

推計學的 解析法에 의한 線形比例減衰 시스템의 層應答스펙트럼

Stochastic Analysis in the Generation of Floor Response Spectra for Liner Systems with Proportional Damping

朴 英 錫*
Park, Young Suk
徐 廷 文**
Seo, Jeong Moon

Abstract

A stochastic analysis procedure of generating floor response spectra for proportionally damped linear systems subject to earthquake loading is presented. Theories of random vibration and mode acceleration method are used in the formulation of governing equations. The structure-oscillator interaction is not considered. It is assumed that the input motions and oscillator responses are stationary Gaussian processes with mean zero. The nonstationary characteristics of earthquake motion are incorporated in the peak factor which is based on Vanmarcke's theory. Floor response spectra for both resonance and non-resonance cases are calculated under the assumption that the peak factors for structure and oscillator are equal to that for ground response spectrum.

The validity of this method is demonstrated by comparing the results obtained by proposed method with those by time history analyses. The results obtained by this method are conservative and accurate with tolerable precision. This method saves much computing time compared with time history analysis method.

要 旨

본 研究에서는 地震하중을 받는 線形比例減衰 시스템의 層應答 스펙트럼을 random vibration 理論을 적용하여 計算하는 방법을 提示하였다. 解析방법으로는 모드加速度法을 사용하였으며 構造物-機器의 相互作用은 고려하지 않았다. 入力地震運動과 機器의 應答를 平均값이 零인 定常 Gauss 過程으로 가정하였다. 入力地震의 靑이특성을 Vanmarcke 方法에 따라 尖頭係數 계산시 고려하였다. 層應答 스펙트럼을 共振과 非共振으로 區分하여 계산하였으며 應答계산시 構造物과 振動體의 尖頭係數는 地盤應答 스펙트럼의 尖頭係數와 同一하다고 가정하였다. 適用例에서는 時間履歷解析의 결과와 比較함으로써 본 研究의 妥當성을 立證하였다.

本 論文의 解析方法을 使用하면 比較的 正確한 安全側의 結果를 얻을 수 있으며 時間履歷解析法에 비해 計算時間을 相當히 절약할 수 있다.

* 正會員 · 明知大學校 工科大學 副教授, 土木工學科

** 正會員 · 韓國에너지研究所 研究員

1. 序 論

原子力發電所와 같이 事故時의 영향이 매우 심각한 構造物에서 地震은 가장 중요한 設計荷重의 하나이다. 특히 發電所의 安全과 직접적인 관련이 있는 機器, 配管 등의 耐震設計는 필수적이다. 일반적으로 構造物의 各層에서 計算된 層應答 스펙트럼이 이를 위한 入力荷重으로 사용된다.

層應答 스펙트럼의 計算時 現在까지 가장 보편적으로 使用되어 온 方法은 먼저 設計地盤應答 스펙트럼에 符合하는 別途의 人工地震波를 결정론적(deterministic)으로 만든 다음^(1,2,3) 이를 荷重으로 入力시켜서 구한 構造物 各層에서의 時間履歷應答으로부터 層應答 스펙트럼을 作成하는 것이었다. 그러나, 이 方法은 地震의 random 特性을 고려하기 곤란하며, 주어진 設計地盤應答 스펙트럼을 各各 滿足하는 서로 다른 人工地震波에 대한 構造物의 應答은 상이한 경우가 있다. 이러한 制限 때문에 最近에는 앙상블(ensemble)의 時間履歷解析 結果를 統計的으로 處理하거나 또는 時間履歷解析이 不必要한 推計學的解析(stochastic analysis)을 통하여 計算된 構造物의 應答이 均一한 信賴度를 갖도록 하는 方法이 새로이 推薦되었다^(4,5).

推計學的 解析法은 통상 加速度時間履歷으로 定義되는 入力地震運動에 대해 스펙트럼解析을 遂行하여 PSD 函數(power spectral density function)를 구한 다음 이를 시스템에 入力시켜 構造物의 應答을 振動數領域에서 計算하는 方法이다^(4,5). 一般的으로 地震運動을 平均값이 零인 定常 Gauss 過程(stationary Gaussian process)으로 가정하며, 이것은 Fourier 變換關係를 維持하는 自己相關函數(autocorrelation function)와 PSD 函數로써 特性化될 수 있다.

Tajimi⁽⁶⁾는 최초로 推計學的 解析法을 도입하여 構造物의 應答을 計算하였다. 그는 入力地震과 構造物의 應答을 定常 Gauss 過程으로 가정하였으며, 이들 PSD 函數의 平均값의 比로부터 增幅係數를 구하여 構造物의 最大應答을 計算하였다. Biggs⁽⁷⁾는 地盤應答 스펙트럼과 構造物의 應答特性으로부터 經驗的으로 增幅係數

를 구한 다음 이를 利用하여 層應答 스펙트럼을 計算하였다. Singh^(8,9,10)은 構造物과 振動體의 傳達特性을 고려하여 解析的으로 層應答 스펙트럼을 구하는 方法을 提示하였다. 그는 入力地震을 平均값이 零인 定常 Gauss 過程으로 特性化한 다음 random vibration 理論을 適用하여 構造物層에서의 PSD 函數를 計算하였다. 이 方法에서 層應答 스펙트럼은 應答의 標準偏差에 常數를 곱하여 계산되며, 應答의 標準偏差는 構造物層에서 구한 PSD 函數로부터 計算된다. 그는 共振 및 地震의 遷移特性이 고려되도록 하였다. Der Kiureghian⁽¹¹⁾은 入力地震을 廣帶域 定常 Gauss 過程으로, 應答을 定常過程으로 가정하였다. 그는 first passage problem에 관한 Vanmarcke^(12,13) 및 Davenport⁽¹⁴⁾의 公式을 使用하여 增幅係數를 구하였으며, 그 結果 및 모드相關係數(modal correlation coefficient)를 利用하여 應答의 平均값과 標準偏差를 計算하였다. 그는 隣接모드(closely spaced modes)가 應答에 重要的인 영향을 미치기 때문에 모드간의 相關關係가 고려되어야 함을 보였다. Sharma^(15,16) 등은 推計學的 解析法을 比例減衰 시스템에 확장 適用하였으며 모드加速度法⁽¹⁷⁾을 使用하였다. 이 외에도 Scalan⁽¹⁸⁾, Peters⁽¹⁹⁾ 등이 推計學的 解析法에 관한 研究를 수행하였다.

