 아래와 같이 자러진동에 의한 영향과 난류성 유동에 의한 Buffeting 효과의 합으로 표현할 수 있다⁽⁶⁾.

$$L(x, t) = L_{s-e}(x, t) + L_7(x, t) \quad (5)$$

$$M(x, t) = M_{s-e}(x, t) + M_6(x, t) \quad (6)$$

윗 식에서 자러진동에 의한 양력과 모우먼트는 아래와 같이 구해진다^(6,7).

$$\begin{aligned} L_{s-e}(x, t) = & \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^*(K) \frac{\dot{\eta}}{U} \right. \\ & \left. + KH_2^*(K) \frac{B \dot{\theta}}{U} + KH_3^*(K) \theta \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} M_{s-e}(x, t) = & \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[KA_1^*(K) \frac{\dot{\eta}}{U} \right. \\ & \left. + KA_2^*(K) \frac{B \dot{\theta}}{U} + KA_3^*(K) \theta \right] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, B 는 교량 상판의 폭; ρ 는 공기 밀도; U 는 교량높이에서의 평균 수평풍속; $K = B\omega/U$ 는 수정진동수; ω 는 교량운동의 진동수; $H_i^*, A_i^* (i=1, 2, 3)$ 는 공기역학적 계수이다⁽⁸⁾.

대부분의 교량 단면형상에 대해 A_1^* , H_2^* , H_3^* 에 관련된 항들은 매우 영향이 작으므로 비틀림 운동은 공기역학적으로 수직 운동과 독립적이다⁽⁸⁾. 그리고, 교량의 운동에 대한 공기역학적 계수들의 효과는 공진주파수, 또는 그 부근에서 가장 큰 영향을 주기 때문에 이들의 실제 값은 각각 교량의 수직 및 비틀림 운동에 대한 고유진동수(ω_v , ω_θ)에 해당하는 수정진동수에서의 값을 택하였다^(1,10).

또한, Buffeting 효과에 의한 양력과 모우멘트는 아래와 같이 계산될 수 있다^(2,8,10).

$$L_v(x, t) = \left(\frac{1}{2} \rho U^2 B \right) \left\{ -C_L(\theta_0) \cdot \left[1 + \frac{2u(x, t)}{U} \right] - \left[\frac{dC_L}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_0} \cdot \frac{v(x, t)}{U} \right\} + \frac{A}{B} C_D(\theta_0) \left\{ \frac{v(x, t)}{U} \right\} \quad (9)$$

$$M_\theta(x, t) = \left(\frac{1}{2} \rho U^2 B^3 \right) \left\{ C_M(\theta_0) \cdot \left[1 + \frac{2u(x, t)}{U} \right] + \left[\frac{dC_M}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_0} \cdot \frac{v(x, t)}{U} \right\} \quad (10)$$

여기서, $u(x, t)$ 와 $v(x, t)$ 는 풍속변동의 수평 및 수직 성분; A 는 바람방향에 대한 형의 단위길이당 투영면적; C_L , C_D , C_M 은 정상유동 상태에서의 양력, 항력 및 모우멘트계수이다.

4. 모우드 중첩에 의한 해석

본 연구에서는 초기 케이블 장력을 가지는 선형구조체에 대하여 비감쇠 자유진동 모우드를 구한 후, 아래와 같이 모우드 중첩법을 사용하여 거동을 해석하였다.

$$\eta(x, t) = \sum_{m=1}^N \phi_m(x) q_{1m}(t) \quad (11)$$

$$\theta(x, t) = \sum_{m=1}^N \psi_m(x) q_{2m}(t) \quad (12)$$

여기서, $\phi_m(x)$ 와 $\psi_m(x)$ 는 수직 및 비틀림운동에 대한 m 번째 자유진동모우드이며, $q_{1m}(t)$ 와 $q_{2m}(t)$ 는 일반좌표, N 은 각 운동성분에 대하여 해석에 포함한 모우드 수이다.

식(11)과 (12)를 식(3)과 (4)에 대입하고 각 식에 $\phi_n(x)$ 와 $\psi_n(x)$ 를 곱한 후 전 경간에 걸쳐서 적분하면, 다음과 같이 일반좌표계로 나타낸 비선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_{1n}(t) + 2\zeta_{1n}\omega_{1n}\dot{q}_{1n}(t) + \omega_{1n}^2 q_{1n}(t) + \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N [a_{11}^{nmp} q_{1m}(t) q_{1p}(t) + a_{22}^{nmp} q_{2m}(t) q_{2p}(t)] - \sum_{m=1}^N C_{17}^{nm} \dot{q}_{1m}(t) = \frac{1}{\mu_n} \sum_{i=1}^3 \int_0^{l_i} \phi_{ni} L_v(x, t) dx \quad (13)$$

$$\ddot{q}_{2n}(t) + 2\zeta_{2n}\omega_{2n}\dot{q}_{2n}(t) + \omega_{2n}^2 q_{2n}(t) + \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{12}^{nmp} q_{1m}(t) q_{2p}(t) - \sum_{m=1}^N [C_{20}^{nm} \dot{q}_{2m}(t) + C_{30}^{nm} q_{2m}(t)] = \frac{1}{\lambda_n} \sum_{i=1}^3 \int_0^{l_i} \psi_{ni} M_\theta(x, t) dx \quad (14)$$

여기서, μ_n 과 λ_n 은 수직 및 비틀림 운동의 n 번째 모우드에 대한 일반질량; ζ_{1n} 과 ζ_{2n} 은 일반 감쇠계수; ω_{1n} 과 ω_{2n} 은 자유진동수; C_{17}^{nm} 과 C_{20}^{nm} 은 풍하중의 자러진동에 기인한 감쇠계수; a_{11}^{nmp} , a_{22}^{nmp} 와 a_{12}^{nmp} 는 비선형항과 관련된 계수로서 다음과 같이 나타내진다.

