

# 파수영역에서 모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란 방법, II : 수치계산

## (A New Inverse Scattering Technique Using the Moment Method in the Spectral Domain, II : Numerical Simulation)

李 在 敏,\* 金 世 潤,\*\* 羅 正 雄\*

(Jae Min Lee, Se Yun Kim and Jung Woong Ra)

### 要 約

본 논문에서는, 전편 논문인 I 부에서 제시한 파수영역에서의 역산란 방법을 사용하여 비균일한 유전체 기둥의 직사각형 단면내의 주어진 유전율 분포를 재구성 하였다. 수치계산 결과 산란전계의 측정위치와 유전체 단면내의 유전율 분포에 거의 상관없이 사용과장에 비해 훨씬 작은 정도로 주어진 유전율 분포를 재구성 할 수 있음을 보였다.

### Abstract

In this paper, the reconstruction of complex permittivity distribution on a rectangular cross section of inhomogeneous dielectric cylinders is performed by employing the spectral inverse scattering scheme presented in the part I of these companion papers. Numerical simulations provide the superresolution to the permittivity profiles nearly regardless of the measurement locations of the scattered field and the permittivity distributions on the cross section.

### I. 서 론

본 논문은 파수영역에서 모멘트방법을 이용한 새로운 역산란 계산방법에 대한 이론을 다룬 전편 논문인 I 부<sup>1)</sup>의 후속 논문인데, 여기서는 I 부에서 기술한 역산란 방법의 유용성을 살펴보기 위하여 먼저

간단한 유전체 모형을 정하고, I 부에서 제시한 역산란 방법으로 모형내의 유전율 분포를 수치계산 한다.

I 부의 역산란 이론으로 모형내의 유전율 분포를 계산하는 과정을 간단히 기술하면 다음과 같이 세단계로 나눌 수 있다. 첫번째 단계는 유전체 외부에서 측정된 전계 스펙트럼(spectrum)을 입력 자료로 하여 모형 내부의 등가유기전류를 구하는 과정인데, 이때 등가유기전류를 구하기 위해서는 전계 스펙트럼(spectrum)과의 선형적인 관계로 만들어지는 행렬식의 해를 구하면 된다. 행렬식의 해를 구하는 방법<sup>2,3)</sup>에는 크게 직접적인 방법(direct method)과 반복적인

\*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科 (Dept. of Electrical Eng., KAIST)

\*\*正會員, 韓國科學技術院 物理電子研究部 (Center for Appl. Phys. and Elec. Eng., KAIST)

接受日字 : 1988年 5月 17日

방법 (iterative method) 으로 나누어지는데, 직접적인 방법은 해의 숫자가 적은 경우에 주로 사용하고 반복적인 방법은 해의 숫자가 많아서 직접적인 방법으로는 round-off 등의 오차가 해에 영향을 크게 주는 경우에 주로 사용한다. 본 논문에서는 해의 숫자가 작은 24개의 경우이므로 직접적인 방법중 일반적으로 널리 알려진 Gauss-Jordan 방법을 사용하였다. 두번째 단계에서는 앞에서 구한 등가유기전류로부터 유전체 내부의 전계 스펙트럼을 구한다. 공간상의 전계분포를 구하기 위해서는 파수영역에서 전계 스펙트럼의 역푸리에 변환을 해야하나 해석적인 방법으로 구할 수 없기 때문에 수치계산으로 구한다. 마지막 단계에서는 앞에서 구한 전계와 유기등가전류간의 비를 계산하여 비유전율 분포를 계산하면 된다.

이와 같은 순서로 본 논문에서는 I 부에서 제안한 역산란 방법을 막대모양의 단면을 갖는 간단한 기본 모형에 적용시켜 수치계산으로 그 내부의 비유전율 분포를 재구현하여 본다. 또한 이 방법의 장단점을 살펴보기 위하여 전계 스펙트럼의 측정파수, 측정점의 x 좌표, 내부유전율의 변화 및 손실 있는 유전체에 대해 비유전율을 구하여 각각의 영향을 살펴본다.

II. 계산방법

여기서는 I 부에서 기술한 역산란 방법을 사용하여 유전체 내부의 유전율분포를, 펄스형 기저함수를 사용한 모멘트방법<sup>14)</sup>으로 수치계산하는 방법에 대하여 서술 하였다. 그림 1과 같이 z 방향으로 편파된 평면파  $u^i(x, y)$  가 단면 S 를 갖는 막대모양의 유전체 기둥으로 입사할 경우, x 축에서  $x_0$  만큼 떨어진 선상에서의 변수 y 에 대한 전계 스펙트럼  $U(x_0, \beta_i)$  은 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>11)</sup>

$$\frac{U(x_0, \beta_i) - U^i(x_0, \beta_i)}{F(x_0, \beta_i) \cdot B(\beta_i)} = \sum_{n=1}^N G_n(\beta_i) p_n \quad (1)$$

$$B(\beta_i) = 4 \frac{\sin(\sqrt{k_0^2 - \beta_i^2} d)}{\sqrt{k_0^2 - \beta_i^2}} \cdot \frac{\sin(\beta_i d)}{\beta_i} \quad (2)$$

