

Doublet Panel Method 를 이용한 Hovering Rotor 의 공기역학적 해석

柳 能 秀* 朴 洪 男**

Aerodynamic Analysis of a Hovering Rotor by the Doublet Panel Method

Neung - Soo Yoo* Hong - Nam Park**

Abstract

To predict the airloads on helicopter rotors in hover, the doublet panel method of the first order is applied. For this simulation, the rotor blade is divided into many panels both in spanwise and in chordwise direction, and Kocurek - Tangler's prescribed wake with roll-up process is taken for determining wake geometry and then represented by vortex lattice.

To obtain more physically realistic calculation of induced velocity, the vortex core model is adopted and the compressibility effect is considered by Karman - Tsien rule.

1. 서 론

헬리콥터 로터 (rotor) 의 정지비행 (hovering) 상태에 대한 공기역학적 해석은 로터의 공기역학적 설계의 기본이 되는 것으로 그 해석방법은 실로 다양하다.^{1, 2)} 최고의 해석방법은 물론 물리적 모순이 없이 보다 간결한 수학적 모델을 사용하여 실제의 실험값에 보다 접근하는 결과를 얻어내는 것이다.

해석방법은 적용하는 이론에 따라 구분될 수도 있으나 또한 깃 (blade) 과 후류 (wake) 의 형상을 어떻게 모델링 하느냐에 따라 분류

될 수도 있다. 깃의 형상에 대한 모델링은 처음에는 하나의 양력선으로 대치하다가 이어서 깃의 두께의 영향을 배제한 면으로 대치하다 두께를 고려하여 본래의 깃 모양으로 모델링 하는 식으로 발전해 나갔다.²⁾ 후류형상 (wake geometry) 에 대해서는 처음에는 후류의 roll-up 과정, contraction 등이 배제된 단순나선형으로 대치하다 최근에는 실험결과에 기초하여 수직화한 경험식 후류 (prescribed wake)⁴⁾ 로 그리고 동시에 순전히 이론에 기초하여 반복적으로 계산해내는 자유후류 (free wake)⁵⁾ 방법이 등장하

* 강원대학교 기계공학과 부교수

** 강원대학교 기계공학과 대학원

게 되었다.

본 연구에서는 것은 그 두께를 고려한 원래의 것을 여러개의 panel로 나누어서 각 panel에는 일정한 강도의 doublet이 분포되어 있는 것으로 가정하고 후류는 Kocurek와 Tangler의 경험식 후류를⁴⁾ 사용하여 와류격자로 나타내었다. 그리고 로터상의 흐름은 정상 potential 흐름으로 가정하고 점성효과는 vortex-core의 개념⁶⁾을 도입하여 고려하였으며 압축성 효과는 Karman-Tsien Rule로써 고려하여 보정하였다.

2. Doublet Panel Method

2-1. 좌표계

Doublet potential 이론에 의해 유도속도(induced velocity)를 계산해내기 위하여 좌표계는 Fig.1과 같이 관성좌표계(X, Y, Z) (inertial fixed coordinate system)와 panel 고정좌표계(ξ, η, ζ) (local panel fixed coordinate system)의 2개로 설정하였으며 이들의 관계는 2-3에 기술하고자 한다.

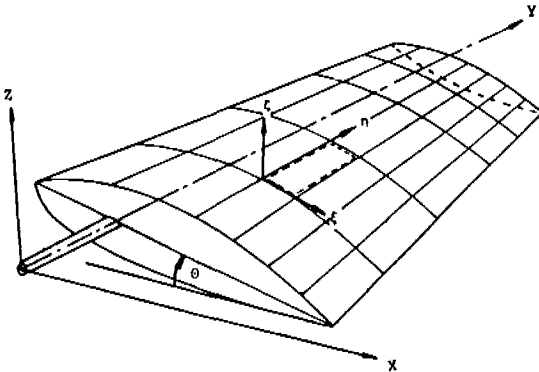


Fig.1. Coordinate Systems

2-2. 요소평면(elemental planar surface)에 대한 기술

것을 구성하고 있는 각 판넬은 Fig.2와 같

이 평면으로 대체하며 이를 요소평면이라 한다.

