

W.S법에 의한 JOB SEQUENCE의 결정(I)

-A Study on Determining of Job Sequence by Work Sampling(I)-

강 성 수*
노 인 규**

Abstract

This study represents the method of application of W. S(Work Sampling) to determine job sequence.

The result shows job sequence which has the same performance measure of optimal job sequence is selected by average number of 199 sampling.

In the case, the optimal job sequence is not selected within the sampling number of 921 which satisfy the reliability of 99.5% and precision of 99%, the deviation is very little with 0.73%.

This improves the possibility of application of W. S method to select optimal job sequence is very high.

1. 서 론

다품종소량생산에 있어서 Job Sequence의 결정은 인인 및 기계설비의 가동률, 납기유지 및 생산비의 절감에 매우 큰 영향을 미친다. n Job Single M/C의 경우에 대해서는 $n/1/\bar{F}$ problem의 해를 위한 SPT Rule과 $n/1/L_{max}$ 의 해를 위한 EDD Rule 등 많은 연구가 있었지만 n/m 에 관하여서는 $n/2$ 의 경우 Johnson의 $n/2/F/F_{max}$ 에 대한 Algorithm과, $n/3/F/F_{max}$ 의 Special Case의 Algorithm의 개발이 있었으며, Akers(1956)는 $2/m/F/F_{max}$ 의 Special case의 Algorithm의 개발에 공헌하였으며 Szwarc(1977)는 $n/3/F/F_{max}$ 문제에 Johnson의 결과를 확대 적용하였다.

Ignall and Schrage는 three M/C 문제에 Branch and Bound 기법을 적용하였으며 Held and Karp(1962)는 Dynamic Programming 기법을 적용하였다.

그외에도 Conway, Maxwell and Miller(1967) 등은 Sequencing 문제에 Heuristic approach를 시도하는 등 Sequencing을 위한 많은 노력들이 경주되고 있다.

그러나 실제 문제에 있어서 이들의 기법을 적용하기가 매우 어려운 경우가 대부분이다.

실제 문제에서 특수 Algorithm을 적용할 수 없는 일반적 Job Sequence의 결정을 위해서는 이들 Job Sequence의 우열을 완전 열거법으로 비교하지 않으면 안되는데 이들을 완전 열거법으로 비교할 경우 $n/1/B$ 의 경우 발생하는 Job Sequence의 수는 $n! \cdot n/m/G/B$ 의 경우 $(n!)^m$ 만큼 비교되어야 하며 아래 표-1에서 $40/1/\bar{T}$ 인 경우 완전 열거법으로 Job Sequence의 우열을 비교할 경우 발생하는 경우의 수는 8.16×10^{17} 이며 이것은 1개의 Mathematical operation으로 비교한다고 하더라도 속도가 μ sec인 컴퓨터로 처리할 때 무려 2.58×10^{12} Centuries가 걸리므로 실제 프로그램에서는 상당수의 연산 및 비교를 생략해야 하므로 이보다 훨씬 더 많은 시간이 소요된다. 또한 이것을 Dynamic Programming으로 처리한다고 하여도 무려 4년 이상이 걸린다.¹⁾

$n/m/G/B$ 의 경우 Algorithm의 개발이 사실상 어려울 뿐만 아니라 Dynamic Programming이나 Branch & Bound Method의 적용도 어려우므로 완전 열거법에 의하여 Job Sequence의 우열을 비교 검토하지 않으면 안된다. 그러나 앞의 표-1에 나타난 바와 같이 Job의 수가 증가함에 따라 완전 열거법에 의한 비교 대상의 수가 기하급수적으로 늘어나 속도가 빠른 컴퓨터로 처리하더라도 엄청난 시간이 소요되므로 최적해를 찾는다는 것은 사실상 불가능하다.

*경남대학교 산업공학과

**한양대학교 산업공학과 교수

접수 : 1988. 11. 5.