$$a_{11}^{nmp} = \frac{1}{\mu_n} \left(\frac{E_c A_c}{H_w L_c} \right) \left(\sum_{i=1}^3 \omega_{ii} \int_0^{l_i} \phi_{mi} dx \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^3 \int_0^{l_j} \phi_{pj} \phi'_{nj} dx \right) \quad (15a)$$

$$a_{22}^{nmp} = \frac{1}{\mu_n} \left(\frac{b^2}{4} \right) \left(\frac{E_c A_c}{H_w L_c} \right) \left(\sum_{i=1}^3 \omega_{ii} \int_0^{l_i} \psi_{mi} dx \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^3 \int_0^{l_j} \psi_{pj} \psi'_{nj} dx \right) \quad (15b)$$

$$a_{12}^{nmp} = \frac{1}{\lambda_n} \left(\frac{b^2}{4} \right) \left(\frac{E_c A_c}{H_w L_c} \right) \left[\left(\sum_{i=1}^3 \omega_{ii} \int_0^{l_i} \phi_{mi} dx \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^3 \int_0^{l_j} \psi_{pj} \psi'_{nj} dx \right) + \left(\sum_{i=1}^3 \omega_{ii} \int_0^{l_i} \psi_{pi} dx \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^3 \int_0^{l_j} \phi_{mj} \phi'_{nj} dx \right) \right] \quad (15c)$$

식(15)는 Abdel-Ghaffar에 의해서도 유도된바가 있으나⁽⁶⁾, 경간에 대해 한번만 합하는 것이 아니라 두번 수행한다는 점에서 그 결과와 다르다.

5. 추계론적 선형화

랜덤풍하중의 특성은 Power Spectral Density로 쉽게 나타낼 수 있기 때문에, 이 하중에 대한 해석은 보통 주파수영역해법으로 수행된다. 본 연구에서와 같은 비선형문제의 경우는 추계론적 선형화를 통해 주파수영역해법을 적용할 수 있다. 이 추계론적 선형화방법은 많은 문제

들에 성공적으로 적용이 되어 왔는데, ⁽¹¹⁻¹⁴⁾ 본 연구에서는 풍속의 평균성분에 의한 평균거동의 영향을 적절히 해석할 수 있도록 식(13)과 (14)의 비선형항을 아래와 같이 선형항들과 상수항의 조합으로 근사시켰다.

$$\sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{11}^{nm} q_{1m} q_{1p} \approx \sum_{j=1}^N A_1^{n,j} q_{1j} + B_1^n \quad (16)$$

$$\sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{22}^{nm} q_{2m} q_{2p} \approx \sum_{j=1}^N A_2^{n,j} q_{2j} + B_2^n \quad (17)$$

$$\sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{12}^{nm} q_{1m} q_{2p} \approx \sum_{j=1}^N A_{31}^{n,j} q_{1j} + \sum_{j=1}^N A_{32}^{n,j} q_{2j} + B_3^n \quad (18)$$

윗 식에서, 선형화 계수들($A_1^{n,j}, A_2^{n,j}, A_{31}^{n,j}, A_{32}^{n,j}, B_1^n, B_2^n, B_3^n$)은 추계론적 선형화기법⁽¹¹⁻¹³⁾을 사용하면 일반좌표 $q_{1n}(t), q_{2n}(t)$ 에 대한 1차, 2차 및 3차 모우멘트의 항들로 나타내어 진다(부록 참조). 또한 풍하중과 이에 의한 거동을 Gaussian 과정으로 가정하면 3차 모우멘트는 평균값 및 2차의 모우멘트로 표현될 수 있으므로, 위의 계수들은 다음 절에서 설명할 주파수 영역해법에 의하여 반복대입과정을 거쳐 쉽게 구할 수 있다.

6. 랜덤풍하중에 대한 응답

앞 절의 결과로부터 선형화된 운동방정식은 다음과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

$$\{\dot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K_{eqv}]\{q(t)\} + \{B\} = \{p(t)\} \quad (19)$$

여기서, $[K_{eqv}]$ 는 구조적 강성, 자력진동의 효과와 식(16)~(18)에서 구한 선형화 강성계수의 합이고, $\{B\}$ 는 선형화과정에서 생긴 상수항이며 $\{p\}$ 는 풍하중의 Buffeting 효과에 관계된 양력과 모우멘트이다.

식(19)의 해는 아래와 같이 정적 성분과 동적 성분으로 나누어 구할 수 있다.

$$\{q(t)\} = \{q_s\} + \{q_d(t)\} \quad (20)$$

$$[K_{eqv}]\{q_s\} = \{p_s\} - \{B\} \quad (21)$$

$$\{\dot{q}_d(t)\} + [C]\{\dot{q}_d(t)\} + [K_{eqv}]\{q_d(t)\} = \{p_d(t)\} \quad (22)$$

여기서, $\{p_s\}$ 와 $\{p_d(t)\}$ 는 $\{p\}$ 의 정적 성분 및 평균이 영인 동적 성분이다.

식(22)로부터 동적 거동에 대한 Cross Spec-

tral Density 행렬은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$[S_{q_d q_d}(\omega)] = [H(\omega)]^* \cdot [S_{p_d p_d}(\omega)] [H(\omega)]^T \quad (23)$$

여기서,

$$[H(\omega)] = [[K_{eqv}] - [\omega^2] + j[C]\omega]^{-1} \quad (24)$$

이고, 상첨자 *는 공액복소수를 나타내며 모든 행렬의 크기는 $2N \times 2N$ 이다.

