

中等學校의 數學的思考力 增進을 위한 效果的인 數學指導法の의 試案

洪 錫 強
東國大學校

I. 序 論

I. 1. 數學的 思考力의 定義

數學教育은 數學·哲學·教育學, 數學演習으로써 구성된 數學教育原理이므로 數學教育學者는 위의 모든 分野의 理論을 이용하여 數學學習效果를 增進시켜 보다 높은 學業成就로 能率의으로 到達할 수 있는 效果的인 研究法을 開發하고 있다. 그러므로 이러한 目的에 副應하기 위하여 心理數學(Psychomathematics)의 面에서 高찰한 數學的 思考力向上을 重要한 目的으로 들 수 있다. 여기서 定義하고 있는 數學的 思考力은 數學的 能力과는 區別되어야 하는데¹⁾ 數學的 能力은 廣意의 意味로써 數學知識을 習得하는 모든 知的可能性 즉 一般的 數學學習能力을 數學教育에서는 數學的 能力이라고 정의하며 數學的 思考力은 狹意의 意味로 問題解決을 위한 知的構成要因, 數學的 概念形成 및 認知的 作動能力을 뜻한다. 그러므로 問題解決에 要하는 數學的 思考要因에 局限시킨 定義라 할 수 있다. 따라서 數學的 能力이란 다른 모든 조건이 同一한 경우에 學校에서 要求하는 數學的 活動을 遂行하고 數學的인 知識, 技能, 態度등을 習得하는데 影響을 주는 個人的 心理的性向 및 精神活動의 性向을 意味하는 것으로 特히 위의 모든 技能 가운데서 問題解決을 위한 知的 活動의 思考要因을 抽出하여 數學的 思考力으로 定義하고 있다.

Ruthe P.는 抽象力, 空間表象力, 推理力 演算機能에 對한 直觀力, 各 思考力들이 函數型으로 組合 構成된 思考力의 型態 및 集中力을 提示하였고 Cameron A. E.는 數學的 構造를 分析하는 能力, 그리고 그 元素들을 再結合하는 能力, 數的 資料와 空間的 資料를 比較分類하는 能力, 一般的 原理를 適用하는 能力, 抽象的인 數學을 演算하는 能力, 想象力 등을 들고 있다.

Komerelle V.는 明確한 論理的 思考, 適切한 論理의 方法의 適用, 推象力, 統合力, 空間表象力, 思考의 批判性 即, 事物을 認識 判斷하는데 있어서 一眩의 失手할 可能性을 未緣에 豫防할 수 있는 選擇的 思考와 記憶力 등을 들고 있다. Thomas H.는 抽象力, 論理的 思考, 特殊的인 知覺力, 直觀力, 公式을 利用할 수 있는 能力등을 들고 있다.

本 研究는 著者가 1987年 9月부터 1988年 2月까지 文敎部 I. B. R. D. 國費海外派遣客員 教授로써 美國 미네소타州立大學校 數學科(School of Mathematics, Univ. of Minnesota, Minneapolis)와 教育心理學科(Dept. of Educational Psychology)에서 研究하는 동안에 이루어졌음.

註 1) Yeshurun Shraga: A Psychomathematically-based teaching Method, International Journ. of Mathematics. Education in Science and Techonology 1975. Vol. 6, No. 4 p. 445~459.

2) Krutetskii V. A.: The Psychology of Mathematical Abilities in School Children translated by Jeremy Kilpatrick and Izaak Wirszup 1976 Univ. of Chicago Press.

Thorndike E. L. 은 記號使用의 能力, 相互關係를 취사선택하고 設定하는 能力, 一般化, 體系化의 能力, 本質的인 要素와 資料를 適切하게 選擇하는 能力, 生覺과 技能을 體系化시키는 能力을 들고 있는데 特히 代數의 能力에서는 公式을 理解, 思考하고 構成, 變換하는 能力, 數量的인 相關性을 公式으로 表現하는 能力, 數的關係를 函數로 表現하고 푸는 能力, 代數의 計算能力, 그래프상에 함수를 도시하는 能力등을 지적하고 있다. Thorndike E. L.은 記號使用의 能力, 相互關係를 取捨選擇하고 說定하는 能力, 一般化 體系化의 能力, 本質的인 要素와 資料를 適切하게 선택하는 能力, 生覺과 技能을 體系化시키는 能力을 들고 있는데 特히 代數의 能力에서는 公式을 理解하고 構成, 變換하는 能力, 數量的인 相關性을 公式으로 表現하는 能力과 그 函數를 풀고 계산할 수 있는 能力을 指適하고 있다. Haecker V.와 Ziehen T.는 가) 空間의 構成要素 즉,

- (1) 空間의 數의 表現, 圖形, 複合의 構成의 表現
- (2) 空間의 概念上에서 圖形의 記憶
- (3) 空間의 推象力 즉, 空間의 對象을 一般的인 數字로 理解할 수 있는 能力
- (4) 空間의 統合力, 즉 空間의 對象을 理解하고 그 對象들간의 關係를 獨立的으로 발견할 것.

나) 論理的 構成要素

- (1) 數學的 概念의 構成 즉, 예로써 Sine 函數, Tensor 함수 등의 概念을 構成하고 그 概念을 抽象化하여 理解하는 能力
- (2) 理解力, 記憶力, 一般의 概念上 事物의 關係를 獨立的으로 發見할 수 있는 能力
- (3) 理解力, 記憶力 그리고 論理的 法則에 基礎한 結論과 證明들을 獨立的으로 行할 수 있는 能力.

다) 數의 構成要素

- (1) 數值의 概念을 構成하는 能力
- (2) 數와 數值의 解를 記憶하는 能力

라) 記號의 構成要素

(1) 理解의 記號, (2) 記憶의 記號, (3) 記號로써 演算을 하는 能力을 들고 있다. Mitchell F. W. 는 分類能力, 記號를 理解하고 記憶하는 能力, 演繹하는 能力, 抽象的 概念을 조작하는 能力을 들고 있고 Brown K. E와 Johnson P. J.는 數學的 能力을 發見하는 道具로써의 표준 테스트는 一般的 知能, 抽象的 推理力, 空間的 表象力, 科學的 文章을 理解하는 能力, 關係 파악의 能力을 測定할 수 있는 것이어야 한다고 主張하며 수학에 있어서 잠재성을 가진 학생들로부터 超記憶能力, 知的인 호기심, 추상적으로 생각할 수 있는 能力, 새로운 문제에서 이미 알고 있는 先識을 적용할 能力, 문제풀이에서 迅速하게 解答을 구 하는 能力등을 지적하고 있다. Duncan E. R. 은 일반지능 이외에 特히 數量測定에서 발달한 思考, 視覺的 想像力, 記憶力, 創造力, 機智등이 없이는 數學學習이 불가능하다고 지적하고 있다. 特히 統計學的 思考에 있어서 統計學者들은 다음의 思考力을 指適하고 있다. Kinchin Ya는 數學的 思考의 明確한 잠재성으로써 (1) 理性的 論理的 體系의 優越性, (2) 간결성 즉, 문제해결에 있어서 가장 간단한 방법으로 최종정답을 얻기 위하여 노력하는 과정의 思考力, (3) 일련의 推理가 명확한 단계의 분리적 사고로 나뉘어지는 것.

Kolmogorov H. 는 (1) 複雜한 資料를 數로 나타내는 能力과 不規則한 資料를 正規形으로 정리하는 能力 및 數值的 計算法의 能力, (2) 幾何學的 想像力과 直觀力, (3) 逐次的 또는 分離된 論理的 思考法의 熟達性 및 수학적 귀납법 원리를 理解하고 그 原理를 이용하는 能力등을 들고 있다.

Gnendenko B. V.는 (1) 推理力을 이용하여 證明過程에서 필요한 過程을 省略하는 不注意등을 發見해 낼 수 있는 判別力, (2) 論理的 思考法을 습관적으로 適用시킬 수 있는 能力, (3) 일련의 推理力이 明確한 分離的인 思考의 단계로 分離되는 過程, (4) 數學的 記號로 資料를 定義할 수 있는 能力.

