

## 문제 해결력과 수학문제의 분류 관점에 관한 연구

김철환, 박배훈, 정창현

한국교원대학교

### 1.1 연구의 필요성 및 목적

수학교육의 목표는 한마디로 수학적인 사고력의 육성이라고 할 수 있다. 그런데 의미있는 대부분의 사고는 그 어떤 주어진 상황 즉, 문제를 해결하기 위한 것이다. 따라서 수학교육의 목표는 수학적인 안목으로 문제를 해결하는 능력의 육성이라고도 할 수 있다. 수학교육에 대한 세계적 동향이 오늘날 문제해결을 강조하고 있는 것도 이러한 의미에서 라고 볼 수 있다. 수학문제를 대상으로 한 문제해결에 대한 본격적인 관심 및 연구는 대략 1970년을 전후로 하여 시작되었는데 대표적이며 직접적인 계기가 된 것은 미국의 NCTM의 활동이라고 할 수 있다. NCTM은 1980년에 발간된 "An Agenda For Action"에서 "문제해결이 1980년대 학교 수학의 촛점이 되어야 한다"고 역설한 바 있다.

이상과 같은 수학교육의 목표 및 동향으로 볼 때 문제해결력의 신장이 현재 학교수학에서 가장 역점을 두어야 할 사항이라는 것은 명백하다. 이러한 문제해결력을 신장시키기 위해서는 수학적 능력의 본질 및 문제해결력과 관련이 있는 수학적 능력의 여러측면에 대한 연구가 필요하며 또 실시되어 왔다. 이러한 연구의 결과로 문제를 지각하는 능력은 문제해결력과 관계가 있다는 사실이 Krutetskii, Silver 등에 의해서 발표되었다. 그런데 이들 선행 연구들의 대부분은 객관적이며 독립적인

검사도구를 사용하지 않고 연구를 진행하여서 연구결과를 일반화시키는데는 다소 미흡하였다. 따라서 독립적이고 객관적인 검사도구를 사용하여 문제해결력 및 문제 분류관점을 측정하고 이것을 바탕으로 하여 문제해결력 및 문제해결과정상의 세부적인 능력과 수학적 문장제 문제들에 대한 분류관점간의 관계를 조사하는 것은 문제해결력 신장을 위해 좀더 일반화, 보편화된 정보를 제공할 수 있다는 면에서 필요성이 있다고 보아 본 연구의 목적으로 설정하였다.

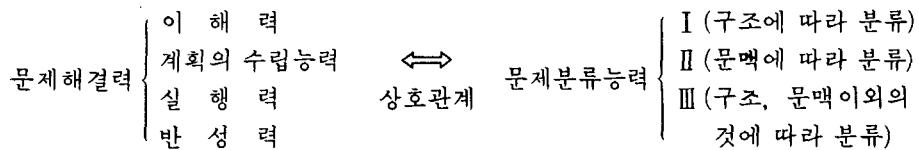
### 1.2 연구의 내용 및 문제

학생들의 문제해결력 및 IPSP의 문제해결 모형에 따른 문제해결 과정상의 세부적인 이해력, 실행력, 반성력의 각각과 학생들이 여러 수학적 문장제 문제들 중에서 어떤 두 문제를 서로 관련이 있다고 분류하는 관점간의 관계를 규명하고자 하였으며 이에 따라서 다음과 같은 연구문제들을 설정하였다.

연구문제 1)~4) : 문제해결력, 이해력, 실행력, 반성력의 각각과 문제들에 대한 분류능력간의 관계는 어떠한가?

연구문제 5) : 이해력, 실행력, 반성력이 문제들에 대한 분류능력을 예측하는 정도는 어떠한가?

이것을 간단히 도시하면 다음과 같다.



## 2. 문제의 지각에 대한 선행연구

Anderson, Roynolds 등은 여러 사람들에게 동일한 자극을 주는 경우에도 이 자극의 중요한 면에 대해 각 개인이 지각하는 것에는 개인차가 있다는 실험결과를 발표하였으며 Hinsley, Hayes, Simon은 Schema이론과 수학적 문장제 문제의 해결을 연계시킨 연구를 실시 하였는데 학생들은 문제들을 그들이 지닌 Schema에 따라 문장제 문제들을 여러 표준범주로 분류하였으며, 이 범주들을 문제에 대한 유용한 정보를 그들 두뇌속의 장기 기억으로부터 찾아내는 수단으로 사용하였다는 실험결과를 발표하였다. Hinsley 등의 실험결과는 문장제 문제에 대한 실패의 원인이 아마도 산술적 또는 논리적 기능이 빈약한 것 때문이라기보다는 적절한 Schema를 학생들이 부족하게 갖기 때문일 것이라는 것을 시사한다. 한편 Chartoff는 고교생 및 대학생을 대상으로 한 실험연구에서 학생들은 수학문제들의 관련성에 대해 4가지 기본적인 차원을 인식하였으나 각각의 차원을 뚜렷하게 인식하는 정도에는 개인차가 있다는 실험결과를 발표하였다. 또 Krutetskii는 수학적 능력이 우수한 학생들은 수학문제의 구조를 지각하고 기억하는 능력이 뛰어나다는 장기간에 걸친 실험결과를 발표하였으며 Silver는 수학적 문장제 문제들간의 관련성에 대한 연구에서 학생들이 구조적인 관점에서 수학문제들을 분류하는 경향은 학생들의 문제해결력과 양의 상관관계가 있다는 연구결과를 발표한 바 있다.

