

斜面安定(Ⅱ)

白 榮 植*

2. 斜面安定 解析과 計測

2.1 畵 斜面

2.1.1 限界平衡理論

(1) 序 論

限界平衡方法(Limit equilibrium method)의 目的은 可能한 滑動面을 따라 破壞가 일어나려 는 순간에 있는 土體의 安定性을 解析하는 것이다. '限界平衡'이란 破壞순간에 있는 力係에 붙이는 術語이다. 問題를 單純化하기 위한 假定을 設定하고 이 方法을 사용하면 간단한 靜力學 理論으로 解를 얻을 수 있게 된다.

限界平衡解析法(Limit equilibrium analyses)은 切盛土 斜面의 設計에 널리 사용되고 있으며, 이 方法의 有用性과 信賴性은 現在까지 축적된 經驗을 통하여 잘 알려져 있다. 限界平衡理論에 의한 斜面安定解析方法은 여러 가지가 있으나 그 正確性은 強度定數와 斜面의 幾何學的 條件의 正確度 및 各 解析方法 高유의 精密度에 따라 左右된다.

대부분의 경우에 있어서는 土性과 幾何學的 條件이 各 解析方法의 差異 보다 結果에 더 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 強度定數를 正確히 選定하는 것이 가장 중요한 事項이 된다(Duncan and Wright, 1980). 또한 斜面安定解析方法을

考案할 때 設定한 假定의 差異 때문에 그 結果가 서로 다르게 되며 때로는 이것이 큰 意味를 가질 수도 있다.

各 解析方法으로 구한 安全率의 數值的 差異에 관한 研究結果가 報告되기도 했으나(Bishop, 1955; Wright, 1969; Duncan and Wright, 1980), 그 差異는 그렇게 크지는 않다(Fredlung et al 1981). 다만 例外로 Fellenius 方法은 다른 方法에 비해 60% 差異가 날수도 있다(Whitman and Bailey, 1967).

여기서 注意할 點은 各 解析方法에 의해 얻어진 結果를 그대로 믿을 수는 없다는 사실이다. 어떤 方法은 特殊한 경우 큰 誤差를 誘發할 수 있으며, 몇가지 方法은 計算結果를 檢討하여 그 妥當法을 判斷하여야 하는 수도 있기 때문이다. 이에 관한 論義는 各 方法에서 다시 言及되겠지만, 예를 들어 Bishop의 簡便法은 Toe 附近에 큰 陰의 傾斜角을 가지는 滑動面에 대해서는 위험한 誤差를 生成할 수 있고, Janbu 方法과 Morgenstern and Price 方法은 切片의 側面에 作用하는 힘의 作用線 位置를 檢討하여 解의 妥當性을 檢證하여야 한다.

安定解析은 全應力 解析法(Total stress analyses)과 有効應力 解析法(Effective stress analyses)으로 수행할 수 있다. 이에 관한 論義는 本 講座의 다른 部分에서 本格的으로 取扱할 것이

* 正會員 · 慶熙大學校 工科大學 教授

Table 2.1 Characteristics of equilibrium methods

Method	Shape of slip surface	Equilibrium conditions satisfied				Practical for	
		overall moment	individual slice moment	vertical force	horizontal force	hand calculation	computer calculation
Infinite slope	plane	no	no	yes	yes	yes	yes
Wedge analysis	any	no	no	yes	yes	yes	yes
$\phi=0$ analysis	circular	yes	no	no	no	yes	yes
Fellenius method	circular	yes	no	no	no	yes	yes
Bishop's modified method	circular	yes	no	yes	no	yes	yes
Janbu's rigorous method	any	yes	yes	yes	yes	yes	yes
Janbu's simplified method	any	no	no	yes	yes	yes	yes
Morgenstern and Price method	any	yes	yes	yes	yes	no	yes
Spencer's method	any	yes	yes	yes	yes	no	yes
Frelund and Krahn GLE	any	yes	yes	yes	yes	no	yes
Log spiral	log spiral	yes	—	yes	yes	yes	yes

므로 여기에서는 省略하기로 한다. 大部分의 斜面安定解析方法은 全應力 解析法과 有効應力 解析法을 모두 수행할 수 있으나 Fellenius 方法은 例外로 有効應力 解析法 適用의 信賴性이 의심스럽다(Chowdhury, 1978). 採擇하는 解析方法에 따라 그에 相應하는 土性定數를 사용해야 함은 물론이다.

