

다중 항 오차를 이용한 공정 파라메타 추정 및 직접적응제어에 관한 연구

(A Study on Identification of Plant Parameter Using Multi-Term Error and Direct Adaptive Control)

威 雲 哲*, 崔 桂 根**

(Woon Chul Ham and Keh Kun Choi)

要 約

본 논문에서는 공정의 파라메타의 추정에 있어서 수정된 Gradient 방식을 제안하며, 또한 이 새로운 추정방식을 통하여 단일 입, 출력 이산시스템에 적용될 수 있는 직접적응제어이론을 제시한다. 제시한 직접적응제어이론은 global 안정도를 보장하며 컴퓨터시뮬레이션을 통하여 제안한 적응제어이론이 안정한 공정 및 불안정한 공정에도 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

Abstract

In this paper, we suggest a modified Gradient method for the identification of plant parameter. And also, through this new identification method, a direct adaptive control theory is proposed for a single-input single-output discrete system. Direct adaptive control theory proposed in this paper ensures global stability and the results of computer simulation show that the proposed algorithm can be applied to both stable and unstable plant.

I. 서 론

파라메타 추정에 있어서, 종전의 Gradient 방식은^[1-5] 오차의 갯수를 하나로 하여 다루어 왔기 때문에 미지의 공정의 파라메타의 갯수를 n 개로 하였을 경우, 현재 순간의 파라메타의 추정치를 전 순간의 추정치에서 현재 순간에 새로이 형성된 $n-1$ 차 hyper plane에 수직으로 내린 벡터상에서 취하였다. 따라

서 공정의 파라메타에 수렴되는 속도는 상당히 늦으며 또한 더욱 큰 약점으로 지적되는 점은 공정에 잡음이 발생할 경우, 잡음에 민감하게 파라메타의 추정치가 변화하는 점이다. 따라서 위와 같은 약점을 보완하기 위하여 최소자승방식^[6] 및 가중최소자승방식^[7]이 그 이후 제안되었으나 두 방식 모두 행렬연산이 수반되는 까닭에 매 스텝당 연산에 소모되는 시간이 많기 때문에 실공정에 적용되기에는 다소 어려운 점이 있다. 물론 시연속시스템에 있어서는 파라메타 추정오차로 발생하는 오차의 갯수를 미지의 파라메타의 갯수와 같게 설정하여 이 오차들로 부터 현재의 파라메타를 새롭게 추정하는 방식이 연구되어 왔으며,^[8] 이 경우 파라메타의 수렴속도가 상당히

*正會員, 全北大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chonbuk Nat'l Univ.)

**正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

接受日字: 1987年 7月 14日

개선됨을 살펴 볼 수 있었다.

본 논문에서는 공정의 파라메타 추정방식에 있어서 종전의 Gradient 방식과 유사한 점근방식을 찾아 다중 항 오차를 찾아내어, 추정된 공정의 파라메타 값이 실제 공정의 파라메타 보다 빠른, 시간내에 도달하도록하는 새로운 파라메타 추정방식을 찾아 보았다. 이 방식의 장점은 계산량이 적은 점과 잡음에 강한 점을 들 수 있다. 또한 이 새로운 파라메타 추정방식을 통한 직접적응제어방식을 제안하며, 제안한 제어이론이 global 안정도를 보장함을 수식적으로 입증하였다.

II. 적응제어이론

1. 공정의 전달함수에 대한 가정 및 제어목적

제어하려는 공정은 다음과 같은 차분방정식으로 표현된다고 한다.

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) \tag{1}$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}, (b_0 \neq 0)$$

여기서 $u(k)$ 와 $y(k)$ 는 각각 공정의 입, 출력 수열이며 제어하려는 공정에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 공정의 지연상수 d 는 알고 있다.
- 2) 다항식 $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ 의 차수 n, m 은 알고 있다.
- 3) 공정은 최소위상이다. 즉, $B(z)$ 의 모든 영점들은 단위원 내에 존재한다.