식(23)에서 $[S_{p_d p_d}(\omega)]$ 는 일반하중에 대한 Cross Spectral Density 행렬로서 본 연구에서는 형의 두 지점에서의 풍속분포의 상관관계를 고려하여 산정하였으며^(2,15), 이때 아래와 같은 풍속 스펙트럼을 사용하였다⁽⁶⁾.

$$\frac{n \cdot S_{u_n}(n)}{u_*^2} = \frac{200f}{(1+50f)^{5/3}} \quad (25)$$

$$\frac{n \cdot S_{v_n}(n)}{u_*^2} = \frac{3.36}{(1+10f)^{5/3}} \quad (26)$$

여기서, $n = \omega/2\pi$; $f = \omega z / (2\pi U)$; $u_* = U / (2.5 \ln(z/z_0))$; $z =$ 교량의 높이; $z_0 =$ 지표면의 조도 길이이다.

식(23)으로부터 $[S_{q_d q_d}(\omega)]$ 를 구한 후, 식(11)과 (12)의 관계를 사용하여 형의 거동 $\eta(x, t)$ 와 $\theta(x, t)$ 에 대한 스펙트럼을 구할 수 있으며 이로부터 거동의 표준편차를 구할 수 있다.

7. 선형화 방법의 검증

본 연구에서 제안한 추계론적 선형화방법 및 알고리즘을 검증하기 위해, 4 자유도를 갖는 식(27)과 같은 이상화된 경우에 대해 이 방법을 적용하여 해석을 수행한 후, 그 결과를 랜덤하중의 시계열을 시뮬레이션하여 응답을 수치적분으로 구한 결과와 비교하였다.

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n + \sum_{m=1}^4 \sum_{p=1}^4 a_{nm}^{mp} q_m q_p = p_n(t) \quad (27a)$$

$$p_n(t) = C_n U^2 \left[1 + 2 \frac{u_n(t)}{U} \right], \quad n=1, 2, 3, 4 \quad (27b)$$

식(27)에서 q_1 과 q_2 는 금문교의 처음 두 개의 수직 대칭모우드에 대한 모우드 좌표이며, q_3 과 q_4 는 처음 두 개의 비틀림 대칭모우드에 대한 것이다. 식(27)의 선형계수들은 표 1과 같으며, 식(27b)의 $u_n(t)$ ($n=1, 2, 3, 4$)는 수평 풍속변동성

표 1. 식(27)의 선형계수

n	ζ_n	ω_n	C_n	U
1	0.05	0.771	9.251×10^{-5}	90~130 (mph)
2	0.05	0.974	5.108×10^{-5}	
3	0.05	1.326	4.212×10^{-6}	
4	0.05	1.834	4.734×10^{-6}	

분으로서 식(25)의 형태를 가진 랜덤함이다.

일차적으로 랜덤 시뮬레이션 과정의 불확실성을 검토하기 위하여, 동일한 하중 스펙트럼으로부터 10 개의 다른 랜덤 시계열을 얻은 후 이들에

의한 응답의 평균값과 표준편차를 비교하였다. 그 결과들의 분산계수(Coefficient of Variation)는 3% 이내의 값들을 보여 주고 있어, 이 랜덤 시뮬레이션방법에 의한 응답해석 결과가 신뢰성이 있음을 확인할 수 있었다. 표 2에는 평균풍속(U)의 여러가지 값에 대한, 주파수영역해석과 시간영역해석에 의해 얻어진 결과들을 보였다. 두 가지 해석방법에서 최대 응답은, Davenport의 방법⁽¹⁶⁾을 사용하여 1시간의 지속기간에 대해 예측하였는데, 이 표로 두 결과들은 매

표 2. 시간 및 주파수영역해석결과의 비교

Modal Responses	U (mph)	q		σ_q		σ_i		$E[q_{max}]$		
		T. D.*	F. D.*	T. D.	F. D.	T. D.	F. D.	T. D.**	T. D.***	F. D.***
q_1	90	1.402	1.404	0.562	0.562	0.367	0.365	3.334	3.430	3.432
	110	2.358	2.364	1.055	0.982	0.665	0.654	5.869	5.957	5.914
	130	3.720	3.732	1.667	1.641	1.125	1.110	9.832	9.752	9.674
q_2	90	0.488	0.488	0.177	0.186	0.142	0.150	1.066	1.138	1.169
	110	0.822	0.823	0.307	0.322	0.252	0.267	1.847	1.949	2.006
	130	1.297	1.297	0.503	0.530	0.421	0.451	2.966	3.148	3.248
q_3	90	0.0194	0.0194	0.0071	0.0075	0.0073	0.0078	0.0446	0.0461	0.0476
	110	0.0307	0.0307	0.0117	0.0124	0.0123	0.0131	0.0721	0.0745	0.0769
	130	0.0449	0.0450	0.0176	0.0185	0.0185	0.0198	0.1071	0.1108	0.1144
q_4	90	0.0114	0.0114	0.0038	0.0042	0.0051	0.0058	0.0247	0.0262	0.0274
	110	0.0179	0.0179	0.0063	0.0068	0.0086	0.0097	0.0396	0.0421	0.0441
	130	0.0262	0.0261	0.0090	0.0103	0.0132	0.0148	0.0587	0.0628	0.0654

* T.D. : 시간영역해석 ; F.D. : 주파수영역해석

** 10 개의 다른 시간이력해석으로부터 얻은 응답의 최대값의 평균.

*** T.D.와 F.D.에서 모두 Davenport의 방법을 사용하여 예측.

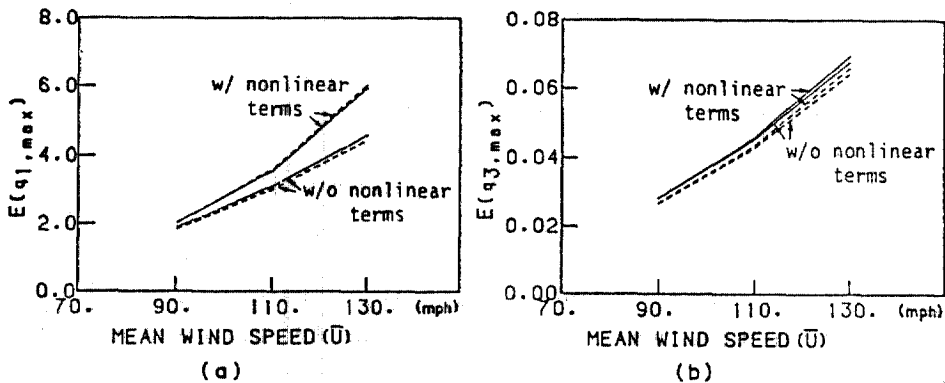


그림 2. 평균풍속의 변화에 대한 모우드 응답 : (a) $E(q_{1,max})$; (b) $E(q_{3,max})$. (—주파수영역해석 ; - -시간영역해석)