(2) 限界平衡方法

① 破壞面의 形狀

限界平衡方法에서는 斜面의 破壞는 土體가 破壞面을 따라 滑動함으로써 發生한다고 생각하고 있다. 破壞面의 形狀은 任意로 假定할 수 있다. Collin 이 지적한 바와 같이 흙 斜面의 破壞面은 一般적으로 曲面이지만, 때로는 平面일 수도 있다. 특히 地形이나, 水平方向 成層이나, 不連續 이 存在할 때 平面滑動面이 자주 일어나게 된다.

特定한 斜面의 安定解析을 위해 解析方法을 選擇함에 있어서 적절한 破壞面의 形狀을 假定하는 것은 매우 중요하다. 즉 破壞面이 平面인 가, 圓弧인 가, 任意의 曲面인 가 또는 이들의 複合面인 가에 따라 適當한 方法이 결정된다.

主要한 斜面安定解析 方法이 假定하고 있는 破壞面의 形狀이 表 2.1에 提示되어 있다. 各

方法은 二次元 破壞를 假定하고 있다.

② 限界平衡法의 特性

限界平衡理論에 의한 斜面安定解析法은 다음 4 가지 特性을 공통적으로 가지고 있다(Duncan and Wright, 1980).

a. 安全率(Factor of safety : F)의 定義가 同一하다. 즉

$$F = \frac{s}{\tau} \tag{2.1}$$

여기서 s =剪斷強度(shear strength)

τ =剪斷應力(shear stree)

實際 斜面安定解析에서 提起되는 最大의 不確實性은 剪斷強度의 評價에 關聯되므로, 위에서 定義한 安全率 概念은 적절한 것으로 생각된다. 安全率이 剪斷強度의 項으로 定義되기 때문에 安全率은 가장 중요한 未知數가 된다.

b. 흙의 強度-變歪 特性은 non-brittle 이며, 큰 變歪가 일어나는 동안에도 剪斷強度의 값은 同一하다고 생각한다. 限界平衡方法에서는 變歪 이나 變位는 전혀 고려 않으며, 破壞面上의 各點에서 생기는 變歪가 동일하다는 보장도 없으므로 위의 假定이 必要하게 된다. 따라서 엄격히 말하자면 이 方法은 殘留強度(Residual strength)

가 尖頭強度(Peak strength)보다 훨씬 적은 흙
 斜面(例: stiff-fissured clay, shale) 安定解析에
 는 不適當하다. 實際에서는 이러한 難點은 尖頭
 強度 보다 적은 強度를 採擇함으로써 극복하고
 있다.

c. 剪斷應力 τ 와 滑動面の 垂直應力 p 를 算
 定하기 위하여 平衡方程式을 사용하게 된다. 垂
 直應力 p 는 다음과 같이 剪斷強度를 구하는데
 필요하다.

$$s = c + p \tan \phi \quad (2.2)$$

여기서 c 와 ϕ 는 Mohr-Coulomb의 強度定數이
 다.

d. 限界平衡方法에 의한 斜面安定解析은 不靜
 定問題이다. 즉 未知數의 數가 方程式의 數보
 다 많다. 따라서 解를 얻기 위해서는 未知數의
 數와 方程式의 數의 差異를 補完할 수 있는 個
 數만큼의 假定을 導入하고 있다.

③ 方程式, 未知數 및 假定

式(2.1)로 斜面의 安全率을 구하기 위해서는
 曲面인 滑動面上의 各點에서 剪斷應力과 剪斷
 強度를 算定하여야 한다. 一般的으로 垂直應力
 은 흙의 두께에 따라 달라지고 土性과 間隙水壓
 도 位置마다 相異하므로 破壞土體를 數個의 鉛
 直切片으로 分割하고 各切片에 대한 平衡을 考
 慮하게 된다. 따라서 이 方法을 切片法(Method

of slice)이라고도 한다.

