

가변구조 제어에 의한 로봇 시스템의 경로 이탈에 관한 연구

(A Study on the Path Deviation of the Robot System by Variable Structure Control)

李 弘 珪*, 李 範 熙**, 崔 桂 根*

(Hong Kyu Lee, Bum Hee Lee and Keh-Kun Choi)

要 約

로봇 매니퓰레이터를 제어하는데 있어서 set point regulation을 가변구조제어 방법으로 하면 파라미터 변동이나 외란에 둔감하다는 장점을 갖게 된다. 점대점(point-to-point) 방식으로 매니퓰레이터를 제어하는 경우, 이동 경로의 제한 조건을 고려하지 않기 때문에, 로봇 손의 이동 궤적을 정확히 예측하여야만 가변 구조제어 방법을 효과적으로 사용할 수 있다.

본 논문에서는 로봇 매니퓰레이터에 대해 가변 구조 제어에 의한 조인트 공간에서의 조인트 각 이동 궤적을 구하고, 카티시안 공간에서 로봇 손의 궤적과 직선 경로와의 오차를 구하는 알고리즘을 제시하였다. 본 연구 결과는 가변 구조제어 방법으로 매니퓰레이터를 제어하는 경우, 효과적으로 궤적 계획을 하는데 기본이 될 것이다.

Abstract

In the control of the robotic manipulators, the variable structure control method for the Set Point Regulation has an advantage of the insensitivity about parameter variations and disturbances. When the robotic manipulators are controlled by a point-to-point scheme, no path constraint is considered. Thus, the variable structure control method will be effectively applied only if the trajectory of the robot hand is estimated precisely.

In this paper, the joint trajectories in the joint space and the hand trajectory in the cartesian space are calculated by the variable structure control method, and an algorithm is suggested to elaborate the deviation error of the robot hand from a straight line path. The result of this study will become a base of the effective path planning about robotic manipulators with the variable structure control concept.

*正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

**正會員, 서울大學校 制御計測工學科
(Dept. of Control and Instrumentation Eng., Seoul Nat'l Univ.)

接受日字: 1988年 6月 20日

I. 서 론

가변 구조제어 방법은 고이득 궤환 제어 방식으로 서 피라미터 변동이나 외란에 둔감하다는 장점때문에 비선형 시변 시스템 제어에 많이 사용되고 있다. 비선형성이 크고 커플링이 심한 로봇 제어 분야에

서는 set point regulation (SPR)과 tracking에 가변 구조 제어 방법이 이용되고 있다.^[4] SPR은 카티시안 공간상에서 로봇 손의 출발점과 도착점만의 좌표를 조인트 공간의 좌표로 변환하여 이동 경로와는 무관하게 출발점과 도착점만을 만족하도록 하는 제어 방법이고,^[5] Tracking은 카티시안 공간에서의 로봇 손의 출발점으로 부터 도착점까지의 경로를 조인트 공간으로 변환한 시간에 따른 조인트 각 변화를 추적하도록 하는 방법이다.^[6]

SPR에서는 출발점과 도착점만을 고려하고 이동 경로를 고려하지 않기 때문에 이동 경로에 제약 조건이 존재하면 사용하기 곤란하고, tracking에서는 로봇 손의 이동 경로로부터 조인트 각 변화가 점대점 (point-to-point) 방식으로 inverse kinematics에 의해 실재어 수행 이전에 계산되어 있어야 하고, 계산량이 많으며 가변구조제어 방법에 의한 tracking에 적합한 경로인지가 문제점이 된다.

가변 구조제어에 의한 SPR에서, 이동 경로를 가변구조제어 파라미터로부터 구할 수 있으면 tracking에서와 같이 점대점으로 inverse kinematics를 수행하지 않고 SPR에서의 경로 제약조건을 고려하여 로봇 손의 이동경로를 결정함으로써 효과적으로 이동경로 제어를 할 수 있게 된다.

본 논문에서는 가변구조 제어에 의한 SPR에서 로봇 손의 이동 궤적을 구하는 알고리즘을 제시하였다. 이 이동 궤적을 구하는 알고리즘은 로봇 손의 이동 경로 상의 추적오차 제한조건과 이동소요시간 제한 조건들을 만족시킬 수 있도록 궤적을 계획하는데 유용하게 이용될 수 있을 것이다.^[7]

II 장에서는 로봇 시스템을 가변 구조방법으로 제어하는 개념을 도입하였고, III 장에서는 가변 구조 제어에 의하여 조인트 각 및 로봇 손의 이동 궤적을 구하는 알고리즘을 유도하였고, IV 장에서는 III 장에서 구한 이동궤적과 직선 경로와의 오차를 구하는 알고리즘을 유도하였다. V 장에서는 III 장 및 IV 장에서 유도한 알고리즘을 2 차 자유도를 가지는 매니플레이터에 적용하여 시스템의 이동궤적을 구하였고, 가변 구조제어 파라미터에 따른 경로 추적 오차와 이동 소요시간의 관계를 검토하였다.