식(1)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$y(k+d) = C(q^{-1})y(k) + D(q^{-1})u(k)$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n-1}q^{-n+1}$$

$$D(q^{-1}) = d_0 + d_1q^{-1} + \dots + d_{m+d-1}q^{-m-d+1} \tag{2}$$

제어의 목적은 공정의 출력 $y(k)$ 가 한정된 기준출력 $y^*(k)$ 를 쫓도록 함과 동시에 전체적인 시스템을 안정화 하도록하는 폐환제어 알고리즘을 구성하는데 있다.

전체적인 시스템 구성은 그림 1 과 같다.

2. 2 개의 오차를 이용한 파라메타 추정방법 및 제어법칙

다음과 같이 공정의 파라메타 벡터를 정의한다.

$$\theta^{*T} = [c_0, \dots, c_{n-1}, d_0, \dots, d_{m+d-1}] \tag{3}$$

이 경우 식(2)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y(k+d) = \phi(k)^T \theta^*$$

$$\phi(k)^T = [y(k), \dots, y(k-n+1), u(k), \dots, u(k-m-d+1)]$$

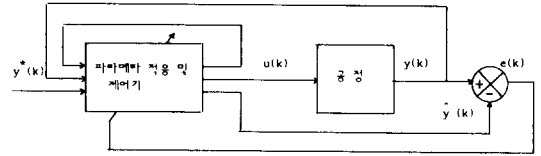


그림 1. 전체적인 시스템 구성도

Fig. 1. Structure of overall system.

다음과 같이 출력오차 $e(k+d)$ 를 정의한다.

$$e(k+d) = y(k+d) - y^*(k+d)$$

$$= \phi(k)^T \theta^* - y^*(k+d) \tag{5}$$

따라서 $u(k)$ 가 다음과 같은 식을 만족하도록 설정한다면 출력오차 $e(k+d)$ 는 0 이 됨을 알 수 있다.

$$\phi(k)^T \theta^* = y^*(k+d) \tag{6}$$

그러나 θ^* 가 미지의 벡터이므로 다음과 같은 파라메타 추정방법을 사용하여 공정의 파라메타 θ^* 를 추정한다.

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{1}{2} \left[\frac{\phi(k-d)^T (y(k) - \phi(k-d)^T \hat{\theta}(k-1))}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} + \frac{\phi(k-d-1)^T (y(k-1) - \phi(k-d-1)^T \hat{\theta}(k-1))}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right] \tag{7}$$

또한 입력 $u(k)$ 는 다음식이 만족하도록 설정한다.

$$\phi(k)^T \hat{\theta}(k) = y^*(k+d) \tag{8}$$

위 식(7)에서 보여진 파라메타 추정방법은 기존의 Gradient 방법을 다소 수정한 형태로써 2개의 오차를 최소화 하는 방향으로 파라메타를 수정함을 알 수 있다. 즉, $k-1$ 순간의 파라메타 추정치에 의한 출력추정치 $\phi(k-d)^T \hat{\theta}(k-1)$ 및 $\phi(k-d-1)^T \hat{\theta}(k-1)$ 이 실제 공정의 출력 $y(k), y(k-1)$ 과의 차이에서 발생하는 오차들을 최소화 하려는 방향으로 파라메타를 수정하고 있음을 알 수 있다. 이 방식은 기존의 Gradient 방법이 현재 이전의 하나의 data 만을 갖고 파라메타를 수정하는 관계로 공정에 잡음이 발생할 경우 파라메타의 추정치가 잡음에 민감하게 변화하는 반면, 위에서 제안한 파라메타 추정방식은 과거 두개의 data를 이용하여 파라메타를 추정하는 방식을 취함으로써 기존 Gradient 방식에 비하여 파라메타의 추정치가 잡음에 덜 민감하게 변화함을 예측할 수 있다. 이러한 이유는 다음과 같은 사실에 그

이론적 근거를 갖고 있다. 즉, 잡음이 섞인 신호를 n 번 더하고 다시 n 으로 나눌 경우 신호의 전력은 그대로이지만 잡음의 전력은 $1/\sqrt{n}$ 으로 감소한다는 사실이다.