## 3. 연구방법 및 절차

본 연구는 서울시 소재 중학교 3학년에서 임의로 선정한 3개 학급의 173명을 연구대상으로 하였으며 이들에게 1주일 간격으로 두가

지 검사(문제해결력에 대한 검사, 수학문제의 분류능력에 대한 검사)를 실시하였다. 이 두 검사는 각기 다음과 같이 구성되어 있다.

- 1) 문제해결력에 대한 검사 : IPSP에서 개발한 문제해결 검사를 우리나라 실정에 맞게 변안하였는데 모두 30문제이며 각 문제에는 4개의 보기 문항이 있음.
- 10문제씩이 각기 이해력, 실행력, 반성력을 측정하고 있음.
- 2) 수학문제의 분류능력에 대한 검사 : Krutetskii, Silver 및 본 연구자가 개발한 문항들로 이루어졌으며 모두 20문제임. 각 문제는 보기 및 이 보기와 구조적, 문맥적, 임의적인 면에서 각기 같은 유형의 1문항씩 모두 3문항으로 되어 있음.

한편 위의 두 검사에 대한 채점은 다음의 기준에 의해 실시하였다.

- 1) 문제해결력에 대한 검사 : 1문제당 1점씩 배점하여 채점.
- 2) 수학문제의 분류능력에 대한 검사 : 각 문제에서 주어진 보기와 구조적, 문맥적, 임의적인 관점에서 같은 유형의 문항을 선택한 문제의 갯수로서 수학문제를 각각 구조적, 문맥적, 임의적인 관점에서 분류하는 능력으로 나타내었음.

이 두 검사를 실시하여 수집된 자료는 SPSS PC<sup>+</sup>통계 Package를 사용하여 t검정, 상관관계, 다중회귀분석등의 방법으로 처리, 분석하였다.

## 4. 자료의 결과 및 분석

두가지 검사에서 수집된 자료를 상기의 방법대로 분석한 결과는 다음과 같았다.

- 1) 문제해결 과정상의 세부적인 능력인 이해력, 실행력, 반성력을 상호간에는 a

- =0.01에서 의의있는 상관관계가 있었다.
- 2) 학생들을 수학적 문장제 문제들을 임의적인 관점(평균 2,116)에 의해서는 별로 분류하지 않았으며 주로 구조적인 관점(평균 11,988) 또는 문맥적인 관점(평균 5,902)에서 분류하였다.
  - 3) 주로 구조적인 관점에서 문제들을 분류하는 학생들은 문제들에 대해 그들이 지각하는 구조가 분명하지 않은 경우에는 임의적인 관점에서 문제들을 분류하기보다는 문맥적인 관점에서 문제들을 분류하였다. 이런 현상은 주로 문맥적인 관점에서 문제들을 분류하는 학생의 경우에도 나타났다.
  - 4) 문제해결력, 이해력, 실행력, 반성력이 각각 높은 학생들은 구조적인 관점에서, 낮은 학생들은 문맥적인 관점에서 수학적 문제들을 분류하려는 경향이 높았다.

## 5. 결 론

이상과 같은 결과들로부터 다음과 같은 결론을 얻을수 있었다.

- 1) 학생들은 수학문제를 분류하는데 있어서 최소한 구조, 지각의 2가지 차원을 지각하고 있었다.
- 2) 문제해결력 및 문제해결과정상의 세부적인 능력과 수학문제에 대한 분류능력간에는 밀접한 관계가 있었다. 구체적으로는 이들 능력 각각이 높은 학생들로 구조적인 관점에서, 낮은 학생들은

문맥적인 관점에서 수학문제들을 분류하고자 하였다.

- 3) 이해력, 실행력, 반성력들은 서로 높은 상관관계를 가지면서 전체적인 문제해결력을 영향을 미쳤다.
- 4) 이러한 사실들은 학생들로 하여금 수학문제의 구조를 지각하도록 중점을 두어 진행하는 수업방법이 학생들의 문제해결력을 신장시키는 방법중의 하나가 될 수도 있음을 시사한다.