II. 로봇 시스템의 가변 구조제어

일반적으로 로봇 매니플레이터의 동력학적인 표현은 다음과 같다.

$$D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta)g = U \tag{1}$$

n차의 자유도를 가진 매니플레이터인 경우, 각 파

라미터의 차수는 $D(\theta) \in R^{n \times n}$, $H(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$, $G(\theta) \in R^n$, $U \in R^n$, $\theta \in R^n$, $\dot{\theta} \in R^n$ 및 $\ddot{\theta} \in R^n$ 이다.

$D(\theta)$ 는 대칭 행렬로 표현되는 관성모멘트이며, 대 각 행렬 이외의 요소는 다른 조인트의 가속도에 의한 상호작용을 의미한다. $H(\theta, \dot{\theta})$ 는 코리올리 힘과 구심력 그리고 마찰력등이 포함된 벡터이고, $G(\theta)$ 는 조인트에 작용하는 중력벡터를 의미하며 g 는 중력 가속도를 나타낸다. U 는 각 조인트에 가해지는 토크 벡터이고 $\theta, \dot{\theta}$ 및 $\ddot{\theta}$ 는 조인트 공간에서 각 조인트의 위치, 속도 및 가속도를 의미하는 벡터이다.

로봇 매니플레이터에 대하여 가변구조 개념을 적용하여 set point regulation에 필요한 제어입력을 도입하기로 한다.^{[1], [5]}

각 조인트의 각 위치 오차를 e_i , 각 속도를 v_i 로 정의하면, 스위칭 평면과 제어입력은 다음과 같이 표현된다.

$$S_i(e_i, v_i) = C_i e_i + v_i, \quad C_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2}$$

$$U_i(e_i, v_i) = \begin{cases} U_i^+(e_i, v_i), & S_i(e_i, v_i) \geq 0 \\ U_i^-(e_i, v_i), & S_i(e_i, v_i) < 0 \end{cases} \tag{3}$$

$i = 1, 2, \dots, n$

(2)식으로 표현된 스위칭 평면상에 슬라이딩 모드가 일어나도록 제한 제어입력 U_i^+ 및 U_i^- 를 선택해야 한다.

시스템 상태궤적이 슬라이딩 모드에 도달하고, 도달후 슬라이딩 모드가 유지되기 위한 조건은 다음식으로 표현된다.

$$S_i \cdot \dot{S}_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{4}$$

이때, 슬라이딩 모드의 식은 (2)식으로 부터

$$\dot{e}_i = -C_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{5}$$

가 된다.

(5)식은 커플링이 없는 1 차의 선형 시스템을 표현하고 있으며 시스템이 슬라이딩 모드에 있을때는 각각 1 차의 자유도를 갖는다. 또한, 슬라이딩 모드에서는 비선형 상호작용이 완전히 제거되므로 C_i 의 선정만으로도 설계가 되며, 조인트와 부하 변동에 민감하지 않게 된다. C_i 값은 클수록 원하는 위치에 접근하는 속도가 빨라지고 작을수록 접근 속도가 느려진다.

슬라이딩 모드가 존재하도록 하는 제어입력을 구하기 위하여 (1)식을 상태 방정식 형태로 다음과 같이 변환한다.

$$\dot{e}_i = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{6}$$

$$\dot{v}_i = F_i(\theta, v) + D^{-1}(\theta)U, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

이때, 제어입력은 다음 식으로 표현된다.

$$U_i = -[\alpha_i |e_j| + \beta_i |e_j| + K_i] \text{sgn}(S_i) \quad (8)$$

스위칭 평면의 도달 순서를 정하고 (4), (6) 및 (7)식으로부터 (8)식의 α_i, β_i 및 K_i 등의 값을 선정하므로써 제어입력이 결정된다.^[5]

제어 입력계수 α_i, β_i 및 K_i 등의 값이 클수록 스위칭 평면에 도달하는 시간은 감소되나 슬라이딩 모드에서 채터링 폭이 커지고, 이들 계수는 (4)식의 조건 외에 제어 토오크의 한계치에 의하여 제한된다.^[6]

III. 로봇 시스템의 이동제적

여기에서는 가변 구조제어 방법에 의한 로봇 매니퓰레이터의 set point regulation 제어시 나타나는 조인트 각과 로봇트 손의 이동제적을 구하는 알고리즘을 유도하기로 한다.

Set point regulation 제어에서는 출발점과 도착점의 위치만이 고려되고 이동 경로상에서의 위치에 대해서는 고려하지 않기때문에 실제로 응용하는데는 많은 제약이 따르게 된다. 따라서, 가변 구조제어 방법에 의한 set point regulation 제어가 로봇트 손의 제적을 어떻게 형성하게 하는지 분석하는 것이 매우 중요한 과제이다. 이렇게 경로 형성 과정을 파악하게 되면 이동시간 및 강인성 면에서 유리한 가변 구조 제어방법을 경로계획에 직접 응용할 수 있게 된다.