各切片에 作用하는 힘들이 그림 2.1에 提示
 되어 있다.

여기서

W : 切片의 무게 (既知)

$T = \tau l$: 切片 底面의 剪斷力 (未知)

$P' = pl$: 切片 底面의 有效垂直力 (未知)

$U = ul$: 切片 底面의 間隙水壓 (既知)

E_L, E_R : 切片 側面의 有效垂直應力 (未知)

U_L, U_R : 切片 側面의 間隙水壓 (既知)

X_L, X_R : 切片 側面의 剪斷力

α : 切片 底面이 水平面과 이루는 角 (既知)

θ : E 와 X 의 合力이 水平面과 이루는 角
 (未知)

h : E 의 作用點 (未知)

a : p' 의 作用點 (未知)

l : 切片 底面의 길이 (既知)

힘과 모멘트 平衡條件을 모두 만족시키는 斜
 面安定解析法(表 2.1 참조)에서는 各切片 마
 다 3個의 方程式을 세울 수 있다(鉛直力, 水平
 力, 모멘트 平衡). 따라서 切片의 數가 n 이면
 $3n$ 個의 方程式이 세워진다.

한편 未知數의 數는 힘의 平衡과 모멘트 平衡
 에 따라 다음과 같이 된다. 힘의 平衡條件을 考
 慮할 때 關여하는 未知數는 n 個의 p' 값(各切
 片마다 1個式), $n-1$ 個의 X 값(切片의 鉛直境
 界面마다 1個式), $n-1$ 個의 E 값(또는 θ)(切片
 의 鉛直境界面마다 1個式), 1個의 安全率. 따
 라서 힘의 平衡에는 $3n-1$ 個의 未知數가 關여
 한다. 모멘트 平衡에는 추가로 n 個의 a 값(모멘
 트 팔길이), $n-1$ 個의 b 값. 따라서 모멘트 平
 衡을 위해 추가로 $2n-1$ 個의 未知數가 關여하
 게 된다.

따라서 힘과 모멘트 모두의 平衡을 고려하는데
 는 總 $5n-2$ 個의 未知數가 있게되는 반면 方程
 式 數는 $3n$ 이어서 결국 $2n-2$ 次 不靜定이 된
 다. 이 不靜定 次數를 극복하기 위하여 假定을
 設定할 必要가 생기게 된다.

切片의 底面에 作用하는 p' 의 作用位置 a 는
 切片의 中央點(또는 重心)이라 假定해도 큰 誤
 差는 일어나지 않는다. 특히 切片의 幅이 좁을
 수록 誤差는 감소한다. 이 假定에 의하여 n 個

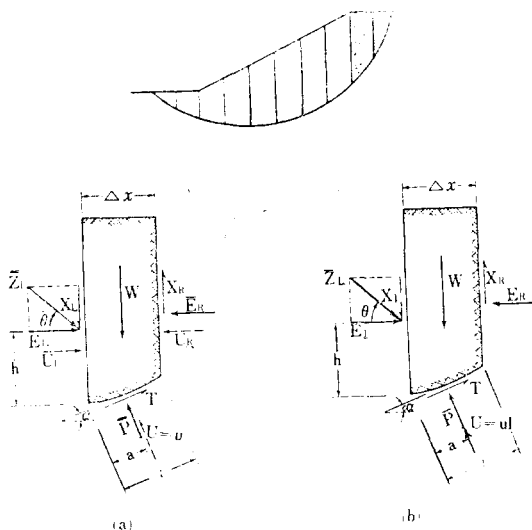


Fig. 2.1 Complete system of forces acting
 on a slice

Table 2.2 Equations and unknowns in method of slices

For slope divided into n slices:

Equations available: total $3n$ (vertical, horizontal, and moment equilibrium)

Unknowns:

Force equilibrium

n : Resultant normal forces P' on the base of each slice or wedge (pore pressure U known)

1 : Safety factor F used to relate shear force T to normal force P'

$n-1$: Resultant normal forces \bar{E} on each interface between slices or wedges (U_L, U_R known)

$n-1$: Inclinations θ of interslice forces

$\frac{3n-1}{2n-1}$ unknowns, versus $2n$ equations

Moment equilibrium

n : Positions a of forces P

$n-1$: Heights h of interslice forces

$\frac{2n-1}{2n-1}$ Unknowns, versus n equations

Total unknowns

$5n-2$ Unknowns, versus $3n$ equations

Thus $2n-2$ assumptions are required for the problem to be statically determinate.