우 잘 일치함을 알 수 있다. 그림 2는 비선형 항을 선형화하여 고려한 경우와 고려하지 않은 두 경우에 대한 응답을 위의 두 방법으로 구한 결과들이며, 역시 두 방법의 결과가 잘 일치함을 보이고 있다. 그러므로, 선형화를 통한 주파수영역해법은 타당한 결과를 줄 수 있다.

8. 해석 결과 및 분석

수치해석 예제로는 미국의 금문교와 한국의 남해대교를 선택하였다. 전자는 트러스 형식의 형으로 되어 있으며, 후자는 상자형의 형으로 되어 있어서 전자에 비하여 비틀림 강성이 매우 큰 구조물이다. 이 두 교량의 구조적 계수들은 표 3에 정리하였다. 자려진동에 관한 공기역학적 계수 H_1^* , A_2^* , A_3^* 는 참고 문헌 9로부터 선택하였으며, 공기역학적 하중계수의 기준값은 다음과 같이 선택하였다. ^(2,17,18)

금문교: $C_D=0.3$; $C_L=0.3$; $C_L'=1.64$;

$C_M=-0.4$; $C_M'=3.67$

남해대교: $C_D=0.1$; $C_L=-0.4$; $C_L'=2.8$;

$C_M=0.0$; $C_M'=1.43$

동적 해석 결과로는, 가운데 경간의 중앙점과 $\frac{1}{4}$ 되는 지점의 응답을 계산하였으며, 이때 최대 동적 응답은 표준편차의 3 배를 취하여 근사적

표 3. 두 현수교의 제원

제 원	금 문 교	남해대교
ω_i (ton/m) $i=1, 3$	34.385	4.995
$i=2$	33.790	4.995
E_i (ton/m ²)	2.04×10^6	2.10×10^6
I_i (m ⁴) $i=1, 3$	3.3609	0.1316
$i=2$	5.1854	0.1316
H_w (ton)	48557.0	3063.0
b (m)	27.45	11.0
I_m (ton·m ²) $i=1, 3$	394.9	6.655
$i=2$	390.4	6.655
Γ_i (m ⁶) $i=1, 3$	488.5	0.2227
$i=2$	757.5	0.2227
G_i (ton/m ²)	8.20×10^6	8.10×10^6
J_i (m ⁴)	1.5493	0.4399
A_i (m ²)	1.0734	0.0836
E_i (ton/m ²)	2.04×10^7	2.00×10^7
l_i (m) $i=1, 3$	343.0	128.0
$i=2$	1281.0	404.0
L_i (m)	2298.0	720.5
z (m)*	65.6	27.7

* z: 형의 높이

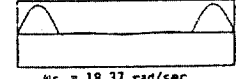
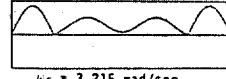
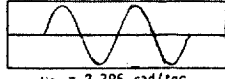
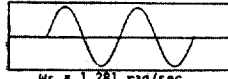
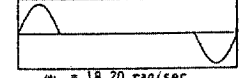
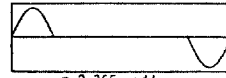
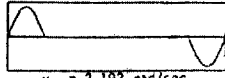
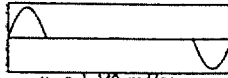
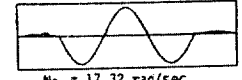
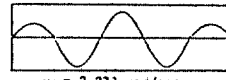
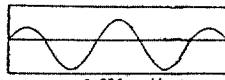
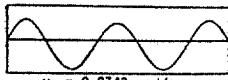
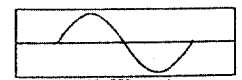
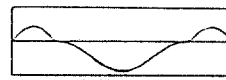
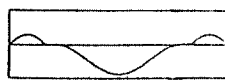
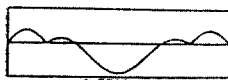
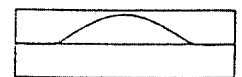
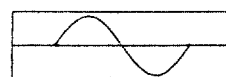
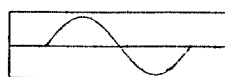
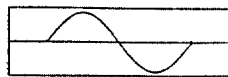
으로 예측하였다. 그리고, 계산과정에서는 이 지점들에 영향을 주는 모우드만 선택하여 포함시켰으며, 그림 3에 금문교와 남해대교의 수직

수직 모우드

비틀림 모우드

수직 모우드

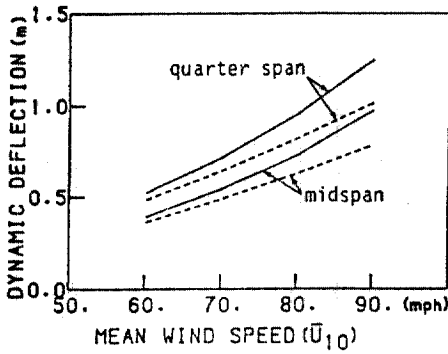
비틀림 모우드



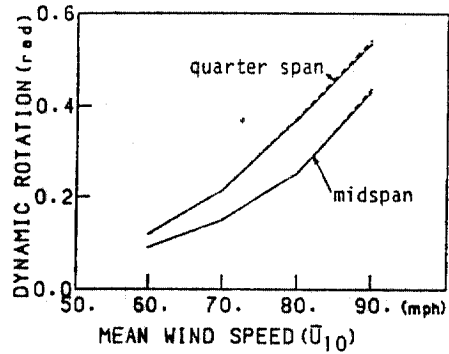
(a) 금 문 교

(b) 남 해 대 교

그림 3. 금문교와 남해대교의 모우드 Shape 및 고유진동수



(a)