표-1. n/m/G/B의 완전 열거법에 의한 Job Sequence의 경우의 數 및 Computer 처리시간(1 Process Time : μ sec인 경우

No. of M/C	No. of Job	No. of Job Sequence	Computer 처리시간
1	5	5! = 120	1.2 × 10 ⁻⁷ sec.
	10	10! = 3,628,800	3.6288 sec.
	15	15! = 1.31 × 10 ¹²	363.2 HRS
	20	20! = 2.43 × 10 ¹⁸	7.71 × 10 ⁴ YRS
	40	40! = 8.16 × 10 ⁴⁷	2.58 × 10 ³² Centuries
2	5	(5!) ² = 14,400	1.44 × 10 ⁻² sec
	10	(10!) ² = 1.32 × 10 ¹³	0.42 YRS
	15	(15!) ² = 1.71 × 10 ²⁴	5.42 × 10 ⁸ Centuries
	20	(20!) ² = 5.92 × 10 ³⁵	1.88 × 10 ²¹ Centuries
	40	(40!) ² = 6.66 × 10 ⁹⁵	2.11 × 10 ⁸¹ Centuries
3	5	(5!) ³ = 1.73 × 10 ⁹	1.73 sec
	10	(10!) ³ = 4.78 × 10 ¹⁹	1.51 × 10 ⁴ Centuries
	15	(15!) ³ = 2.24 × 10 ³⁶	7.09 × 10 ²⁸ Centuries
	20	(20!) ³ = 1.44 × 10 ⁵⁵	4.57 × 10 ⁴⁹ Centuries
	40	(40!) ³ = 5.43 × 10 ¹⁴³	1.72 × 10 ¹²⁸ Centuries

Heller는 0에서 9까지 Uniform하게 분포하는 정수의 공정시간을 가진 100개의 Job을 발생시킨 후 Random으로 3,000개의 Schedule을 취하여 F_{max}를 계산해 본 결과 Job의 수가 커지면 점차적으로 정규분포에 가까와 진다는 것을 그림-1과 같이 확인하였다.

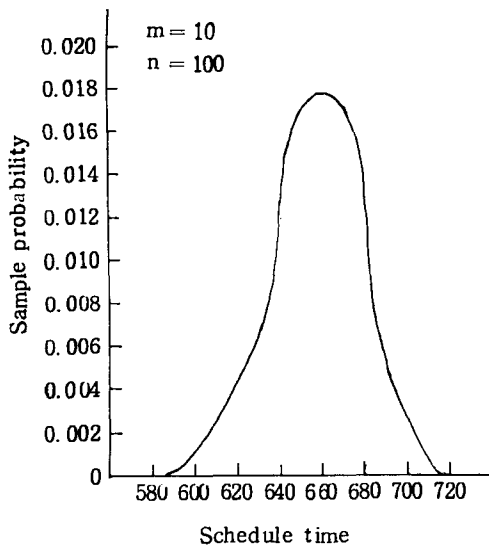


그림-1. Randomly Generated schedules for a 100/10/F/F_{max} problem

따라서 본 연구에서는 경제성을 고려할 경우의 Job Sequence의 결정에 있어서 거의 찾기 불가능한 완전

유일한 해를 구하기 보다는 근사해법에 의하여 짧은 시간안에 상위 수준(5% 혹은 1% 이상)에 해당하는 상위의 좋은 Job Sequence를 통계적 Sampling방식에 의해 선택할 수 있다면 매우 바람직하다.

따라서 본 연구는 Job Sequence의 결정에 W.S (Work Sampling)법의 개념을 도입하여 적절한 신뢰도와 소요정도를 만족하는 Sample회수만큼 Random으로 선정한 Job Sequence들의 Performance Measure를 비교하여 가장 좋은 Job Sequence의 결과치가 최적 Job Sequence의 결과치와 비교하여 그 정도(精度)가 어느정도이며 실용적인 가치가 있는지의 여부를 Computer분석에 의하여 검토하고자 한다.

2. Random Sampling Size의 결정

상위 그룹에 속하는 우수한 Job Sequence의 비율을 P라고 했을 때 이 P에 해당하는 좋은 Job Sequence를 x개 선정하는 확률밀도함수는 샘플링 수 n을 크게 할 경우 포아송 분포를 이용하여 구할 수 있다. 이 때 샘플의 크기 n에서 비율 p에 해당하는 좋은 Job Sequence를 x개 뽑을 확률밀도함수는

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \dots \dots \dots (2-1)$$

에서 구할 수 있으며 이때 λ = np에서

$$P(x) = \frac{e^{-np} (np)^x}{x!} \dots \dots \dots (2-2)$$

가 된다.

따라서 상위 그룹의 좋은 Job Sequence를 적어도 한개 이상 Sampling 할 수 있는 확률은 1에서 한개도 샘플링 할 수 없는 확률은 $1-p(0)$ 가 된다.

따라서 상위 그룹의 좋은 Job Sequence의 비율 p 와 한개 이상 Sampling 할 수 있는 확률을 결정함으로써 샘플회수 n 을 설정할 수 있다.