본 研究⁽²⁰⁾에서는 推計學的 解析法에 관한 이제까지의 研究結果를 종합하여 地震荷重을 받는 線形比例減衰 시스템의 層應答 스펙트럼을 計算하였다. 解析에는 random vibration 理論을 적용하였으며, 入力地震과 應答을 平均값이 零인 定常 Gauss 過程으로 가정하였다. 入力地震의 遷移特性은 Vanmarcke^(12,13)의 方法에 따라 尖頭係數(peak factor) 計算時 고려하였다. Craig⁽¹⁷⁾가 제안한 모드加速度法을 사용하였으며, 構造物—機器의 相互作用은 고려하지 않았다.

2. 解析方法

2.1 運動方程式

n 개의 自由度를 갖는 構造物에 地震荷重이 作用할 경우 運動方程式은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -[M]\{r\}\{E\} \quad \dots(2.1)$$

여기서 $[M], [C], [K]$ 는 각각 構造物의 質量행렬, 減衰행렬, 剛度행렬을 나타내며, $\{x\}, \{\dot{x}\}, \{\ddot{x}\}$ 는 構造物의 상대變位, 상대速度, 상대加速度를 각각 나타낸다. $\{r\}$ 의 각열은 入力運動의 方向成分에 대한 영향계수이며, $\{E\}$ 는 地盤運動의 加速度 벡터이다. 이 式에서 $[C]$ 가 Rayleigh 減衰로 표시되면 式(2.1)은 정규모드법(normal mode approach)에 의해 다음과 같이 n 개의 모드方程式으로 非連繫(decoupling)된다.

$$\ddot{q}_j + 2\beta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -\{E_g(t)\} \quad \dots(2.2)$$

여기서

$q_j, \dot{q}_j, \ddot{q}_j$: 모드좌표계에서 j 번째 모드의 변위, 속도, 가속도

ω_j : j 번째 고유振動數

β_j : j 번째 모드減衰比

$$(\beta_j = \{\phi_j\}^T [C] \{\phi_j\} / 2\omega_j m_j)$$

$\{\phi_j\}$: j 번째 고유벡터

m_j : j 번째 모드질량($=\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\}$)

$\{\Gamma_j\}$: 모드參與係數 벡터

$$(\Gamma_j = \{\phi_j\}^T [M] \{r\} / m_j)$$

그리고, 構造物-機器의 相互作用이 무시되는 경우 m 번째 層에 놓이는 振動體의 運動方程式은 다음과 같다.

$$\ddot{\eta} + 2\beta_0 \omega_0 \dot{\eta} + \omega_0^2 \eta = -\{\ddot{X}_m(t)\} \quad \dots(2.3)$$

여기서 $\eta, \dot{\eta}, \ddot{\eta}$ 는 각각 振動體의 상대變位, 상대速度, 상대加速度를 나타내고, $\beta_0, \omega_0, \{\ddot{X}_m(t)\}$ 는 각각 振動體의 減衰比, 振動數, m 번째 層의 절대加速度 벡터를 나타낸다. 이 式에서 $\{\ddot{X}_m(t)\}$ 는 m 번째 層의 상대加速度 $\ddot{x}_m(t)$ 와 地盤加速度 $\{E_g(t)\}$ 로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\{\ddot{X}_m(t)\} = \{r\} \{E_g(t)\} + \{\ddot{x}_m(t)\} \quad \dots(2.4)$$

또한 한 方向의 入力運動을 고려하면 위 式은 다음과 같이 地盤加速度和 相對加速度 層應答의 합으로 표시된다.

$$\ddot{X}_m(t) = E_g(t) + \sum_{j=1}^n \Gamma_j \phi_{mj} \ddot{q}_j(t) \quad \dots(2.5)$$

入力地震과 應答을 平均값이 零인 定常 Gauss 過程으로 가정할 경우 構造物 層에 놓이는 振動體의 最大應答은 應答의 標準偏差에 尖頭係數를 곱하여 구해진다⁽⁷⁾. 振動體의 分散값은 다음과 같이 정의된다.

$$E\{\ddot{\eta}\} = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{gs}(\omega)|^2 \phi_m(\omega) d\omega \quad \dots(2.6)$$

여기서 $E\{\}$ 는 기대치를, $\phi_m(\omega)$ 는 절대加速度層應答의 PSD 函數를 나타낸다. $H_{gs}(\omega)$ 는 절대加速度 應答에 관한 振動體의 전달함수로서 다음과 같이 정의된다⁽¹⁾.

$$|H_{gs}(\omega)|^2 = \frac{\omega_0^4 + 4\beta_0^2 \omega_0^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta_0^2 \omega_0^2 \omega^2} \quad (2.7)$$

따라서 層應答 스펙트럼은 다음 式으로부터 계산된다.

$$S_a^2(\omega_0, \beta_0) = PF^2(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m(\omega) (\omega_0^4 + 4\beta_0^2 \omega_0^2 \omega^2) |H_0(\omega)|^2 d\omega \quad \dots(2.8)$$