Common assumptions:

n : Position of P taken as center of slice

$n-1$: Inclinations θ of interslice forces or heights h of line of thrust

$\frac{2n-1}{2n-1}$ assumptions

Total unknowns = $5n-2$

Equations available = $3n$

Total assumptions = $2n-1$

This implies that the problem is overspecified

의 未知數가 除去되어 $n-2$ 次 不靜定 問題가 된다. 다시 切片의 側面에 作用하는 垂直應力과 剪斷力의 合力이 水平面과 이루는 傾斜角 θ 나 位置 h 를 假定함으로써 $n-1$ 個의 未知數가 除去된다. 따라서 問題는 未知數의 數가 方程式의 數보다 1 個 더 적은 것으로 귀착된다.

以上の 論議가 表 2.2 에 要約되어 있다.

切片의 側面에 作用하는 間隙水壓은 既知이므로, U_L 과 E_L 의 合力을 E_L , U_R 과 E_R 의 合力을 E_R 로 표시하고 切片에 作用하는 힘을 圖示하면 그림 2.1(b)와 같이 된다.

切片의 側面에 作用하는 힘 E 와 X 사이의 관계(X/E), 또는 作用線의 位置(h)를 假定하는 方法에 따라, 限界平衡理論에 의한 斜面安定解析法은 表 2.1 과 같이 여러 사람의 方法이 開

發되어 있다. 이들 중 一部는 直接 安全率을 計算할 수 있고(Linear method), 나머지는 安全率을 얻기 위하여 反復 計算을 할 必要가 생긴다(Nonlinear method). 또한 모멘트 平衡을 생각할 때 얻어지는 安全率 F_m 과 힘의 平衡을 고려하여 얻어지는 安全率 F_f 을 얻을 수 있게 되는데 이 두 값은 相異한 것이 보통이다. 例를 들어 特定한 θ 에 대하여서만 $F_m = F_f$ 의 結果를 얻을 수 있다는 것이 Spencer 方法의 기초가 되고 있다.

各 方法은 서로 다른 假定 위에 成立되었으므로 計算된 安全率이 相異한 것은 當然하다. 그러나 어느 것도 “正確한” 解일 수는 없다. 그러나 이들 여러 方法을 적절히 사용하면 實用上으로 妥當性 있는 結果를 얻을 수 있다.

(3) 斜面安定解析 方法

Table 2.3 Assumptions in equilibrium methods

Methods	Assumptions about interslice forces
Infinite Slope	Parallel to slope
Wedge analysis	Define inclination
Fellenius method	Resultant parallel to base of each slice
Bishop's modified method	Horizontal (No vertical side forces)
Janbu's rigorous method	Define thrust line (location can be varied)
Janbu's simplified method	Horizontal
Morgenstern and Price method	Pattern of variation of side force inclination (θ) from slice to slice : $\theta = X/E = \lambda f(x)$ The value of $f(x)$ is assumed at each interslice boundary, and the value of λ is an unknown
Spencer's method	Parallel ($\theta = \text{const}$)
Frelund and Krahn GLE	$\theta = X/E = \lambda f(x)$
Log spiral	Shape of failure surface is a logarithmic spiral