일반적으로 저속 운동에서는 코리올리 힘과 구심력 및 마찰력 등이 무시할 수 있는 정도로 작을 것이므로 동력학 방정식에서 제외하면 (1)식은 2 차 자유도를 가진 시스템인 경우, 다음 식으로 간략화시킬 수 있다.

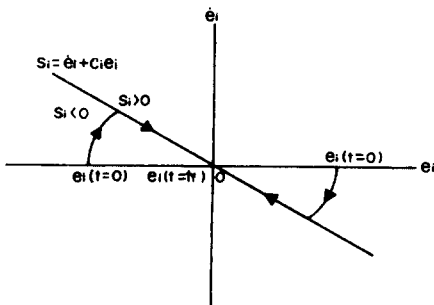


그림 1. 상태 공간에서의 시스템 상태 제적
Fig. 1. System state trajectory in the phase plane.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(X_1, X_2)g \\ G_2(X_1, X_2)g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

이때, X_1 및 X_2 는 조인트 1 과 조인트 2 의 각 위치이며 D_{ij} 는 관성 모멘트의 요소이다.

$\cos X$ 를 Young의 방식으로부터 선형함수로 근사화하면,

$$\cos X \approx 1 - \frac{|X|^2}{90}, \quad 0 \leq |X| \leq 180^\circ \quad (10)$$

가 된다. 로봇트 시스템의 모델을^[5]와 같이 선정하면 (8), (9) 및 (10)식으로부터 동력학 방정식은 다음 식으로 유도된다.

$$\begin{bmatrix} (M_1 + M_2)R_1^2 + M_2R_2^2 + J_1 + 2M_2R_1R_2 - \frac{1}{45}M_2R_1R_2|X_2| \\ M_2R_2^2 + M_2R_1R_2 - \frac{1}{90}M_2R_1R_2|X_2| \\ M_2R_2^2 + M_2R_1R_2 - \frac{1}{90}M_2R_1R_2|X_2| \\ M_2R_2^2 + J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1^2 \text{sgn}(S_1) & \beta_2^2 \text{sgn}(S_2) \\ \beta_1^2 \text{sgn}(S_2) & \beta_2^2 \text{sgn}(S_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\dot{X}_1| \\ |\dot{X}_2| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{90}(M_1 + M_2)R_1g|X_2| - \frac{1}{90}M_2|X_1 + X_2|R_2g \\ -\frac{1}{90}M_2R_2g|X_1 + X_2| + \alpha_2^2|e_2|\text{sgn}(S_2) \\ \alpha_1^2|e_1 + e_2|\text{sgn}(S_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_1 \text{sgn}(S_1) - (M_1 + M_2)R_1g - M_2R_2g \\ -K_2 \text{sgn}(S_2) - M_2R_2g \end{bmatrix} \quad (11)$$

그림 1 은 가변구조에 의한 상태 공간에서의 시스템 상태 제적을 나타낸 그림인데 e_i 는 상태 X_i 에서 원하는 상태 X_{id} 를 뺀 상태오차를 나타낸다. 상태 오차의 제적은 초기값($t=0$)으로부터 스위칭 평면 $S_i=0$ 에 도달할 때까지는 시스템의 동력학적 관계에 의해 결정되고, 스위칭 평면 도달 이후에는 스위칭 평면의 기울기에 의해 결정되어 상태오차값이 0 이 되는 방향으로 상태가 이동하는 제적이 된다.

시스템 상태제적이 스위칭 평면에 도달한 이후에는, 이상적인 경우,

$$S_i = \dot{X}_i + C_i(X_i - X_{id}) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

가 되는데 실제로는 $S_i = 0$ 을 중심으로 높은 주파수의 채터링이 발생하여 시스템 상태제적은 슬라이딩 면으로부터 일정폭내에서 슬라이딩 하게된다.

한 예로 $X_1, X_2 < 0, X_{1d} = X_{2d} = 0, S_1 < 0$ 및 $S_2 < 0$ 인 경우, 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (M_1 + M_2)R_1^2 + M_2R_2^2 + J_1 + 2M_2R_1R_2 + \frac{1}{45}M_2R_1R_2X_2 \\ M_2R_2^2 + M_2R_1R_2 + \frac{1}{90}M_2R_1R_2X_2 \\ M_2R_2^2 + M_2R_1R_2 + \frac{1}{90}M_2R_1R_2X_2 \\ M_2R_2^2 + J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_1 & -\beta_2 \\ -\beta_2 & -\beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{90}M_2R_2g + \alpha_1^{1,2} & \frac{1}{90}(M_1R_1 + M_2R_1 + M_2R_2) + \alpha_1^{1,2} \\ \frac{1}{90}M_2R_2g & \frac{1}{90}M_2R_2g + \alpha_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 - (M_1 + M_2)R_1g - M_2R_2g \\ K_2 - M_2R_2g \end{bmatrix} \quad (13)$$