여기서

$S_a(\omega_0, \beta_0)$: 層應答 스펙트럼(加速度)

$PF(\omega_0)$: 振動數가 ω_0 인 振動體의 尖頭係數

$H_0(\omega)$: 振動體의 상대變位應答에 관한 전달함수($=1/(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta_0 \omega_0 \omega)$)

2.2 절대加速度 層應答의 PSD 函數

式(2.5)의 절대加速度 層應答에 대한 自己相關函數는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[\ddot{X}_m(t_1) \ddot{X}_m(t_2)] &= E[E_g(t_1) E_g(t_2)] \\ &+ \sum_{j=1}^n \Gamma_j \phi_{mj} E[\ddot{q}_j(t_1) E_g(t_2)] \\ &+ \sum_{k=1}^n \Gamma_k \phi_{mk} E[\ddot{q}_k(t_2) E_g(t_1)] \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \Gamma_j \Gamma_k \phi_{mj} \phi_{mk} E[\ddot{q}_j(t_1) \ddot{q}_k(t_2)] \end{aligned} \quad \dots(2.9)$$

式(2.9)의 각 項은 自己相關函數와 PSD 函數간의 Fourier 變換관계를 이용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} E[\ddot{X}_m(t_1) \ddot{X}_m(t_2)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_g(\omega) e^{i\omega\tau} \\ &\left[1 + \sum_{j=1}^n \Gamma_j \phi_{mj} \omega^2 \{H_j(\omega) + H_j^*(\omega)\} \right. \\ &+ \sum_{j=1}^n \Gamma_j^2 \phi_{mj}^2 \omega^4 |H_j(\omega)|^2 \\ &+ \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \Gamma_j \Gamma_k \phi_{mj} \phi_{mk} \\ &\times \omega^4 \{H_j(\omega) H_k^*(\omega) \\ &+ H_j^*(\omega) H_k(\omega)\} \left. \right] d\omega \quad \dots(2.10) \end{aligned}$$

여기서 $\phi_g(\omega)$ 는 地盤加速度의 PSD 函數이며, $H(\omega), H^*(\omega)$ 는 각각 構造物의 모드별 振動數 應答함수 및 그의 共軛複素數를 나타낸다. 따라서 절대加速度 層應答의 PSD 函數 $\phi_m(\omega)$ 는 다

음 식과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \phi_m(\omega) = & \phi_g(\omega) \left[1 + \sum_{j=1}^n \Gamma_j \phi_{mj} \{ 2(\omega_j^2 - \omega^2) \right. \\ & \left. + \omega^2 \Gamma_j \phi_{mj} \} \omega^2 |H_j(\omega)|^2 \right. \\ & \left. + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \Gamma_j \Gamma_k \phi_{mj} \phi_{mk} \omega^2 N(\omega) \right. \\ & \left. |H_j(\omega)|^2 |H_k(\omega)|^2 \right] \quad \dots(2.11) \end{aligned}$$

여기서 $N(\omega)$ 는 다음 식과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} N(\omega) = & \omega^2 \{ \omega^4 - \omega^2(\omega_j^2 + \omega_k^2) - 4\beta_j \beta_k \omega_j \omega_k \} \\ & + \omega_j^2 \omega_k^2 \} \quad \dots(2.12) \end{aligned}$$

2.3 層應答 스펙트럼

式(2.8)에 式(2.11)을 代入하면 層應答스펙트럼은 다음 식과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} S_a^2(\omega_0, \beta_0) = & P F^2(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 + \sum_{j=1}^n \Gamma_j \phi_{mj} \right. \\ & \left. \{ 2(\omega_j^2 - \omega^2) + \omega^2 \Gamma_j \phi_{mj} \} \omega^2 |H_j(\omega)|^2 \right. \\ & \left. + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \Gamma_j \Gamma_k \phi_{mj} \phi_{mk} \omega^2 N(\omega) \right. \\ & \left. |H_j(\omega)|^2 |H_k(\omega)|^2 \right] \times \phi_g(\omega) \\ & (\omega_0^4 + 4\beta_0^2 \omega_0^2 \omega^2) |H_0(\omega)|^2 d\omega \quad \dots(2.13) \end{aligned}$$

이 式에서 構造物의 振動數 및 減衰比가 振動體의 振動數 및 減衰比와 다른 경우 非共振(non-resonance)으로 정의되며 같은 경우에는 共振으로 정의된다.

(1) 非共振 層應答 스펙트럼

地盤加速度, 振動體의 상대速度 및 상대加速度 應答의 分散값을 각각 $I_g, I_2(\omega_0), I_3(\omega_0)$ 로 정의하면 이들 式은 地盤應答 스펙트럼과 尖頭係數로부터 다음과 같이 계산된다.⁽¹⁵⁾

$$I_g = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_g(\omega) d\omega = A_g^2 / r_g^2 \quad \dots(2.14)$$

$$\begin{aligned} I_2(\omega_0) = & \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \phi_g(\omega) |H_0(\omega)|^2 d\omega \\ = & R_v^2(\omega_0) / r_v^2 \quad \dots(2.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3(\omega_0) = & \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 \phi_g(\omega) |H_0(\omega)|^2 d\omega \\ = & R_a^2(\omega_0) / r_a^2 \quad \dots(2.16) \end{aligned}$$