다음과 같이 공정의 파라메타 추정오차 $\bar{\theta}(k)$ 를 정의한다.

$$\bar{\theta}(k) = \hat{\theta}(k) - \theta^* \quad (9)$$

위에서 언급한 파라메타 추정방법 및 제어법칙을 사용할 경우 다음과 같은 정리가 만족됨을 알 수 있다.

[정리 1]

식(7), (8)을 적용하여 공정을 제어할 경우 다음과 같은 식들이 만족한다.

$$\|\hat{\theta}(k)\|^2 - \|\hat{\theta}(k-1)\|^2 \leq 0, \quad k > 0 \quad (10)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} = 0 \quad (11)$$

[증명]

식(7)을 통하여 다음식이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(k) &= \bar{\theta}(k-1) \\ &- \frac{1}{2} \left[\frac{\phi(k-d) \phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\phi(k-d-1) \phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 다음과 같은 식이 만족한다

$$\begin{aligned} \|\bar{\theta}(k)\|^2 - \|\bar{\theta}(k-1)\|^2 &= \bar{\theta}(k)^T \bar{\theta}(k) \\ &\quad - \bar{\theta}(k-1)^T \bar{\theta}(k-1) \\ &= - \left[\frac{\{\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)\}^2}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} + \frac{\{\phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)\}^2}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right] \\ &\quad + \frac{1}{4} \left\| \frac{\phi(k-d) \phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\phi(k-d-1) \phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right\|^2 \\ &= - \left[\frac{\{\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)\}^2}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} + \frac{\{\phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)\}^2}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right] \\ &\quad - \frac{1}{4} \left\| \frac{\phi(k-d) \phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\phi(k-d-1) \phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[\left\| \frac{\phi(k-d) \phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} \right\|^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\| \frac{\phi(k-d-1) \phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right\|^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \frac{\left[1 + \frac{1}{2} \phi(k-d)^T \phi(k-d) \right] [\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)]}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^2} \\ &\quad - \frac{\left[1 + \frac{1}{2} \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1) \right] [\phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)]^2}{[1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)]^2} \\ &\quad - \frac{1}{4} \left\| \frac{\phi(k-d) [\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1)]}{1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\phi(k-d-1) [\phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1)]}{1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)} \right\|^2 \leq 0 \quad (13) \end{aligned}$$

따라서 $\|\bar{\theta}(k)\|^2$ 는 감소함수이므로 $\hat{\theta}(k)$ 가 수렴함을 알 수 있다.

편의상 다음과 같은 정의를 한다.

$$e_1(k) = -\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-1) \quad (14)$$

$$e_2(k) = -\phi(k-d-1)^T \bar{\theta}(k-1) \quad (15)$$

이 경우 식(13)로부터 다음과 같은식이 성립한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e_1(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} = 0 \quad (16)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e_2(k)}{[1 + \phi(k-d-1)^T \phi(k-d-1)]^{1/2}} = 0 \quad (17)$$

또한 식(12), (14), (15)로부터 다음식이 성립한다.

$$\begin{aligned} e_1(k) &= -\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-d) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{d-1} \left[\frac{\phi(k-d)^T \phi(k-d-i) e_1(k-i)}{1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\phi(k-d)^T \phi(k-d-1-i) e_2(k-i)}{1 + \phi(k-d-1-i)^T \phi(k-d-1-i)} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

따라서 다음과 같은식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \frac{e_1(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} &= \frac{e(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{d-1} \left[\frac{\phi(k-d)^T \phi(k-d-i) e_1(k-i)}{[1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)] (1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d))^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\phi(k-d)^T \phi(k-d-1-i) e_2(k-i)}{[1 + \phi(k-d-1-i)^T \phi(k-d-1-i)] (1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d))^{1/2}} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

위 식에 Schwarz 공식 및 식(16), (17)을 적용하면 다음과 같은 결론을 얻는다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} = 0 \quad (20)$$

(증명끝)

또한 다음과 같은 정리2를 통하여 위에서 제안한

제어 알고리즘이 global 안정함을 보인다.