$$F(x_0, \beta_i) = -j \frac{k_0^2}{2} \cdot \frac{e^{i\sqrt{k_0^2 - \beta_i^2} x_0}}{\sqrt{k_0^2 - \beta_i^2}} \quad (3)$$

$$G_n(\beta_i) = e^{i\sqrt{k_0^2 - \beta_i^2} x_n + j\beta_i y_n} \quad (4)$$

$$p_n = (\epsilon_n - 1) u_n \quad (5)$$

여기서  $\text{Im}\sqrt{k_0^2 - \beta_i^2} \leq 0$  이고, 식 (3)과 (4)의 복부호 중 윗부호는  $x_0 \geq x_n$  일 경우이고, 아랫부호는 그 반대의 경우에 사용한다. 첨자 i는 입사파를 의미하고,  $(x_n, y_n)$  은 그림 1에서 보인바와 같이 단면 S 를 N 개

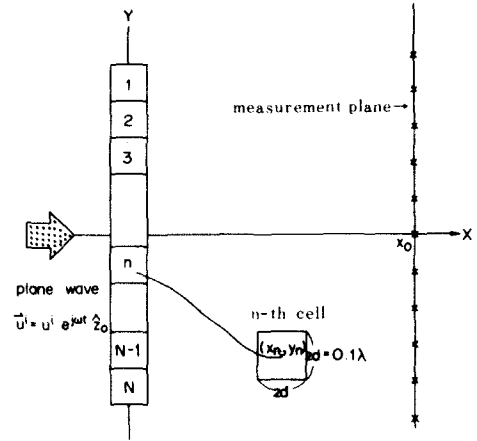


그림 1. 본 수치계산에 사용된 유전체의 구조  
Fig. 1. Geometry of dielectric objects used in this numerical simulation.

의 소영역으로 나눌 경우 n번째의 소영역  $S_n$ 의 중심의 좌표를 의미한다. 또  $2d$ 는 cell의 한변의 길이이고,  $\beta_i$ 은 변수 y에 대한 임의의 l번째의 공간주파수를 의미한다. 이때 l은  $1, 2, \dots, N$ 의 임의의 상수이다.

위 역산란 식 (1)로부터 유전체 내부의 유전율을 구하기에 앞서 전계 스펙트럼  $U(x_0, \beta_i)$ 을 입력자료로 필요로 하는데, 이것을 구하는 방법에는 다음의 두가지가 있다. 첫번째 방법은 먼저 기지의 유전율 분포로부터 Richmond<sup>15)</sup>의 방법을 사용하여 유전체 내부의 등가유기전류  $p_n$ 을 구하고, 이  $p_n$ 으로부터 다시 유전체 외부인  $x = x_0$  선상의 전계  $u(x_0, y)$ 를 구하여 변수 y에 대해 푸리에 변환하면 전계 스펙트럼  $U(x_0, \beta)$ 를 얻는다. 그러나 이 방법의 문제점은 전계  $u(x_0, y)$ 의 크기가 y에 따라 매우 천천히 감소하므로 정확한  $U(x_0, \beta)$ 를 구하기 위해서는 상당히 넓은 구간에 걸쳐 전계를 적분 해야하므로 계산량이 많은 단점이 있다. 두번째 방법은 앞과 같은 방법으로 등가유기전류  $p_n$ 을 구하고, 이를 파수영역 산란식인 I 부의 (18)식에 대입하여 등가유기전류에 의한 영향들을 간단히 합하여 전계 스펙트럼  $U(x_0, \beta)$ 를 구한다. 따라서 두번째 방법은 첫번째 보다 간단하고 정확히 전계 스펙트럼을 구할 수 있으므로 본 논문에서는 이 방법으로  $U(x_0, \beta)$ 를 구하여 역산란 방법의 입력자료로 사용하였다.

유전체 외부인  $x = x_0$ 에서의 전계 스펙트럼  $U(x_0, \beta)$ 을 입력자료로 하여 유전체 모형내부의 비유전율 분포를 식 (1)을 이용하여 구하는 과정은 간단히 다음과 같은 3 단계로 요약할 수 있다.

1. 등가유기전류  $p_n$ 의 계산

입사파로부터  $U^i(x_0, \beta)$ 를 얻을 수 있으므로,  $N$ 개의 서로 다른 공간주파수  $\beta_i$ 에서 입력자료인  $U(x_0, \beta_i)$ 와  $U^i(x_0, \beta_i)$ 를 구하여 역산식 (1)에 대입하면 등가유기전류  $p_n$ 에 대한 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[G] \vec{p} = \vec{r}(x_0) \quad (6)$$

여기서  $[G]$ 는  $N \times N$ 행렬로  $l \times n$ 번째 요소  $G_{ln}$ 은 식 (4)의  $G_n(\beta_i)$ 을 의미하고,  $N$ 차 벡터  $\vec{p}$ 의  $n$ 번째 요소가  $p_n$ 이며  $N$ 차 벡터  $\vec{r}(x_0)$ 의  $l$ 번째 요소인  $r(x_0)$ 는 식 (1)의 좌변과 같이 주어진다.

