

비최소 위상 공정의 기준모델을 이용한 극배치 적응제어

(Adaptive Pole Placement Control of Nonminimum Phase Plants Using Reference Model)

洪淵榮*, 朴容奭*, 金鍾煥**, 崔桂根*

(Yeon Chan Hong, Yong Seok Park, Jong Hwan Kim and Keh Kun Choi)

要 約

기준 모델을 이용하여 임의의 영점을 갖는 단일 입출력 비최소 위상 공정에 대한 일반적인 직접 적응 제어를 제안하였다. 제어기의 매개변수와 보조 매개변수를 추정하기 위하여 선형 방정식 오차 모델(linear equation error model)을 구성하였다. 이러한 알고리즘을 이용하면 오차가 적은 점근적인 추적이 가능하다.

Abstract

A direct adaptive control algorithm for discrete-time SISO systems with arbitrary zeros is presented in a general way by making use of reference model. A linear equation error model is formulated for estimating both the controller parameters and the auxiliary parameters. With this algorithm, asymptotic tracking within an arbitrarily small error can be achieved.

I. 서 론

Elliott^[1] 이후로 비최소 위상 공정의 직접 적응 제어에 관하여 많은 연구가 진행되어 왔다. 직접 적응 제어 방식은 제어기의 매개변수를 추정하여 이로부터 제어 입력을 구하는 방식이다.

최근에 Feuer^[2]는 상태공간 표현(state-space representation)을 이용한 직접 극배치 적응 제어기를 제안하였다. [2]의 매개변수화(parametrization) 방식은 [1]의 방식을 일반화한 것이다. 그러나 [2]의 매개변수화 방식은 복잡하다는 단점이 있다. 그러므로 본 논문에서는 다항식 표현(polynomial representation)에서 기준 모델을 이용하여 [1]의 방식을 일반화함으로써 용이한 매개변수화 방식을 구했다.

본 논문의 목적은 다음과 같다. 첫째, 그림1의 구조를 갖는 직접 적응 제어기를 설계한다. 둘째, 원하는 기준 모델을 적은 오차로 추적한다.

본 논문의 제어기는 원하는 극점을 갖는 기준 모델을 첨가하고 가변할 수 있는 영점을 공정과 병렬

*正會員, 서울대학교 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

**正會員, 韓國科學技術大學 電子電算學部
(School of Elec. Eng., & Comp. Science Korea
Institute of Technology)

接受日字: 1988年 4月 27日

로 첨가함으로써 이루어졌다. 또한 제어 법칙에 적분기를 도입함으로써 출력의 정상 상태 오차를 제거하였다.^{3),4),5)}

Finite time persistency of excitation 조건 하에서 (5) 와 같은 제어기 매개변수에 대하여 block invariant 개념⁷⁾을 이용하여 전체 시스템의 안정도를 증명할 수 있다.

II. 공정의 구성

선형 시불변 이산 시간 공정을 다음과 같은 ARMA (autoregressive moving average) 모델로 나타낼 수 있다.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) \quad (1)$$

여기서 q^{-1} 은 단위 지연 연산자이고, $y(t)$ 와 $u(t)$ 는 각각 공정의 출력과 입력을 나타내며, 다항식 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \quad (2)$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m} \quad (3)$$

(1)식을 부분 상태변수 (partial state)로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A(q^{-1})z(t) = u(t) \quad (4)$$

$$y(t) = B(q^{-1})z(t) \quad (5)$$

제어하고자 하는 공정에 대하여 다음 사항들을 알고 있다고 가정한다.

- A1) $r = \max(n, m)$
- A2) $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 은 서로소이다.

III. 직접 적응 제어기의 설계

$A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 을 알고 있다고 가정하여 제어기를 설계한다. 그런후에 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 을 미지의 다항식이라고 가정하여 적응 제어기를 완성한다.