[정리 2]

공정이 최소위상이고 기준출력 $y^*(k)$ 가 유한하며 식 (7)의 파라메타 추정방식 및 식(8)의 제어법칙을 이용할 경우 공정의 입, 출력 $u(k)$, $y(k)$ 는 유한하며 $e(k)$ 는 시간이 증가함에 따라 0으로 수렴한다.

(증명)

[정리 1]를 통하여, 식(7) 및 식(8)로 구성되는 제어 알고리즘이 [정리2]를 만족한다는 사실을 증명하기 위하여서는 $\phi(k)$ 가 유한하다는 것을 보이면 된다. 따라서 이러한 사실을 증명하기 위하여서는 다음과 같은 보조정리1을 이용한다.

[보조정리 1]

상수 수열 $\{s(k)\}$ 및 $n \times 1$ 벡터 수열 $\{z(k)\}$ 에 대하여 다음과 같은 식이 만족된다고 하자.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{s(k)}{d_0 + d_1 z(k)^T z(k)} = 0 \tag{21}$$

단, d_0, d_1 은 임의의 양의 유한한 상수이다.

이 경우, 만일 어떤 유한한 양의 상수 c_1, c_2 에 대하여 아래와 같은 식이 만족된다면

$$\|z(k)\| \leq c_1 + c_2 \max_{0 \leq i \leq k} |s(i)| \tag{22}$$

다음과 같은 성질이 성립한다.

[성질 1] $\lim_{k \rightarrow \infty} s(k) = 0$

[성질 2] $\|z(k)\|$ 는 유한하다.

(증명) 참고문헌[6] 참조 바람

[정리2]에서 제어하고자 하는 공정이 최소위상이라고 하였으므로 어떤 양의 상수 m_1, m_2 에 대하여 공정의 입, 출력 사이에 다음과 같은 식이 성립한다.

$$u(k-d) \leq m_1 + m_2 \max_{0 \leq i \leq n} |y(i)|, \quad 1 \leq k \leq n \tag{23}$$

따라서 $\phi(k)$ 를 정의한 식(4)에 의거하여 다음 식이 성립한다.

$$\|\phi(k-d)\| \leq (n+m) (m_1 + \max(1, m_2) \max_{0 \leq i \leq k} |y(i)|) \tag{24}$$

또한 $|y^*(n)|$ 의 상계치를 m_3 라고 놓을 경우 아래와 같은 식이 성립하므로

$$|e(n)| \geq |y(n)| - |y^*(n)| \geq |y(n)| - m_3 \tag{25}$$

다음과 같은 식이 성립됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\phi(k-d)\| &\leq (n+m) (m_1 + \max(1, m_2) \max_{1 \leq i \leq k} (|e(i)| + m_3)) \\ &= c_1 + c_2 \max_{1 \leq i \leq k} |e(i)| \end{aligned} \tag{26}$$

따라서 위식에 식(20) 및 [보조정리1]을 적용함으로써 $e(k)$ 는 k 가 무한히 증가함에 따라 0으로 접근하며 또한 $\|\phi(k-d)\|$ 는 유한함을 알 수 있다. (증명끝) 따라서 [정리 1] 및 [정리 2]를 통하여 식(7) 및 (8)로 구성된 제어 알고리즘은 global 안정하다.

3. 다중-항 오차를 이용한 파라메타 추정방식 및 제어법칙

본 절에서는 2 절에서 다른 내용을 확장하여 다중-항 오차를 이용한 공정 파라메타의 추정방법 및 제어법칙에 대하여 간략하게 알아본다. 즉 과거로부터 현재 순간까지의 출력추정치 오차 N 개를 고려하여 다음과 같은 파라메타 추정방법을 유도한다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\phi(k-d-i) (y(k-i) - \phi(k-d-i)^T \hat{\theta}(k-1))}{1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)} \end{aligned} \tag{27}$$

또한 제어법칙은 식(8)과 같이 설정하며, 이 경우 2 절에서와 같이 다음과 같은 정리가 만족된다.