따라서 식 (6)으로부터  $\vec{p}$ 를 구하기 위해서는 행렬  $[G]$ 의 역변환이 필요한데, 계산 방법<sup>[2]</sup>에는 크게 직접적인 방법(direct method)과 반복적인 방법(iterative method) 2가지로 분류된다. 직접적인 방법은 비교적 행렬의 요소의 수가 적은 경우에 사용하는데, 이 방법에는 Cramer's 방법 및 Gauss-elimination 방법이 있다. Cramer's 방법은 주로  $3 \times 3$  이하의 행렬을 푸는것에 사용될 뿐이고, 그 이상은 주로 Gauss-elimination 방법을 많이 사용한다. 반면 반복적인 방법은 비교적 많은 변수를 갖는 행렬식의 해를 구하는 문제에 사용되며, 이 방법은 다시 추정치(estimate)가 과거의 추정치의 함수형태에 따라 선형적인 방법과 비선형적인 방법으로 나누어진다. 선형적인 방법에는 Gauss's hand relaxation, Jacobi's cyclical iteration, Seidel's method, Back and forth Seidel's method 및 successive over and under relaxation 방법등 이 있고 비선형적인 방법에는 steepest descent, conjugate direction 및 conjugate gradient 방법등이 있다. 본 논문에서는 비교적 요소가 적은  $24 \times 24$ 행렬식을 다루므로, GaussJordan 방법을 사용한다.  $G_{ln}$ 은 공간주파수  $\beta_i$ 과 cell의 중심 점의 함수인데, cell의 위치가 고정되면  $(x_n, y_n)$ 은 정해져서, 공간주파수만을 임의로 선택할 수 있다. 그런데 공간주파수의 간격을 너무 좁게하면  $[G]$ 행렬의 각 행들의 값의 변화가 적어 행렬  $[G]$ 가 ill-conditioned 행렬이 된다. 따라서 공간주파수의 값들을 어느 정도 이상 넓게 할 필요가 있다.

2. 유전체 내부의 전계  $u_n$ 의 계산

유전체 내부의 전계  $u(x_n, y_n)$ 을 구하기 위해서는 먼저 등가유기전류  $p_n$ 으로부터 유전체 내부를 지나서  $x=x_1$  선상의 전계 스펙트럼을 구하고, 이를 역푸리에 변환하여 유전체 내부의 점  $(x_n, y_n)$ 에서 전계  $u(x_n, y_n)$ 을 구하면 된다. 그런데 전계 스펙트럼  $U(x_1, \beta)$ 는 앞에서 구한 등가유기전류  $p_n$ 를 식(1)에 대입

하여, 각 유기전류로 인한 영향을 합하면 간단히 구할 수 있다. 이 전계 스펙트럼  $U(x_1, \beta)$ 로부터 전계를 구하기 위해서는  $U(x_1, \beta)$ 를 변수  $\beta$ 에 대해 다음과 같은 역푸리에 변환적분을 하여야 한다.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta = u^i(x_1, y) + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N p_n \int_{-\infty}^{\infty} U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta,$$

$$U^s(x_1, \beta) = -j2k_0^2 \frac{e^{j\sqrt{k_0^2 - \beta^2} |x_1 - x_n|}}{\sqrt{k_0^2 - \beta^2}} \cdot \frac{\sin(\sqrt{k_0^2 - \beta^2} d)}{\sqrt{k_0^2 - \beta^2}} \cdot \frac{\sin(\beta d)}{\beta} e^{j\beta y_n} \quad (7)$$

그런데 전계스펙트럼의 함수형태를 살펴보면 다음 식에서 알 수 있는 바와 같이 적분경로상의 점  $\beta=k_0$ 에서 branch point를 갖는다는 것을 알 수 있다. 따라서 식 (7)의 적분을 해석적으로 정확히 구할 수 없으므로,<sup>[8]</sup> 여기서는 다음과 같은 방법으로 수치계산한다.

식 (7)의 적분경로를 그림 2와 같이 취하고,  $\delta \rightarrow 0$ 으로 보내면 원래와 동일한 해를 얻을 수 있다. 식 (7)의 우변항의 적분식만 다시 쓰면,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\infty}^A U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta + \int_A^B U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta + \int_B^C U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta + \int_C^D U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta + \int_D^{+\infty} U^s(x_1, \beta) e^{-j\beta y} d\beta \right] \right] \quad (8) \end{aligned}$$

와 같이 표현할 수 있다. 이때 두번째와 네번째 항은 피적분 함수가  $\delta$ 에 비례하므로  $\delta$ 이 0에 수렴할 경우에 두적분의 값이 0에 수렴한다는 사실을 알 수 있다.