(b)

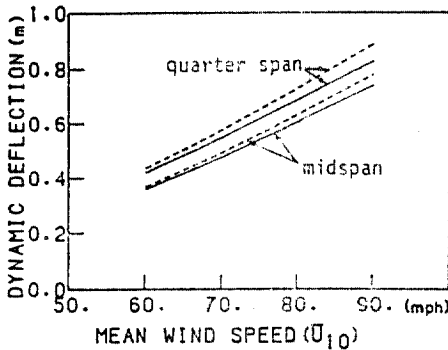
그림 4. 평균풍속의 변화에 대한 금문교의 동적 응답($3\sigma_v, 3\sigma_\theta$): (a) 수직 거동; (b) 비틀림 거동. (—비선형항 포함; ---선형항만 포함)

및 비틀림에 대한 자유진동모우드중 초기의 몇 개를 예로 보였다.

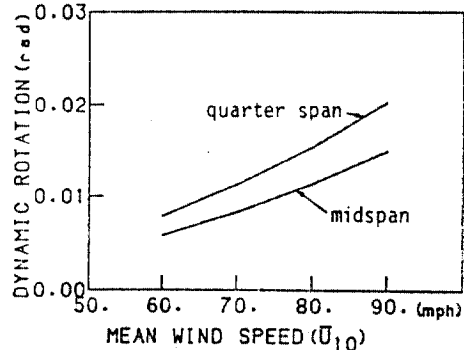
그림 4 에는 한시간 평균풍속(U_{10})의 여러 값에 대한 금문교의 최대 동적 응답을 비선형항의 영향을 포함시킨 경우와 포함시키지 않은 두 경우에 대해 비교하였다. 이 그림으로부터, 비선형항이 포함되면, 비틀림 응답은 거의 차이가 없으나 수직 응답은 큰 차이를 나타내고 있으며 이 비선형효과는 풍속이 증가할때 현저해지고 있음을 알 수 있다. 그림 5는 남해대교의 동적 응답을 비교한 것이다. 이 그림에서는 비선형효과가 수직 거동을 감소시킴을 알 수 있는데, 이는 양력계수 C_L 이 이 경우에 음수이어서 양력에

의해 평균 케이블 장력이 증가하는 효과가 해석에 포함됨으로써 전반적인 구조적 강성이 증가하는데 기인한다고 분석된다.

그림 6~9는 여러 값의 공기역학적 하중계수들에 대한 금문교의 평균 및 동적 응답을 나타낸 것이다. 그림 6과 7은 각각 C_L 과 C_L' 의 변화에 대한 것으로서 비선형항을 포함시켰을때 비틀림 거동은 그다지 영향을 받지 않는 반면, 수직 거동은 상당히 증가하고 있음을 알 수 있다. 그리고, 그림 8과 9는 각각 C_M 과 C_M' 의 변화에 대한 것으로서, 이 비틀림 모우멘트계수들이 증가함에도 불구하고 비선형항의 효과는 비틀림 거동보다 수직 거동을 더 크게 변화시킴

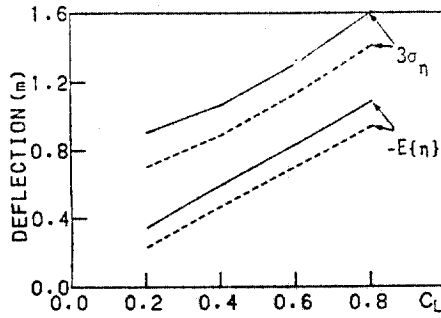


(a)

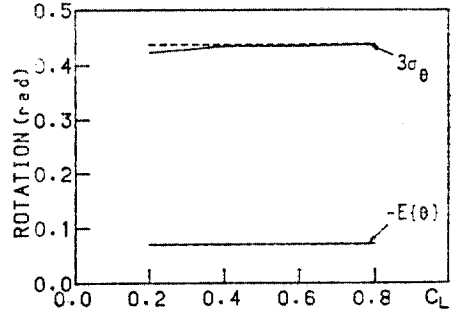


(b)

그림 5. 평균풍속의 변화에 대한 남해대교의 동적 응답($3\sigma_v, 3\sigma_\theta$): (a) 수직 거동; (b) 비틀림 거동. (—비선형항 포함; ---선형항만 포함)

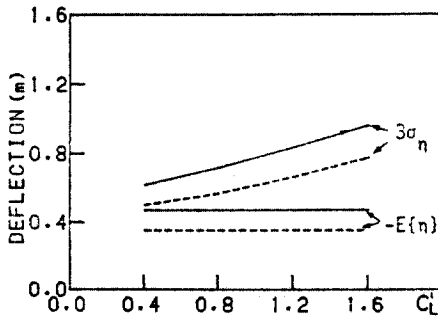


(a)

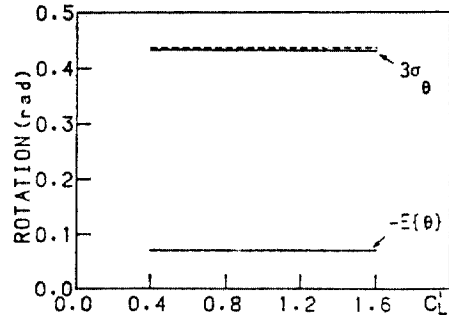


(b)