[정리 3]

식(8), (27)을 적용하여 공정을 제어할 경우 다음과 같은 식들이 만족한다.

$$\|\bar{\theta}(k)\|^2 - \|\bar{\theta}(k-1)\|^2 \leq 0, \quad k > 0 \tag{28}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} = 0 \tag{29}$$

(증명)

식(21)을 통하여 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(k) &= \bar{\theta}(k-1) - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\phi(k-d-i) \phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)} \end{aligned} \tag{30}$$

따라서 다음 식이 만족된다.

$$\begin{aligned} \|\bar{\theta}(k)\|^2 - \|\bar{\theta}(k-1)\|^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{[\phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1)]^2}{1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)} \\ &\quad + \frac{1}{N^2} \left[\sum_{i=0}^{N-1} \frac{\phi(k-d-i) \phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1)}{1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)} \right]^2 \\ &\leq - \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{[\phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1)]^2}{1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)} \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i) (\phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1))^2}{[1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)]^2} \\ &= - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{[2 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)] [\phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1)]^2}{[1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)]^2} \\ &\leq 0 \end{aligned} \tag{31}$$

따라서 $\|\bar{\theta}(k)\|^2$ 는 감소함수이며 $\hat{\theta}(k)$ 가 수렴함을 알 수 있다.

다음과 같은 정의를 한다.

$$e_{i+1}(k) = -\phi(k-d-i)^T \bar{\theta}(k-1), \quad i = 0, \dots, N-1 \quad (32)$$

이 경우 식(31)으로부터 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e_{i+1}(k)}{[1 + \phi(k-d-i)^T \phi(k-d-i)]^{1/2}} = 0, \quad i=0, \dots, N-1 \quad (33)$$

또한 식 (30), (32)로 부터 다음 식이 성립한다.

$$e_i(k) = -\phi(k-d)^T \bar{\theta}(k-d) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{d-1} \left[\sum_{j=0}^{N-1} \frac{\phi(k-d-i-j)^T \phi(k-d-i-j) e_{j+1}(k-i)}{1 + \phi(k-d-i-j)^T \phi(k-d-i-j)} \right]^2 \quad (34)$$

따라서 다음 식이 성립한다.

$$\frac{e_i(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} = \frac{e(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{d-1} \left[\sum_{j=0}^{N-1} \frac{\phi(k-d)^T \phi(k-d-i-j) e_{j+1}(k-i)}{(1 + \phi(k-d-i-j)^T \phi(k-d-i-j)) (1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d))^{1/2}} \right] \quad (35)$$

위 식에 식 (33) 및 Schwarz 공식을 적용하여 다음과 같은 결론을 얻는다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e(k)}{[1 + \phi(k-d)^T \phi(k-d)]^{1/2}} = 0 \quad (36)$$

(증명 끝)

[정리 4]

공정이 최소위상이고 기준출력 $y^*(k)$ 가 유한하며 식 (27)의 파라메타 추정방식 및 식 (8)의 제어법칙을 이용할 경우 공정의 입, 출력 $u(k)$, $y(k)$ 는 유한하며 $e(k)$ 는 시간이 증가함에 따라 0으로 수렴한다. (증명)

[정리 2] 참조.

따라서 식 (27) 및 식 (8)을 이용한 제어 알고리즘이 global 안정함을 알 수 있다.

III. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 다음과 같은 두가지 경우의 공정에 대하여 기존 Gradient 방식을 이용한 파라메타 추정 방식 및 제어 법칙과 2장에서 다루었던 2개의 오차

를 이용한 파라메타 추정방법 및 제어법칙을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교하였다.