예를 들어 1%에 해당하는 좋은 상위 그룹의 Job Sequence를 한개 이상 선정할 확률을 95%라고 하면

$$1-p(0)=1-\frac{e^{-np}(np)^0}{0!}=0.95$$

가 되므로 여기서 샘플회수 n 을 구할 수 있다.

이 때의 Sampling 회수 n 은

$$\begin{aligned} n &= -\frac{\log 0.05}{\log e} / p \\ &= -\frac{\log 0.05}{\log e} / 0.01 = 300 \end{aligned}$$

에서 $n=300$ 회가 된다.

앞의 (2-2)의 공식에서 $p\%$ 의 좋은 상위에 Job Sequence를 적어도 한개 이상 발췌할 수 있는 확률이 PR일 때의 Sample Size는 표-2와 같다.

표-2. P 및 PR을 고려한 샘플의 크기 n

P	PR	n
0.05	0.95	60
	0.99	92
0.01	0.95	300
	0.99	460
0.005	0.95	600
	0.99	921
0.001	0.95	2996
	0.99	4605

본 예에서 $P=1\%$, $PR=0.99$ 로 하였으므로 샘플의 크기는 460개이다.

3. Work Sampling에 의한 Job Sequence의 결정절차

본 연구에서는 결과에 대한 정도분석을 용이하게 할 수 있도록 Johnson Algorithm에 의해 최적 해를 얻을 수 있는 $N/2/F/F_{max}$ 에 대하여 그 절차를 수립하고 이를 컴퓨터로 분석하기 위한 기호와 순서에 대한 Flow

Chart는 다음과 같다.

3.1 기 호

- n : 작업의 수
- m : 기계의 수
- ii : sample 회수
- jj : 최대 sample 회수
- nn : 반복 회수
- irp : 공정시간의 범위
- r.m : random number
- ct1 : 첫번째 작업의 가공성별 완료 시간
- cts : 최소의 F_{max}
- ctl : 최대의 F_{max}
- jil(i) : 첫번째 선택된 job sequence의 작업 순서
- jis(i) : F_{max} 가 최소인 job sequence의 작업 순서
- jil(i) : F_{max} 가 최대인 job sequence의 작업 순서
- rate of f_{max} : FCFS, EDD, W.S법에 의해 구해진 F_{max} 를 Johnson algorithm에 의해 구해진 F_{max} 로 나눈 비율
- fks : W.S에 의해 구해진 F_{max}

3.2 W.S에 의한 job sequence 선택을 위한 Flow Chart

W.S에 의한 JOB SEQUENCE의 결정 순서에 대한 Flow Chart는 아래 그림 2와 같다.