여기서 r_g, r_v, r_a : 地盤加速度, 振動體의 상대速度 및 상대加速度에 대한 尖頭係數

A_g : 최대地盤加速度

$R_v(\omega_0), R_a(\omega_0)$: 振動數 ω_0 인 振動體의 상대速度 및 상대加速度 應答 스펙트럼

따라서 式(2.13)을 각 項별로 분할하여 積分을

수행하고 모든 尖頭係數가 同一하다는 가정하에 위의 結果를 이용하면 式(2.13)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} S_a^2(\omega_0, \beta_0) = & \{ A_g^2 - R_a^2(\omega_0) + 2\omega_0^2 R_v^2(\omega_0) \} \\ & + \sum_{j=1}^n \Gamma_j \phi_{mj} \{ \{ 2A_1 + \Gamma_j \phi_{mj} A_2 \} \omega_0^2 R_v^2(\omega_0) \\ & + \{ 2B_1 + \Gamma_j \phi_{mj} B_2 \} R_a^2(\omega) \\ & + \{ 2C_1 + \Gamma_j \phi_{mj} C_2 \} \omega_0^2 R_v^2(\omega_j) \\ & + \{ 2D_1 + \Gamma_j \phi_{mj} D_2 \} R_a^2(\omega_j) \} \\ & + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \Gamma_j \Gamma_k \phi_{mj} \phi_{mk} \{ \{ \omega_0^2 (A_j \\ & + A_k) R_v^2(\omega_0) \} + \{ (B_j + B_k) R_a^2(\omega_0) \} \\ & + \omega_0^2 \{ C_j R_v^2(\omega_j) + C_k R_v^2(\omega_k) \} \\ & + D_j R_a^2(\omega_j) + D_k R_a^2(\omega_k) \} \quad \dots(2.17) \end{aligned}$$

여기서 係數 $A_1, B_1, \dots, D_j, D_k$ 등은 부록 I에 정의되었다.

(2) 共振 層應答 스펙트럼

式(2.17)에서 共振인 경우에는 각각의 係數가 별도로 정의되어야 한다. 식(2.13)의 단일 Σ 항의 첫번째 積分에서 $\omega_j = \omega_0, \beta_j = \beta_0$ 인 경우 $|H_0(\omega)|^2$ 은 高度의 尖頭를 갖는 函數이며, Vanmarcke⁽⁷⁾ 및 Singh⁽¹⁵⁾ 등의 근사식을 이용하면 이것을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} I_{s1} = & \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \phi_g(\omega) \omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2) (\omega_0^4 + 4\beta_0^2 \omega_0^2 \omega^2) \\ & |H_0(\omega)|^4 d\omega \\ \approx & \phi_g(\omega_0) \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \omega^2 \{ \omega_0^6 - \omega^2 \omega_0^4 (1 - 4\beta_0^2) \\ & - 4\beta_0^2 \omega_0^2 \omega^4 \} |H_0(\omega)|^4 d\omega \\ & - \frac{2}{3} \omega_0 \phi_g(\omega_0) + \frac{1}{\omega_0^2} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \omega^3 \phi_g(\omega) d\omega \quad \dots(2.18) \end{aligned}$$

여기서 振動數積分의 한계를 地震의 일반적인 最大振動數(cut-off frequency)인 33 Hz 까지 고려하기 위해 ω_c 로 표시하였으며, 앞 式의 마지막 項은 무시된다. 또한 振動數積分 $I_2(\omega_0)$ 의 근사식에 대한 完進해(式 2.19 참조)를 이용하면 I_{s1} 은 式(2.20)과 같다.

$$\begin{aligned} I_2(\omega_0) \approx & \phi_g(\omega_0) \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \omega^2 |H_0(\omega)|^2 d\omega \\ = & \phi_g(\omega_0) \frac{V_m}{\omega_0^2} \quad \dots(2.19) \end{aligned}$$

$$I_{s1} = \omega_0^2 I_2(\omega_0) \left[F_m - \frac{2}{3} r \right] / V_m \quad \dots(2.20)$$

여기서 V_m, F_m 은 振動數積分의 完進해로서 부

록 II에 정의되었으며 $r = \omega_0 / \omega_c$ 이다.

두번째 적분 및 二重 Σ 항의 첫번째, 두번째 적분을 각각 I_{s2}, I_{d1}, I_{d2} 라 하고 마찬가지로 방법을 적용하면 이들은 각각 다음과 같다.

$$I_{s2} = \omega_0^2 I_2(\omega_0) [G_m - \frac{2}{3}r] / V_m \quad \dots(2.21)$$

$$I_{d1} = \omega_0^2 I_2(\omega_0) [H_m - \frac{2}{3}r(A_r + B_r)] / V_m \quad \dots(2.22)$$

$$I_{d2} = \omega_0^2 I_2(\omega_0) [S_m - \frac{2}{3}r(C_r + D_r)] / V_m \quad \dots(2.23)$$

여기서 G_m, H_m, S_m 은 부록 II에 정의되었으며 A_r, B_r 등은 부록 I에 정의되었다.

2.4 地盤應答 스펙트럼의 尖頭係數 및 PSD 函數

振動數積分 $I_s, I_s(\omega), I_s(\omega)$ 는 地盤應答 스펙트럼과 尖頭係數 또는 地盤運動의 PSD 函數로부터 계산될 수 있음을 앞에서 보았다. 단일 構造物 및 振動體의 尖頭係數가 동일하다고 가정하면 層應答 스펙트럼은 地盤應答 스펙트럼으로부터 직접 정의될 수 있으며, 이와 같은 가정하에 계산된 層應答 스펙트럼은 정확해와 잘 일치한다고 알려져 있다.^(10, 15) 본 研究에서는 Vanmarcke^(3, 12, 13)가 제안한 방법에 따라 地盤應答 스펙트럼의 尖頭係數 및 PSD 函數를 計算하였으며, 構造物 및 振動體의 尖頭係數는 동일하다고 가정하였다.