[공정 1]

$$y(k) = 1.2y(k-1) - 0.35y(k-2) + u(k-1) + 0.4u(k-1) + n(k)$$

[공정 2]

$$y(k) = 1.8y(k-1) - 0.77y(k-2) + u(k-1) + 0.4u(k-2) + n(k)$$

여기서 $n(k)$ 는 Gaussian 랜덤 잡음으로 평균은 0이며 표준편차는 1.0이다. 위의 식으로부터 알 수 있듯이 공정 1은 극점이 0.5, 0.7로 안정하며, 공정 2는 극점이 1.1, 0.7로 불안정하다. 또한 제어기 파라메타의 초기치는 아래와 같이 설정하였다.

$$\hat{\theta}(0)^T = [0, 0, 1, 0]$$

그림 2는 공정 1에 대하여 잡음이 없는 경우, 기준출력 $y^*(k)$ 가 10일 때 공정의 출력 $y(k)$ 의 파형으로 Gradient 방식을 이용한 파라메타 추정방식을 사용한 제어가 2개의 오차를 이용한 파라메타 추정방식을 사용한 제어에 비하여 초기부분에서는 다소 양호하나 두 방식 모두에 있어서 공정의 출력 $y(k)$ 가 약 20스텝만에 ripple 없이 기준출력 $y^*(k)$ 를 잘 쫓고 있음을 알 수 있다.

그림 3은 공정 2에 대하여 잡음이 없는 경우, 기준출력 $y^*(k)$ 가 10일 때 공정의 출력 $y(k)$ 의 파형으로 공정 1에서와 마찬가지로 Gradient 방식을 이용한 파라메타 추정방식을 사용한 제어가 2개의 오차를 이용한 파라메타 추정방식을 사용한 제어에 비하여 초기부분에서는 다소 양호하나 두 방식 모두에 있어서 공정의 출력 $y(k)$ 가 약 20스텝만에 ripple 없이 기준출력 $y^*(k)$ 를 잘 쫓고있음을 알 수 있다.

그림 4, 5는 각각 공정 1, 공정 2에 대하여 잡음이 없는 경우의 파라메타 추정오차 $\|\hat{\theta}(k) - \theta^*\|$ 의 파형으로 두방식 모두에 있어서 약 20스텝만에 파라메타 추정치가 수렴함을 알 수 있다. 따라서 위의 결과를 토대로 분석하여 볼 때, 잡음이 없는 경우에는 두 방식 간의 장, 단점이 두드러지게 나타나지 않음을 알 수 있다.

그림 6, 7은 잡음이 있는 경우에 대하여 기준출력 $y^*(k)$ 가 10인 경우의 공정출력 $y(k)$ 의 파형으로, 두 방식 모두에 있어서 약 20스텝이후 잡음 정도의 ripple을 갖고서 기준출력 $y^*(k)$ 를 잘 쫓고있음을 알 수 있다. 그러나 잡음이 있는 경우, 그림 8, 9에서 보듯이 본 논문에서 제안한 파라메타 추정방식이 기존 Gradient 방식에 비하여 월등히 개선됨을 보여 주고 있으며, 따라서 본 논문에서 제안한 파라메타

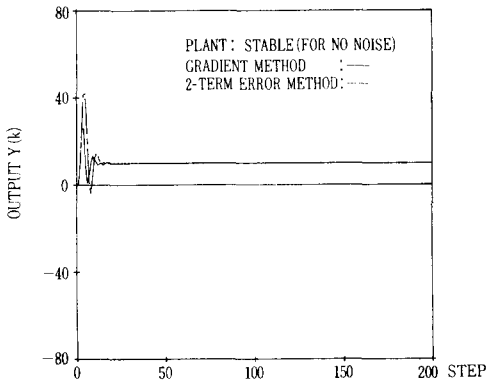


그림 2. 안정한 공정에 대한 D.C 파형 추종곡선 (잡음이 없는 경우).
 Fig. 2. D.C tracking curve for stable plant. (for no noise).