X_1, X_2, e_1, e_2 가 양의 값일때나 $S_i > 0$ 일때도 마찬가지로 (13)식과 유사한 형태의 결과를 얻을 수 있다. $S_i > 0$ 일때는 (13)식에서 α_i, β_i 및 K_i 의 계수가 $S_i < 0$ 인 경우와 반대가 된다. 두 링크가 슬라이딩 모드에 도달한 이후에는 스위칭 평면을 통과할 때마다 스위칭 동작을 계속하면서 스위칭 평면을 따라 각 조인트의 위치가 X_{1d}, X_{2d} 에 도달하게 된다.

각 링크의 위치, 속도 및 가속도인 $X_i(t), \dot{X}_i(t)$ 및 $\ddot{X}_i(t)$ 의 제적은 Newmark 방법¹⁷⁾을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$t + \Delta t$ 에서의 속도는 t 에서의 속도와 가속도 및 $t + \Delta t$ 에서의 가속도로부터

$$\dot{X}_{t+\Delta t} = \dot{X}_t + (1 - \delta)\ddot{X}_t + \delta\ddot{X}_{t+\Delta t}\Delta t \quad (14)$$

로 표현된다. $t + \Delta t$ 에서의 위치는 t 에서의 위치와 속도, 가속도 및 $t + \Delta t$ 에서의 가속도로부터

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \dot{X}_t(\Delta t) + \left\{ \frac{1}{2} - \alpha \right\} \ddot{X}_t + \alpha \ddot{X}_{t+\Delta t} \Delta t^2 \quad (15)$$

이 된다. (14), (15)식에서 α 와 δ 는 적분 정확도와 안정도를 결정하는 변수들로서 절대안정을 보장하도록 $\alpha = 1/4, \delta = 1/2$ 로 정하고, 푸마 560로봇 시스템인 경우 매 28ms마다 위치 정보를 각 링크 제어기에 공급하므로 이보다 빠른 주기로 샘플링을 하기 위해 $\Delta t = 10ms$ 로 정하면 (14), (15)식은

$$\ddot{X}_{t+\Delta t} = 40000(X_{t+\Delta t} - X_t) - 400\dot{X}_t - \ddot{X}_t \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_{t+\Delta t} &= \dot{X}_t + 0.005(\ddot{X}_t + \ddot{X}_{t+\Delta t}) \\ &= 200X_{t+\Delta t} - 200X_t - \dot{X}_t \end{aligned} \quad (17)$$

이 되고, 동력학 방정식을 (11)식으로부터 다음과 같이 표현한다.

$$[M]\ddot{X}_{t+\Delta t} + [B]\dot{X}_{t+\Delta t} + [K]X_{t+\Delta t} = [R_{t+\Delta t}] \quad (18)$$

여기서 $M \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times n}, K \in R^{n \times n}, R \in R^n$ 및 $X \in R^n$ 이다.

(18)식에 (16), (17)식을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \left\{ [K] + 40000[M] + 200[B] \right\} \begin{bmatrix} X_{1t+\Delta t} \\ \vdots \\ X_{nt+\Delta t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_{1t+\Delta t} \\ \vdots \\ R_{nt+\Delta t} \end{bmatrix} + [M] \left\{ 40000 \begin{bmatrix} X_{1t} \\ \vdots \\ X_{nt} \end{bmatrix} + 400 \begin{bmatrix} \dot{X}_{1t} \\ \vdots \\ \dot{X}_{nt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{X}_{1t} \\ \vdots \\ \ddot{X}_{nt} \end{bmatrix} \right\} \\ & \quad + [B] \left\{ 200 \begin{bmatrix} X_{1t} \\ \vdots \\ X_{nt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{X}_{1t} \\ \vdots \\ \dot{X}_{nt} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

가 되는데 초기값에서부터 차례로 Δt 만큼씩 t 를 증가시키면서 (19)식에서 위치(X), (17)식에서 속도(\dot{X}), 및 (16)식에서 가속도(\ddot{X})를 구한다. 이때, $[M], [B], [K]$ 및 $[R]$ 행렬은 S_i, X_i , 및 e_i 의 부호에 따라 (11)식으로부터 정해진다.

