

Matrix解析에 의한 嚴密3角網의 調整 Adjustment of Precise Triangulation Nets by Matrix Analysis

李 啓 鶴*
Lee Kye-Hak

要 旨

本 研究는 matrix解析에 의한 嚴密3角網을 調整하는데 目的이 있다. 本 研究結果 3角網의 水平位置 決定에 있어서 本 matrix의 利用은 正確度나 能率性 面에서 많은 利點을 갖어왔다. 또한 從來의 近似解法을 本 matrix解法과 比較한 結果 그 差異가 平均제곱오차 範圍 內에 있고, 特히 調整된 座標값과의 比較差는 약 1^{mm}~2^{mm}程度임을 알수 있으며, 이로써 近似解法의 實用性을 立證 하였다.

ABSTRACT

The objective of this work is to study the sue of precise triangulation nets by matrix analysis in adjusting coordinates. Results of this work show that matrix analysis has many advantages, namely in terms of accuracy and efficiency. In addition to this, comparison of adjusted vlues by two different methods, a Rigorous Method and an Approximate Method, show that differences in adjusted coordinates are 1-2 mm within the mean square error. This proves that the Approximate Method has sufficient accuracy in the practical application.

1. 序 論

測地網의 data를 處理함에 있어서 從來의 計算方式으로는 能率性 또는 正確度面에서 많은 問題가 惹起되어 왔다.

最近 水平位置 決定에 있어서 網調整의 正確度가 提高되고 있는 現實에 비추어 嚴密하고 迅速하게 處理할 수 있는 matrix解析에 의한 調整法이 切實히 必要하게 되었다.

따라서 大型 computer의 利用을 前提로 한 matrix解析은 複雜한 system이나 多樣한 解析 演算을 可能하게 하고, 또한 計算의 繁雜性을 解消시킴으로써 構造解析이나 統計學 分野에서도 活潑히 發展을 보여 왔다.¹⁾

한편 matrix解析은 測量 誤差計算에 있어서 關心이 高潮되고 있으며, 特히 測量에서 matrix解析은 複雜한 測地網의 解析研究를 可能하게 하고 있다.

本 研究에서는 未知量의 最確値와 分散式을 利用하여 單列3角網의 網調整을 matrix解析으로 嚴密調整 處理하고 從來의 近似解法에 의한 結果값과도 比較檢討 하였다.

따라서 위의 結果로부터 近似解法의 實用性을 檢討함은 勿論 簡單한 computer로도 複雜한 3角網의 調整을 쉽게 處理할 수 있는 方法을 考察하는데 本 研究의 意義가 있다.

2. 基本理論

(1) Matrix 解析

지금 觀測값 y와 P個의 變數X와의 사이에는 다음 式(1)과 같은 線型回歸式이 成立한다.²⁾³⁾⁴⁾

$$y = x\beta + e \tag{1}$$

여기서 β : 未知量, e : 殘差, e 의 期待값 $E[e] = 0$, o : zero matrix.

또 경중률(weight)의 matrix를 Q라 하면

* 全南大學校 工科大學 教授

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & & 0 \\ & q_2 & \\ 0 & & q_n \end{bmatrix}, \quad E[ee^T] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \sigma_2^2 & \\ 0 & & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

$= \sigma^2 Q^{-1}$ 가 되고,
 σ^2 은 경중률1의 分散, $\sigma_i^2 q_i$ 는 i 번째 觀測量의 分散 및 경중률이며, q_i 는

$$q_i \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad (2)$$

로 定義된다. 또 未知量 β 의 P 個 要素사이에는 다음 r 組의 條件式

$$\rho = a_0 + A\beta = 0 \quad (3)$$

이 成立한 것으로 한다.