그림 6. C_L 의 변화에 대한 금문교의 평균 및 동적 응답($U_{10}=90\text{mph}$) : (a) 수직 거동 ; (b) 비틀림 거동.
(—비선형항 포함 ; ---선형항만 포함)

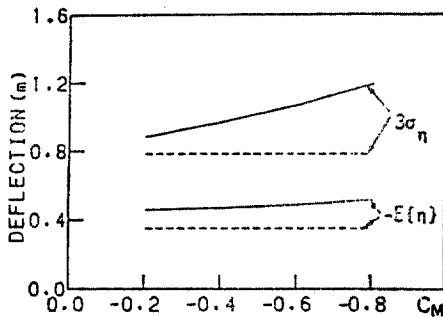


(a)

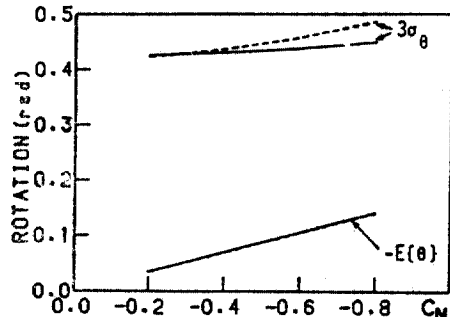


(b)

그림 7. C_L' 의 변화에 대한 금문교의 평균 및 동적 응답($U_{10}=90\text{mph}$) : (a) 수직 거동 ; (b) 비틀림 거동.
(—비선형항 포함 ; ---선형항만 포함)



(a)



(b)

그림 8. C_M 의 변화에 대한 금문교의 평균 및 동적 응답($U_{10}=90\text{mph}$) : (a) 수직 거동 ; (b) 비틀림 거동.
(—비선형항 포함 ; ---선형항만 포함)

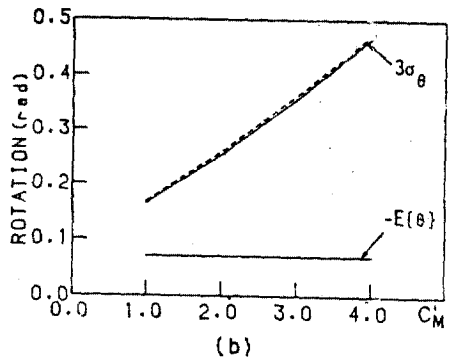
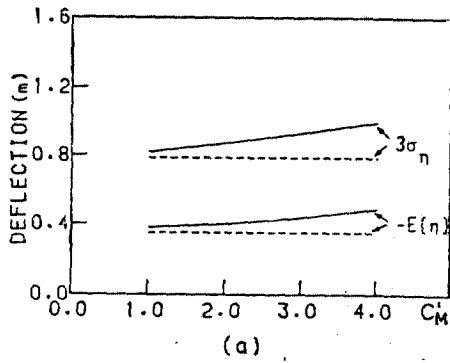


그림 9. C_M '의 변화에 대한 금문교의 평균 및 동적 응답($U_{10}=90\text{mph}$): (a) 수직 거동; (b) 비틀림 거동. (—비선형항 포함; ---선형항만 포함)

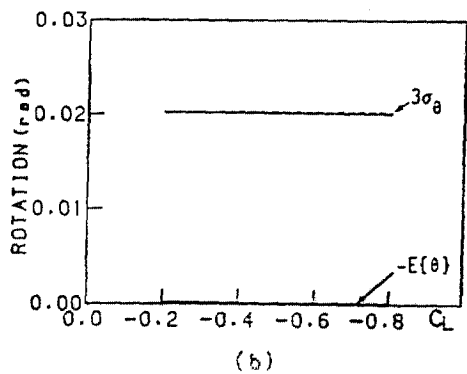
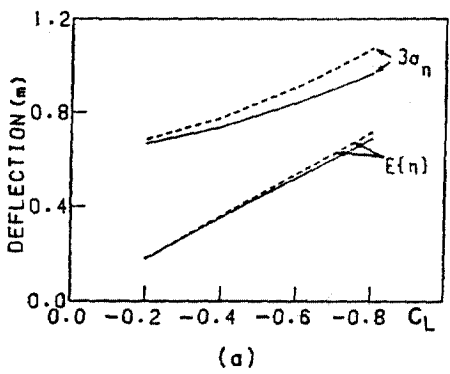


그림 10. C_L 의 변화에 대한 남해대교의 평균 및 동적 응답($U_{10}=90\text{mph}$): (a) 수직 거동; (b) 비틀림 거동. (—비선형항 포함; ---선형항만 포함)

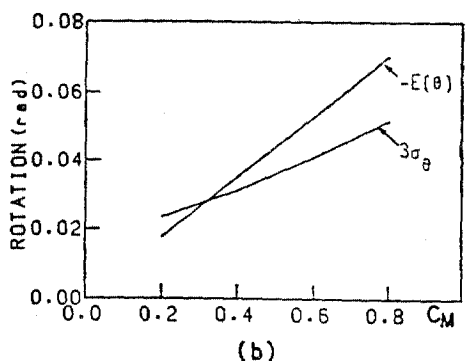
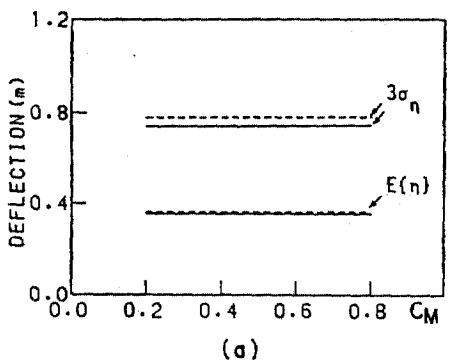


그림 11. C_M 의 변화에 대한 남해대교의 평균 및 동적응답($U_{10}=90\text{mph}$): (a) 수직 거동; (b) 비틀림 거동. (—비선형항 포함; ---선형항만 포함)

을 알 수 있다. 예로서, 한시간 평균풍속 90 mph, $C_M = -0.8$ 일 때 이 비선형성은, 비틀림 거동은 10% 정도 변화시키는 반면 수직 거동은 50%까지 증가시키고 있다. 위의 결과들로부터, 비선형성에 의해 발생한 두 거동간의 종속항들(coupling term)은 수직 거동에 더 큰 영향을 줌을 알 수 있다. 이 현상은, 비틀림 거동은 형의 순수한 수직 거동으로부터는 발생되지 않는 반면 수직 거동은 순수한 비틀림 거동에 의해서도 유발될 수 있다는 것으로써 설명할 수 있다.