Shvartsburd S. I.는 (1) 空間의 概念의 發展, (2) 必須的 客體와 非必須的 客體를 區別할 수 있는 判

別力 및 推想的 思考力과 구체적 客體를 數學問題로 定義할 수 있는 能力 또 그것을 간결하게 표현할 수 있는 能力, (3) 推議的 思考能力, (4) 特殊한 問題를 調査하고 解析할 수 있는 能力, (5) 科學的 結論을 具體的인 資料에 應用하는 能力, (6) 새로운 問題를 創案하고 비판할 수 있는 能力, (7) 數學的 論證을 理解할 수 있는 能力과 問題를 解決하기 위한 充分한 忍耐力등을 指摘하였다. 이와 같이 여러 學者들이 論한 數學的 能力을 問題解決에 要하는 數學的 思考力으로 要因別로 分類하여 定義하면 다음과 같다.³⁾

(1) 抽象化, (2) 形式化, (3) 構造化, (4) 理想化, (5) 特殊化, (6) 明確化, (7) 單純化, (8) 能率化, (9) 擴張, (10) 統合, (11) 解析, (12) 分類, (13) 數量化, (14) 記號化, (15) 創造, (16) 直觀, (17) 試行錯誤, (18) 公理性, (19) 演繹性, (20) 歸納性, (21) 發見, (22) 論理性.

以上の 정의된 思考要因에 關하여 Witman E.⁴⁾는 演繹法과 反射的 思考力에 關한 研究에서 抽象化, 構造化, 公理化, 演繹的 思考力과 反射的 思考力의 相關關係를 다루고 있고 Armatage J.V.⁵⁾는 抽象化와 具體化의 相關性에서 具體化 過程의 思考力의 進行過程을 分離하고 있고 Bell T.W.⁶⁾는 構造化와 非構造化 思考와의 比較에서 構造化 思考力의 增進을 위한 接近法을 提示하고 實驗을 위한 問題들을 出題하였으며 Griffith B.⁷⁾는 數學 教科課程과 通察力의 相關關係에 關하여 論하고 通察力이 各教科目에 어떻게 연역적으로 各思考力의 增進에 도움이 되는가의 예들을 소개하고 그 實驗에 出題된 問題들을 提示하였다.

I. 2. 問題解決心理

이 節에서는 問題解決을 위한 心理를 心理數學(Psychomathematics) 分野에서 主要論題로 두고 있으므로 여러 學者들이 論한 主張을 열거하고 그 心理와 思考의 進行過程의 순서를 論하고져 한다. 특히 心理數學과 數學心理學(Mathematical Psychology)은 구별되어야 하는데 후자는 數學的 方法論(Mathematical Methodology)를 이용하여 心理學을 研究하는 分野를 뜻한다. Polya George는 그의 論著 數學的 發見⁸⁾에서 數學理論의 理解, 習得, 指導, 問題解法등을 指導法的 면에서 考察하여 問題性的 發見, 問題의 關聯性, 先見, 解法의 追求, 判斷, 思考의 動員과 組織, 認識, 記憶, 補充, 再構成, 隔離, 組合等의 問題解決心理를 定義하고 이 心理의 類型을 問題의 難易度에 對應해서 學生들이 어떤 思考를 利用해서 問題解決에 임하는가를 論하고 있으며 概觀적으로 Spinoza가 분류한 네가지 態度를 列舉하고 있다. (1) 機械的으로 암기한 公식을 利用하여 문제해결을 추구함. (2) 歸納法을 利用하여 간단한 수학적 證明을 추구함. (3) 推理力을 利用하여 問題의 展開를 試圖하는 能力. (4) 演繹的 思考力을 利用하여 問題의 內容을 파악함. 여기에 더하여 더욱 중요한 것은 學生들이 問題를 해결하고져하는 의지가 있어야 함을 強調하고 있다.

註3) 仲田紀夫編：算數. 數學指導 範例事典, 教育出版 せんた, 1985.

4) Witman Erich: The Complementary Roles of Intuitively and Reflective Thinking in Mathematics Teaching, Educational Studies in Mathematics 12, 1981, p. 389~397.

5) Armatage J. V.: The Relation Between Abstract and Concrete Mathematics at School, Educational Studies in Mathematics 2, 1969, p. 180~188.

6) Bell A. W.: A Study of pupils Proof-Explanation in mathematical Situations, Educational Studies in Mathematics 7, 1976 p. 23~40.

7) Griffith B.: Mathematical Insight and Mathematical Curricula, Educational Studies in Mathematics 4, 1971, p. 153~165.

8) Polya George: Mathematical Discovery (On Understanding. Learning and Teaching Problem Solving) Vol. I; II, Wiley, 1962.

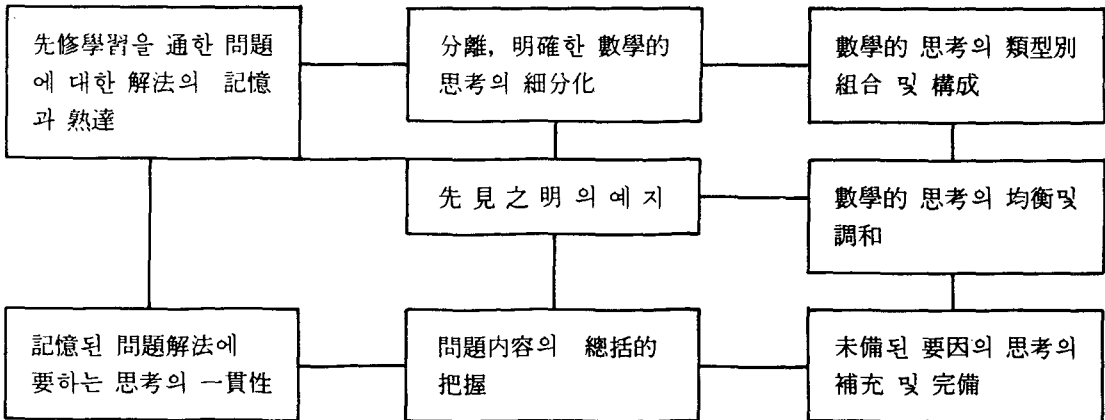
다음에는 問題解決에 臨하는 態度的 心理的 順序 및 過程을 살펴보면 (1) 問題의 分類 즉, 問題 類型的 記憶, (2) 問題의 難易度의 判斷 즉, 그 問題의 範圍가 얼마나 廣範圍한가를 생각한다. 일반적으로 問題의 難易度는 出題範圍와 깊은 상관이 있으므로 어떤 問題가 많은 장의 교과내용과 고루 연관되어진 문제라면 어려운 문제로 看做되어질 수 있다. 이때 問題의 難易度를 알기 위하여 다음의 思考의 進行過程을 心理學的 面에서 考察할 수 있다.

- ① 문제의 관찰, 해법의 발견을 위한 시도 및 既學習內容의 暗記
- ② 한문제 또는 여러 문제에서 解法을 유도할 法則의 발견 및 誘導
- ③ 解法을 발견하기 위한 가정의 설정
- ④ 잠정적인 또는 일시적인 가정의 설정을 통하여 일반적인 가정의 설정
- ⑤ 문제의 해법과 세운 결과를 檢討함.
- ⑥ 문제해법이 正答이라면 그들이 설정한 假定에 확신을 가짐.
- ⑦ 설정된 가정과 事實證明간의 차이나 問題에 提示된 힌트의 차이를 주의깊게 구별하여 관찰함.
- ⑧ 여러 類型的 問題들중 同一한 類型的 問題를 이해함.
- ⑨ 同一한 問題와 正反對 또는 相異한 問題를 구별할 수 있다.

그러나 이와같은 思考의 進行過程에서 學習效果에 制限을 주는 여러가지 장애가 있는데 그 가운데 가장 큰 要因은 첫째는 人間頭腦의 暗記力이 대단히 制限되어 있다는 것이고 둘째는 敎수법이 학생들이 요구하는 모든 敎科內容을 包含할 수 없는 것이다. 그러므로 중요한 思考力을 利用하여 問題解決을 신속하게 처리함으로써 制限된 知的 障礙要因을 最少化시키고 數學의 定義, 定理, 法則들을 利用하여 問題解決을 위하여 動員시키는 사고과정을 간단히 圖示하면 다음과 같다.