여기서

$$a_0 = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ \vdots \\ a_{r0} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rp} \end{bmatrix}$$

지금 未定係數 $\lambda^T = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n]$ 에 對해서 $\frac{\partial [e^T Q e - 2\lambda^T e]}{\partial \beta} = 0$ 의 式을 滿足하

는 β 의 最確值 $\hat{\beta}$ 를 最小제곱법에 의해 求하면 式(4)와 같다.⁵⁾⁶⁾⁷⁾

$$\hat{\beta} = S_P^{-1} (X^T Q y - A^T S_{AP}^{-1} \omega) = \hat{\beta}_0 - S_P^{-1} A^T S_{AP}^{-1} \omega \quad (4)$$

여기서 $\hat{\beta}_0 = S_P^{-1} X^T Q y$, $S_P = X^T Q X$, $S_{AP} = A S_P^{-1} A^T$, $\omega = a_0 + A \hat{\beta}_0$.

또 殘差제곱의 總合을 S_E 라 하고, 이를 展開하여 定理하면²⁾³⁾

$$S_E = y^T Q y - \hat{\beta}_0^T X^T Q y + \omega^T S_{AP}^{-1} \omega \quad (5)$$

를 얻는다.

다음에 分散 σ_i^2 의 不偏推定値를 考察해 보면 $\hat{\beta}$ 의 共分散 $C[\hat{\beta}]$ 는²⁾⁵⁾

$$C[\hat{\beta}] = E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T]$$

로부터 式(4)를 윗式에 代入하여 整理하면

$$E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T] = E \left\{ \frac{S_E}{\eta - (p-r)} \left\{ S_P^{-1} - (A S_P^{-1})^T S_{AP}^{-1} (A S_P^{-1}) \right\} \right\} \quad (6)$$

이 되고, 式(6)으로부터 β_i 의 最確值 $\hat{\beta}_i$ 의 不偏分散은 다음 式(7)과 같다.

$$\hat{\sigma}_{\beta_i}^2 = \frac{S_E}{\eta - (p-r)} \left\{ C_{ii} - S_i^T S_{AP}^{-1} S_i \right\} \quad (7)$$

여기서 C_{ii} 는 S_P^{-1} 의 對角 i 行 i 列 要素이고, $S_i^T S_{AP}^{-1} S_i$ 는 $(A S_P^{-1})^T S_{AP}^{-1} (A S_P^{-1})$ 의 對角 i 行 i 列 要素이다.

(2) 單列3角網의 嚴密調整法 (rigorous-method)

<Fig. 1>에 表示한 바와 같이 測點數 n 個의 單列3角網에 있어서 基線 및 檢基線 S_0, S_n , 方向角 T_a, T_d , 測點 A, D 의 座標값이 既知量이고 3角形의 內角 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, \dots, a_n, b_n, c_n$ 가 各各 觀測되었을때 條件式들은 各各 다음과 같다.⁸⁾⁹⁾

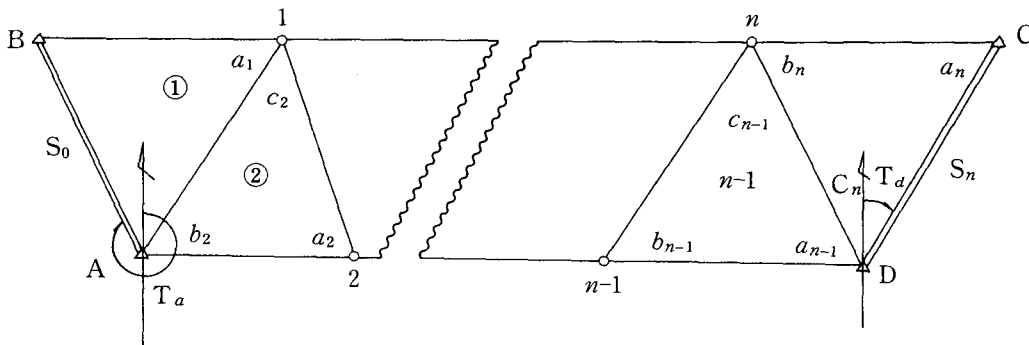


Fig. 1 Nets of single row triangles(a)

1) 3角形의 條件式

$$\rho_i = w_i + \Delta a_i + \Delta b_i + \Delta c_i = 0 \quad (8)$$

여기서 $w_i = a_i + b_i + c_i - \pi$, $i=1, 2, 3, \dots, n$.