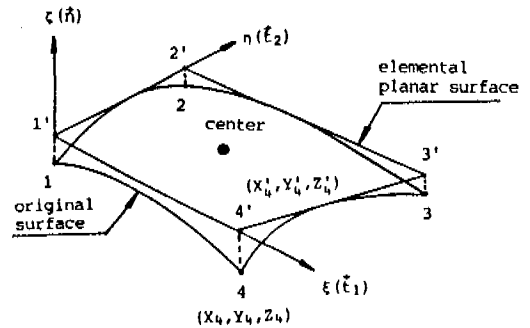


Fig. 2. Elemental Panel Surface

이들 요소평면에 대한 3축방향(ξ, η, ζ)에 대한 단위 vector($\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{n}$)와 관성 좌표계에 대한 각 꼭지점(grid point)의 좌표(X', Y', Z')는 다음과 같이 계산한다.⁷⁾

$$\vec{n} = (N_x \vec{i} + N_y \vec{j} + N_z \vec{k}) / N = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k} \dots (1)$$

여기서,

$$\begin{aligned} N_x &= (Y_4 - Y_2)(Z_3 - Z_1) - (Y_3 - Y_1)(Z_4 - Z_2) \\ N_y &= (X_3 - X_1)(Z_4 - Z_2) - (X_4 - X_2)(Z_3 - Z_1) \\ N_z &= (X_4 - X_2)(Y_3 - Y_1) - (X_3 - X_1)(Y_4 - Y_2) \\ N &= \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_i' &= X_i + D_i \cdot n_x \\ Y_i' &= Y_i + D_i \cdot n_y \quad (i=1 \sim 4) \dots \dots (2) \\ Z_i' &= Z_i + D_i \cdot n_z \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} D_i &= (X_{av} - X_i) n_x + (Y_{av} - Y_i) n_y + (Z_{av} - Z_i) n_z \\ X_{av} &= \sum X_i / 4, \quad Y_{av} = \sum Y_i / 4, \quad Z_{av} = \sum Z_i / 4 \\ \vec{t}_1 &= (T_{1x} \vec{i} + T_{1y} \vec{j} + T_{1z} \vec{k}) / T_1 \dots \dots (3) \\ &= t_{1x} \vec{i} + t_{1y} \vec{j} + t_{1z} \vec{k} \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} T_{1x} &= X'_4 - X'_1 \\ T_{1y} &= Y'_4 - Y'_1 \\ T_{1z} &= Z'_4 - Z'_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \sqrt{T_{1x}^2 + T_{1y}^2 + T_{1z}^2} \\
 \vec{T}_2 &= (T_{2x}\vec{i} + T_{2y}\vec{j} + T_{2z}\vec{k}) / T_2 \\
 &= t_{2x}\vec{i} + t_{2y}\vec{j} + t_{2z}\vec{k} \dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 T_{2x} &= n_y t_{1z} - n_z t_{1y} \\
 T_{2y} &= n_z t_{1x} - n_x t_{1z} \\
 T_{2z} &= n_x t_{1y} - n_y t_{1x} \\
 T_2 &= \sqrt{T_{2x}^2 + T_{2y}^2 + T_{2z}^2}
 \end{aligned}$$

2-3. 관성좌표계와 판넬 고정좌표계의 관계
 panel 의 중점 (X_m', Y_m', Z_m')은 꼭지점
 1 ($X'_{n1}, Y'_{n1}, Z'_{n1}$)을 원점으로 하는 panel
 n에 대한 고정좌표계 상에서 다음과 같이
 좌표 (ξ_m, η_m, ζ_m)으로 변화된다 (Fig.3).