分離 - 認定 - 動員 - 記憶 - 紹介 - 補充 - 組織 - 再構成

따라서 학생들은 이러한 일련의 사고과정을 통하여 다음과 같이 問題解決에 임한다.



McDonald I.D.⁹⁾ 는 이런 思考의 과정을 심리학적 用語로 理解-通察力-直觀으로 體系化 시키고 이것은 數學的 用語로 一般化-抽象化-公理化로 정리하고 있다.

註9) McDonald I.D. Insight and Intuition in Mathematics, Educational Studies in Mathematics 9, 1978, p. 411~420.

II. 數學的 思考力測定 및 增進

우리들이 數學的思考力을 增進시키기 위하여 학생들에게 最善의 學習基準의 說定과 그에 필요한 先行해야 할 學習要素를 提示하기 위하여 數學學習의 概念範圍를 적절히 調整하여 그에 따라 學習課題를 分析하고 分類하여 問題解決에 必要한 여러가지 思考에 관한 學習 및 訓練이 先行 되어야 하고 各 原理의 學習을 위해서는 여러가지 關聯數學의 概念의 學習이 先行되어야 한다. 따라서 學校教育에서 다루는 前節에서 論한 22가지 類型의 思考力을 이용한 學習指導는 정도의 차이는 있어도 그 前提로 되는 보다 낮은 次元의 直觀이 어떤 型態로든지 先行되고 있어야 問題解決로의 接近이 용이하다고 할 수 있다. 왜냐하면 어떤 사물에 대하여 感覺的인 인상이거나 직접적인 經驗을 통해서 이들의 綜合的인 정신소산으로써 集合的인 對象을 얻어 여기에서 그 事物에 대한 固定된 直觀을 갖게 되며 이 直觀에 기호, 형식, 용어를 주어 不分明하지만 記號化나 言語化함으로써 漸次로 明確한 形態를 알아내고 차차로 感覺的인 것을 벗어나 어느 정도의 概念化, 抽象化에 이른다고 볼 수 있다. 따라서 학생들에게 이러한 概念을 形成시키기 위하여는 直觀을 통하여 문제해결을 위한 特有의 思考를 이용한 實驗學習材料를 이용하여 訓練하는 것이 가장 중요하며 또 學習者가 數學學習內容을 신속히 인지하고 그러한 思考過程에 익숙하여 1,2절에서 論한 問題解決心理의 여러가지 構成要因을 動員하여 신속하게 문제를 解決할 수 있다. 그러므로 結論으로써 數學的思考力의 個人差 問題 및 向上을 위한 問題를 어떤 研究方法에 의하여 解明하느냐 하는 것에는 여러가지 論難의 여지가 있겠으나 그 解明을 위한 기초문제 및 思考力의 크기 測定 및 增進化方案을 提示하기 위하여 다음과 같은 것이 提起된다. 즉 예비연구로써 實際學習課程에서

- (1) 우리나라 中等學校 學生들의 數學的思考力을 標本調査하여 그 크기와 要因을 分析하고
- (2) 類似한 思考와 正反對의 思考는 相互獨立의으로 存在하는가?
- (3) 類似한 思考는 相互補完的으로 存在하는가?
- (4) 各 思考力間의 相關關係 및 分析

III. 研究節次 및 方法

序論에서 論한 바와 같이 우리나라 中等學校 學生(서울을 중심으로)의 數學思考力의 要因 및 類似思考力의 相關係數 및 獨立性을 檢定하고자 하여 各 要因들을 다음과 같이 假定하였다.

- (가) 思考의 要因: 序論의 定義와 同一함.
- (나) 主要思考力의 相關係數 및 獨立性 檢定
 - ① 抽象化, 形式化, 構造化
 - ② 解析, 分類
 - ③ 數量化, 記號化
 - ④ 創造, 發見
 - ⑤ 演繹性, 歸納性, 論理性

이와같이 여러가지 細分化된 思考力을 比較研究하기 위하여 여러 研究分野에서 많은 研究結果가 있겠으나 이 論文에서는 우리나라 中等學生들의 數學思考力을 測定하고 그것을 向上시키기 위한 基礎的이고 實驗的 試案을 提示하는 것으로 研究의 目的으로 둔다.

1) 調査對象

本研究의 調査對象은 서울市内 高等學校에 在學하고 있는 學生 589명(男:365명, 女:224명)을 對象으로 하였다. 調査對象의 學校의 選定은 各 教育區廳內에서 1學校씩 계통추출법에 의하여 抽出하여 그 중 한 학급을 指定하여 調査員을 파견하여 調査하였다.

研究對象 및 學生數

學校 및 地域	區 別	江東區	東大門區	西大門區	中 區	江南區	冠岳區	龍山區	城北區	道峰區	江西區	合 計
	學生數	S	D	H	T	C	N	S	K	Y	D	
學生數	男	67	55	56	56	57	58		16			365
	女							59	49	58	58	224

2) 測定道具

(1) 各 思考力 要因別 試驗問題出題

各 思考力 要因別 試驗問題는 美國 E. T. S.¹⁰⁾ (Educational Testing Service) 의 中等學校 試驗問題 銀行에서 拔萃한 問題와 仲田紀夫¹¹⁾ 가 出題한 各 思考力 要因別 問題傾向을 參考로 하여 우리나라 中等學校 數學의 教科課程에 따른 問題型으로 分類하였고 四枝選多型 客觀式問項을 作成하기 위해 Raffaella¹²⁾ 등이 提示한 問項構成技術을 이용하였으며 四問題중 一問題는 그 思考力의 問題와 反對인 思考의 問題이거나 아니면 그와 類似한 思考力의 問題를 함께 出題하여 正答을 찾게 하였다. 또 各 思考力 要因別 問項順序는 I. 1 節에서 定義한 順序와 같게 두었다.

(2) 各 思考力 要因別 試驗問題評價

Lord F. M. 와 Novick M. R.¹³⁾ 와 Lawrence H. C. 와 Robert B. F.¹⁴⁾ 등의 成就度檢査 (Achievement Test) 의 正答率計算法에 의하여 學生들이 가능한한 應試時間內에 充分하게 答을 찾게 하는 評價法 R. T. O. O. E. (Risk Taking on Objective Examinations) 에 따라 試行하였고 評價基準은 Lord F. M. 등의 평가법 N. R. S. F. (Number Right Scores Formula) 을 利用하여 各 思考力 要因別로 分類하여 統計資料로 하였다.

3) 資料分析 및 研究結果

2) 의 標本調査結果 表 1 은 各要因別 數學的 思考力의 正答者數를 나타내고 있다.

註 10) Gordon A. Hale and Beverly Whittington, A Profile of Preparation in Mathematics Educational Testing Service No. 84~44, 1984.

11) 前掲書, p. 446~491.

12) Raffaella Borasi: On the Nature of Problems, Educational Studies in Mathematics 17, 1986, p. 125~141.

13) Lord F. M & Novick M. R.: Statistical Theories of Mental Test Score, Reading, Addison Wesley 1968.

14) Lawrence H. C. & Robert B. F.: An Empirical Test of Lord's Theoretical Results regarding Formula Scoring of Multiple Choice Test, Journ. of Educational Measurement Vol. 14, No. 4, 1977, p. 313~321.

表 1.