그런데 나머지 세 구간에 대해 수치적분을 할때 피적분함수의 값이  $\beta = \pm k_0$  근방에서 컴퓨터가 다룰 수 있는 최대수 보다 크므로 계산에 어려움이 있다. 이런 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 그림 3과 같이 상당히 작은  $\Delta k_0 (= 0.00001k_0)$ 를 취하여 위의 세구간에 대한 적분을  $\beta = \pm k_0$ 의  $\Delta k_0$  근방에 있는  $(A', A')$ ,  $(B, B')$ ,  $(C', C)$ ,  $(D, D')$ 의 네 구간과 그 밖의  $(-\infty, A')$ ,  $(B', C')$ ,  $(D', +\infty)$ 의 세 구간으로 나누어, 후자의 세 구간에서는 수치적분이 가능하므로 Sympson's의 방법으로 적분을 하고 나머지 네 구간에 대해서는 부록A에 기술한 방법으로 근사적

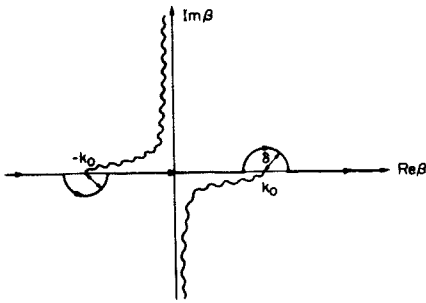


그림 2. 전계 스펙트럼  $U^s(x_i, \beta)$  의 역푸리에 변환적 분경로

Fig. 2. The integral path of the inverse fourier transform of  $U^s(x_i, \beta)$  in the complex plane.

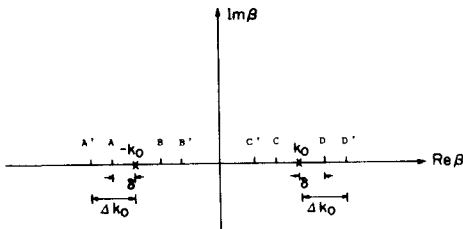


그림 3. 수치계산에 적합하게 변형한 적분경로

Fig. 3. The modified integral path for numerical simulation.

분 한다. 위와 같이 하여 구간에 대한 전계 스펙트럼의 역푸리에 변환을 구하면 원하는 전계  $u(x_i, y)$  를 얻을 수 있다. 같은 방법으로 모든  $l=1,2,\dots,N$ 에 대해  $u(x_l, y)$  를 구하여, 유전체 내부의  $n$ 번째 소영역의 중심인  $(x_n, y_n)$ 에서의 전계  $u_n$ 을 얻는다.

3. 비유전율  $\epsilon_n$ 의 계산

마지막으로 앞에서 구한 유전체 내부의  $S_n$ 에서의 전계와 등가유기전류를 다음과 같이 비유전율 분포와 관련 시킬수 있다.<sup>11)</sup>

$$\epsilon_n = \frac{P_n}{u_n} + 1, S_n \tag{9}$$

따라서 위 식으로부터  $S_n$ 내의 비유전율의 값  $\epsilon_n$ 을 구할 수 있다. 이와 같이 위에 서술한 세 과정을 거치면 유전체 내부의 비유전율을 구할 수 있다.

III. 계산결과

I 부에서 제시한 파수영역에서의 역산란 방법의

효용성을 살펴보기 위하여 앞장에서 기술한 방법으로, 간단한 구조를 갖는 유전체 모형에 대한 유전율 분포를 수치계산으로 구하였다. 본 수치계산에 사용된 유전체의 기본모형은 그림 1과 같이 단면의 한변의 길이가  $0.1\lambda$ 인 정사각형 24개를  $y$ 축을 따라 배열한 막대형 구조를 취하였다. 모형내의 비유전율은 허수부를 0으로 두고, 실수부의 최대치를 1.2로 최소치를 1로하여 cosine형 함수분포를 이루게 하였다. 이러한 유전체의 기본모형에  $z$ 방향으로 분극된 평면파가  $x$ 축방향으로 입사할 경우에, 유전체 중심인 원점에서  $0.1\lambda$ 떨어진  $x=x_0$  선상에서의 전계 스펙트럼을 공간 주파수  $\beta_i = 0$  과 이를 중심으로 공간 주파수간격이  $0.36k_0$ 씩 떨어진 24개의 점에서 구하여 입력자료로 하였다. 위와 같은 기본형에 대해 근사적분 간격을  $0.00001k_0$ 로 취하여 계산한 결과를 원래의 분포와 함께 그림 4에 보였다. 이를 좀더 자세히 살펴보기 위해 주어진 분포에 대한 상대오차  $\delta_n(\epsilon_n - \epsilon_t / \epsilon_t, \epsilon_n; \text{재현된 비유전율}, \epsilon_t; \text{원래의 유전율})$ 를 그림 5에서 보였다. 이를 보면 0.03% 이내로 유전율 분포를 잘 재현할 수 있다는 것을 알 수 있다.