그림 10 과 11에는 C_L 과 C_M 의 여러 값에 대한 남해대교의 평균 및 동적 응답을 보였다. 이 그림으로부터 남해대교와 같이 비틀림 강성이 매우 큰 경우에는, 수직과 비틀림 거동간의 종속관계가 매우 작게 나타나며 비선형효과도 금문교와 같이 비틀림 강성이 작을때보다 비교적 작은 것을 알 수 있다.

9. 결 론

본 연구에서는 랜덤풍하중을 받는 현수교의 기하학적 비선형 거동해석을 위하여 추계론적 선형화를 통한 주파수영역해법에 대해 연구하였으며, 수치해석을 통하여 아래와 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 해석방법의 검증을 위해 4 자유도의 단순화한 구조체에 대하여 해석한 결과, 상기 해법의 결과가 풍하중의 랜덤시계열을 시뮬레이션한 후 직접적분법으로 거동을 해석한 결과와 잘 일치함을 보여, 현수교의 기하학적 비선형 거동을 해석하는데 있어서 본 연구의 해석방법이 매우 효과적이다.

(2) 남해대교와 금문교에 대한 예제해석 결과, 비선형항을 포함시켜 해석할 경우에는 C_L 이 양수이면 수직 거동이 증가하며 C_L 이 음수이면 감소함을 알 수 있었다.

(3) 비선형효과는 비틀림 거동보다 수직 거동에 더 큰 영향을 주며, 비틀림 강성이 작은 경우에 현저하게 나타난다.

(4) 평균풍속이 증가함에 따라 비선형효과는 더욱 증가하며, 한시간 평균풍속이 90mph 이고 $C_M = -0.8$ 일때 수직 거동이 50% 까지도 증가

함을 알 수 있었다.

감사의 말

본 논문의 해석예제에 대한 자료를 제공하여 주신 연세대학교의 변근주 교수님과 아주대학교의 손승요 교수님께 감사의 뜻을 포함합니다.

부 록

본문의 식(16)~(18)의 선형화 계수들은, 선형화에 따른 오차들의 계수를 추계론적으로 최소가 되도록하면 다음과 같이 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$[A_s]_i = [Q_i]^{-1} [G_s]_i, \quad i=1, 2, 3$$

여기서,

$$[A_s]_i = \begin{bmatrix} A_{i1}^{N1} & A_{i2}^{N1} & \dots & A_{iN}^{N1} \\ A_{i1}^{N2} & A_{i2}^{N2} & \dots & A_{iN}^{N2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i1}^{NN} & A_{i2}^{NN} & \dots & A_{iN}^{NN} \\ \hline B_i^1 & B_i^2 & \dots & B_i^N \end{bmatrix} \quad i=1, 2$$

$$[B_s]_3 = \begin{bmatrix} A_{31}^{11} & A_{32}^{11} & \dots & A_{3N}^{11} & A_{31}^{12} & A_{32}^{12} & \dots & A_{3N}^{12} & B_3^1 \\ A_{31}^{21} & A_{32}^{21} & \dots & A_{3N}^{21} & A_{31}^{22} & A_{32}^{22} & \dots & A_{3N}^{22} & B_3^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{31}^{N1} & A_{32}^{N1} & \dots & A_{3N}^{N1} & A_{31}^{N2} & A_{32}^{N2} & \dots & A_{3N}^{N2} & B_3^N \end{bmatrix}^T$$

$$[Q]_i = \begin{bmatrix} \langle q_{i1}q_{i1} \rangle & \langle q_{i1}q_{i2} \rangle & \dots & \langle q_{i1}q_{iN} \rangle & \langle q_{i1} \rangle \\ & \langle q_{i2}q_{i2} \rangle & \dots & \langle q_{i2}q_{iN} \rangle & \langle q_{i2} \rangle \\ \text{Symmetric} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \langle q_{iN}q_{iN} \rangle & \langle q_{iN} \rangle \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad i=1, 2$$

$$[Q]_3 = \begin{bmatrix} \langle q_{11}q_{11} \rangle & \langle q_{11}q_{12} \rangle & \dots & \langle q_{11}q_{1N} \rangle & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & \langle q_{12}q_{12} \rangle & \dots & \langle q_{12}q_{1N} \rangle & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \langle q_{1N}q_{1N} \rangle & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Symmetric} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \langle q_{11}q_{21} \rangle & \langle q_{11}q_{22} \rangle & \dots & \langle q_{11}q_{2N} \rangle & \langle q_{11} \rangle \\ \langle q_{12}q_{21} \rangle & \langle q_{12}q_{22} \rangle & \dots & \langle q_{12}q_{2N} \rangle & \langle q_{12} \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle q_{1N}q_{21} \rangle & \langle q_{1N}q_{22} \rangle & \dots & \langle q_{1N}q_{2N} \rangle & \langle q_{1N} \rangle \\ \langle q_{21}q_{21} \rangle & \langle q_{21}q_{22} \rangle & \dots & \langle q_{21}q_{2N} \rangle & \langle q_{21} \rangle \\ & \langle q_{22}q_{22} \rangle & \dots & \langle q_{22}q_{2N} \rangle & \langle q_{22} \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \langle q_{2N}q_{2N} \rangle & \langle q_{2N} \rangle \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$[G_a]_i = \begin{bmatrix} \alpha_i^{11} & \alpha_i^{21} & \dots & \alpha_i^{N1} \\ \alpha_i^{12} & \alpha_i^{22} & \dots & \alpha_i^{N2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_i^{1N} & \alpha_i^{2N} & \dots & \alpha_i^{NN} \\ \gamma_i^1 & \gamma_i^2 & \dots & \gamma_i^N \end{bmatrix} \quad i=1, 2$$