앞에서 구한 위치, 속도 및 가속도는 조인트 공간에서의 제적이므로 카티시안 공간에서의 위치, 속도 및 가속도를 Direct Kinematics에 의해 구할 수 있다.¹²⁾ 2차 자유도를 가진 매니퓰레이터인 경우, 카티시안 공간에서의 로봇트 손의 이동 제적은 위치, 속도 및 가속도에 따라 각각 다음 식에 의해 구해진다.

a) 위치

$$\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 + A2 \\ A3 + A4 \end{bmatrix} \quad (20)$$

b) 속도

$$\begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A3 - A4 & -A4 \\ A1 + A2 & A2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

c) 가속도

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{X}(t) \\ \ddot{Y}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -A3 & -A4 \\ A1 & A2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} \\ & \quad - \begin{bmatrix} A1 & A2 \\ A3 & A4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}^2 \\ (\dot{X}_1 + \dot{X}_2)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

$$A1=R_1\cos X_1(t), \quad A2=R_2\cos \{X_1(t)+X_2(t)\}$$

$$A3=R_1\sin X_1(t), \quad A4=R_2\sin \{X_1(t)+X_2(t)\}$$

(20), (21) 및 (22)식에서 $(X(t), Y(t))$ 는 직각좌표에서 로봇 손의 위치를 나타낸다.

IV. 경로 추적 오차

카티시안 공간에서 가변 구조 제어에 의한 로봇 손의 궤적은 등속도 운동이 아니기 때문에 Taylor방식을 사용할 수가 없다.^[4] 따라서, 경로 추적 오차를 구하는 알고리즘을 유도하기로 한다.

직선 경로에 대한 추적 오차는 출발점과 도착점을 연결하는 직선 경로와 그림 2와 같이 앞절에서 구한 로봇 손의 궤적 사이의 최대거리가 된다. 그림 2에서 (X_i, Y_i) 는 직선 경로상의 임의의 점이고 (X_{ai}, Y_{ai}) 는 (X_i, Y_i) 를 통과하고 직선경로와 수직되는 직선이 로봇 손의 궤적과 만난 점을 나타낸다.

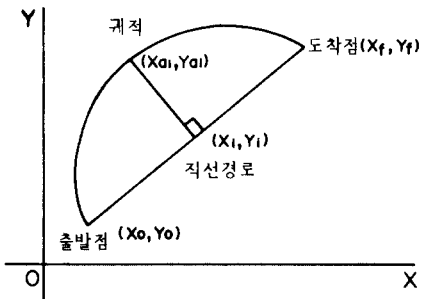


그림 2. 카티시안 공간에서의 직선 경로와 로봇 손 위치 궤적

Fig. 2. Straight line path and hand trajectory in the cartesian space.

직선 경로에 대한 식은 다음과 같다.

$$Y - Y_f = \frac{Y_f - Y_0}{X_f - X_0} (X - X_f) \quad (23)$$

(23)식에서

$$\frac{Y_f - Y_0}{X_f - X_0} = M \quad (24)$$

으로 치환하면, 직선 경로와 수직하는 식은 다음으로 표시된다..

$$Y - Y_i = -\frac{1}{M} (X - X_i) \quad (25)$$

점 (X_{ai}, Y_{ai}) 를 지나는 수직선의 식은 (25)식에 의해

$$Y_{ai} - Y_i = -\frac{1}{M} (X_{ai} - X_i) \quad (26)$$

로 표시되고, 점 (X_i, Y_i) 를 통과하는 직선 경로의 식은 (23)식에 의해

$$Y_i - Y_f = M (X_i - X_f) \quad (27)$$

로 표시된다.

(26) 및 (27)식으로부터 X_i 를 구하면 다음과 같다.

$$X_i = \frac{M}{M^2 + 1} \left(Y_{ai} - Y_f + M X_f + \frac{1}{M} X_{ai} \right) \quad (28)$$

경로 추적 오차 D 는 (28)식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$D = \{(X_{ai} - X_i)^2 + (Y_{ai} - Y_i)^2\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{sgn} \{Y_{ai} - M (X_{ai} - X_f) - Y_f\}$$

$$= |X_{ai} - X_i| (1 + M^{-2})^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{sgn} \{Y_{ai} - M (X_{ai} - X_f) - Y_f\}$$

$$= (1 + M^2)^{-\frac{1}{2}} |Y_{ai} - Y_f + M (X_f - X_{ai})| \text{sgn} \{Y_{ai} - M (X_{ai} - X_f) - Y_f\} \quad (29)$$

따라서, 직선 경로상의 도착점 (X_f, Y_f) 과 로봇 손 궤적 (X_a, Y_a) 의 실시간 변화에 따라 경로 추적 오차가 구해진다. (29)식에서 도착점 (X_f, Y_f) 대신 출발점 (X_0, Y_0) 을 사용하여도 동일한 결과가 얻어진다.