2) 方向角의 條件式

임의의 邊 $\overrightarrow{i-1, i}$ 의 方向角을 $\widehat{(i-1, i)}$, 길이를 $(i-1, i)$ 로 表示하면

$$\widehat{(i, i+1)} = \widehat{AB} + \sum_{k=1}^{i+1} (-1)^{k+1} C_k + i \cdot \pi \quad (9)$$

$$\rho_{n+1} = w_{n+1} + \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \Delta C_i = 0 \quad (10)$$

여기서 $w_{n+1} = (T_a - T_d) + \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} C_i + (n -$

1) π .

3) 邊 條件式

임의의 邊長 $(i, i+1)$ 은

$$(i, i+1) = S_a \prod_{k=1}^{i+1} \frac{\sin b_k}{\sin a_k} \quad (11)$$

$$S_n = S_a \prod_{k=1}^n \frac{\sin b_k}{\sin a_k} \quad (12)$$

$$\rho_{n+2} = w_{n+2} + \sum_{i=1}^n \cot a_i \Delta a_i - \sum_{i=1}^n \cot b_i \Delta b_i = 0 \quad (13)$$

여기서 $w_{n+2} = (\ln S_d + \sum_{i=1}^n \ln \sin a_i) - (\ln S_a + \sum_{i=1}^n \ln \sin b_i)$.

4) 座標 條件式

기지점 A의 座標 (x_a, y_a) 와 기지점 D의 座標 (x_d, y_d) 와의 사이에는 다음과 같은 式이 成立한다.

$$(x_d - x_a) - \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i-1, i} + \Delta X_{i-1, i}) = 0 \quad (14)$$

$$(y_d - y_a) - \sum_{i=1}^{n-1} (Y_{i-1, i} + \Delta Y_{i-1, i}) = 0 \quad (15)$$

여기서 $(X_{i-1, i} + \Delta X_{i-1, i})$, $(Y_{i-1, i} + \Delta Y_{i-1, i})$ 는 向量 $\overrightarrow{i-1, i}$ 의 X, Y의 軸方向 成分으로 다음 式(16)과 같이 表示되며,

$$\left. \begin{aligned} X_{i-1, i} + \Delta X_{i-1, i} &= S_a \prod_{k=1}^i \frac{\sin(b_k + \Delta b_k)}{\sin(a_k + \Delta a_k)} \cos\{\widehat{(i-1, i)} + \Delta \widehat{(i-1, i)}\} \\ Y_{i-1, i} + \Delta Y_{i-1, i} &= S_a \prod_{k=1}^i \frac{\sin(b_k + \Delta b_k)}{\sin(a_k + \Delta a_k)} \sin\{\widehat{(i-1, i)} + \Delta \widehat{(i-1, i)}\} \end{aligned} \right\} (16)$$

또한 緯距 및 經距의 條件式은 다음 式(17)과 같이 나타낼 수 있다.

緯距의 條件

$$\rho_{n+3} = w_{n+3} + \sum_{j=1}^{n-1} (\beta a_j \Delta a_j) - \sum_{j=1}^{n-1} (\beta b_j \Delta b_j)$$

$$- \sum_{j=1}^{n-1} (\beta c_j \Delta c_j) = 0$$

經距의 條件

$$\rho_{n+4} = w_{n+4} + \sum_{j=1}^{n-1} (\delta a_j \Delta a_j) - \sum_{j=1}^{n-1} (\delta b_j \Delta b_j)$$