위의 모형을 기본으로 하여 표 1과 같이 기본형에 대해 근사적분구간  $\Delta k_0$ , 유전체 내부의 비유전율 분포, 수신 선택파수, 수신 선택점의 위치등을 변화 시킨 경우나, 손실이 있는 유전체의 경우에 대해서도 같은 방법으로 수치계산으로 비유전율 분포를 구하여 보였다. 먼저 기본형에 대해 근사적분구간  $\Delta k_0$ 를  $0.001k_0$ ,  $0.0001k_0$ 과  $0.00001k_0$ 로한 세가지의 경우에 대한 상대오차  $\delta_n$ 을 그림 6에 나타내었다. 이를 보면 세 경우 모두 유전율 분포를 매우 정확히 계산할 수 있음을 알 수 있는데, 특히 근사적분구간  $\Delta k_0$ 를  $0.000k_0$  이하로 줄이더라도  $0.0001k_0$ 의 경우와 같은 오차를 갖는 것을 알 수 있다. 이는 근사적분구

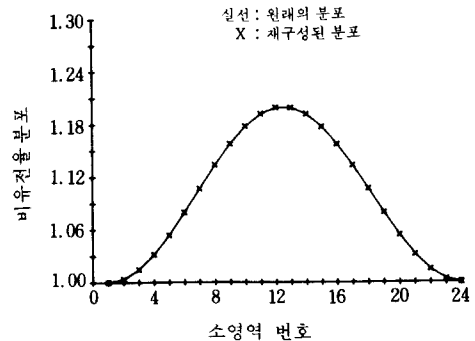


그림 4. 기본모형에 대한 역산란 계산결과

Fig. 4. Given and reconstructed relative dielectric constant profiles of the canonical structure

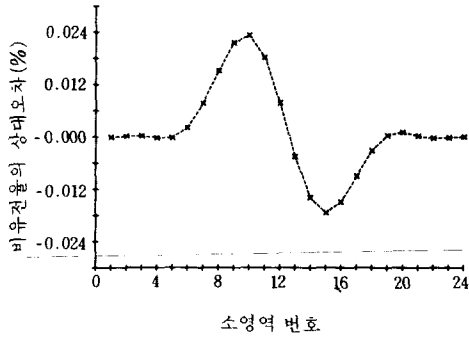


그림 5. 기본모형에 대한 비유전율의 상대오차  
Fig. 5. Relative error of relative dielectric constant in the canonical structure.

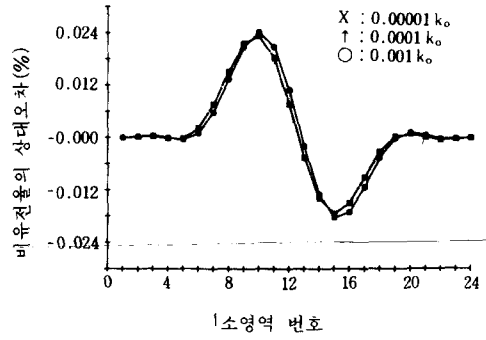


그림 6. 근사적분구간의 변화에 대한 비유전율의 상대오차  
Fig. 6. Relative error of relative dielectric constant for interval of approximate integral.

표 1. 수치계산에 이용한 기본형 및 여러가지 경우와 변수

Table 1. Basic model, various cases, and its variables used in numerical simulation.

| 항목<br>결과           | 근사적분<br>구 간  | 선택파수의<br>간   | 거리               | 유전율 분포                |     |
|--------------------|--|--|------------------|-----------------------|-----|
|                    |  |  |                  | 실수부                   | 허수부 |
| 그림 4 &<br>그림 5     | 0.0001k <sub>0</sub>   | 0.36k <sub>0</sub>   | 0.1λ             | cosine형               | 0   |
| 그림 6               | 0.001k <sub>0</sub><br>0.0001k <sub>0</sub><br>0.00001k <sub>0</sub> | 0.36k <sub>0</sub>   | 0.1λ             | cosine형               | 0   |
| 그림 7               | 0.00001k <sub>0</sub>  | 0.18k <sub>0</sub><br>0.27k <sub>0</sub><br>0.36k <sub>0</sub> | 0.1λ             | cosine형               | 0   |
| 그림 8               | 0.00001k <sub>0</sub>  | 0.19k <sub>0</sub>   | 0.1λ<br>1λ<br>5λ | cosine형               | 0   |
| 그림 9<br>&<br>그림 10 | 0.00001k <sub>0</sub>  | 0.36k <sub>0</sub>   | 0.1λ             | cosine형<br>삼각형<br>계단형 | 0   |
| 그림 11              | 0.00001k <sub>0</sub>  | 0.36k <sub>0</sub>   | 0.1λ             | cosine형               | 삼각형 |

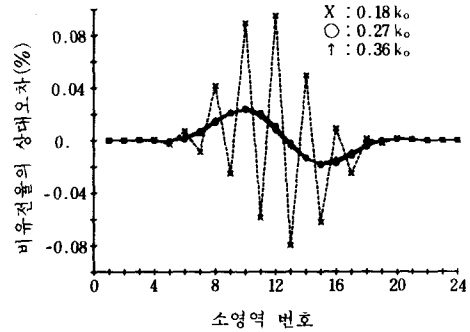


그림 7. 공간주파수의 간격의 변화에 대한 비유전율의 상대오차  
Fig. 7. Relative error of relative dielectric constant for variation of spatial frequency.

간  $\Delta k_0$ 가 0.0001k<sub>0</sub> 이하가 되면 오차에 크게 영향을 주는 요소가 근사적분에 의해서 보다는 수치계산의 round off 오차등과 같은 요인에 있기 때문이다.