1. 알고 있는 공정의 극배치 제어

공정 (1)에 대한 적분기를 갖는 제어 법칙을 다음과 같이 고려하자.

$$S(q^{-1})u(t) = R(q^{-1})e(t) \quad (6)$$

단,

$$S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + s_1q^{-1} + \dots + s_{r-1}q^{-(r-1)}) \quad (7)$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_rq^{-r} \quad (8)$$

$$e(t) = v(t) - y(t) \quad (9)$$

여기서 $e(t)$ 는 추적 오차이고, $v(t)$ 는 유한한 외부 입력이다. 출력의 steady-state error를 제거하기 위해서 제어 법칙에 적분기를 도입했다.

제어 법칙을 공정 (1)에 적용하면 다음과 같은 폐루프 시스템을 얻을 수 있다.

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} v(t) \quad (10)$$

$A^*(q^{-1})$ 은 차수가 $2r$ 인 점근적으로 안정한 다항식이고, 그 영점들은 폐루프 시스템의 원하는 극점을 나타낸다고 하면 $S(q^{-1})$ 과 $R(q^{-1})$ 은 다음을 만족시킨다.

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) = A^*(q^{-1}) \quad (11)$$

여기서 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 은 서로소이고, $S(q^{-1})$ 과 $R(q^{-1})$ 은 항상 유한한 해를 갖는다.⁸⁾

그러므로 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} v(t) \quad (12)$$

실제의 제어 시스템은 그림 1과 같다. 기준 모델과 보조 신호를 사용하여 제어 시스템을 구성하였다.

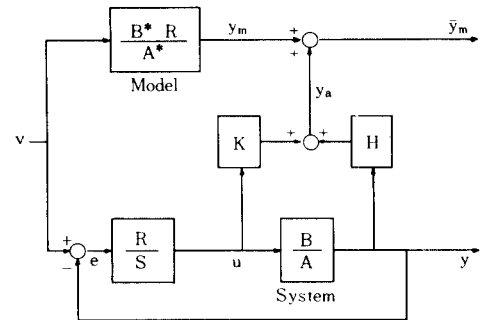


그림 1. 제어 구조의 블록선도
Fig. 1. Block diagram of control structure.

본 적응 제어기의 안정도는 finite time persistency of excitation 조건 하에서 증명될 수 있다.⁵⁾ 이때 외부 입력 $v(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$v(t) = v_r(t) + v_e(t) \quad (13)$$

여기서 $v_r(t)$ 는 원하는 기준 시퀀스 (reference sequence) 이고 $v_e(t)$ 는 첨가된 persistently exciting

signal 이다.

R. Cristi는 오차 신호를 다음과 같이 정의하였다.¹⁵⁾

$$\mu(t) = e(t) - A_t(q^{-1})w(t) \tag{14}$$

여기서 $A_t(q^{-1})$ 은 시변 계수를 갖는 다항식으로서 $A(q^{-1})$ 의 추정치이고 $w(t)$ 는 다음에 의해서 구할 수 있다.

$$A^*(q^{-1})w(t) = \hat{s}(t, q^{-1})v(t) \tag{15}$$

$S(q^{-1})$ 에 $(1-q^{-1})$ 항이 포함되어 있기 때문에 기준 시퀀스를 적은 오차로 추적할 수 있다.¹⁵⁾

그림 1에 의해서 다음을 구할 수 있다.

$$y_m(t) = \frac{B^*(q^{-1})R(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} v(t) \tag{16}$$

$$y_a(t) = H(q^{-1})y(t) + K(q^{-1})u(t) \tag{17}$$

단,

$$B^*(q^{-1}) = b_1^*q^{-1} + \dots + b_b^*q^{-b} \tag{18}$$

$$H(q^{-1}) = h_0 + h_1q^{-1} + \dots + h_{r-1}q^{-(r-1)} \tag{19}$$

$$K(q^{-1}) = k_1q^{-1} + \dots + k_{r-1}q^{-(r-1)} \tag{20}$$

여기서 $B^*(q^{-1})$ 은 차수 b 가 $2r-1$ 보다 작거나 같은 미리 정의된 점근적으로 안정한 다항식이고, $y_m(t)$ 는 모델 출력이며, $y_a(t)$ 는 보조 출력이다.

또한 첨가된(augmented) 모델 출력 $\bar{y}_m(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{y}_m(t) = y_m(t) + y_a(t) \tag{21}$$

여기서 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 을 알고 있다면 $\bar{y}_m(t)$ 는 실제 공정의 출력이 된다.