$$- \sum_{j=1}^{n-1} (\delta c_j \Delta c_j) = 0$$

여기서 $w_{n+3} = xd - xa - \sum_{i=1}^{n-1} X_{i-1, i}$, $w_{n+4} = yd -$

$ya - \sum_{i=1}^{n-1} Y_{i-1, i}$,

$$\beta a_j = \cot a_j \sum_{i=j}^{n-1} X_{i-1, i}, \quad \delta a_j = \cot$$

$$a_j \sum_{i=j}^{n-1} Y_{i-1, i}$$

$$\beta b_j = \cot b_j \sum_{i=j}^{n-1} X_{i-1, i}, \quad \delta b_j = \cot$$

$$b_j \sum_{i=j}^{n-1} Y_{i-1, i}$$

$$\beta c_j = (-1)^j \sum_{i=j}^{n-1} X_{i-1, i}, \quad \delta c_j = (-$$

$$1)^{j+1} \sum_{i=j}^{n-1} Y_{i-1, i}$$

$$X_{i-1, i} = S_a \prod_{k=1}^i \frac{\sin b_k}{\sin a_k} \cos\{\widehat{(i-1, i)}\}$$

$$Y_{i-1, i} = S_a \prod_{k=1}^i \frac{\sin b_k}{\sin a_k} \sin\{\widehat{(i-1, i)}\}$$

따라서 3角測量의 嚴密解는 以上과 같은 條件式들을 同時에 滿足하는 最小二乘법에 의하여 해를 求한다.

前述한 式(1)의 線型回歸方程式에서 觀測量 $y = \bar{y} + \Delta y$, $\beta = \bar{\beta} + \Delta \beta$ 이며, y 가 높은 正確度로 觀測된 값이라 하고, y 의 近似값으로써 \bar{y} 를

$$y = \bar{y} \quad (18)$$

로 주어지면

$$\Delta y = y - \bar{y} \quad (19)$$

가 되고, 다음의 $\Delta y, \Delta \beta$ 에 對해서도 線型回歸方程式이 成立한다.

$$\Delta y = X \Delta \beta + e \quad (20)$$

또 앞의 式(3)에서

$$\rho = a_0 + A(\bar{\beta} + \Delta \beta) = (a_0 + A\bar{\beta}) + A \Delta \beta =$$

$$\bar{a}_0 + A \Delta \beta = 0 \quad (21)$$

이 된다. 여기서 $\bar{a}_0 = a_0 + A\bar{\beta}$.

(3) 數值計算

只今까지 單列3角網의 調整에 있어서 嚴密解法(rigorous-method)에 關한 數值解析을 記述하였으며, 따라서 이들의 數值解析을 利用하여 實際 嚴密3角網의 調整計算을 computer program에 의하여 行하였고, 그 flow diagram processing은 <Fig.2>와 같다.¹⁰⁾¹¹⁾

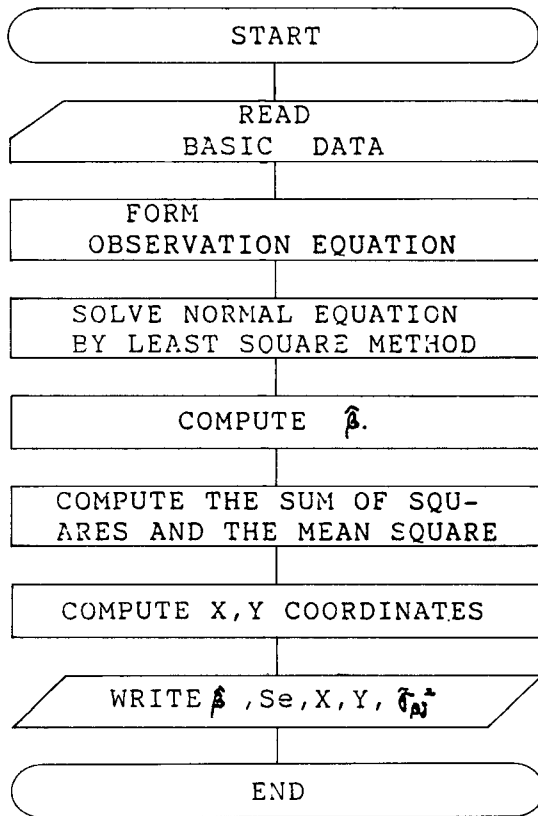


Fig. 2 Flow chart

3. 嚴密調整 및 考察

(1) 試驗 model

本 研究에서 試驗model은 國立地理院의 資料를 利用하였으며, 單列3角網과 觀測값은 各 各 Fig.3 및 Table1에 나타낸 바와 같다.¹⁾⁸⁾