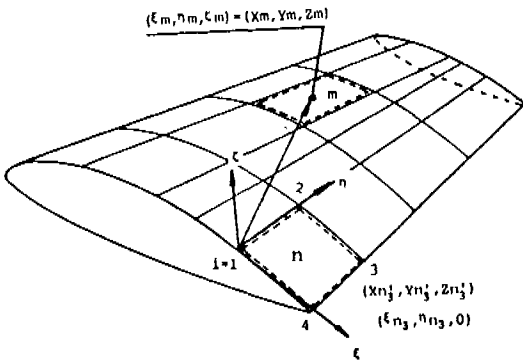


Fig. 3. (ξ, η, ζ) Coordinate System

$$\begin{bmatrix} \xi_m \\ \eta_m \\ \zeta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1x} & t_{1y} & t_{1z} \\ t_{2x} & t_{2y} & t_{2z} \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} X_m' - X'_{n1} \\ Y_m' - Y'_{n1} \\ Z_m' - Z'_{n1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

2-4. 유도 속도 계산

원점의 좌표가 ($\xi_1, \eta_1, 0$)인 panel n상의
 강도가 일정한 doublet μ_n 에 의해서 panel
 m의 제어점 (중점) (ξ_m, η_m, ζ_m)에 유도되
 는 속도 \vec{V}_{mn} 은 제어점의 좌표를 편의상($X_m,$
 Y_m, X_m)으로 할때 Biot-Savart 법칙에 의
 해서 다음과 같이 계산된다.⁷⁾

여기서 모든 길이는 로터의 변경의 반경인
 R로 그리고 속도는 tip velocity ΩR 로
 무차원화 하였다.

$$\phi_{mn} = -\frac{\mu_n}{4\pi} \text{Imn} \dots\dots\dots (6)$$

여기서 μ_n : doublet strength of nth
 panel

$$\vec{V}_{mn} = \nabla \phi_{mn} = -\frac{\mu_n}{4\pi} \sum_S \frac{\partial}{\partial S} (\text{Imn}) \dots\dots (7)$$

여기서 S = X, Y, Z direction

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{Imn}}{\partial S} &= \sum_{i=1}^4 \left[\frac{Z_m r_i (m_{ij} \alpha_i - \beta_i) -}{(Z_m r_i)^2 +} \right. \\
 &\quad \frac{(m_{ij} \alpha_i - \beta_i)(Z_m r_{is} + r_i Z_m)}{(m_{ij} \alpha_i - \beta_i)^2} \\
 &\quad \left. - \frac{Z_m r_j (m_{ij} \alpha_j - \beta_j) -}{(Z_m r_j)^2 +} \right. \\
 &\quad \left. \frac{(m_{ij} \alpha_j - \beta_j)(Z_m r_{js} + r_j Z_m)}{(m_{ij} \alpha_j - \beta_j)^2} \right] \vec{n}_i
 \end{aligned}$$

여기서 i = grid point number (1-4)

$$\begin{aligned}
 \vec{n}_i &= \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \\
 m_{ij} &= (\eta_j - \eta_i) / (\xi_j - \xi_i) \\
 \alpha_i &= (x_m - \xi_i)^2 + Z_m^2 \\
 \beta_i &= (x_m - \xi_i)(Y_m - \eta_i) \\
 r_i &= \sqrt{(X_m - \xi_i)^2 + (Y_m - \eta_i)^2 + Z_m^2} \\
 j &= i+1 \text{ and if } j=5 \text{ let } j=1
 \end{aligned}$$

여기서 모든 panel에 의한 panel m상의
 유도속도 \vec{V}_m 은 다음과 같다.

$$\vec{V}_m = \sum_n \vec{V}_{mn} \dots\dots\dots (8)$$

그리고 각각의 깃상의 하중분포는 동일하므로
 깃수 b를 고려하면 panel m상에서의 유도
 속도 \vec{V}_m 은 다음과 같다.

$$V_m = \sum_{\ell=1}^b \sum_n \vec{V}_{\ell mn} \dots\dots\dots (9)$$

여기서 ℓ : 깃의 번호 b: 깃수

2-5. 후류의 형상과 그 영향

후류의 형상은 이미 언급한 바와 같이 Kocurek 와 Tangler 의 경험식 후류를 사용하여 이에 Roll-up 과정 ($\psi_w \leq 60^\circ$)을 고려하여 Fig.4 와 같이 와류적자로 나타내었다.