地震의 遷移特性이 고려된 地盤應答 스펙트럼의 尖頭係數 r 는 다음과 같다^(12, 13).

$$r = \sqrt{2 \ln \{2n [1 - \exp(-\delta_e \sqrt{\pi \ln 2n})]\}} \quad \dots(2.24)$$

여기서

$$n = \nu_0 s / \ln(1/\rho) \quad \dots(2.25)$$

이며, ν_0, s, ρ 는 각각 應答의 基底線 上向交叉頻度(rate of zero upcrossing), 地震의 持續時間, 應答이 特정한 限界值내에 있을 確率을 나타낸다. 그리고 帶域幅(band width) δ_e 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta_e = [\sqrt{1 - \lambda_1^2 / \lambda_0 \lambda_2}]^{1.2} \quad \dots(2.26)$$

여기서 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ 는 入力地震의 PSD 函數에 관한 스펙트럼 모멘트로서

$$\lambda_k = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \omega^k \phi_g(\omega) d\omega : k=0, 1, 2 \quad \dots(2.27)$$

와 같이 정의된다.

또한 入力地震의 PSD 函數 $\phi_g(\omega)$ 는 地盤應答 스펙트럼으로부터 다음 식과 같이 계산된다⁽⁶⁾.

$$\phi_g(\omega_0) \approx \frac{1}{\omega_0 \left(\frac{\pi}{4\xi_s} - 1 \right)} \left\{ \frac{\omega_0^2 (S_r)^2}{r^2} - \int_0^{\omega_0} \phi_g(\omega) d\omega \right\} \quad \dots(2.28)$$

여기서

$\phi_g(\omega_0)$: 振動數 $\omega_0 (\omega_0 > 0)$ 에 대한 入力地震의

PSD 函數 값

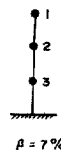
ξ_s : 地震의 持續時間(s) 경과후의 減衰

s_r : 상대速度 地盤應答 스펙트럼 값

3. 解析例 및 考察

推計學的 解析法의 適用性을 검토하기 위하여 그림 1과 같은 動的 特性을 갖는 3自由度 構造物에 대해 推計學的 解析 및 時間履歷 解析을 수행하고 그 結果를 비교하였다. 入力地震으로는 原子力發電所의 設計에 사용되고 있는 그림 2와 같은 地盤應答 스펙트럼이 사용되었으며, 最大 地盤加速度를 0.2g로 조정하였다. 時間履歷 解析에는 地盤應答 스펙트럼을 포괄하는 2개의 人工地震波를 별도로 생산하여 사용하였다. 각각의 持續時間은 24초 및 20초이다(그림 3 참조).

解析結果 構造物 層에서 계산된 層應答 스펙트럼은 각각 그림 4, 5와 같다. 그림 4, 5에서 두개의 人工地震波(그림 3) 入力에 對한 應答의 平均을 基準으로 하여 比較한 結果는 다음과 같다. 構造物의 基本 振動數에서는 本 研究의 結果가 2% 감쇠에서 약 8% 增加하고, 7% 감쇠에서는 약 11% 감소하였다. 두번째 振動數에서는 本 研究의 結果가 약 11% 정도의 증가를 보인 반면에 그 以上의 高振動數帶에서의 應答은 최고 50% 정도까지 增加하였다. 이것은 本 研究에서 使用한 Vanmarcke의 PSD 函數가 高振動數帶에서는 잘 定義되지 않기 때문이다. 일반적



MODE	FREQ. (HZ)	PARTICIPATION FACTOR	MODE SHAPE		
			NODE 1	NODE 2	NODE 3
1	2.284	1.913	0.7427	0.4816	0.2242
2	4.883	-0.8061	0.6356	-0.3856	-0.4317
3	7.250	0.4347	0.2080	-0.5346	0.5138

그림 1. 3自由度 集中質量모델의 動的 特性

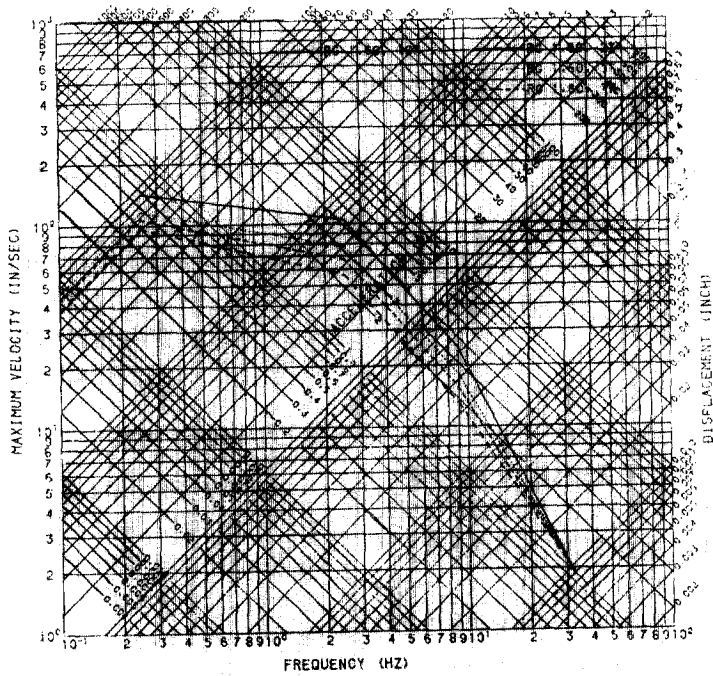
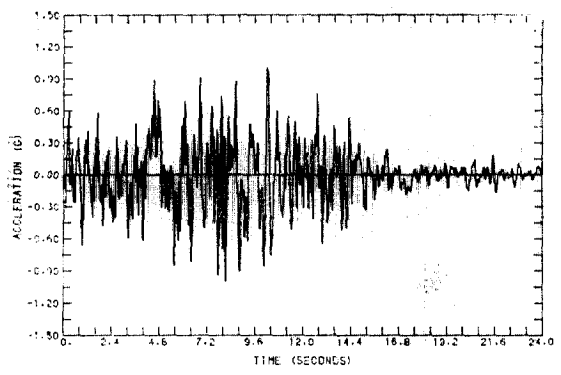
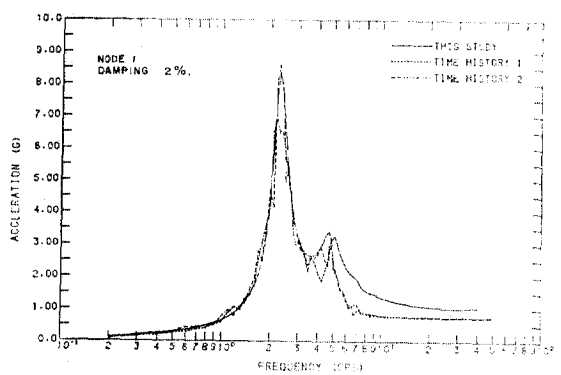