그림 7에서는 선택 공간 주파수의 변화에 따른 유전율 분포를 알아보기 위해 선택 공간주파수 간격  $\Delta \beta$ 를 0.18k<sub>0</sub>, 0.27k<sub>0</sub>와 0.36k<sub>0</sub>로 점차 넓게 취한 세 경우에 대한 유전율의 상대오차를 도시하였다. 이를 보면  $\Delta \beta$ 가 작으면 오차가 커지는 사실을 알 수 있다. 이는  $\Delta \beta$ 가 작을수록 수신선택점의 파수에 대응되는 전체 스펙트럼 상호간의 크기의 차가 적기 때

문에 컴퓨터의 truncation 오차나 round off 오차의 영향을 크게 받는다. 이로 인해  $\Delta \beta$ 가 작을 경우에는 큰 경우에 비해 오차가 크다는 사실을 알 수 있다.

그림 8에서는 거리의 변화가 재구현된 비유전율에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 유전체 모형의 중심으로부터 수신점까지의 x 방향 거리  $x_0$ 를 기본형인 0.1λ외에 1λ, 5λ의 3가지로 변화 시킨 경우에 대한 비유전율의 상대오차를 도시하였다. 이때 사용한 공간주파수의 간격은 0.19k<sub>0</sub>로 하여 거리의 변화에 따른 영향을 뚜렷이 볼 수 있게 하였다. 위의 결과로부터 수신 전계 스펙트럼을 취하는 x 좌표의 거리  $x_0$ 가 유전체로부터 멀수록 오차가 큰 것을 알 수 있다. 이는 전체 스펙트럼  $U(x_0, \beta)$ 의 크기가 거리  $x_0$ 가

멀어짐에 따라 지수함수로 감소하므로 컴퓨터에 의한 truncation 오차나 round off 오차의 영향을 크게 받아, 등가유기전류를 구하는 행렬식(6)의 우변항인  $U(x_0, \beta)$ 를 포함하는 벡터  $r(x_0)$ 의 오차가 커지고, 다시 이 오차가 행렬[G]의 역행렬에 의해 증폭되어 등가유기전류에 나타난다. 다시 이 오차가 등가유기전류로부터 비유전율을 구하는 과정에 그대로 연장되어 결국 재구성된 비유전율의 상대오차를 크게 하였기 때문이다.

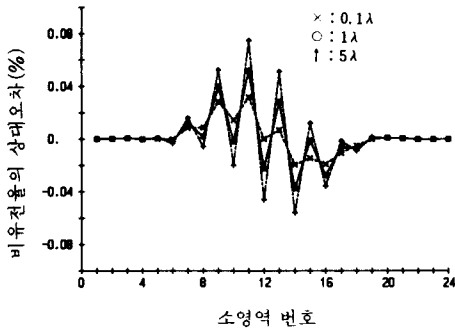


그림 8. 측정위치  $x_0$ 의 변화에 따른 비유전율의 상대오차  
 Fig. 8. Relative error of relative dielectric constant for the location of measurement point  $x_0$ .

그림 9에서는 유전체 내부의 비유전율의 분포의 변화의 정도가 재구성된 비유전율에 미치는 영향을 알기위해 cosine 형을 기본으로 점차 변화가 심한 삼각형, 계단형의 세 형태의 유전율분포를 갖는 유전체에 대해 수치계산으로 구한 유전율 분포를 원래의 분포와 같이 나타내었다. 이때 나타난 결과는 오차가 상당히 작아 그영향을 보기 어려우므로 그림10에서와 같이 상대오차를 나타내었다. 여기서 분포의 변화가 클수록 구현된 유전율의 상대오차가 큰 것을 알 수 있는데, 그 이유는 유전율 분포의 변화가 심할수록 유전체내부에서의 전계 스펙트럼  $U(x, \beta)$ 가 고주파 성분을 많이 가지게 되어 재구현시 더 높은 주파수의 스펙트럼을 필요로 하기 때문이다. 그러나 여기서는 위 세 경우 모두 동일한 파수를 선택하였기 때문에 유전율 변화가 심할 수록 오차가 증가함을 알 수 있다.

그림11에서는 복소유전율 분포를 갖는 유전체에 대한 유전율 분포를 재구현하여, 원래의 분포와 함께 나타내었다. 이를 보면 실수부만 존재하는 기본형의

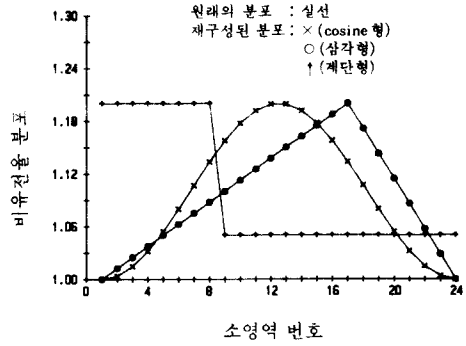


그림 9. 내부의 유전율의 변화에 대해 역산란 결과  
 Fig. 9. The given and reconstructed profile of relative dielectric constant for variation of internal profile.