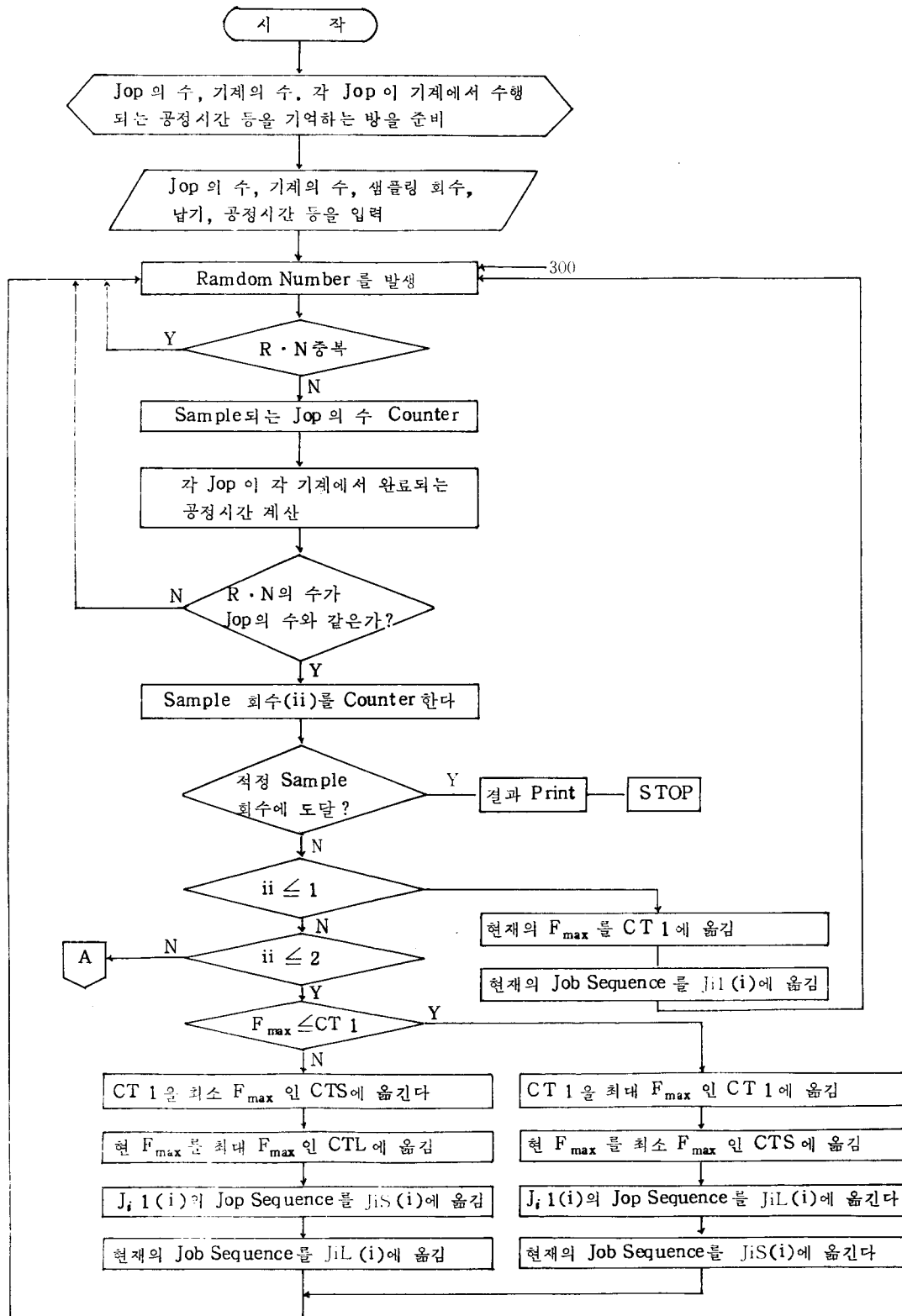
4. 적용사례 및 정도분석

일반적으로 일정계획 문제는 JOB의 수나 기계의 수가 증가할 수록 완전열거법에 의해 최적해를 구하는 것은 앞의 <표1>와 같이 너무 많은 시간이 걸려 불가능하다.

B.B의 방법이나 DYNAMIC METHOD 등을 이용하여 어느정도 비교하는 시간을 줄일 수 있으나 이방법 또한 JOB의 수가 증대 되면 불가능하다.

따라서 적은 노력으로 최적해를 도달하기 위한 HEURISTIC ALGORITHM이 많이 개발되고 있으나 이는 특수한 경우를 제외 하고 그 적용이 어렵다.

본 연구는 간단한 W.S법의 원리를 이용하여 JOB SEQUENCE를 결정하였을 때 이들의 해가 최적해와 비교하여 그 성립도가 어느정도 인가를 퍼스날컴퓨터 ACE 915 기종을 이용하여 분석하여 보았다.



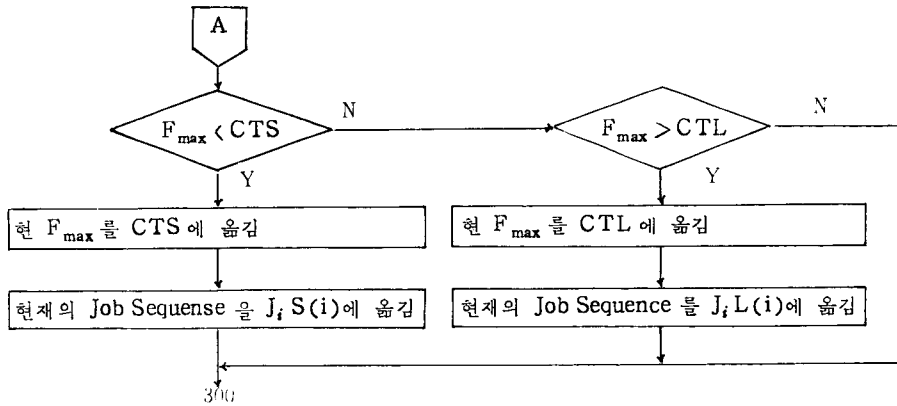


그림-2. W.S에 의한 Job Sequence의 결정 Flow Chart. (n/m/F/F_{max}의 例)

4·1 신뢰도와 정도에 따른 Optimal Job Sequence의 선정회수

먼저 W.S에 의해 구해진 F_{max}와 Optimal Job Sequence의 F_{max}와 비교하기 위하여 J.A (Johnson Algorithm)을 이용 하여 N/2/F/F_{max}의 문제에 대하여 적용하여 보았다.