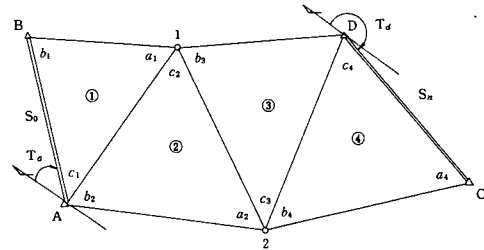


Fig. 3 Nets of single row triangles(b)

Table 1. Observed values of single row triangles.

Stat	Angle	Observed value	Remarks
1	a_1	85-31-12	$T_a = 85-16-28$ $T_d = 251-23-10$
	b_1	51-21-10	
	c_1	43-07-31	
	Total	179-59-53	
2	a_2	55-30-01	$\log S_0 = 2.2329529$ $\log S_n = 2.1940368$
	b_2	47-39-46	
	c_2	76-50-17	
	Total	180-00-04	
3	a_3	38-37-47	$x_a = 182075.860 \text{ m}$ $y_a = 194766.00 \text{ m}$
	b_3	65-48-37	
	c_3	75-33-26	
	Total	179-59-50	
4	a_4	68-23-41	$x_d = 181812.021 \text{ m}$ $y_d = 194916.859 \text{ m}$
	b_4	55-52-15	
	c_4	55-44-05	
	Total	180-00-01	

(2) 嚴密 調整

Table1의 觀測 data를 前述한 式(2)에 따라 觀測方程式을 構成하면 다음과 같다.⁹⁾⁸⁾⁷⁾¹⁰⁾

$$\bar{a}_0 = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 + c_1 \\ -180^\circ \\ a_2 + b_2 + c_2 \\ -180^\circ \\ a_3 + b_3 + c_3 \\ -180^\circ \\ a_4 + b_4 + c_4 \\ -180^\circ \\ (T_a - T_d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \text{second} \\ 4 \text{ ''} \\ -10 \text{ ''} \\ 1 \text{ ''} \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l}
 w_5 \\
 w_6 \\
 w_7 \\
 w_8
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 + \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{i+1} \cdot \\
 C_i + (n-1) \cdot \\
 180^\circ \\
 (\log S_n + \sum_{i=1}^{n-1} \log \\
 \sin a_i) - (\log S_0 \\
 + \sum_{i=1}^{n-1} \log \sin b_i) \\
 (x_a - x_a) \\
 - \sum_{i=1}^{n-1} X_{i-1, i} \\
 (y_a - y_a) - \sum_{i=1}^{n-1} Y_{i-1, i}
 \end{array} \right|
 \begin{array}{l}
 -7 \text{ ''} \\
 83.8 \\
 -0.009\text{m} \\
 0.008 \text{ ''}
 \end{array}$$

또 A,y,Q의 matrix는 다음과 같이 나타낼 수 있으며, X는 單位行列이다.

$$A = \begin{array}{cccc}
 (1) & (2) & (3) & (4) \\
 \begin{array}{cccccccccccc}
 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\
 \alpha_1 & -\gamma_1 & 0 & \alpha_2 & -\gamma_2 & 0 & \alpha_3 & -\gamma_3 & 0 & \alpha_4 & -\gamma_4 & 0 \\
 \beta_{a1} & -\beta_{b1} & -\beta_{c1} & \beta_{a2} & -\beta_{b2} & -\beta_{c2} & \beta_{a3} & -\beta_{b3} & -\beta_{c3} & 0 & 0 & 0 \\
 \delta_{a1} & -\delta_{b1} & -\delta_{c1} & \delta_{a2} & -\delta_{b2} & -\delta_{c2} & \delta_{a3} & -\delta_{b3} & -\delta_{c3} & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