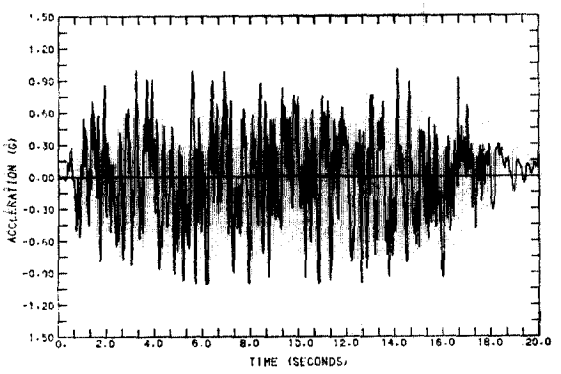
그림 2. 設計 地盤應答 스펙트럼



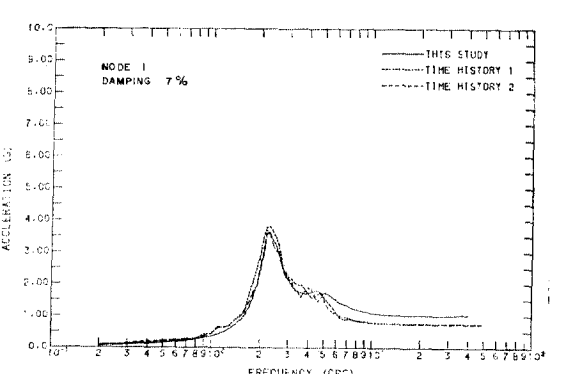
(a) Time History I (24 초)



(a) 減衰比 2%



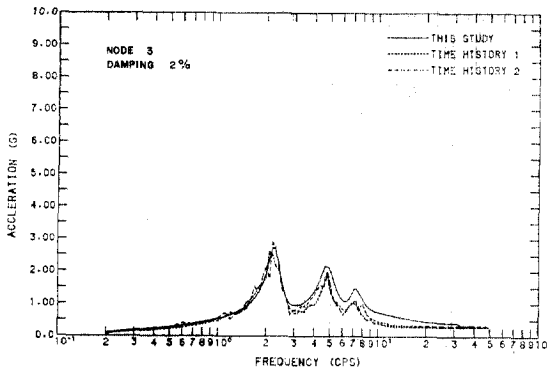
(b) Time History II (20 초)



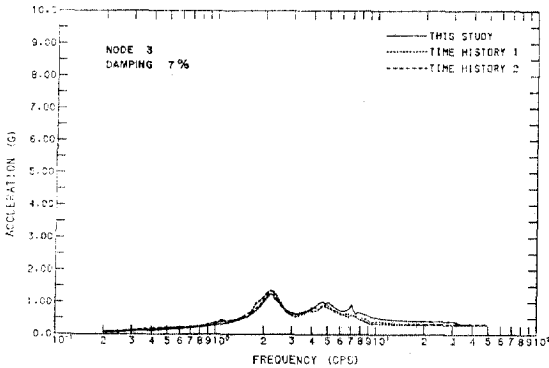
(b) 減衰比 7%

그림 3. 解析에 사용된 人工地震波

그림 4. 階점 1의 層應答 스펙트럼



(a) 減衰比 2%



(b) 減衰比 7%

그림 5. 절점 3의 層應答 스펙트럼

으로 計算된 構造物의 應答이 지나치게 크면 非經濟的인 設計가 될 수 있고 실제보다 적은 應答은 構造物, 機器등의 安定性이 問題가 된다. 層應答스펙트럼의 실제 使用時에는 spectrum peak broadening 및 smoothing 方法을 적용한다⁽²⁰⁾.

4. 結 論

본 研究에서는 地震荷重에 대한 構造物의 層應答 스펙트럼을 推計學的 理論에 의해 作成하는 方法을 提示하였으며 정확해인 時間履歷解析의 結果와 比較하였다. 본 研究의 結果를 종합하면 다음과 같다.

1) 推計學的 解析法에 의한 層應答 스펙트럼은 時間履歷解析 結果와 全般的으로 잘 일치하나, 高次모드 및 高振動數帶에서는 약간 큰 應

답을 보인다.

2) 構造物 및 振動體의 尖頭係數가 동일하다고 가정하여도 계산되는 層應答 스펙트럼은 정확해와 잘 일치한다.

3) 推計學的 解析法은 時間履歷 解析法에 비해 計算時間이 적게 소요된다.