問項番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
男	(64.38) 235	(9.58) 35	(60.27) 220	(50.95) 196	(54.52) 199	(54.24) 198	(23.83) 87	(21.36) 78	(24.10) 87	(40.19) 154	(26.84) 98
女	(66.07) 148	(7.58) 17	(73.66) 165	(43.75) 98	(66.51) 149	(54.91) 123	(25.44) 57	(20.98) 47	(15.62) 35	(48.66) 109	(20.08) 45
合 計	(65.02) 383	(8.82) 52	(65.36) 385	(48.21) 294	(59.08) 348	(54.49) 321	(24.24) 144	(21.22) 125	(20.88) 122	(44.65) 253	(24.27) 143
問項番號	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
男	(49.58) 181	(78.63) 287	(36.16) 132	(27.39) 100	(7.39) 27	(17.53) 64	(29.04) 106	(14.79) 64	(8.49) 31	(49.58) 181	(25.75) 94
女	(58.92) 132	(79.01) 177	(43.30) 97	(30.35) 68	(4.01) 9	(20.08) 45	(36.16) 81	(12.05) 27	(9.82) 22	(58.92) 132	(35.71) 80
合 計	(53.14) 313	(78.77) 464	(38.87) 229	(28.52) 168	(6.11) 36	(18.50) 109	(31.74) 187	(13.75) 91	(8.99) 53	(53.14) 313	(29.54) 174

正答率은 百分率이며 ()의 숫자는 正答率임.

男女 學生의 總文項別로 본 平均値, 標準偏差와 相關係數는 다음과 같다.

表 2

區 分	文 項 數	平 均 值	標 準 偏 差	相 關 係 數
男	22	33.30	19.98	0.9674
女	22	37.80	22.98	

위의 表 1 과 表 2 의 結果로 보아 우리나라 高等학교 男女學生의 各 文項別로 본 思考力 問題의 差別力에서 모두 類似한 正答率을 보이고 있고 相關係數가 0.967로써 高相關임을 알 수 있으며 思考力은 대체로 抽象化, 構造化, 特殊化, 明確化, 分類, 數量化, 發見에 관한 問題의 差別力이 매우 높으며 理想化, 單純化, 能率化, 擴張, 統合, 解析, 記號化, 創造, 시행착오, 公理性, 論理性에 관한 問題의 差別力은 약간 低調하고, 形式化, 直觀力, 演繹性, 歸納性의 問題에 관한 差別力은 他思考力 問題보다 매우 弱함을 알 수 있다.

다음에는 Ⅲ, (4)項에서 論한 主要 思考力간의 多重回歸直線 및 相關關係를 구하여 出題問題別 混合型內에서 高찰한 各群別로 作成된 表 3 의 資料로써 各 思考力을 變數로 두어 表 4의 回歸係數 및 相關行列을 구하였다.

表 3. 正 答 率

群 文項	G 1	G 2	G 3	G 4	G 5	G 6	G 7	G 8	G 9	G 10
1	65.67	66.07	78.18	62.07	52.63	66.07	53.85	64.41	77.59	65.52
2	8.96	12.50	9.09	8.62	8.77	12.50	7.69	11.86	5.17	3.45
3	77.61	67.86	63.64	27.59	56.14	67.86	66.15	72.88	77.59	74.14
4	61.19	50.00	58.18	58.62	28.07	50.00	46.15	40.68	44.83	43.10
5	68.66	48.21	50.91	67.24	38.60	48.21	72.31	69.49	60.34	62.07
6	56.72	48.21	56.36	62.07	61.40	48.21	43.08	49.15	60.34	60.34
7	19.40	14.29	29.09	43.10	24.56	14.29	15.38	42.37	20.69	22.41
8	17.91	30.36	18.18	15.52	17.54	30.36	24.62	33.90	15.52	8.62
9	23.88	37.50	20.00	13.79	15.79	37.50	16.92	13.56	17.24	13.79
10	49.25	39.29	49.09	41.38	35.09	39.29	46.15	50.85	53.45	41.38
11	31.34	21.43	23.64	36.21	24.56	21.43	30.77	10.17	27.59	13.79
12	52.24	51.79	60.00	50.00	35.09	51.79	55.38	59.32	46.55	68.97
13	83.58	78.57	81.82	82.76	68.42	78.57	55.38	88.14	82.76	89.66
14	41.79	26.79	40.00	46.55	35.09	26.79	43.08	42.37	31.03	53.45
15	32.84	23.21	41.82	20.69	14.04	23.21	41.54	23.73	25.86	36.21
16	8.96	7.14	12.73	6.90	3.51	7.14	6.15	1.69	6.90	0.0
17	20.90	21.43	20.00	15.52	7.02	21.43	33.85	10.17	18.97	13.79
18	23.88	33.93	27.27	31.03	26.32	33.93	41.54	33.90	37.93	27.59
19	13.43	26.79	9.09	18.97	14.04	8.93	6.15	23.73	13.79	3.45
20	7.46	8.93	10.91	12.07	3.51	8.93	10.77	11.86	6.90	8.62
21	64.18	57.14	36.36	55.17	29.82	57.14	52.31	64.41	62.07	50.00
22	31.34	16.07	41.82	32.76	19.30	16.07	20.00	28.81	62.07	27.59

表 4

$X_3=f(X_1, X_2)$ (X_1 :抽象化 X_2 :形式化 X_3 :構造化)

分散分析表

要 因	自 由 度	平 方 合	不 偏 分 散	F 値
回 歸 變 動	2	259,683	129,841	0.5789
誤 差	8	1,794,031	224,253	

變數	回 歸 係 數	回 歸 係 數 標 準 誤 差	回 歸 係 數 的 95% 信 賴 區 間	相 關 係 數	偏 相 關 係 數
X_2	0.01951	1.24432	2.88891 ~ 2.84899	0.06973	0.00518
X_1	0.56871	0.53896	0.67413 ~ 1.81155	0.35555	0.34869
常 數	28.43074	34.12250	50.25580 ~ 107.11728		

T 値
0.016
1.055
0.833

	相 關 行 列	抽 象 化	形 式 化	構 造 化
}	抽象化	1.00000	0.2104	0.3556
	形式化	0.21004	1.0000	0.0697
	構造化	0.3556	0.0697	1.0000

$X_{12}=f(X_{11})$, (X_{11} :解析 X_{12} :分類)

分散分析表

要 因	自 由 度	平 方 合	不 偏 分 散	F 値
回 歸 變 動	1	227.25471	227.25471	2.57891
誤 差	9	792.8087	88.08986	

變 數	回 歸 係 數	回 歸 係 數 標 準 誤 差	回 歸 係 數 的 95% 信 賴 區 間	相 關 係 數
X_{11}	0.60767	0.37834	1.46353 ~ 0.24818	0.47200
常 數	67.25176	9.77450	45.14032 ~ 89.36319	

註) $F_2^2(0.05)=4.46$, $F_9^1(0.05)=5.12$, $T_{19}(0.05)=1.729$, $T_{20}(0.05)=1.725$.

T 値
1.606
6.880

$X_{14} = f(X_{13})$, (X_{13} : 數量化, X_{14} : 記號化)

分散分析表

要 因	自 由 度	平 方 合	不 偏 分 散	F 値
回 歸 變 動	1	7.86954	7.86954	0.09153
誤 差	9	773.76863	85.97429	

變 數	回 歸 係 數	回 歸 係 數 の 標 準 誤 差	回 歸 係 數 の 95% 信 賴 區 間	相 關 係 數
X_{13}	0.07985	0.26392	0.51718 ~ 0.67688	0.10034
常 數	32.16873	20.68082	14.61451 ~ 78.95197	

T 値
0.303
1.555

$X_{21} = f(X_{15})$, (X_{15} : 創造 X_{21} : 發見)

分散分析表

要 因	自 由 度	平 方 合	不 偏 分 散	F 値
回 歸 變 動	1	193.17163	193.17163	1.6398
誤 差	9	1493.62437	165.95826	

變 數	回 歸 係 數	回 歸 係 數 の 標 準 誤 差	回 歸 係 數 の 95% 信 賴 區 間	相 關 係 數
X_{15}	0.37029	0.34322	1.14670 ~ 0.40612	0.31367
常 數	62.78318	11.13889	37.58528 ~ 87.98108	

T 값
1.079
5.636

$X_{22} = f(X_{20}, X_{19})$ (X_{19} : 演繹性, X_{20} : 歸納性, X_{22} : 論理性)

分散分析表

要 因	自 由 度	平 方 合	不 偏 分 散	F 值
回 歸 變 動	2	22.67854	11.33927	0.04538
誤 差	8	1994.40587	249.30073	