(1), (11), (12), (17)식에 의해서 다음을 구할 수 있다.

$$y_a(t) = \frac{R(q^{-1})[A(q^{-1})K(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1})]}{A^*(q^{-1})} v(t) \tag{22}$$

그러므로, (21)식은

$$\bar{y}_m(t) = \frac{R(q^{-1})[B^*(q^{-1}) + A(q^{-1})K(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1})]}{A^*(q^{-1})} v(t) \tag{23}$$

와 같이 쓸 수 있으며, 이 식은 첨가된 모델의 페루우프 시스템이다. 따라서, 다음의 관계식이 성립하면 (23) 식은 실제 페루우프 시스템인 (12)식의 다른 표현 방식이 된다.

$$A(q^{-1})K(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1}) = B(q^{-1}) - B^*(q^{-1}) \tag{24}$$

$A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 은 서로소이기 때문에, $H(q^{-1})$ 과 $K(q^{-1})$ 은 항상 유일한 해를 갖는다.

(11)과 (24)식에 의해서 다음을 구할 수 있다.

$$A^*(q^{-1})B(q^{-1}) = B^*(q^{-1})[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})] + A^*(q^{-1})[A(q^{-1})K(q^{-1}) + B(q^{-1})H(q^{-1})] \tag{25}$$

(25)식의 양변에 $z(t)$ 를 곱하고, (4)와 (5)식을 대입하면,

$$\begin{aligned} A^*(q^{-1})y(t) &= B^*(q^{-1})R(q^{-1})y(t) + B^*(q^{-1})S(q^{-1})u(t) \\ &+ A^*(q^{-1})H(q^{-1})y(t) + A^*(q^{-1})K(q^{-1})u(t) \end{aligned} \tag{26}$$

(26)식을 정리하면 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$y^*(t) = \theta^T \Phi(t) \tag{27}$$

여기서

$$\begin{aligned} \theta^T &= [r_0, \dots, r_r, s_1, \dots, s_{r-1}, \\ &h_0, \dots, h_{r-1}, k_1, \dots, k_{r-1}] \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} \Phi^T(t) &= \{B^*(q^{-1})y(t), \dots, B^*(q^{-1})y(t-r), \\ &\bar{B}(q^{-1})u(t-1), \dots, \bar{B}(q^{-1})u(t-r+1), \\ &A^*(q^{-1})y(t), \dots, A^*(q^{-1})y(t-r+1), \\ &A^*(q^{-1})u(t-1), \dots, A^*(q^{-1})u(t-r+1)\} \end{aligned} \tag{29}$$

$$\bar{B}(q^{-1}) = (1-q^{-1})B^*(q^{-1}) \tag{30}$$

$$y^*(t) = A^*(q^{-1})y(t) - \bar{B}(q^{-1})u(t) \tag{31}$$

만약 (24)식이 성립하면 (26)식은 공정을 reparametrization 한 것이다. 즉, 첨가된 모델 출력 $\bar{y}_m(t)$ 를 공정의 출력 $y(t)$ 와 같도록 한다.

$A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 의 매개변수들을 알고 있다면, (11)과 (24)식에 의해서 $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$, $H(q^{-1})$, $K(q^{-1})$ 의 매개변수들을 구할 수 있다. 그러므로 (6), (11), (24)식은 제어 구조를 결정짓고 있다.

2. 미지의 공정의 극배치 제어

$A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 이 미지일 때 (28)식의 매개변수들을 추정하고 다음과 같은 제어 법칙을 적용함으로써 적응 제어를 실현할 수 있다.

$$\hat{s}(t, q^{-1})u(t) = \hat{r}(t, q^{-1})e(t) \tag{32}$$

단,

$$\hat{s}(t, q^{-1}) = (1-q^{-1})(1 + \hat{s}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{s}_{r-1}(t)q^{-(r-1)}) \tag{33}$$

$$\hat{R}(t, q^{-1}) = \hat{r}_0(t) + \hat{r}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{r}_r(t)q^{-r} \tag{34}$$