여기서

$$\alpha_1=1.6 \quad \alpha_2=14.5 \quad \alpha_3=26.3 \quad \alpha_4=8.3 \\
 \gamma_1=16.8 \quad \gamma_2=19.2 \quad \gamma_3=9.5 \quad \gamma_4=14.3$$

$$\beta_{a1} = -20.672 \quad \beta_{b1} = -210.970 \quad \beta_{c1} = -150.851$$

$$\beta_{a2} = -124.142 \quad \beta_{b2} = -164.575 \quad \beta_{c2} = 45.877$$

$$\beta_{a3} = -132.567 \quad \beta_{b3} = -47.588 \quad \beta_{c3} = -139.982$$

$$\delta_{a1} = 11.819 \quad \delta_{b1} = 120.627 \quad \delta_{c1} = -263.830$$

$$\delta_{a2} = 31.530 \quad \delta_{b2} = 41.799 \quad \delta_{c2} = 180.630$$

$$\delta_{a3} = 175.166 \quad \delta_{b3} = 62.880 \quad \delta_{c3} = -105.940$$

$$\begin{array}{l}
 184870 \text{ second} \\
 307872 \text{ ''} \\
 155251 \text{ ''} \\
 171586 \text{ ''}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1
 \end{array} \right|$$

$$y = \begin{array}{l}
 199801 \text{ ''} \\
 276617 \text{ ''} \\
 236917 \text{ ''} \\
 139067 \text{ ''} \\
 272006 \text{ ''} \\
 201135 \text{ ''} \\
 246221 \text{ ''} \\
 200645 \text{ ''}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1
 \end{array} \right|$$

따라서 式(4)에 의하여 $\Delta \hat{\beta}$ 및 $\hat{\beta}$ 를求하면 다음과 같다.

$$\Delta \hat{\beta} = \begin{array}{l}
 -5.9'' \\
 -2.1 \\
 1.0 \\
 -0.6 \\
 3.4 \\
 1.2 \\
 -1.4 \\
 -6.4 \\
 -2.1 \\
 1.0 \\
 -4.7 \\
 4.7
 \end{array}
 , \quad
 \hat{\beta} = \begin{array}{l}
 85^\circ 31' 17.9'' \\
 51^\circ 21' 12.1'' \\
 43^\circ 07' 30.0'' \\
 55^\circ 30' 1.6'' \\
 47^\circ 39' 42.6'' \\
 76^\circ 50' 15.8'' \\
 38^\circ 37' 48.4'' \\
 65^\circ 48' 43.4'' \\
 75^\circ 33' 28.1'' \\
 68^\circ 23' 40.0'' \\
 55^\circ 52' 19.7'' \\
 55^\circ 44' 0.3''
 \end{array}$$

그리고 式(5)에 의한 殘差제곱의 總合 $S_E = 342.08(\text{초})^2$ 로 算出된다. 또 式(7)에 의한 分散 $\sigma_{\beta_j}^2$ 과 平均제곱오차(mean square errors) σ_{β_j} 는 다음과 같다.

$$\sigma_{\beta_j}^2 = \frac{342.08}{12 - (12-8)}
 \left| \begin{array}{l}
 1-0.55 \\
 1-0.60 \\
 1-0.74 \\
 1-0.63 \\
 1-0.71 \\
 1-0.54 \\
 1-0.76 \\
 1-0.50 \\
 1-0.65 \\
 1-0.73 \\
 1-0.93 \\
 1-0.78
 \end{array} \right|
 \left| \begin{array}{l}
 4.4^{\text{sec}} \\
 4.1 \\
 3.3 \\
 4.0 \\
 3.5 \\
 4.4 \\
 3.2 \\
 4.6 \\
 3.9 \\
 3.4 \\
 1.7 \\
 3.1
 \end{array} \right|$$

以上과 같이 嚴密調整한 單列3角網의 結果를 綜合하여 보면 Table2와 같고, 또한 Table2에 近似解와의 比較도 나타냈으며, 두 方法으로

求한 調整量의 差에서 나타낸 바와 같이 어느 特殊한 경우를 除外하고는 大體로 平均제곱 誤差範圍 內에 있음을 알 수 있다.