變 數	回 歸 係 數	回 歸 係 數 的 標 準 誤 差	回 歸 係 數 的 95% 信 賴 區 間	相 關 係 數
X_{20}	0.52862	1.83189	3.69572 ~ 4.75297	0.10507
X_{19}	0.02745	0.67675	1.53315 ~ 1.58805	0.03084
常 數	23.19772	17.89509	18.06838 ~ 64.46382	

偏相關係數	T 值
0.10145	0.289
0.01426	0.041
	1.296

相 關 行 列

	演 繹 性	歸 納 性	論 理 性
演 繹 性	1.0000	0.1596	0.0308
歸 納 性	0.1596	1.000	0.1051
論 理 性	0.0308	0.1051	1.0000

위의 結果로 보아 抽象化, 形式化, 構造化의 問題內에서 各 思考力의 問題間의 相關係數는 相關行列에서 나타난 바와 같이 抽象化와 形式化는 0.2104, 抽象化, 構造化는 0.3556이다. 따라서 底相關이지만 抽象化와 構造化는 思考力間에 相關이 있으며, 解析과 分類의 問題에서 相關係數가 0.4720이며 創造와 發見에서 思考力의 相關係數도 0.31367로써 相關이 있는 것으로 結論지을 수 있다. 그러나 特히 數學에서 強調하고 있는 演繹性, 歸納性, 論理性間의 問題에서 出題問題의 難

易도에 差異가 있겠으나 感覺력도 저조하고, 各 思考力間의 相關係數도 매우 底相關으로써 거의 獨立의으로 分布하고 있음을 알 수 있다. 이에 대한 回歸方程式은 表 4의 圖表에서 觀察할 수 있다.

IV. 結 論

이 論文에서 抽出한 學生數의 標本의 크기가 작고 問題의 出題傾向에 따라 약간 相異한 研究結果가 나올 것이 豫想되나 대체로 研究結果를 要約하면 다음과 같다.

- 1) 우리나라 高等學校學生의 各 文項別로 본 思考力問題의 感覺력에 男女 모두 類似한 正答率을 보이고 있고 그 相關係數는 0.9674로써 매우 높은 相關係數를 보이고 있다.
- 2) 推象化, 構造化, 特殊化, 明確化, 分類, 數量化, 發見에 關한 問題의 感覺력은 대체로 높다. (正答率 50% 以上)
- 3) 理想化, 能率化, 擴張, 統合, 解析, 記號化, 創造, 試行錯誤, 公理性, 論理性에 關한 問題의 感覺력은 저조하다(正答率 10% 以上 ~ 50% 未滿)
- 4) 形式化, 直觀力, 演繹性, 歸納性 問題와 他思考力問題와의 感覺력은 매우 낮다. (正答率 10% 未滿)
- 5) 주요 思考力間의 相關係數는 다음과 같다. 즉 推象化問題內에서 構造化問題를 感覺하는 思考力과 構造化問題內에서 推象化問題를 感覺하는 思考力과의 相關係數는 0.3556으로 底相關이지만 相關이 있는 것으로 나타났으며 解析과 分類의 問題에서 相關係數가 0.4720이고 또 類似思考力인 創造와 發見問題間의 感覺력에서도 相關係數가 0.3163으로 相關이 있는 것으로 나타났고 그 回歸方程式 및 分散分析表는 表 4의 結果와 같다. 特히 演繹性, 歸納性, 論理性의 問題間의 感覺력에는 相關이 거의 없는 것으로 나타난 結果는 問題의 感覺력도 약하지만 思考力間의 類似性도 없다는 結論인 것 같다.

結論으로써 위의 研究結果로 보아 中等學校 現場에서 現在 시행하고 있는 數學教育指導法을 改善하여 效果의으로 問題를 解決하도록 취약한 思考力에 대해서 그에 該當하는 問題出題 및 思考力 訓練을 통하여 보다 높은 學業成就度에 到達할 수 있게 할 것을 提言하고자 한다.

參 考 文 獻

1. 仲田紀夫, 算數數學指導範例事典, 教育出版せんた 1985.
2. Armatage J. V., The Relation between Abstract and Concrete Mathematics at School, *Educational Studies in Mathematics* 2, 1969, p. 180~188.
3. Bell A. W., A Study of Pupil's Proof Explanation in Mathematical Situation, *Educational Studies in Mathematics* 7, 1976, p. 23~40
4. Gordon H. and Beverley B., *A Profile of Preparation in Mathematics*, Educational Testing Service, No. 84~44, 1984.

5. Griffith B., Mathematical Insight and Mathematical Curricula, *Educational Studies in Mathematics* 4, 1971, p.153~165.
6. Krutetskii V.A., *The psychology of Mathematical Abilities in School Children Translated by Jeremy Kilpatrick and Issak Wirzup*, 1976, Univ. of Chicago.
7. Lord F. M. and Novick M. R., *Statistical Theories of Meneal Test Score Reading*, Addison Wesley 1968.
8. Lawrence H. C. and Robert B. F. : An Empirical Test of Lord's Theoretical Results Regarding Formula Scoring of Multiple Choice Test. *Journ. of Educational Measurement* Vol. 14, No. 4, 1977 p, 313~321
9. McDonald I. D. Insight and Intuition in Mathematics, *Educational Studies in Mathematics* 9, 1978, p. 411~420.
10. Polya George, *Mathematical Discovery (On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving)* Vol. I. II. Wiley 1962.
11. Raffaella Bordsi, On the Nature of Problems, *Educational Studies in Mathematics* 17, 1986 p. 125~141.
12. Witman E., The Complementary Roles of Intuitively and Reflective Thinking in Mathematics Teaching, *Educational Studies in Mathematics* 12, 1981. P. 389~397.
13. Yeshurun Shraga, A Psychomathematically-based teaching Method, *International Jour of Mathematics Education in Science and Technology* 1975 Vol 6, No. 4, p. 445~459.

부 록

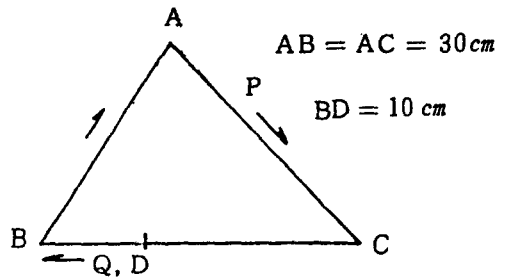
고등학교 학년 반 번호 남 녀

※ 다음의 문제중 한 문제는 나머지 세문제와 서로 다른 성질의 문제인 것같이 느낀다면 그 문제를 골라 괄호에 그 번호를 써 넣으라.

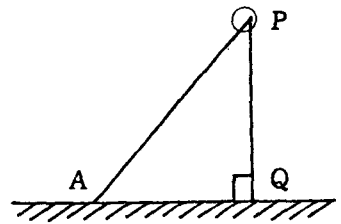
문제 1. ()

- (1) 20km 떨어진 A, B 두 지점이 있다. 갑은 A지점을 출발해서 매시 4km, B지점을 향하고 있다. 을은 갑이 출발하고 나서 1시간 뒤에 B지점을 출발해 매시 5km의 속력으로 A지점을 향했다. 갑이 출발하고 나서 몇시간 후에 서로 만날 수 있을까?

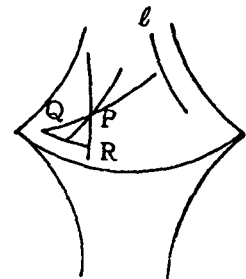
- (2) 다음과 같은 삼각형이 있다. P는 A를 출발해서 매초 3cm의 속력으로 화살표 방향으로 이삼각형의 변을 따라 움직인다. P, Q가 동시에 출발할 때 $PQ \parallel BC$ 가 되는 것은 몇초 후인가?



- (3) 다음 그림과 같이 지면에서 풍선을 띄웠다고 가정해서 그 높이를 P라 한다. $AQ = 100\text{ m}$ 일때 $\angle A$ 의 크기가 변화할 때 풍선의 높이는 얼마인가?