카티시안 공간에서 로봇 손 궤적 (X_a, Y_a) 는 C_i 의 함수이므로 경로 추적 오차 D 도 C_1, C_2 의 함수가 되어 경로 추적 오차가 스위칭 평면의 조합에 따라 변화된다. 즉,

$$(X_a, Y_a) = f \{ \theta_1(t), \theta_2(t) \} = f (C_1, C_2, t) \quad (30)$$

$$D = g (C_1, C_2, t) \quad (31)$$

V. 컴퓨터 시뮬레이션

컴퓨터 시뮬레이션에서는 young이 사용한 하이브리드 컴퓨터 실험 결과와 비교하기 위하여 2차 자유도를 가진 매니퓰레이터를 모델로 선정하고 파라미터도 동일하게 사용하였다.^[5] 즉, $M_1=0.5\text{kg}$, $M_2=6.25\text{kg}$, $R_1=1.0\text{m}$, $R_2=0.8\text{m}$, $J_1=5\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 및 $J_2=J_1$ 으로 택하였고, α_1, β_1 및 K_1 는 [5]에서와 같이 $\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = 0.95$, $\beta_1^1 = 8.37$, $\beta_2^2 = 2.85$, $\beta_2^1 = 3.8$, $\beta_2^2 = 8.56$, $K_1 = 342.3$ 및 $K_2 = 171.2$ 로 하였다.

초기 조건은

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -159.5^\circ \\ -69.0^\circ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

최종 조건은

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

(16), (17) 및 (19)식으로부터 조인트의 각위치, 각속도 및 각 가속도를 구한다. 카티시안 공간에서의 로봇 손의 이동 궤적은 조인트 각 위치 데이터를 이용하여 (20)식으로부터 구하였다. 또한, 구해진 로봇 손의 이동 궤적과 직선 경로와의 오차는 (29)식으로부터 구하였다.

이때 사용되는 스위칭 평면은

$$S_1 = \dot{X}_1 + 0.5X_1, \quad (34)$$

$$S_2 = \dot{X}_2 + 0.4X_2, \quad (35)$$

로 정하고, 시스템 궤적이 스위칭 평면에 도달하여 슬라이딩 모드가 시작되면 채터링 현상에 의한 카티시안 공간에서의 위치 변화는 무시될 수 있으므로 이상적으로 슬라이딩 하는 것으로 가정하여 궤적을 구하였다.

그림3, 그림4 및 그림5는 각각 링크 1과 링크2의 각 위치, 각 속도 및 각 가속도 궤적이고, 그림6은 카티시안 공간에서의 로봇 손의 궤적을 그린 것이다. 조인트 공간에서의 각 위치와 각 속도는 Young의 하이브리드 컴퓨터에 의한 실험 결과와 동일한 결과를 얻었다. 본 논문에서 제시한 방법은 Young의 방법에 비해 계산 방법이 간단하고, 얻은 데이터를 직접 로봇 손의 궤적을 구하거나 제어 파라미터를 결정하는데 사용할 수 있는 장점을 가지

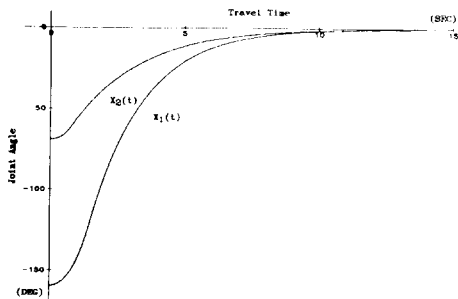


그림 3. 조인트 각 위치 이동궤적
Fig. 3. Joint angle position trajectory.

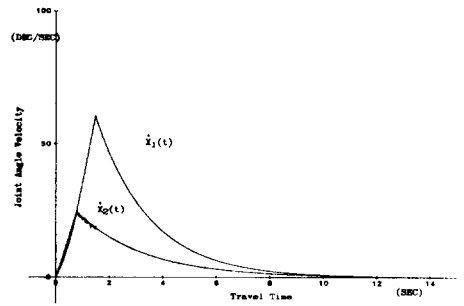


그림 4. 조인트 각 속도 궤적
Fig. 4. Joint angle velocity trajectory.

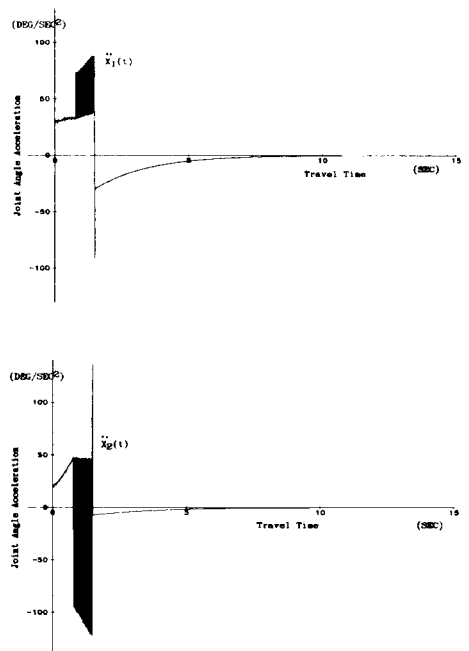


그림 5. 조인트 각 가속도 궤적
Fig. 5. Joint angle acceleration trajectory.