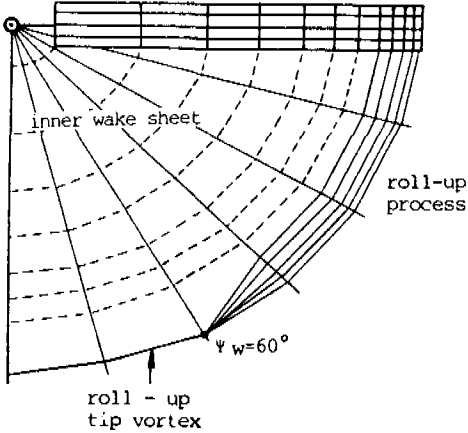


Fig. 4. Rotor Wake Geometry (Top View)

또한 이같은 후류로 인한 panel m 상의 유도속도 $\vec{V}_{\infty m}$ 는 기존의 와류적자법에 의하여 계산하였다.⁸⁾ 그리고 이 같은 후류의 와류강도 (vorticity) Γ_w 는 다음과 같이 깃의 후연 (trailing edge)에서 깃의 윗면과 아랫면에서의 doublet 강도의 차가 되므로 이는 미지수가 아니다.

$$\text{즉 } \Gamma_w(Y) = \mu_u(X_{TE}, Y) - \mu_l(X_{TE}, Y) \dots\dots\dots (10)$$

여기서

- Y : spanwise location on blade.
- T,E: trailing edge.
- u : upper surface.
- l : lower surface.

2-6. 지배방정식

식 (7), (8), (9)에서 미지수 μ_n 은 다음과 같이 깃 상에서의 경계조건을 적용하여 구할 수

있다.

$$\text{즉 } \vec{V}_m \cdot \vec{n}_m + \vec{V}_{\infty m} \cdot \vec{n}_m = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{여기서 } V_{\infty m} = y_m \vec{i} - x_m \vec{j}$$

이는 곧 μ 에 대한 선형 연립 방정식으로 다음과 같이 행렬 (matrix)로 나타낼 수 있다.

$$[A_{mn}] [\mu_n] = [B_m] \dots\dots\dots (12)$$

여기서

- [A_{mn}]: influence coefficient matrix
- [B_m]: normal free stream velocity matrix

식 (12)로 부터 미지수 μ_n 를 구하면 이를 식 (7)에 대입하여 깃 상에서 유도속도 성분 V_x, V_y, V_z 를 각각 구해낼 수 있다.

2-7. 공기 역학적 힘

먼저 임의의 span 위치에서의 순환 (circulation)은 다음과 같이 계산한다.

$$\Gamma(Y) = \mu_l(X_{TE}, Y) - \mu_u(X_{TE}, Y) \dots\dots\dots (13)$$

panel m에서의 압력계수 (pressure coefficient) C_{pm} 은 다음과 같이 계산된다.

$$C_{pm} = \frac{P_m - P_\infty}{1/2 \rho (\Omega R)^2} = X_m^2 + Y_m^2 - (V_{xm}^2 + V_{ym}^2 + V_{zm}^2) \dots\dots (14)$$

그러므로 panel m에서의 힘계수 (force coefficient)는 다음과 같다.

$$\vec{C}_{Fm} = \frac{-1}{2 \pi} C_{pm} A_m \vec{n}_m \dots\dots (15)$$

여기서 A_m ; area of panel m

따라서 panel m에서의 추력계수 (thrust coefficient) C_{Tm} 와 토크 계수 (torque coefficient) C_{Qm} 은 아래와 같이 된다.

$$C_{Tm} = \vec{C}_{Fm} \cdot \vec{k} \dots\dots\dots (16)$$

$$C_{Qm} = -(\vec{C}_{Fm} \cdot \vec{i} Y_m + \vec{C}_{Fm} \cdot \vec{j} X_m) \dots\dots\dots (17)$$

그리고 총 추력계수 C_T 와 토크 계수 C_Q 는 아래와 같이 된다.