- (4) 오른쪽 그림의 곡면상에서 삼각형 $\triangle PQR$ 의 내각의 합은 2 직각보다 적은지 큰지 답하여라.



문제 2. ()

(1) 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$, $4x^2 = 0$ 를 풀기 위해서 $ax^2 + bx + c = 0$ 의

해인 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하여 x 를 구하여라.

(2) 가로, 세로의 길이가 각각 x cm, y cm 인 직사각형이 있다. 세로의 길이를 두 배한 후에 다시 6 cm 를 줄였더니 직사각형의 넓이는 50 cm^2 이 되었다. 이 때 y 와 x 의 관계식을 구하여라.

(3) 사과와 귤의 갯수는 합해서 30 개이고 그값은 합해서 5,600 원이었다. 사과와 귤의 갯수는 몇개인가?

(4) $y = ax + b$ 를 $y - b = ax$ 로 변형해서 $y - b = Y$ 로 둘때 Y 는 x 와 정비례하는가? 반비례하는가?

문제 3. ()

(1) 0 과 자연수의 집합 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 을 2원소를 4로 나눌때 나머지가 3 인 원소의 집합을 구하여라.

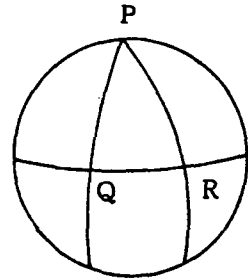
(2) 다섯개의 팀에서 두팀씩 시합을 할때의 조합수는 얼마인가?

(3) 5각형의 변과 대각선의 수의 합계를 구하면 그 수는 몇개인가?

(4) 삼각형의 내각의 합은 2 직각임을 증명하여라.

문제 4. ()

- (1) 두개의 주사위를 던져서 합이 10일 확률은 얼마인가?
- (2) 기체의 체적변화는 압력과 온도등의 변화에 영향을 받는다. 이때 온도를 일정하게 할때 체적과 압력사이의 관계를 비례식으로 나타내어라.

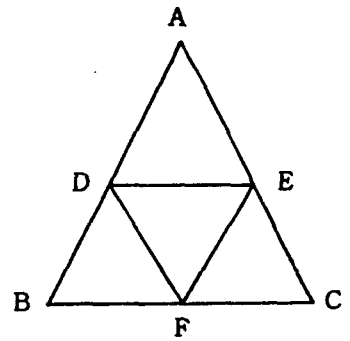


- (3) 오른쪽 그림과 같이 구면상에서 $\triangle PQR$ 의 내각의 합은 2 직각보다 큰가 작은가 답하여라.

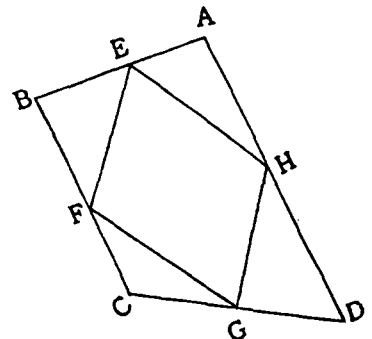
- (4) 동전을 두개 던질때 두개가 표면이 일어날 확률을 A, 두개다 이면이 일어날 확률을 B라 하면 $A \cup B$ 는 얼마인가?

문제 5. ()

- (1) 삼각형 ABC에서 밑변 BC에 평행인 직선을 긋는다. 이때 생기는 두개의 삼각형 ADE와 ABC의 면적의 비와 대응변 DE와 BC의 길이의 비를 구하려고 한다. 지금 $DE : BC = 1 : 2$ 라면 $\triangle ADE : \triangle ABC$ 는 어떠한가?



- (2) 7각형에서 대각선의 총수는 모두 몇개인가?
- (3) 4각형 ABCD의 변 AB, BC, CD, DA의 각각의 중점을 이어서 만든 4각형 EFGH는 어떤 형의 사각형이 되는가?



- (4) $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ 을 Σ 기호를 써서 표현하라.

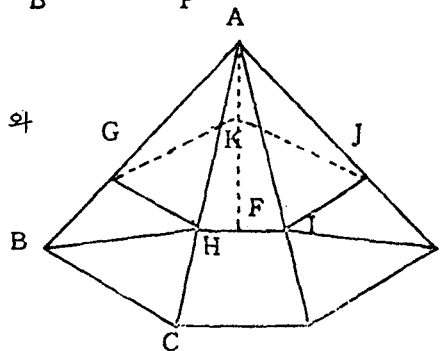
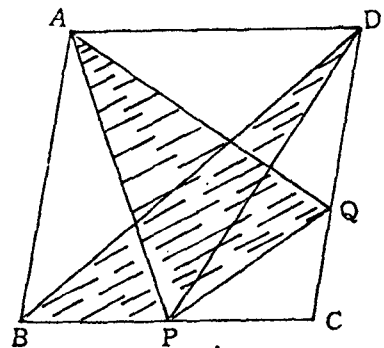
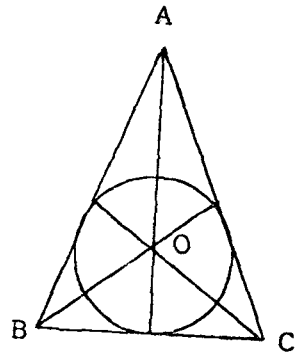
문제 6. ()

- (1) 무리함수 $y = 2\sqrt{2x-1} + 1$ 의 정의구역을 구하라
- (2) 2등변삼각형에서 $\angle A$ 와 두개의 밑각 $\angle B$ 와 $\angle C$ 와의 관계식을 쓰고 각각의 크기의 범위를 설정하여라.
- (3)
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3 = 6 \\ 2x + 3 < 6 \end{array} \right\} \text{를 만족하는 해집합을 구하여라.}$$

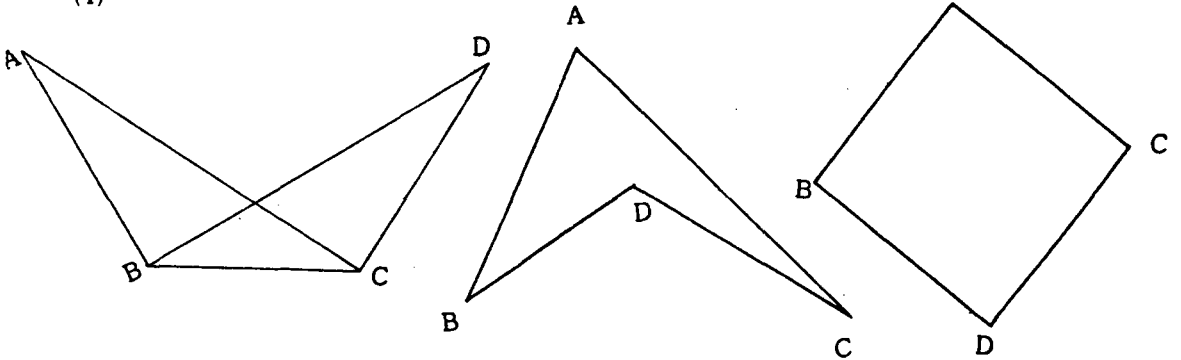
단, x 는 자연수
- (4) $442]_{(5)} + 33441]_{(5)} = \quad$, 단 (5) 는 5진수임.

문제 7. ()

- (1) $\triangle ABC$ 에서 세개의 각의 2등분선으로 교차하는 점 O 는 세변에 내접하는 원의 내심임을 보여라.
- (2) 오른쪽 그림 평행사변형 $ABCD$ 에서 $\triangle ABP$ 와 같은 면적을 갖는 삼각형은 $\triangle DBP$ 임을 증명하여라.
- (3) 오른쪽 그림의 5각형의 추에서 밑면 $BCDEF$ 와 평면 $GHIJK$ 는 서로 닮은 꼴임을 보여라.