$$[G_a]_3 = \begin{bmatrix} \alpha_{31}^{11} & \alpha_{31}^{12} & \dots & \alpha_{31}^{1N} & \alpha_{32}^{11} & \alpha_{32}^{12} & \dots & \alpha_{32}^{1N} & \gamma_3^1 \\ \alpha_{31}^{21} & \alpha_{31}^{22} & \dots & \alpha_{31}^{2N} & \alpha_{32}^{21} & \alpha_{32}^{22} & \dots & \alpha_{32}^{2N} & \gamma_3^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{31}^{N1} & \alpha_{31}^{N2} & \dots & \alpha_{31}^{NN} & \alpha_{32}^{N1} & \alpha_{32}^{N2} & \dots & \alpha_{32}^{NN} & \gamma_3^N \end{bmatrix} T$$

$$\alpha_1^{1k} = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{11}^{m,p} \langle q_{1m} q_{1p} q_{1k} \rangle$$

$$\alpha_2^{1k} = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{22}^{m,p} \langle q_{2m} q_{2p} q_{2k} \rangle$$

$$\alpha_{31}^{1k} = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{12}^{m,p} \langle q_{1m} q_{2p} q_{1k} \rangle$$

$$\alpha_{32}^{1k} = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{12}^{m,p} \langle q_{1m} q_{2p} q_{2k} \rangle$$

$$\gamma_1^1 = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{11}^{m,p} \langle q_{1m} q_{1p} \rangle$$

$$\gamma_2^1 = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{22}^{m,p} \langle q_{2m} q_{2p} \rangle$$

$$\gamma_3^1 = \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N a_{12}^{m,p} \langle q_{1m} q_{2p} \rangle$$

이고, $\langle \cdot \rangle$ 은 시간에 대한 평균을 나타낸다.

참 고 문 헌

1. Beliveau, J.-G., Vaicaitis, R., and Shinozuka, M., "Motion of Suspension Bridge Subject to Wind Loads," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 103, No. ST6, Proc. Paper 12982, June, 1977, pp. 1189~1205.
2. Scanlan, R.H., and Gade, R.H., "Motion of Suspended Bridge Spans under Gusty Wind," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 103, No. ST9, Proc. Paper 13222, Sept., 1977, pp. 1867~1883.
3. Scanlan, R.H., *State-of-the-Art Methods for Calculating Flutter, Vortex-Induced, and Buffeting Response of Bridge Structures*, Final Report, Report No. FHWA/RD-80/050, Federal Highway Administration, Washington, D.C., April, 1981.
4. Abdel-Ghaffar, A.M., "Suspension Bridge Vibration: Continuum formulation," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 108, No. EM6, Proc. Paper 17531, Dec., 1982, pp. 1215~1232.
5. Abdel-Ghaffar, A.M., and Rubin, L.I., "Nonlinear Free Vibrations of Suspension Bridges: Theory," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 109, No. 1, Proc. Paper 17687, Feb., 1983, pp. 313~329.

6. Abdel-Ghaffar, A.M., and Rubin, L.I., "Nonlinear Free Vibrations of Suspension Bridges: Application," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 109, No. 1, Proc. Paper 17688, Feb., 1983, pp. 330~345.
7. Arzoumanidis, S.G., and Bieniek, M.P., "Finite Element Analysis of Suspension Bridges," *Computers and Structures*, Vol. 21, No. 6, 1985, pp. 1237~1253.
8. Simiu, E., and Scanlan, R.H., *Wind Effects on Structures*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1986.
9. Scanlan, R.H., and Tomko, J.J., "Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 97, No. EM6, Proc. Paper 8609, Dec., 1971, pp. 1717~1737.
10. Shinozuka, M. et al, "Identification of Aerodynamic Characteristics of a Suspension Bridge Based on Field Data," *International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium on Stochastic Problems in Dynamics*, Southampton, United Kingdom, July, 1976, pp. 1~8.
11. Crandall, S.H., *Random Vibration*, Vol. 2, MIT Press, Cambridge, Mass., 1963.
12. Malhotra, A.K., and Penzien, J., "Nondeterministic Analysis of Offshore Structures," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 96, No. EM6, Proc. Paper 7777, Dec., 1970, pp. 985~1003.
13. Krolikowski, L.P., and Gay, T. A., "An Improved Linearization Technique for Frequency Domain Riser Analysis," *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1980, OTC-3777, pp. 341~353.
14. Hampl, N.C., "Stochastic Analysis of Nonlinear Structural Systems under Dynamic Loadings," *Proceedings of the 4th International Conference on Structural Safety and Reliability*, Vol. 1, Kobe, Japan, May, 1985, pp. 615~619.
15. Davenport, A.G., "The Response of Slender, Line-Like Structures to a Gusty Wind," *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Paper 6610, London, United Kingdom, 1962, pp. 389~407.
16. Davenport, A.G., "The Application of Statistical Concepts to the Wind Loadings of Structures," *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Paper 6480, London, United Kingdom, Aug., 1961, pp. 449~472.
17. Troitsky, M.S., *Cable-stayed Bridges: Theory and Design*, William Clowes & Sons, Ltd., London, 1977.
18. 영남국토건설국, 남해대교 설계보고서, 1968. 11. (接受: 1988. 4. 12)