수십 2개의 공정에 대하여 각각 N개 씩의 공정시간을 Random으로 발생시켜 이들에 대한 최적해를 J.A를 이용하여 구하였다.

Random으로 Job Sequence를 발생시켜 이들의 F_{max}가 J.A의 F_{max}와 일치 할때까지 Job Sequence를 비교하여 간다.

이때 RJ (Random Job)의 수가 1000개에 이를 때까지 비교하고 이때까지 최적해에 도달하지 않으면 중

지한다.

이와 같은 절차를 100회 반복하여 그 결과를 종합하여 평균한다.

이와같은 절차에 의해 Job의 수를 5에서 부터 5씩 증가시켜 30까지 구하고, 공정시간의 범위가 1-5부터 1-50이 되게 5씩 증가시켜 나간다.

이와 같은 절차에 의해 n=10, jj=1000, nn=100, irp=25에 대한 프로그램을 1회 (nn=1) 수행한 결과가 표 3과 같으며 이와 같은 것을 100회 수행하여 그 결과를 평균하여 출력한 것이 표 4와 같다.

위와같은 방법으로 신뢰도와 소요정도를 만족하는 범위내에서 최적 Job Sequence와 같은 Job Sequence가 100회 중 몇회 Sample 되는 것을 알아본 것이 <표. 5> <표. 6> <표. 7>이다.

표-3.

```

-----
***** input      data *****
-----
n= 10  jj= 1000  nn= 100  irp= 25
-----

job number :    1    2    3    4    5    6    7    8    9   10
process time  24.  18.   6.   4.   1.  22.  24.  14.  10.   2.
process time   3.   3.   8.  13.  20.   3.   9.  21.   1.   8.
due date :   11.   1.  116. 151.  16.  67.  42. 157.  96. 140.

***** result of johnsons algorithm *****
job sequence:   5   10   4   3   8   7   6   2   1   9
process time :   1.   2.   4.   6.  14.  24.  22.  18.  24.  10.
    
```

64 강성수·노인규

process time : 20. 8. 13. 8. 21. 9. 3. 3. 3. 1.
 due date : 16. 140. 151. 116. 157. 42. 67. 1. 11. 96.
 minimum of fmax : 126.0 rate of fmax : 1

***** fcfs sequence *****

job sequence : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
 process time : 24. 18. 6. 4. 1. 22. 24. 14. 10. 2.
 process time : 3. 3. 8. 13. 20. 3. 9. 21. 1. 8.
 minimum of fmax : 143.0 rate of fmax : 1.13

***** result of edd sequence *****

job sequence : 2 1 5 7 6 9 3 10 4 8
 process time : 18. 24. 1. 24. 22. 10. 6. 2. 4. 14.
 process time : 3. 3. 20. 9. 3. 1. 8. 8. 13. 21.
 due date : 1. 11. 16. 42. 67. 96. 116. 140. 151. 157.
 Minimum of fmax : 155.0 rate of fmax : 1.23

----- result of W.S -----

job sequence : 3 4 10 2 7 8 1 5 6 9
 process time: 6.0 4.0 2.0 18.0 24.0 14.0 24.0 1.0 22.0 10.0
 process time: 8.0 13.0 8.0 3.0 9.0 21.0 3.0 20.0 3.0 1.0
 ii= 16 fks= 126.00 rate= 1.00

II-4.

n= 10 jj= 1000 nn= 100 irp= 5
 av of count= 59.22 av rate of fcfs = 1.09
 av rate of edd = 1.10 av rate of w.s 1 = 1.03
 av rate of w.s total = 1.00
 ic1 = 83 ic2 = 6 ic3 = 6 ic4 = 0 ic5 = 2 ic6 = 1 ic7= 2

n= 10 jj= 1000 nn= 100 irp= 10
 av of count= 73.58 av rate of fcfs = 1.11
 av rate of edd = 1.11 av rate of w.s 1 = 1.02
 av rate of w.s total = 1.00
 ic1 = 79 ic2 = 5 ic3 = 9 ic4 = 3 ic5 = 2 ic6 = 1 ic7= 1