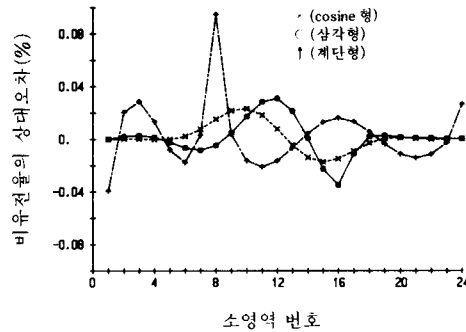


그림 10. 내부의 유전율 변화에 대한 상대오차  
 Fig. 10. Relative error of relative dielectric constant for variation of internal profile.

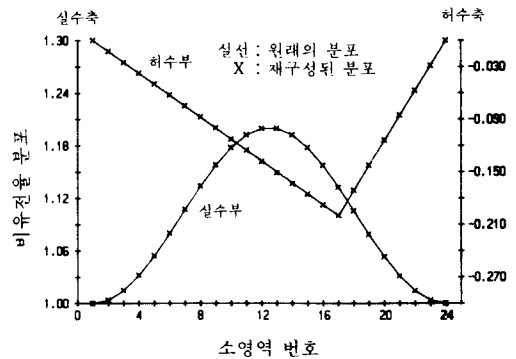


그림 11. 손실이 있는 경우에 대한 역산란 결과  
 Fig. 11. The given and reconstructed profile of relative dielectric constant for lossy objects.

경우와 마찬가지로 복소유전율을 갖는 유전체에 대해서도 유전체 내부의 유전율 분포를 잘 구현할 수 있음을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 전편논문인 I 부에서 제시한 파수 영역에서의 역산란 방법을 간단한 기본모형에 적용시켜 수치계산으로 유전율 분포를 재구현하여 보았다. 이때 모형외부의 전계 스펙트럼을 입력자료로 하여, 유전체 내부의 비유전율 분포를 사용 전자파의 파장보다 작은 크기로 자세히 구할수 있음을 알 수 있었다.

기본형으로 제시한 모형에 대해 근사적분 구간을 변화시켜 유전율 분포에 주는 영향을 살펴보았으며, 수신점의 공간주파수를 변화시켜 봄으로써 전계 스펙트럼의 수신 주파수를 넓게 할수록 오차가 적은 비유전율 분포를 재현 할 수 있다는 것을 알 수 있었다. 또 전계 스펙트럼을 측정하는 수신점의 위치가 유전체 모형으로부터 멀수록 재구현된 비유전율에 오차가 크므로, 되도록 가까워서 전계 스펙트럼을 측정하여야 함을 알 수 있었다. 유전체 내부의 유전율의 변화가 심할 수록 높은 파수의 전계 스펙트럼을 필요로 함을 알수 있는데, 실제로는 높은 주파수에서는 전계 스펙트럼의 크기가 상당히 작아 잡음보다 낮은 크기를 갖는 경우가 생길수 있음에 주의 해야 한다.

이 방법은 공간 영역의 역산란 방법과 마찬가지로 유전체의 비유전율 분포를 입사파의 파장보다 잘게 볼 수 있으며, 역산란 과정에서 재구성된 유전율 분포를 결정하는 여러가지 변수들인 산란전계의 측정 위치, 유전체의 크기 및 모양과 유전체 분포의 특성 등의 영향을 각각 분리하여 살펴볼 수 있는 잇점이 있음을 알았다.

부 록

산란전계 스펙트럼  $U^s(x, \beta)$ 의 역푸리에 변환을 수치계산하는 방법

유전체 내부를 지나는  $x=x$  선상의 산란전계 스펙트럼의 역푸리에 변환 적분식인 식 (9)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int U^s(x_i, \beta) e^{-j\beta y} d\beta \\ &= \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\infty}^A U^s(x_i, \beta) e^{-j\beta y} d\beta + \int_B^C U^s(x_i, \beta) e^{-j\beta y} d\beta \right. \\ & \left. + \int_D^{+\infty} U^s(x_i, \beta) e^{-j\beta y} d\beta \right] \end{aligned} \quad (A1)$$

이 적분은 다시 그림 3 과 같이 7 개의 구간으로 나눌수 있는데 그 중  $(-\infty, A')$ ,  $(B', C')$ ,  $(D', +\infty)$  의 세 구간에서는  $U^s(x_i, \beta)$ 의 적분이 가능하므로 이 세 구간에서는 Simpson's의 방법으로 적분을 하였고 나머지 네 구간  $(A', A)$ ,  $(B, B')$ ,  $(C, C)$ ,  $(D, D')$  에 대해서는 다음과 같은 방법으로 근사적분 하였다.