斜面全體로서의 安全率(Overall factor of safety)은 滑動面全體에 걸쳐 일어나는 剪斷強도와 剪斷應力の 比이다. 즉

$$F = \frac{\text{滑動面の 全剪斷強度}}{\text{滑動面の 全剪斷應力}} \quad (2.3)$$

또는 破壞土體 全體의 滑動中心에 對한 抵抗모멘트와 滑動모멘트의 比로 表示할 수 있다. 즉

$$F = \frac{\text{破壞土體의 抵抗모멘트}}{\text{破壞土體의 滑動모멘트}} \quad (2.4)$$

그런데 全體 剪斷力과 剪斷強도는 各 切片의 剪斷力과 剪斷強도의 合과 各 各 同一할 것이므로

$$F = \frac{\sum \text{各 切片의 剪斷強度}}{\sum \text{各 切片의 剪斷應力}} \quad (2.5)$$

마찬가지로 모멘트에 대해서도

$$F = \frac{\sum \text{各 切片의 抵抗모멘트}}{\sum \text{各 切片의 滑動모멘트}} \quad (2.6)$$

前述한 바와 같이 斜面安定解析法은 切片의 側面에 作用하는 힘에 대한 假定에 따라 다른 方法이 開發되었다. 主要한 方法이 設定한 假定을 要約하면 表 2.3과 같다.

또한 各 方法의 힘과 모멘트 平衡條件은 表 2.1에 收錄되어 있다.

結局 各 方法은 相異한 側面力을 假定함으로써 서로 다른 垂直應力(즉 剪斷強度)과 剪斷應力(즉 滑動力)을 算定하여 結果的으로 安全率의 값을 다르게 算定하게 된다. 그러나 그 差異는 문제가 되지 않을 정도로 적은 것이 보통이다.

다음에 節을 나누어 各種 斜面安定解析法의 概要와 特性을 記述하였다. 紙面의 制約으로 各 方法의 展開過程을 詳論할 수 없으므로 必要하면 여기에 紹介한 原典이나 斜面安定에 관한 單行本을 參考하면 좋을 것이다. 그러나 內容을 精讀하면 다른 參考文獻이 必要 없는 程度이다. 各 方法의 內容을 Nash(1987)가 잘 要約해 發表하였으므로 이것을 그대로 引用한 곳이 많다.

① 無限斜面的 安定解析

그림 2.2에 보인 바와 같이 傾斜角 β 인 無限斜面(Infinite slope)이 地表面과 平行한 平面滑動面을 따라 滑動을 일으키는 경우, 無限斜面安定解析方法이 편리하다(Skempton and Delory, 1957).

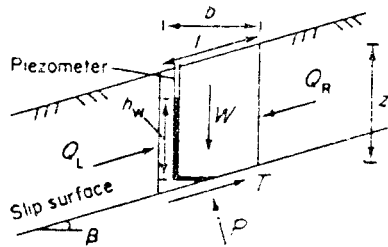
흙의 性質과 地下水位 條件은 全斜면에 걸쳐 變하지 않는 것으로 假定하고 있다. 이 斜面이 가장 위험한 것은 地表面까지 浸透水가 차서 흐르는 경우이며 이 때 安全率은 ($c'=0$)

$$F = \left(1 - \frac{\gamma_s}{\gamma}\right) \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} = \frac{\gamma'}{\gamma_{sat}} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad (2.7)$$

$\beta \div \frac{\phi'}{2}$ 이면 $F_s=1$ 이 됨을 알 수 있다.

地山滑動이 일어났거나 임박한 斜面은 $c' \approx 0$ 이고 $\phi' \approx \phi'_r$ (殘留強度)로 되는데 粘土分이 많은 斜面은 $\phi'_r \approx 8^\circ \sim 12^\circ$ 정도가 된다. 따라서 매우

Failure is assumed to occur by sliding of a slab of soil on a plane slip surface which is parallel to the ground surface.