4) 非比例減衰 시스템, 多重支持 시스템, 構造物-機器의 相互作用 解析 등과 같은 분야의 層應答 스펙트럼 作成에 推計學的 解析法의 適用性에 관한 研究가 필요하다.

參 考 文 獻

1. P. Ruiz and J. Penzien, "PSEQGN-Artificial Generation of Earthquake Accelerograms", University of California, Berkeley, March 1969.
2. Jennings, P.C., Housner, G.W., and Tsai, N.C., "Simulated Earthquake Motions," Earthquake Engineering Research Lab., California Inst. of Technology, Pasadena, 1968.
3. D.A. Gasparini and E.H. Vanmarcke, "Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra", Massachusetts Inst. of Technology, Publication No. R76-4, Jan. 1976.
4. M.P. Singh, S. Singh, and S.L. Chu, "Stochastic Concepts in Seismic Design of Nuclear Power Plants," *Proceedings of SMiRT-2 Conference*, Berlin, Sept. 1973, paper K1/4.
5. Coats, D.W., *Recommended Revisions to Nuclear Regulatory Commission Seismic Design Criteria*, NUREG/CR-1161, U.S. Nuclear Regulatory Commission, May 1980.
6. H. Tajimi, "A Statistical Method of Determining the Maximum Resonse of A Building Structure During an Earthquake", *Proc. 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 2, Science Council of Jaqan, 1960, pp.781~797.
7. Biggs, J.M., "Seismic Rosponse Spectra for Equipment Design in Nuclear Power Plants," *Proc. of SMiRT-1 Conference*, Berlin, 1971, paper K4/7.
8. M.P. Singh, "Generation of Seismic Floor Spectra," *J. of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 101, Oct, 1975, pp.593~607.

9. M.P. Singh and Y.K. Wen, "Nonstationary Seismic Response of Light Equipment," *J. of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 103, Dec. 1977, pp.1035~1048.
10. M.P. Singh, "Seismic Design Input for Secondary Systems", *J. of the Structural Division*, ASCE, Vol. 106, Feb. 1980, pp.505~517.
11. Der Kiureghian, "A Response Spectrum Method for Random Vibrations," *Report No. UCB/EERC-80/15*, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, 1980.
12. Vanmarcke, E.H., "Properties of Spectral Moments with Application to Random Vibration", *J. of the Engineering Mechanics Div.*, ASCE, Vol. 98, April 1972, pp.425~446.
13. Vanmarcke, E.H., "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Process", *J. of Applied Mechanics*, Vol. 42, March 1975, pp.215~220.
14. Davenport, A.G., "Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading," *Proceedings, Institution of Civil Engineers*, London, Vol. 28, 1964, pp.187~196.
15. M.P. Singh, A.M. Sharma, "Seismic Floor Spectra by Mode Acceleration Approach", *J. of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 111, No. 11, Nov. 1985, pp.1402~1419.
16. M.P. Singh, A.M. Sharma, "Floor Spectra for Nonclassically Damped Structures", *J. of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 111, No. 11, Nov. 1985, pp.2446~2463.
17. Craig, R.R., *Structural Dynamics*, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1981.
18. R.H. Scanlan and K. Sachs, "Development of Compatible Secondary Spectra Without Time Histories", *Proc. of SMiRT-4 Conference*, 1977, paper K4/13.
19. K.A. Peters, D. Schmitz and U. Wagner, "Determination of Floor Response Spectra on the Basis of the Response Spectrum Method," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 44, 1977, pp.255~262.
20. U.S. Nuclear Regulatory Commission, *Development of Floor Design Response Spectra for*

부록 I. 振動數積分의 분할係數

式(2.17)에서 정의된 係數 A_1, B_1, C_1, D_1 및 A_2, B_2, C_2, D_2 는 각각 式(I.1) 및 (I.2)의 행렬식으로부터 계산된다. 式에서 $r_1 = \omega_1/\omega_0$ 로 정의된다.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4\beta_j^2 r_1^2 - 2r_1^2 & 1 & 4\beta_0^2 - 2 \\ 4\beta_j^2 r_1^2 - 2r_1^2 & r_1^4 & 4\beta_0^2 - 2 & 1 \\ r_1^4 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4\beta_0^2 \\ 4\beta_0^2 r_1^2 - 1 \\ r_1^2 \end{pmatrix} \quad \dots(I.1)$$

$$\begin{pmatrix} \text{식(I.1)과 동일} \\ \text{식(I.1)과 동일} \\ \text{식(I.1)과 동일} \\ \text{식(I.1)과 동일} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \\ C_2 \\ D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4\beta_0^2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots(I.2)$$

그리고 나머지의 係數는 각각 다음의 행렬식에서 계산된다.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4\beta_k^2 r_2^2 - 2r_2^2 & 1 & 4\beta_j^2 r_1^2 - 2r_1^2 \\ 4\beta_k^2 r_2^2 - 2r_2^2 & r_2^4 & 4\beta_j^2 r_1^2 - 2r_1^2 & r_1^4 \\ r_2^4 & 0 & r_1^4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_r \\ B_r \\ C_r \\ D_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4\beta_j \beta_k r_1 r_2 - r_1^2 - r_2^2 \\ r_1^2 r_2^2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots(I.3)$$

여기서 $r_1 = \omega_1/\omega_0$, $r_2 = \omega_k/\omega_0$ 로서 정의된다.