가)  $(C', C)$  구간 :  $(k_0 - \Delta k_0 < \beta < k_0 - \delta)$

$\Delta k_0 = 0.00001k_0$ 인 영역에서 전계 스펙트럼  $U^s(x_i, \beta)$ 의 항들은 다음과 같이 근사화가 가능하다.

$$\frac{\sin(\sqrt{k_0^2 - \beta^2} d)}{\sqrt{k_0^2 - \beta^2}} \simeq d \quad (A2)$$

$$\frac{\sin(\beta d)}{\beta} \simeq \frac{\sin(k_0 d)}{k_0} \quad (A3)$$

$$e^{-j\beta(y-y_n)} \simeq e^{jk_0(y-y_n)} \quad (A4)$$

위 근사식을 전계 스펙트럼  $U^s(x, \beta)$ 에 대입하고, 또 피적분 함수에  $\beta \cdot 1/\beta$ 를 곱하여도 값이 변치않으므로 위 구간에서의  $U^s(x, \beta)$ 의 역 푸리에 변환 적분은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_{k_0}^-(y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{k_0 - \Delta k_0}^{k_0 - \delta} \beta \frac{1}{\beta} U^s(x_i, \beta) e^{-j\beta y} d\beta \\ &= j \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{-jk_0(y-y_n)} \\ & \int_{k_0 - \Delta k_0}^{k_0 - \delta} \frac{e^{-j\sqrt{k_0^2 - \beta^2} |x_i - x_n|}}{\sqrt{k_0^2 - \beta^2}} \beta d\beta \end{aligned} \quad (A5)$$

위 피적분 함수는 적분이 가능하므로 적분하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \lim_{\sigma \rightarrow 0} C_{k_0}^-(y) \\ &= \begin{cases} -\frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{-jk_0(y-y_n)} \\ \frac{1 - e^{-j\sqrt{2k_0\Delta k_0} |x_i - x_n|}}{|x_i - x_n|}, x_i \neq x_n \quad (A6a) \\ j \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{-jk_0(y-y_n)} (-\sqrt{2k_0\Delta k_0}), x_i = x_n \end{cases} \end{aligned} \quad (A6b)$$

앞 과 동일한 방법으로 나머지 세 구간에 대해 전계 스펙트럼  $U^s(x_i, \beta)$ 를 적분하면 다음과 같은 근사해석함수를 구할 수 있다.

나)  $(D, D')$  구간 :  $(k_0 + \delta < \beta < k_0 + \Delta k_0)$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} C_{k_0}^+(y)$$

$$= \begin{cases} -\frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{-jk_0(y-y_n)} \frac{e^{-\sqrt{2k_0 \Delta k_0} |x_l - x_n|} - 1}{|x_l - x_n|}, \\ x \neq x_n \end{cases} \quad (A7a)$$

$$\left[ \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{-jk_0(y-y_n)} (\sqrt{2k_0 \Delta k_0}), x_l = x_n \right] \quad (A7b)$$

다) (A', A) 구간 :  $(-k_0 - \Delta k_0 < \beta < -k_0 - \delta)$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} C_{-k_0}^-(y)$$

$$= \begin{cases} \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{jk_0(y-y_n)} \frac{1 - e^{-\sqrt{2k_0 \Delta k_0} |x_l - x_n|}}{|x_l - x_n|}, \\ x_l \neq x_n \end{cases} \quad (A8a)$$

$$\left[ \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{jk_0(y-y_n)} (\sqrt{2k_0 \Delta k_0}), x_l = x_n \right] \quad (A8b)$$

라) (B, B') 구간 :  $(-k_0 + \delta < \beta < -k_0 + \Delta k_0)$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} C_{-k_0}^+(y)$$

$$= \begin{cases} \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{jk_0(y-y_n)} \frac{e^{-j\sqrt{2k_0 \Delta k_0} |x_l - x_n|} - 1}{|x_l - x_n|}, \\ x_l \neq x_n \end{cases} \quad (A9a)$$

$$\left[ -j \frac{d}{\pi} \sin(k_0 d) e^{jk_0(y-y_n)} (\sqrt{2k_0 \Delta k_0}), x_l = x_n \right] \quad (A9b)$$

위와 같은 방법으로 전구간에 대한 전체 스펙트럼의 역푸리에 변환을 구할 수 있다.

参 考 文 献

- [1] 김세윤, 이재민, 나정웅, "파수영역에서 모멘트 방법을 이용한 새로운 역산란 계산방법, I : 이론" 전자공학회 논문지, 제25권, 제10호, pp.10-17, 1988.
- [2] T.K. Sarkar, "Survey of numerical methods for solution of large systems of linear equations for electromagnetic field problems," *IEEE Trans., Antennas Propagat.*, vol. AP-29, no. 6, pp. 847-856, 1981.
- [3] B. Carnahan, H.A. Luther and J.O. Wilkes, *Applied Numerical Methods*, John Wiley and Sons. Inc., 1969.
- [4] R.F. Harrington, *Field computation by moment method*, Macmillan, 1968
- [5] J.H. Richmond, "Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross-section shape," *IEEE Trans., Antennas Propagat.*, vol. AP-13, pp. 334-341, 1965.
- [6] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products*, Academic, 1980. \*

著 者 紹 介

李 在 敏 (正會員) 第25卷 第3號 參照  
현재 한국과학기술원 박사과  
정 재학중

羅 正 雄 (正會員) 第25卷 第8號 參照  
현재 한국과학기술원 전기  
및 전자공학과 교수

金 世 潤 (正會員) 第25卷 第8號 參照  
현재 한국과학기술원 물리전  
자 연구실 선임연구원