n= 10 jj= 1000 nn= 100 irp= 15
 av of count= 133.15 av rate of fcfs = 1.12

av rate of edd = 1.12 av rate of w.s 1 = 1.01
av rate of w.s total = 1.00
ic1 = 63 ic2 = 7 ic3 = 18 ic4 = 4 ic5 = 1 ic6 = 2 ic7 = 5
n = 10 jj = 1000 nn = 100 irp = 20
av of count = 163.74 av rate of fcfs = 1.11
av rate of edd = 1.12 av rate of w.s 1 = 1.02
av rate of w.s total = 1.00
ic1 = 67 ic2 = 3 ic3 = 15 ic4 = 3 ic5 = 4 ic6 = 3 ic7 = 5
n = 10 jj = 1000 nn = 100 irp = 25
av of count = 125.53 av rate of fcfs = 1.11
av rate of edd = 1.11 av rate of w.s 1 = 1.01
av rate of w.s total = 1.00
ic1 = 70 ic2 = 6 ic3 = 12 ic4 = 0 ic5 = 3 ic6 = 6 ic7 = 3
n = 10 jj = 1000 nn = 100 irp = 30
av of count = 185.66 av rate of fcfs = 1.13
av rate of edd = 1.12 av rate of w.s 1 = 1.01
av rate of w.s total = 1.00
ic1 = 62 ic2 = 6 ic3 = 14 ic4 = 4 ic5 = 2 ic6 = 4 ic7 = 8
n = 10 jj = 1000 nn = 100 irp = 35
av of count = 135.87 av rate of fcfs = 1.13
av rate of edd = 1.11 av rate of w.s 1 = 1.01
av rate of w.s total = 1.00
ic1 = 66 ic2 = 10 ic3 = 13 ic4 = 0 ic5 = 4 ic6 = 0 ic7 = 7
n = 10 jj = 1000 nn = 100 irp = 40
av of count = 154.62 av rate of fcfs = 1.11
av rate of edd = 1.10 av rate of w.s 1 = 1.01
av rate of w.s total = 1.00
ic1 = 64 ic2 = 7 ic3 = 15 ic4 = 2 ic5 = 2 ic6 = 1 ic7 = 9

표-5. 신뢰도와 정도에 따른 최적 Job Sequence의 샘플 회수

N	5							10							
	CI	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
5	PI	97	2	1	0	0	0	0	83	6	6	0	2	1	2
10		98	1	1	0	0	0	0	79	5	9	3	2	1	1
15		96	1	1	0	0	0	0	63	7	18	4	1	2	5
20		84	7	8	1	0	0	0	67	3	15	3	4	3	5
25		86	4	7	1	0	2	0	70	6	12	0	3	6	3
30		90	6	4	0	0	0	0	62	6	14	4	2	4	8
35		86	9	5	0	0	0	0	66	10	13	0	4	0	7
40		87	7	6	0	0	0	0	64	7	15	2	2	1	9
45		92	5	2	0	1	0	0	63	6	11	5	3	4	8
50		91	3	6	0	0	0	0	64	11	14	2	2	2	5
계		907	47	41	2	1	2	0	681	67	127	23	25	24	53
평균		90.7	4.7	4.1	0.2	0.1	0.2	0	68.1	6.7	12.7	2.3	2.5	2.4	5.3
누계		90.7	95.4	99.5	99.7	99.8	1000	1000	68.1	74.8	87.5	89.8	92.3	94.7	1000

P.T : Process Time C₁ : 신뢰도 95% 소요정도 95%인경우 샘플회수 n =60
 N : Number of Job C₂ : 신뢰도 95% 소요정도 99%인경우 샘플회수 n =92
 CI : 신뢰도 및 소요정도 C₃ : 신뢰도 99% 소요정도 95%인경우 샘플회수 n =300
 C₄ : 신뢰도 99% 소요정도 99%인경우 샘플회수 n =460
 C₅ : 신뢰도 99.5% 소요정도 95%인경우 샘플회수 n =600
 C₆ : 신뢰도 99.5% 소요정도 99%인경우 샘플회수 n =921
 C₇ : 신뢰도 99.5% 소요정도 99% 이상에서 샘플회수 n =1,000이하