$$C_T = b \sum C_{Tm} \dots\dots\dots (18)$$

$$C_Q = b \sum C_{Qm} \dots\dots\dots (19)$$

3. 계산방법 및 결과

3-1. 계산방법

깃의 단면(profile)은 NACA 0012로 선정하였다. 각 깃은 Fig.5와 같이 span 방



Fig. 5. Blade Grid Network

향으로 $Y = 0.75R$ 을 기준으로 하여 hub 쪽으로 5등분 그리고 tip 쪽으로 5등분 하여 총 10등분 ($N_s = 10$)하였다. 그리고 chord 방향으로는 처음(first iteration of C_T)에는 roll-up 과정을 고려하기 위하여 C_{Tmax} (maximum circulation)이 존재하는 위치 Y_{max} 을 알고져 나누지 않고 이후에는 윗면, 아랫면을 각각 전연(leading edge) 쪽으로 $1/4$ chord 길이를 2등분, 후연(trailing edge) 쪽으로 $1/4$ chord 길이를 2등분, 그리고 나머지 $1/2$ chord 길이에 해당되는 중앙부분을 역시 2등분하여 총 6등분 ($N_c = 6$)하였다. (chord 방향으로 이렇게 적게, 등분한 것은 본 연구에 사용한 computer [cyber 172 - 720]의 용량 관계 때문이었다.) 그러므로 결국 하나의 깃을 총 $10 \times 6 \times 2 = 120$ 개의 panel로 나누었다.

후류는 방위각 편차를 $\Delta\psi_w = 30^\circ$ 로 하여 $\psi_w = 10\pi$ 까지 그 영향을 고려하였으며 roll-up 과정은 $\psi_w = 60^\circ$ 에서 완료되는 것으로

하였다. 본 연구에서 사용된 경험식 후류는 깃수 b , 비틀림 θ_l (twist angle) 그리고 추력계수 C_T 의 함수가 되므로 최초의 후류의 형상을 결정하기 위한 C_T 의 값은 $C_T =$

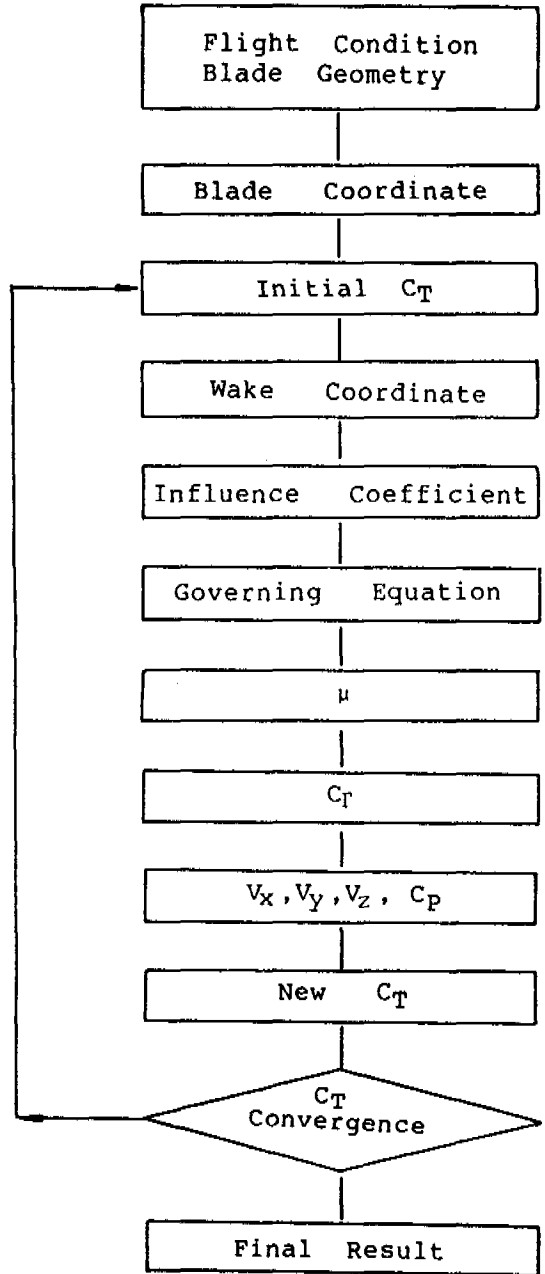


Fig. 6. Flow Chart