고 있다. 또한, Young의 방법은 하이브리드 컴퓨터에 의해 모든 제어 파라미터가 고정되어 있고 궤적이 실시간으로 측정되기 때문에 이동 궤적의 변경이 거의 불가능하나, 본 논문에서 제시한 방법은 실제 대상에 적용하기 이전에 이동 소요 시간이나 이동 경로 제약 조건에 따라 적합한 제어 파라미터를 결정할 수 있기 때문에 로봇 매니플레이터를 제어하는데 매우 유리한 방법이 된다.

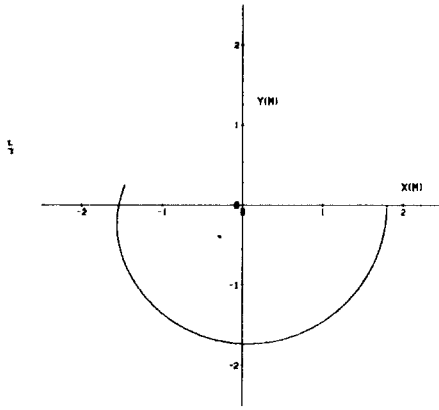


그림 6. 로봇 손 이동 궤적
Fig. 6. Trajectory of the robot hand.

로봇 손의 궤적과 직선 경로와의 오차는 그림 7에 나타내었다. 스위칭 평면의 기울기에 따라 시스템 궤적 및 직선 경로와의 오차를 그림 8에 나타내었다. X_2 의 초기값의 크기가 최종값의 크기보다 클 때는 C_2 값이 작고 C_1 값이 클수록 경로 추적 오차가 감소되는 추세가 있음을 알 수 있다 또한 표 1은 스위칭 면의 조합에 따라 경로 추적오차와 이동 소요 시간을 III, IV 장의 알고리즘으로부터 얻은 데이터로서 이로부터 C_1, C_2 의 선정에 따라 경로 추적오차와 이동 소요시간을 예측할 수 있다. 이를 분석해보면 링크 1의 각 위치가 직선경로와 수직하는 지점을 통과할때 최대오차가 발생될 수 있으므로 이 지점에서 링크 2의 각 위치에 의해 최대 경로 추적오차가 결정되고 가변 구조 제어에서는 각 위치 변화가 한 방향으로만 가능하므로 본 시뮬레이션 문제에서는

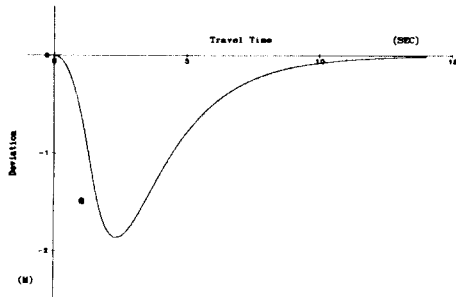
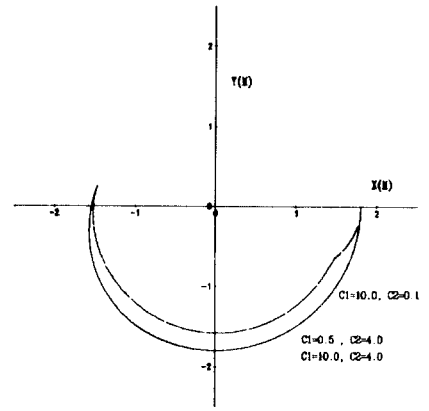
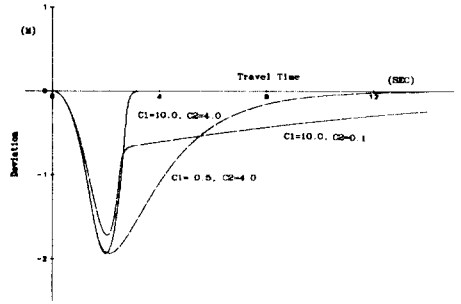


그림 7. 경로 추적 오차
Fig. 7. Trajectory path deviation.



(a) 로봇 손 이동 궤적



(b) 경로 추적 오차

그림 8. 스위칭 면에 따른 경로 추적오차
Fig. 8. Path deviation by the switching surfaces.

표 1. 스위칭 면 선정에 따른 경로오차와 이동 시간

Table 1. Path deviation and travel time by the choice of switching surface.

		최대오차(M)/이동시간(SEC)				
C2	C1	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0
0.1		1.738	1.720	1.718	1.718	1.718
		49.4	49.4	49.4	49.4	49.4
0.4		1.865	1.846	1.845	1.845	1.845
		12.80	12.81	12.82	12.82	12.82
0.8		1.909	1.898	1.898	1.898	1.898
		12.50	7.15	6.88	6.89	6.89
2.0		1.933	1.930	1.930	1.930	1.930
		12.56	7.21	4.73	3.53	3.54
4.0		1.937	1.936	1.936	1.936	1.936
		12.59	7.23	4.74	3.43	3.07

링크 1의 각 속도가 클수록, 링크 2의 각속도가 작을수록 경로 추적오차가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 이동 소요시간은 C_1 , C_2 중 원하는 위치로 접근하는 속도가 느린 링크의 스위칭면에 의해 결정되고, C_1 값이 증가하고, C_2 값이 감소할수록 경로 추적오차가 감소함을 알 수 있다. 또한 스위칭 면의 선정에 따라 경로 추적오차에 주는 영향은 이동 소요시간에 주는 영향에 비하여 적음을 알 수 있다. 따라서, 스위칭 평면의 기울기를 조정하여 시스템 궤적과 직선 경로와의 오차를 축소시킬 수 있고 총 이동 소요 시간을 조정할 수 있음을 보였다.