여기서 $\hat{s}_1(t)$ 와 $\hat{r}_r(t)$ 는 각각 s_1 와 r_r 의 추정치이다. 그러므로 (27)식은 다음과 같이 변화된다.

$$\hat{y}^*(t) = \hat{\theta}^T(t) \Phi(t) \tag{35}$$

단,

$$\hat{\theta}^T(t) = [\hat{r}_0(t), \dots, \hat{r}_r(t), \hat{s}_1(t), \dots, \hat{s}_{r-1}(t), \hat{h}_0(t), \dots, \hat{h}_{r-1}(t), \hat{k}_1(t), \dots, \hat{k}_{r-1}(t)] \tag{36}$$

여기서 $\hat{y}^*(t)$, $\hat{\theta}(t)$, $\hat{h}_i(t)$, $\hat{k}_j(t)$ 는 각각 $y^*(t)$, θ , h_i , k_j 의 추정치이다. identification 오차는 $e^*(t) = y^*(t) - \hat{\theta}^T(t) \Phi(t)$ 이다.

$\hat{\theta}(t)$ 는 최소 자승 알고리즘(least-squares algorithm) 을 사용하여 추정한다.¹⁾

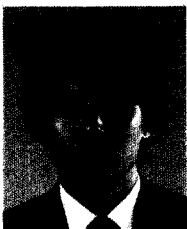
IV. 결 론

본 논문은 임의의 영점을 갖는 공정에 대한 직접 극배치 적응 제어 알고리즘을 구성하였다. 본 논문에서는 선형 매개변수 추정구조(linear parameter estimation framework) 를 위하여 기준 모델을 도입하였고 출력 시퀀스의 정상 상태(steady-state) 오차를 제거하기 위하여 적분기를 도입하였다. Finite time persistency of excitation 조건 하에서의 전체 안정도를 증명할 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] H. Elliott, "Direct Adaptive Pole Placement with Application to Nonminimum Phase Systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp. 720-722, June 1982.
- [2] A. Feuer, "A Parametrization for Model Reference Adaptive Pole Placement," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-31, pp. 782-785, Aug. 1986.
- [3] G.C. Goodwin and K.S. Sin, "Adaptive Control of Nonminimum Phase Systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-26, pp. 478-483, Apr. 1981.
- [4] J.H. Kim and K.K. Choi, "Direct Adaptive Control with Integral Action for Nonminimum Phase Systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-32, May 1987.
- [5] R. Cristi, "Adaptive Control with Finite Time Persistency of Excitation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-31, Oct. 1986.
- [6] 박용석, 홍연찬, 김종환, 최계근, "기준모델을 이용한 직접 극배치 적응 제어 알고리즘의 개발," 대한전자공학회 추계 종합학술대회 논문집, pp. 186-189, 1987.
- [7] H. Elliott, R. Cristi, and M. Das, "Global Stability of Adaptive Pole Placement Algorithms," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-30, pp. 348-356, Apr. 1985.
- [8] W.A. Wolovich, *Linear Multivariable Systems*, New York: Springer-Verlag, 1974.*

著 者 紹 介



洪 淵 燾(正會員)

1961年 1月 21日生. 1983年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업. 1985年 2月 서울대학교 전자공학과 석사학위 취득. 현재 서울대학교 전자공학과 박사과정. 주관심분야는 적응제어임.



朴 容 奭(準會員)

1963年 7月 8日生. 1986年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업. 1988年 2月 서울대학교 전자공학과 석사학위 취득. 현재 군북무중. 주관심분야는 적응제어임.

**金 鍾 煥**(正會員)

1957年 7月 13日生. 1981年 2月
서울대학교 전자공학과 졸업. 1983
年 2月 서울대학교 전자공학과 석
사학위 취득. 1987年 8月 서울대
학교 전자공학과 박사학위 취득.
현재 한국 과학기술대학 전자전산
학부 조교수. 주관심분야는 적응제어, 로봇트 공학,
expert control 등임.

崔 桂 根 (正會員) 第25卷 第8號 參照

현재 서울대학교 전자공학과
교수