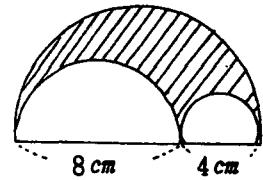
(4)



위의 세개의 도형에서 각각 선분 AB, AC, DC, DB의 중점을 MNPQ 라하면 사각형 MNPQ는 평행사변형이 됨을 보여라.

문제 8. ()

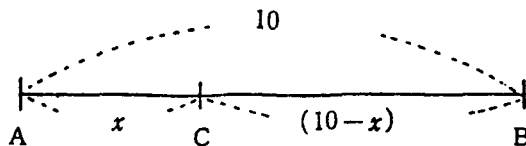
- (1) 직경 12cm의 반원의 내부에 직경 8cm, 4cm의 반원이 그림과 같이 있을때 빗금친 부분의 넓이를 구하여라.



- (2) $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 x 가 실근 또는 허근이 되는 경우에 a, b, c 의 부호를 조사하여라.

- (3) 길이가 10cm 선분 AB상에 점 C를 둔다.

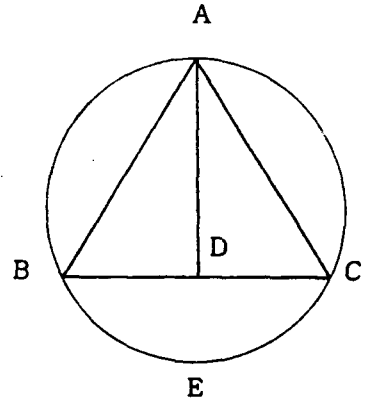
$AC^2 = AB \times AC$ 인 방정식을 구하고 그 길이를 구하여라.



- (4) 1개 120원의 사과와 1개 80원의 감을 한상자에 넣어서 총가격이 800원 이하가 되고져 한다. 이때 사과와 감을 합하여 8개 이상이 되어야 하고 각각은 모두 2개이상씩 넣어야 한다면 그 공식과 그래프는 어떻게 되는가?

문제 11. ()

- (1) $\triangle ABC$ 의 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 교차하는 점을 D , $\triangle ABC$ 의 외접원과 교차하는 점을 E 라 할 때 $AB \times AC = AD \times AE$ 가 성립하는 것을 증명하여라.

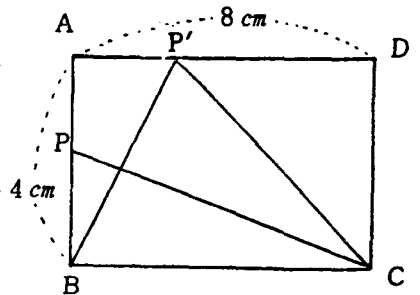


- (2) x 에 대해서 두개의 이차방정식 $x^2 + Px + 2 = 0$ 와 $x^2 + 2x + P = 0$ 가 공통해를 한개 가질 P 의 값을 구하여라.
- (3) $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$ 의 수열의 일반항을 써라
- (4) 다음은 각 가정의 형제수의 dots 분포표이다. 히스토그램을 그려라.

형제수	0, 1, 2, 3, 4
dots 수	2, 16, 9, 4, 1

문제 12. ()

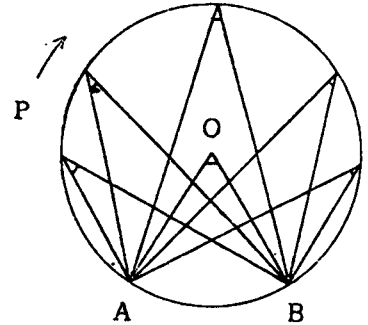
- (1) 사각형 $ABCD$ 에서 점 P 가 정점 B 에서 A, D 를 먼정점 C 까지 매초 2cm 의 속도로 움직이는 것이다 한다. 출발후 x 초후 삼각형 BCP 의 면적을 4cm^2 이라하면 x 와 y 의 관계식을 만들어라



- (2) 원 O 에 있어서 호 AB 상에 점 P 를 취하고 점 P 를 연속적으로 이 원추상을 이동시킨다.

$\angle APB$ 의 크기는 일정하고 $2\angle APB = \angle AOB$

임을 증명하여라.



(3) 삼각형을 각의 크기에 따라 그 종류를 들어보라.

(4) $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$

문제 13. ()

(1) A에서 B로 가는 길은 2개 있고 B에서 C로 가는 길은 3개 있다. A에서 C로 가는 길은 모두 몇개인가?

(2) 크기가 각각다른 주사위가 2개 있다. 이것을 던질때 주사위 눈금의 수로 이루어진 표본은 모두 몇개인가?

(3) $\{4, 5, 6\}$ 3개의 숫자로 3자리수의 자연수를 만들때 전부 몇가지를 만들 수 있는가?

(4) 1, 3, 5의 세개의 숫자의 기하평균은 얼마인가?

문제 14. ()

(1) 양수와 음수를 절대치로 그 크기를 비교하고자 한다.

이때 절대치의 크기에 따라 그 수를 좌표상에서 나타내어라.

(2) a, b, c 의 산술평균의 공식을 쓰라.

(3) 두수 a, b 의 최소공배수를 $a \cdot b = c$ 로 표시하고 최대공약수를 $a \triangle b = d$ 로 나타내었다.

이때 24와 36의 최소공배수와 25와 15의 최대공약수를 위와 같이 표현하고 그 값을 구하여라.

(4) 다음의 명제를 문장으로 나타내어라.

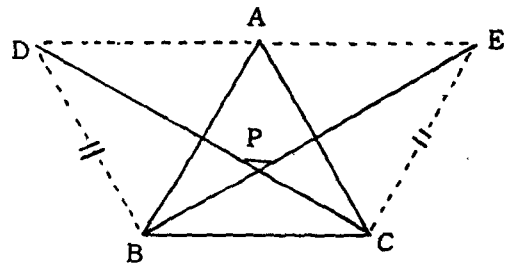
$p = \{ \text{오늘은 날씨가 맑다} \}$

$q = \{ \text{체육회가 있다} \}$

$p \rightarrow q = \{$

문제 15. ()

(1) 삼각형 ABC의 2변 AB, AC를 각각 1변으로 하는 정삼각형 ADB, AEC를 삼각형 ABC의 외측에 그리면 $DC = EB$ 이다. 이때 $\angle DPE$ 의 크기는 얼마인가?

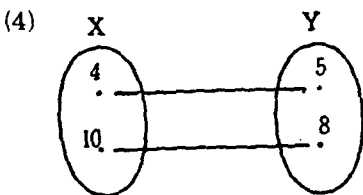


(2) 원의 중심에서 수직으로 교차하는 현에 따라서 생기는 두개의 호 AC, BD의 합은 반원주임을 증명하여라.

(3) $a \geq b$ 일때 $a^*, b = a, a_{**}, b = b$

$a < b$ 일때 $a_{*}, b = b, a_{**}, b = a$

이때 연산기호 $*$ 와 $**$ 는 무슨기호인가 설명하여라.



일때 $y = f(x)$ 의 방정식을 구하여라.

$Y = aX + b$

문제 16. ()

(1) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... n까지의 기수의 합은 얼마인가?

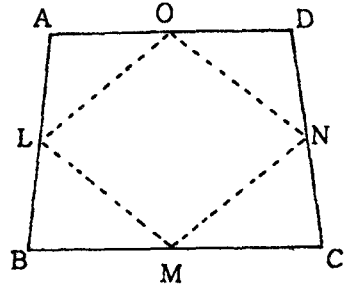
(2) 사다리꼴 ABCD의 변 AB, BC, CD, DA

DA의 중점을 L, M, N, O로 한다.

이들 중점을 차례로 이어서 생기는

사각형 LMNO는 마름모꼴임을 증명

하여라.