## 6. 연구의 제한점

- 1) IPSP 문제해결 Test 자체에 문제해결과정상의 계획의 수립능력을 측정하는 문제가 없다. 따라서 본 연구에서는 문제해결력의 의미를 계획의 수립능력을 제외한 문제해결력으로 그 의미를 국한시켰다.
- 2) 문제해결력에 대한 검사에 관한 타당도, 신뢰도는 IPSP Test의 개발단계에서 이미 검증되었다. 그러나 수학문제의 분류능력에 대한 검사에 관한 타당도, 신뢰도에 대해서는 객관적이고 철저한 수준이 검증이 시행되지 못하였다.
- 3) 본 연구는 대상이 비교적 편중되어 있고 연구의 설계자체가 실험연구가 아니다. 따라서 본 연구결과를 매우 일반화시키거나 본 연구결과만으로 문제해결력과 문제들에 대한 분류관점간의 인간관계에 대해 단정을 내리는데는 상당한 주의가 요망된다.

**Abstract**

## A Study on Problem-Solving Ability and Classification of Mathematical Problems.

Cheol Hwan Kim, Bae Hun Park, Chang Hyun Jung

**Mathematics education is generally to cultivate mathematical thought. Most meaningful thought is to solve a certain given situation, that is, a problem. The aim of mathematics education could be identified with the cultivation of mathematical problem-solving ability.**

To cultivate mathematical problem-solving ability, it is necessary to study the nature of mathematical ability and its aspects pertaining to problem-solving ability.

The purpose of this study is to investigate the relation between problem-solving ability and classificational viewpoint of mathematical verbal problems, and between the detailed abilities of problem-solving procedure and classificational viewpoint of mathematical verbal problems.

With the intention of doing this work, two tests were given to the third-year students of middle school, one is problem-solving test and the other classificational viewpoint test.

The results of these two tests are following.

1. The detailed abilities of problem-solving procedure are correlated with each other : such as ability of understanding, execution and looking-back.
2. From the viewpoint of structure and context, students classified mathematical verbal problems.
3. The students who are proficient at problem-solving, understanding, execution, and looking-back have a tendency to classify mathematical verbal problems from a structural viewpoint, while the students who are not proficient at the above four abilities have a tendency to classify mathematical verbal problems from a contextual viewpoint.

As the above results, following conclusions can be made.

1. The students have recognized at least two fundamental dimensions of structure and context when they classified mathematical verbal problems.
2. The abilities of understanding, execution, and looking-back effect problem-solving ability correlating with each other.
3. The instruction emphasizing the importance of the structure of mathematical problems could be one of the methods cultivating student's problem-solving ability.

## 참 고 문 헌

1. 김웅태, 박한식, 우정호, *수학교육학개론*, 서울대학교 출판부, 1984.
2. 한국교육개발원, 산수과 문제해결력 신장을 위한 수업방안 개선 연구 세미나집, 한국교육개발원, 1985.
3. \_\_\_\_\_, 수학과 문제해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구, 한국교육개발원, 1985.
4. Bell, F.H., *Teaching and Learning Mathematics*, Brown Company publishers, 1978.
5. Kantowski, M.G., *Problem Solving, Mathematics Education: Implication for the 80's*, Alexandria Virginia Association for Supervision and Curricular Development, 1981.
6. Krutetskii, V.A., *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*, The University of Chicago Press, 1976.
7. Kulm, G. & Days.H., Information Transfer in Solving Problems, *Journal For Research In Mathematics Education* Vol 10(2), NCTM, 1979.
8. Lester, F.K., *Mathematical Problem Solving in the Elementary School: Some Educational and Psychological Considerations*, Columbus Ohio: ERIC/SMEAC, 1978.
9. Lester, F.K. & Garofalo, J.(Editors), *Mathematical Problem Solving: Issues In Research*, the Franklin Institute Press, 1982.
10. Mayer, R.E., *Thinking, Problem Solving Cognition*, W·H. Freeman And Company, 1983.
11. NCTM, *The Agenda For Action*, NCTM, 1980.
12. \_\_\_\_\_, *Problem Solving in School Mathematics 1980 Yearbook*, NCTM, 1980.
13. \_\_\_\_\_, *The Agenda in Action 1983 Yearbook*, NCTM, 1983.
14. Newell, A. & Simon, H.A., *Human Problem Solving*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1972.
15. Polya, G.(우정호 번역), 어떻게 문제를 풀 것인가, 천재교육, 1986.
16. Silver, E.A., *Student Perceptions of Relatedness among Mathematical Verbal Problems*, *Journal For Research In Mathematics Education* Vol 10(3), NCTM, 1979.
17. \_\_\_\_\_, *Recall of Mathematical Problem Information: Solving Related Problems*, *Journal For Research In Mathematics Education* Vol 12(1), NCTM, 1981.