표-6. 신뢰도와 정도에 따른 최적 Job Sequence의 샘플 회수

N	15							20							
	CI	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
5	PI	84	4	5	2	1	1	3	71	8	15	2	0	2	2
10		60	7	18	1	3	5	6	62	6	18	4	2	7	1
15		59	10	17	3	2	2	7	56	8	17	6	2	4	7
20		59	9	15	4	2	1	10	48	15	20	4	0	4	9
25		61	8	14	6	3	2	6	51	9	19	6	6	4	5
30		50	8	23	8	2	2	7	44	10	26	5	4	4	7
35		51	10	22	2	2	4	9	28	11	32	7	2	4	16
40		46	10	28	3	0	1	12	44	14	24	2	3	2	11
45		56	7	21	6	0	4	6	50	9	19	4	5	3	10
50		38	14	20	6	5	4	13	45	4	18	5	5	7	16
계		564	87	183	41	20	26	79	499	94	208	45	29	41	84
평균		56.4	8.7	18.1	4.1	2.0	2.6	7.9	49.9	9.4	20.8	4.5	2.9	4.1	8.4
누계		56.4	65.1	83.4	87.5	89.5	92.1	1000	49.9	59.3	80.1	84.6	87.5	91.6	1000

표-7. 신뢰도와 정도에 따른 최적 Job Sequence의 샘플 회수

N	25							30						
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
5	70	7	15	4	1	1	2	75	6	13	1	1	2	2
10	76	2	14	3	0	0	5	62	11	13	3	3	5	3
15	54	7	16	6	3	3	11	46	11	17	6	3	6	11
20	49	3	26	5	2	7	8	45	12	19	3	4	3	14
25	43	8	22	4	2	3	8	49	10	20	5	3	2	11
30	35	13	26	7	6	7	6	36	13	24	4	3	6	14
35	38	8	20	6	3	3	22	34	6	27	7	5	5	16
40	32	14	26	8	4	9	7	27	9	26	10	2	5	21
45	38	18	26	5	2	2	9	36	3	30	10	5	4	12
50	38	13	18	3	3	5	20	38	5	23	6	3	8	7
계	473	93	209	51	26	40	108	448	86	212	55	32	46	121
평균	47.3	9.3	20.9	5.1	2.6	4.0	10.8	44.8	8.6	21.2	5.5	3.2	4.6	12.1
누계	47.3	56.6	77.5	82.6	85.2	89.2	100	44.8	53.4	74.6	80.1	83.3	87.9	100

이 표에서 같은 Job의 수 일때는 공정시간이 짧을수록 최적 Job Sequence와 같은 Job Sequence가 선택되는 회수가 많은 것을 알 수가 있으며 Job의 수에

크게 영향을 받지 않는다는 것을 알 수가 있다.

표-8에서 Sampling된 Job Sequence가 최적해에 도달하는 Sampling 회수는 총평균 199.1회이다.

표-8. 최적해에 도달하기 위한 평균 Sampling회수

P.T \ N	10	15	20	25	30	계
1-5	59.2	74.7	99.0	85.8	76.9	
1-10	73.6	158.3	136.7	100.8	135.1	
1-15	133.2	156.8	183.6	212.5	243.8	
1-20	164.7	177.3	188.7	249.9	247.5	
1-25	125.5	154.3	193.5	296.0	222.2	
1-30	185.7	194.0	214.4	232.4	284.6	
1-35	135.8	197.6	317.5	340.0	304.7	
1-40	154.6	207.2	206.2	251.1	352.7	
1-45	197.9	172.9	224.7	209.6	279.2	
1-50	127.3	262.7	306.7	312.0	334.6	
계	1,357.5	1,755.8	2,071.0	2,290.1	2,481.3	9,955.7
평균	135.7	175.6	207.1	229.0	248.1	199.1

4.2 신뢰도와 소요정도를 벗어난 JOB들에 대한 평가

신뢰도 99.5% 소요정도 99%를 벗어난 Job Sequ

ences의 Fmax가 최적해의 Fmax와 어느정도 차이가 나는가를 비교하여 본 것이 표-9와 같다.

이 표에서 나타난 바와 같이 최적 Job Sequence

표-9. 신뢰도와 소요정도를 벗어난 Job들의 최적해와의 비율
(신뢰도 99.5%, 소요정도 99% 기준)

P.T \ N	5	10	15	20	25	30
1-5	1.0	1.03	1.02	1.02	1.01	1.01
1-10	1.0	1.02	1.01	1.01	1.01	1.01
1-15	1.0	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
1-20	1.0	1.02	1.01	1.01	1.01	1.01
1-25	1.0	1.01	1.01	1.01	1.01	1.00
1-30	1.0	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
1-35	1.0	1.01	1.01	1.01	1.00	1.00
1-40	1.0	1.01	1.01	1.01	1.00	1.00
1-45	1.0	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
1-50	1.0	1.01	1.01	1.00	1.00	1.00
계	10.0	10.14	10.11	10.08	10.07	10.04
평균	1.0	1.014	1.011	1.008	1.007	1.004