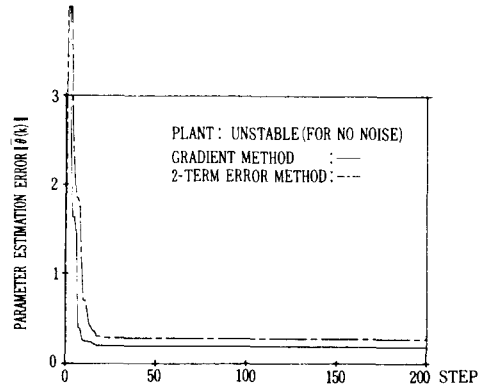


그림 5. 불안정한 공정에 대한 파라메타 추종곡선 (잡음이 없는 경우)
 Fig. 5. Parameter tracking curve for unstable plant. (for no noise).

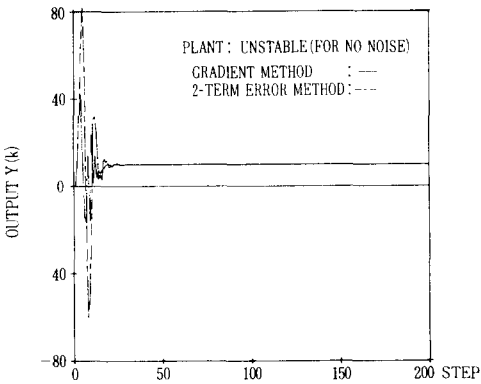


그림 3. 불안정한 공정에 대한 D.C 파형 추종곡선 (잡음이 없는 경우).
 Fig. 3. D.C tracking curve for unstable plant. (for no noise).

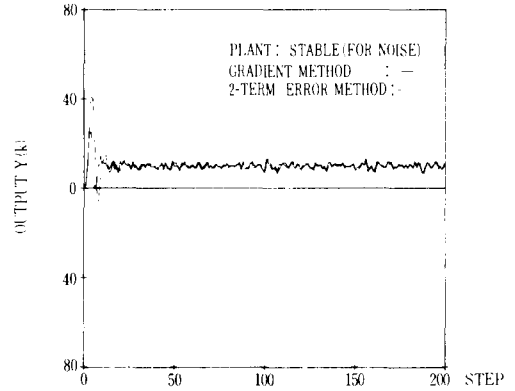


그림 6. 안정한 공정에 대한 D.C 파형 추종곡선. (잡음이 있는 경우)
 Fig. 6. D.C tracking curve for stable plant. (for noise).

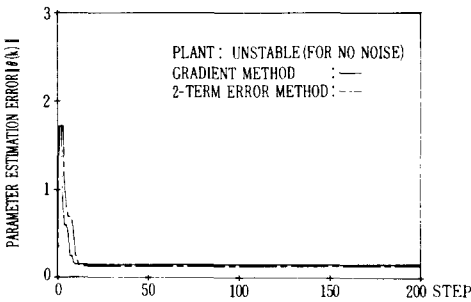


그림 4. 안정한 공정에 대한 파라메타 추종곡선 (잡음이 없는 경우)
 Fig. 4. Parameter tracking curve for stable plant. (for no noise).

추정방식을 이용하여 제어하는 방법이 기존 Gradient 방식을 이용하여 제어하는 방법에 비하여 잡음이 발생하는 여건 하에서는 매우 양호할 것이라 분석된다.

IV. 결 론

본 논문에서는 기존의 파라메타 추정방식의 하나인 Gradient 방식을 수정하여 새로운 파라메타 추정방식을 제안하였으며 또한, 이를 이용한 직접 적응 제어 이론을 제시하였다. 제안한 새로운 파라메타 추정방식은 공정에 잡음이 발생하지 않을 경우에 대