(3) 연립방정식

$$\begin{cases} 5x + y = 12 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \text{ 을 풀어라.}$$

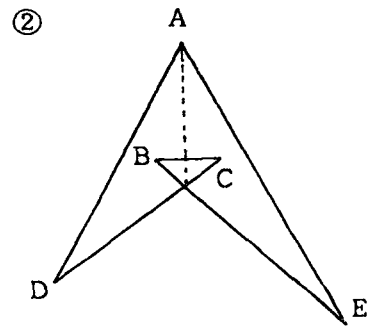
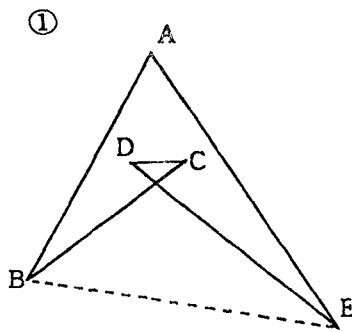
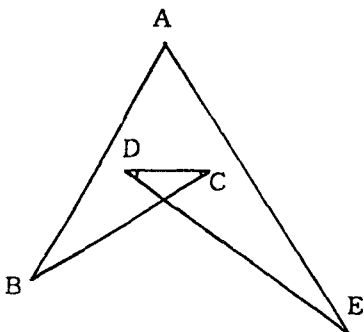
(4) $y = 2x - 3$ 의 역함수를 구하여라.

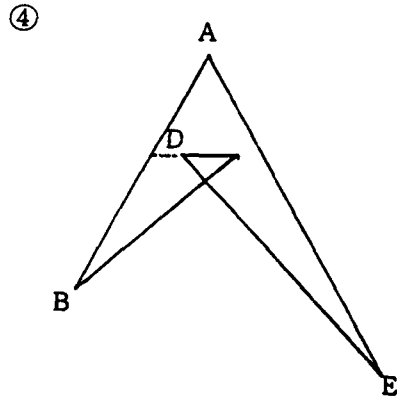
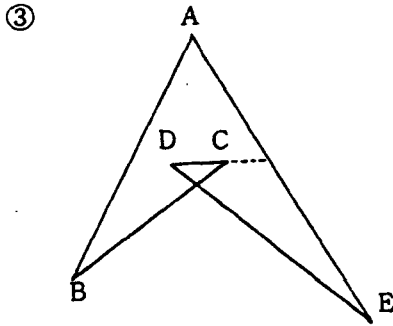
문제 17. ()

(1) $\sqrt{529}$ 는 유리수인가? 무리수인가?

(2) 5개의 각 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 의 값을 구하기 위하여 다음과

같이 보조선을 그었다. 정확한 것은 어느 것인가?





(3) $(x+a)(x+b)$ 에서 $ab=24$, $a+b=-10$ 이면 a 와 b 의 값을 구하여라.

(4) 다음의 도수분포표에서 산출평균치를 구하여라.

계 급	dot 수	
	A 조	B 조
cm 이상 cm 미만		
145 ~ 150	1	2
150 ~ 155	2	13
155 ~ 160	4	17
160 ~ 165	6	23
165 ~ 170	10	35
170 ~ 175	2	6
계	25	96

문제 18. ()

(1) $(-3) \times (+2) = x$ 를 다음과 같이 전개하였다.

$$x + 6 = x + (3) \times (2) = -3 \times (2) + (3) \times (2)$$

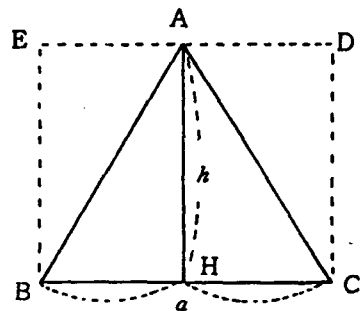
$$= \{(-3) + (3)\} \times (2) = 0 \times (2) = 0 \quad \therefore x = -6$$

(2) 밑변 a , 높이 h 의 삼각형면적이

$$S = \frac{1}{2} ah$$

임을 증명하기 위하여 다

음의 과정을 생각하였다.



㉗ $\triangle ABC$ 의 면적은 사각형 EBCD의 면적의 $\frac{1}{2}$ 이다.

㉘ $\triangle AEB$ 와 $\triangle AHB$ 는 서로 합동이다.

㉙ 같은 방법으로 $\triangle AHC$ 는 사각형 AHCD의 $\frac{1}{2}$ 이고 $\triangle AHC$ 와 $\triangle ADC$ 는 서로 합동이다.

㉚ 결론으로 $\triangle ABC$ 는 사각형 EBCD의 $\frac{1}{2}$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}ah$ 이다.

(3) $p(\emptyset) = 0$, $p(s) = 1$ 임을 증명하여라.

(4) 다음자 수열에서 ()를 채우라.

3 () 12 () () 96, ……

문제 19. ()

(1) $(a + b) \div c$ 를 분배 법칙을 이용하여 전개하여라.

(2) $\begin{cases} 5x - 8 < x + 4 \\ -x + 6 > 4 - 3x \end{cases}$ 의 해집합을 구하여라.

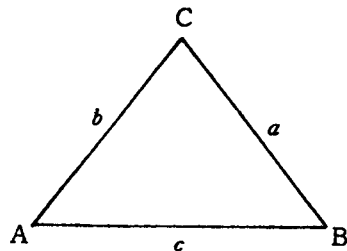
(3) $\triangle ABC$ 에서 $BC = a$, $AC = b$

$AB = c$ 일때

㉗ $\angle c < \angle R$ 이면 $a^2 + b^2 > c^2$

㉘ $\angle c > \angle R$ 이면 $a^2 + b^2 < c^2$

임을 증명하여라.



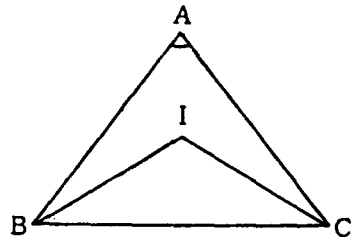
(4) 집합 $X = \{0, 1, 2, 3\}$ 에서 $y = 2x - 5$ 에 대응하는 집합 Y는?

문제 20. ()

- (1) 체적이 480 cm^3 인 정사각형 기둥이 있다. 밑면의 사각형의 변을 x 라 하고 높이가 y 라할때 x 와 y 의 관계식을 구하고 y 와 x 의 비례식에 관하여 논하라.
- (2) 좌표평면상에 평행이동의 관계가 있는 $\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 를 나타내고 이 2개의 삼각형이 어떤 위치에 있는가를 논하여라.
- (3) 정의역 $X = \{x \mid -3 \leq x \leq 10\}$ 상에서 $y = 4x - 3$ 의 치역을 구하여라.
- (4) $y = 2x + 1$ 과 그 역함수를 구하고 동일한 좌표축을 이용하여 두함수 그래프를 비교해 보아라.

문제 21. ()

- (1) 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 로 둘때 $\angle A$ 의 크기와 $\angle BIC$ 의 크기의 관계를 조사하고 $\angle BIC$ 의 크기를 y 라 하고 $\angle A$ 의 크기를 x 라 할때 두 변수의 관계식을 구하여라.

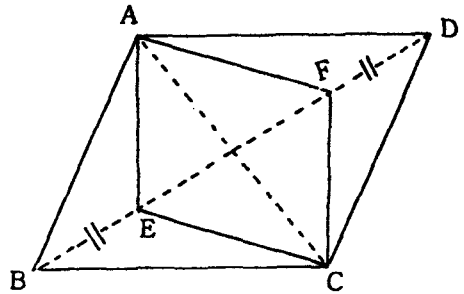


- (2) 집합 $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ $B = \{9, 11, 13, 15, 17\}$ 에서 서로 1:1 대응한다면 그 함수를 정의하여라.
- (3) 1개의 선분 AB에 수직 2등분선을 긋는 방법을 기술하여라.
- (4) 두개의 주사위를 던질때 눈의 합이 6이될 확율은 얼마인가?

문제 22. ()

(1) $\text{우수} \times \text{기수} = \text{우수}$ 임을 증명하여라.

(2) 평행사변형 ABCD에서 대각선 BD 상에 $BE=DF$ 가 되는 2점 E, F를 취할때 사각형 AECF는 어떤 사각형이 되는가?



(3) “x는 10 이하의 3 배수가 아닌 정수이다.”라는 명제를 진으로 하는 집합을 기술하여라.

(4) 다음의 좌표로써 직선의 방정식을 구하여라.

x	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
y	-1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13