표-10. J. A에 대한 타 기법의 Fmax의 비율

P.T \ N	FCFS						EDD					
	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20	25	30
1-5	1.11	1.09	1.09	1.07	1.06	1.05	1.12	1.09	1.07	1.07	1.06	1.06
1-10	1.14	1.12	1.10	1.08	1.07	1.06	1.14	1.12	1.10	1.08	1.06	1.06
1-15	1.16	1.12	1.09	1.08	1.07	1.07	1.16	1.11	1.09	1.08	1.07	1.08
1-20	1.14	1.12	1.10	1.09	1.09	1.06	1.15	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07
1-25	1.16	1.12	1.09	1.09	1.09	1.07	1.15	1.11	1.10	1.09	1.07	1.07
1-30	1.15	1.12	1.10	1.09	1.08	1.06	1.14	1.12	1.10	1.09	1.08	1.06
1-35	1.16	1.13	1.10	1.09	1.08	1.07	1.15	1.13	1.10	1.09	1.08	1.06
1-40	1.15	1.11	1.09	1.09	1.08	1.07	1.13	1.13	1.10	1.09	1.08	1.06
1-45	1.14	1.12	1.10	1.08	1.09	1.07	1.15	1.12	1.11	1.09	1.09	1.07
1-50	1.15	1.12	1.10	1.09	1.08	1.07	1.14	1.11	1.10	1.09	1.08	1.08
계	11.46	11.17	10.96	10.85	10.79	10.65	11.43	11.15	10.97	10.86	10.75	10.67
평균	1.146	1.117	1.096	1.085	1.079	1.065	1.143	1.115	1.097	1.089	1.075	1.067

총평균 = (1.0 + 1.014 + 1.011 + 1.008 + 1.007 + 1.004) / 6 = 1.0073

아니라 할지라도 총 편차가 0.73% 정도밖에 되지 않는 양호한 것임을 알 수 있다.

Sequence들의 Fmax가 J.A에 의해 결정된 최적 Fmax에 대하여 어느정도 비율이 되는가를 보여주고 있다.

표-10은 FCFS와 EDD방법에 의해 선정된 Job

5. 결 론

앞의 제4장에서 행한 정도분석에 의하면 W.S법에 의한 Job Sequence의 결정방법은 평균 199.1회의 Sampling으로 최적해와 같은 Job Sequence를 Sample 할 수 있는 것을 확인하였다.

뿐만 아니라 신뢰도 99.5%, 소요정도 99%인 샘플링회수 921회 안에 최적해가 선정되지 못하여도 그 편차가 0.73%로 매우 근소하므로 그 실용성이 매우 높은 것으로 입증되었다.

이 방법은 어떤 형태의 Job Sequence의 결정에 대해서도 적용이 가능하므로 애써 만든 Algorithm이 특별한 가정에 붙여 그 실용성이 희박한 분야나 특수 알고리즘의 수립이 어려운 모든 Job Sequence의 결정문제에 효과적으로 이용될 수 있을 것이다.

앞으로 Flow Shop과 Job Shop의 구조를 분석하고 이를 토대로 Job의 수와 공정시간의 분포에 따른 경제적 샘플링 회수를 결정하는 것에 대하여 더욱 연구를 하여 W.S법에 의한 Job Sequence의 결정방법이 더욱 실용화 될 수 있도록 노력하고자 한다.

참 고 문 헌

Akers, S. B., "A Graphical Approach. Production

Scheduling Problems", *Ops. Res.*, 4, 1956. pp. 244-245.

French Simon, *Sequencing and Scheduling an Introduction to the Mathematics of the Job-shop.*, 1982, John Wiley and Sons, New York. pp. 37-45.

Held and Karp, R. M. *A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems.* J. Siam., 10, 1962. pp. 196-205.

Heller J., "Some Numerical Experiments For and MXJ Flow Shop and its Decision Theoretical Aspects", *Ops. Res.*, 8(2), March 1960.

Ignall E. and Schrage L. "Application of Branch-and-Bound Technique to Some Flow Shop Scheduling Problems", *Ops. Res.*, 13(3), May 1965.

Johnson S. M., "Optimal two-and-three Stage Production Schedules with Setup Times Included", *Nav. Res., Log. Quart.* 1, No. 1, March 1954. pp. 61-68.

Richard W. Conway, William L. Maxwell, and Louis W. Miller. *Theory of Scheduling.* Addison-Wesley, Reading, Mass., 1967. pp. 80-131.

Szwarc W. Optimal Two Machine Orderings in the 3xn Flow Shop Problem, 25, pp. 70-77.