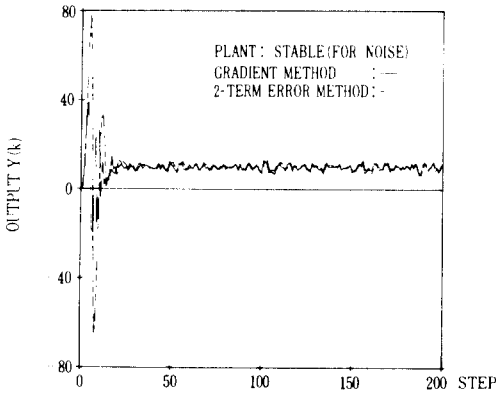


그림 7. 불안정한 공정에 대한 D.C 파형 추종곡선 (잡음이 있는 경우)

Fig. 7. D.C tracking curve for unstable plant. (for noise).

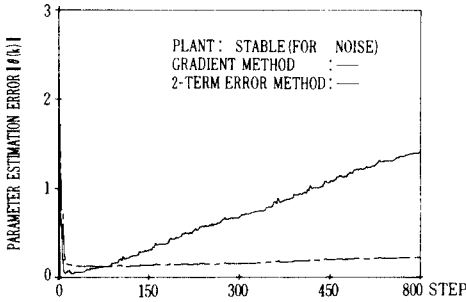


그림 8. 안정한 공정에 대한 파라메타 추종곡선 (잡음이 있는 경우)

Fig. 8. Parameter tracking curve for stable plant. (for noise).

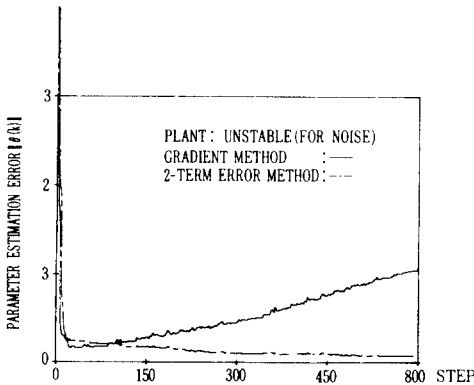


그림 9. 불안정한 공정에 대한 파라메타 추종곡선 (잡음이 있는 경우)

Fig. 9. Parameter tracking curve for unstable plant. (for noise).

하여서는 기존 Gradient 방식과 그 성능이 비슷하나, 공정에 잡음이 발생할 경우에는 기존 Gradient 방식에 비하여 파라메타 수렴특성이 월등히 개선됨을 알 수 있었다. 또한, 기존의 Gradient 방식은 본 논문에서 제안한 새로운 파라메타 추정방식의 특수한 경우에 해당된다. 공정에 잡음이 발생하지 않는 경우에 대하여 제안한 새로운 파라메타 추정방식을 이용한 직접적응제어 이론이 global 안정도를 갖고있음을 수식적으로 증명하였으며 컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안한 파라메타 추정방식 및 제어이론이 안정한 공정 및 불안정한 공정에도 적용될 수 있음을 알았다.

參 考 文 獻

- [1] B. Egardt, "Unification of some continuous-time adaptive control schemes," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-24, Aug. 1979.
- [2] B. Egardt, "Stability analysis of discrete-time adaptive control schemes," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-25, Aug. 1980.
- [3] L.C. Westphal, "An improved adaptive identifier for discrete multivariable linear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-23, Oct. 1978.
- [4] H. El-Sherief and N.K. Sinha, "Bootstrap estimation of parameters and states of linear multivariable systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-24, April 1979.
- [5] G.C. Goodwin, P.J. Ramadge and P.E. Caines, "Discrete-time multivariable adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-25, June 1980.
- [6] G.C. Goodwin and K.S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [7] T. Suzuki, T. Nakamura and M. Koga, "Discrete adaptive observer with fast convergence," *Int. J. Contr.*, vol. 32, no. 6, pp. 1107-1119, 1980.
- [8] H. Elliott and W.A. Wolovich, "Parameter adaptive identification and control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-24, Aug. 1979.
- [9] P.M. Lion, "Rapid identification of linear and nonlinear systems," *AIAA J.*, vol. 5, no. 10, 1967. *