또한 Table3은 單列3角網을 嚴密調整하여 얻은 各 測點의 座標값과 近似解法에서 求한 座標값과를 比較한 것이며,

Table 2. Comparison of adjusted angles by two methods.(S.R.T)

Angle	Observed angles	Approx.	Rigor.	Diff.	Mean. Sq. Err.
a_1	85-31-12	13.4"	17.9"	4.5"	± 4.4 "
b_1	51-21-10	12.9	12.1	0.8	± 4.1
c_1	43-07-31	33.7	30.0	3.7	± 3.3
a_2	55-30-01	59.2	61.6	2.4	± 4.0
b_2	47-39-46	45.7	42.6	3.1	± 3.5
c_2	76-50-17	15.1	15.8	0.7	± 4
a_3	38-37-47	49.3	48.4	0.9	± 3.2
b_3	65-48-37	40.8	43.4	2.6	± 4.6
c_3	75-33-36	29.9	28.1	1.8	± 3.9
a_4	68-23-41	40.1	40.0	0.1	± 3.4
b_4	55-52-15	15.7	19.7	4.0	± 1.7
c_4	55-44-05	4.2	0.3	3.9	± 3.1

여기서 알 수 있는 바와 같이 그 差는 1~2^{mm} 程度로 大端히 微小한 값으로 나타났으며, 이로써 特殊하게 嚴密調整한 座標값의 計算을 除外하고는 近似解法으로 計算하여도 實用上 別

參考文獻

1. 李啓鶴, 金良垞, 1982, "中小計算機에 의한 單列3角網의 Data處理에 대한 考察", 全南大學校 大學院 碩士學位 論文, pp.2~17.
2. 金宇哲外 7人 編著, 1983, 現代統計學, 英志文化社, pp.64~90, pp.220~270.
3. Zurmühl, R. 1978, Matrix의 理論과 應用, 브레인 圖書出版, pp.1~76.
4. 日本測地學會, 1974, 測地學의 概觀, pp.443~448.
5. Mikhail, E.M., 1976, Observations and Least Squares, Thomas Y. Crowell Company, pp.3~70, pp.111~135.
6. Davis, R.E., 1981, Surveying theory and practice,

支障이 없음을 알 수 있다.

Table 3. Comparison of adjusted coordinate by two methods.

Sta.	Adjusted Latitude		Diff. (mm)	Adjusted Departure		Diff. (mm)
	Approximate	Rigorous		Approximate	Rigorous	
1	181992.658	181992.659	1.0	194870.975	194870.975	0
2	181917.969	181917.970	1.0	194776.868	194776.870	2.0
D	181812.021	181812.021	0	194916.859	194916.859	0

4. 結 論

本 研究結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 本 研究에서 matrix解析에 의한 精密3角網의 調整量이 平均제곱誤差 範圍 內에 있음을 알았으며, 이로써 matrix解析에 의한 rigorous-method의 信賴性을 立證할 수 있다.

(2) 嚴密解法과 近似解法에 의하여 各各 算定된 座標값을 相互比較한 結果 그 差異가 1^{mm}~2^{mm}程度로써 아주 微微하게 나타났으며, 이는 近似解法의 實用的 價値를 立證하였다.

(3) 複雜한 3角網이라도 本 matrix解法으로 處理하면 簡單한 computer로도 迅速, 正確하게 處理할 수 있는 利點이 있으며, 이로써 本 解法의 優位性을 알 수 있다.

McGraw-Hill Inc., pp. 889~954.

7. Moflitt, F.H. 1982, Surveying, Harper & Row Inc., pp. 745~806.
8. 池啓淳外 5人, 1984, 新編 測量學, 慶文出版社, pp. 149~181, pp. 293~321.
9. 柳福模, 1986, 測量學原論(I), 開文社, pp. 282~297.
10. 李啓鶴, 鄭☆鉉, 1985, "FEM에 의한 三邊測量의 解析에 관한 研究", 韓國測地學會誌, Vol.3, No.2, pp.18~31.
11. 石川甲子男外 3人, 1985, 測量計算프로그램, 山海堂, pp.168~204.