Ⅶ. 결 론

가변 구조 제어 방식의 장점때문에 가변 구조 제어가 점대점 방식으로 로봇트 손을 이동시키는 제어 방법으로 연구가 되고 있으나, 출발점과 도착점 사이의 이동 경로의 궤적에 대한 연구가 없었다. 따라서, 작업 공간 내에 장애물이 존재하는 경우 현재까지의 연구결과를 실제 응용하기에는 많은 제약이 따르게 된다. 본 논문에서는 조인트 공간에서 각각의 조인트각 이동을 가변 구조 제어 방법으로 하였을때, 조인트 공간에서 조인트의 각 위치, 각 속도 및 각 가속도 궤적과 카티시안 공간에서 로봇트 손의 이동 궤적을 구하는 알고리즘 및 이 이동 궤적과 직선 경로와의 오차를 구하는 알고리즘을 제시하였다.

제시된 알고리즘으로 컴퓨터 시뮬레이션을 한 결과, 조인트각 및 각 속도의 이동 궤적은 Young이 하 이브리드 컴퓨터로 실험한 결과와 동일함을 확인하였다. 본 논문에서 제시한 알고리즘은 Young의 방법에 비해 계산 방법이 아주 간단하고 실 제어 대상에 적용하기 이전에 이동 소요시간과 이동 경로 제약 조건에 따라 적합한 제어 파라미터를 결정할 수 있는 장점이 있으며, Taylor가 제안한 경로 오차를 구하는 방법에 비하여 로봇트 손이 임의의 속도로 이동하는 경우에도 적용할 수 있는 장점이 있다.

현재까지 발표된 연구 결과에서는 가변 구조 제어를 위한 스위칭 평면의 선정에 임의로 하고 있으나,

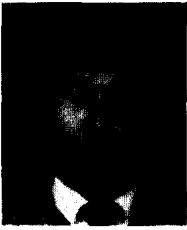
스위칭 평면의 기울기가 이동 속도 뿐만아니라 경로를 결정하는 중요한 파라미터로 작용한다는 것을 시뮬레이션 결과로서 증명하였다.

가변 구조 제어 방법으로 로봇트 매니퓰레이터를 제어하는 경우, 적절한 스위칭 평면을 선정하므로써 이동 소요 시간 및 이동 경로를 효과적으로 계획하는데 본 연구 결과가 응용될 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

- [1] U. Itkis, "Control systems of variable structure," New York, Wiley, 1976.
- [2] M. Brady, J.M. Hollerbach, T.L. Johnson, T.L. Perez and M.T. Mason, "Robot motion: planning and control," MIT Press, 1982.
- [3] 이범희, "로봇트 매니퓰레이터를 위한 이산 시간 궤적 계획 방법," 전자공학회 논문지, vol. 25, no. 2, pp. 152-161, 1988.
- [4] J.J. Slotine and S.S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators," *Int. J. Contr.*, vol. 38, no. 2, pp. 465-492, 1983.
- [5] K.K.D. Young, "Controller design for a manipulator using theory of variable structure system," *IEEE Trans. System, Man, Cybernetics* vol. JMC-8, no. 2, pp. 101-109, Feb. 1978.
- [6] H. Hashimoto, K. Maruyama and F. Harashima, "A microprocessor-based robot manipulator control with sliding mode," *IEEE Trans. Ind. Electro.*, vol. IE-34, pp. 11-17, Feb. 1987.
- [7] K.J. Bathe and E.L. Wilson, "Numerical Methods in finite element analysis," Prentice-Hall, 1976.
- [8] R.H. Taylor, "Planning and execution of straight line manipulator trajectories," *IBM Journal of Research and Development*, vol. 23, no. 4, pp. 253-264, July 1979. *

著 者 紹 介



李 弘 珪 (正會員)

1953年 12月 4日生. 1977年 서울대학교 전자공학과 공학사학위 취득. 1979年 서울대학교 대학원 전자공학과 공학석사 학위 취득. 1979年~현재 국방과학연구소 선임연구원. 1984年~현재 서울대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 주관심분야는 로봇 공학 및 가변구조 제어 등임.

李 範 熙 (正會員) 第25卷 第8號 參照

현재 서울대학교 제어계측공학과 조교수



崔 桂 根 (正會員) 第25卷 第8號 參照

현재 서울대학교 전자공학과 교수