$$\begin{pmatrix} \text{식(I.1)과 동일} \\ \text{식(I.1)과 동일} \\ \text{식(I.1)과 동일} \\ \text{식(I.1)과 동일} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \\ C_j \\ D_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4\beta_0^2 B_r \\ B_r + 4A_r \beta_0^2 \\ A_r \end{pmatrix} \quad \dots(I.4)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4\beta_k^2 r_2^2 - 2r_2^2 & 1 & 4\beta_0^2 - 2 \\ 4\beta_k^2 r_2^2 - 2r_2^2 & r_2^4 & 4\beta_0^2 - 2 & 1 \\ r_2^4 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \\ C_k \\ D_k \end{pmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ 4\beta_0^2 D_r \\ D_r + 4C_r \beta_0^2 \\ C_r \end{Bmatrix} \quad \dots (I.5)$$

부록 II. 근사 振動數積分式의 완전해

식(II.1)과 같은 형태의 振動數積分에 대한 완전해는 식(II.2)와 같다.

$$I_{r,2} = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} (a_0 \omega_0^2 \omega^2 + a_1 \omega_0^4) |H_0(\omega)|^2 d\omega \quad \dots (II.1)$$

$$= \omega_c \cdot B_m(r, \beta_0, a_0, a_1) \quad \dots (II.2)$$

여기서 a_0, a_1 는 상수이며, $r = \omega_0/\omega_c$ 이다. $B_m(r, \beta_0, a_0, a_1)$ 을 B_m 으로 표기하면 이는 다음과 같이 정의된다.

$$B_m = \frac{m_1}{2\beta_0 r} P_r + \frac{2N_1 + m_1}{2r\sqrt{1-\beta_0^2}} \ln \left\{ \frac{1+r^2-2r\sqrt{1-\beta_0^2}}{1+r^2+2r\sqrt{1-\beta_0^2}} \right\} \quad \dots (II.3)$$

여기서 계수 m_1 및 N_1 은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \frac{a_0 + a_1}{2} r^2 \\ N_1 &= -\frac{a_1}{2} r^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots (II.4)$$

또한 r 값에 따라 변하는 계수 P_r 에 대한 정의는 다음과 같다.

$$P_r = 2(\pi - \theta) : r < 1 \\ \left\{ \begin{aligned} \pi : r = 1 \\ 2\theta : r > 1 \end{aligned} \right. \quad \dots (II.5)$$

여기서 $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\beta_0 r}{|1-r^2|} \right)$ 이다. 따라서 식(2.19)의

V_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$V_m = B_m(r, \beta_0, 1, 0) \quad \dots (II.6)$$

식(II.7)과 같은 형태의 振動數積分에 대한 완전해는 식(II.8)과 같다.

$$I_{r,1} = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} (a_0 \omega_0^2 \omega^6 + a_1 \omega_0^4 \omega^4 + a_2 \omega_0^6 \omega^2 + a_3 \omega_0^8) |H_0(\omega)|^4 d\omega \quad \dots (II.7)$$

$$= \omega_c \cdot A_m(r, \beta_0, a_0, a_1, a_2, a_3) \quad \dots (II.8)$$

여기서 a_0, a_1, a_2, a_3 는 상수이며, $r = \omega_0/\omega_c$ 이다. $A_m(r, \beta_0, a_0, a_1, a_2, a_3)$ 를 A_m 으로 표기하면 A_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$A_m = \frac{m_1}{2\beta_0 r} P_r + \frac{2N_1 + m_1}{2r\sqrt{1-\beta_0^2}} \ln \left\{ \frac{1+r^2-2r\sqrt{1-\beta_0^2}}{1+r^2+2r\sqrt{1-\beta_0^2}} \right\} - \frac{2N_2 \{(1-r^2) + 2\beta_0^2 r^2\} + (1+r^2)m_2/2}{r^2(1-\beta_0^2)\{(1-r^2)^2 + 4\beta_0^2 r^2\}} - \frac{2N_2 + m_2/2}{4r^2(1-\beta_0^2)\sqrt{1-\beta_0^2}} \ln \left\{ \frac{1+r^2-2r\sqrt{1-\beta_0^2}}{1+r^2+2r\sqrt{1-\beta_0^2}} \right\} \quad \dots (II.9)$$

여기서 P_r 은 식(II.5)와 동일하며 N_1, N_2, m_1, m_2 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$N_1 = -\frac{1}{8r^2\beta_0^2} \left\{ \frac{r^4}{2} [a_0(1-4\beta_0^2) + a_1 + a_2 + a_3(1+4\beta_0^2)] \right\} \quad \dots (II.10)$$

$$N_2 = -\frac{1}{8\beta_0^2} \left\{ \frac{r^4}{2} [(a_0 + a_3)(1-4\beta_0^2) + a_1 + a_2] \right\} \quad \dots (II.11)$$

$$m_1 = \frac{1}{8\beta_0^2 r^2} \left\{ \frac{r^4}{2} [(a_0 + a_3)(1+4\beta_0^2) + a_1 + a_2] \right\} \quad \dots (II.12)$$

$$m_2 = \frac{r^4}{2} [2(1-2\beta_0^2)a_0 + a_1 - a_3] \quad \dots (II.13)$$

이상의 결과를 이용하면 식(2.20)의 F_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$F_m = A_m(r, \beta_0, -4\beta_0^2, (4\beta_0^2-1), 1, 0) \quad \dots (II.14)$$

마찬가지로 식(2.21), (2.22), (2.23)의 G_m, H_m , 및 S_m 은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$G_m = A_m(r, \beta_0, 4\beta_0^2, 1, 0, 0) \quad \dots (II.15)$$

$$H_m = A_m(r, \beta_0, 4\beta_0^2, B_r, (B_r + 4\beta_0^2 A_r), A_r, 0) \quad \dots (II.16)$$

$$S_m = A_m(r, \beta_0, 4\beta_0^2, D_r, (D_r + 4\beta_0^2 C_r), C_r, 0) \quad \dots (II.17)$$

(接受: 1988. 1. 8)