Soil properties: c' ϕ' γ
Water unit weight γ_w

Slice weight $W = \gamma z b$
Pore pressure at base $u = \gamma_w h_w$
and $r_u = u/\gamma z$

For slice shown: at base total normal stress σ , shear stress τ , pore pressure u
Since the slope is infinite: $Q_L = Q_R$

$$\text{Resolving perpendicular to slope: } P = W \cos \beta = \sigma l \text{ so } \sigma = \frac{W}{b} \cos^2 \beta$$

$$\text{parallel to slope } T = W \sin \beta = \tau l \text{ so } \tau = \frac{W}{b} \sin \beta \cos \beta$$

Failure criterion $s = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

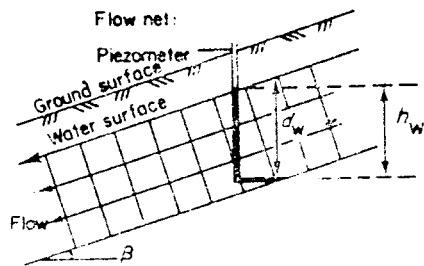
Mobilized shear strength $\tau = s/F$ where F is factor of safety

$$\text{Hence } \frac{W}{b} \sin \beta \cos \beta = \frac{1}{F} \left(c' + \left[\frac{W}{b} \cos^2 \beta - u \right] \tan \phi' \right)$$

$$\text{so } F = \frac{c' + [\gamma z \cos^2 \beta - u] \tan \phi'}{\gamma z \sin \beta \cos \beta}$$

$$\text{or } F = \frac{c' \gamma z + [\cos^2 \beta - \gamma_w] \tan \phi'}{\sin \beta \cos \beta}$$

If there is steady seepage parallel to the slope:



$$h_w = d_w \cos^2 \beta$$

If $c' = 0$ and $d_w = z$ (groundwater at ground surface)

$$F = \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \right) \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

Note Haefili (1948) examines the case where flow is emerging horizontally through the face of the slope

Fig. 2.2 Infinite slope analysis. (From Haefili, 1948; Skempton and Delory, 1957)

얇은 無限粘土斜面도 危險한 경우가 있을 수 있다. 이 方法의 概要가 그림 2.2에 提示되어 있다.

② 흙 썰기 解析法

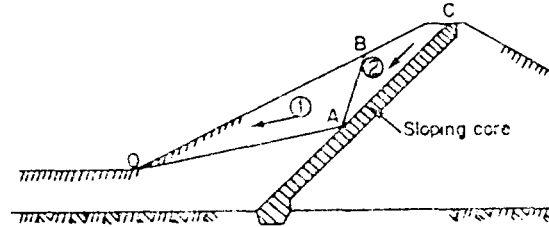
흙 썰기 解析法(Wedge method)은 滑動面이

2 個 또는 3 個의 平面으로 이루어진 경우에 사용되는 斜面安定解析方法이다. 이 方法의 概要는 그림 2.3에 提示되어 있다.

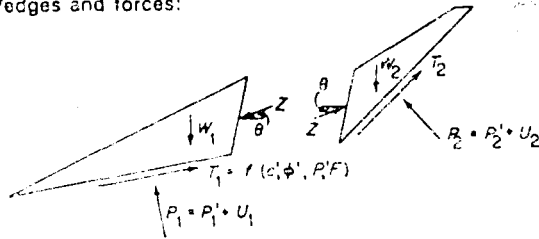
이 方法은 힘의 平衡 만을 考慮하고 있다. 그림 2.3에서 알 수 있는 바와 같이 未知數가 方

The slope is divided into several blocks which are assumed to slide on plane failure surfaces. By examining the horizontal and vertical equilibrium of each block, the factor of safety may be obtained. An assumption must be made about the interwedge forces.

Example: Stability of a Sloping Core Dam (Seed and Sultan, 1967).

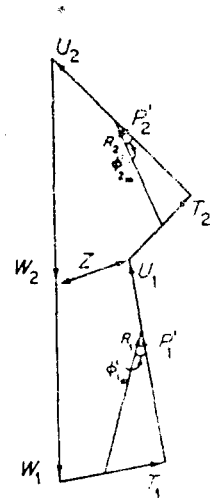


Wedges and forces:



$$\tan \phi_m = \frac{\tan \phi'}{F}$$

Force polygon:



There are eight unknowns: P_1 P_2 Z θ T_1 T_2 F_1 F_2

For each block there: Horizontal equilibrium

are three equations Vertical equilibrium

$$\text{Mohr-Coulomb } T = (C + (P - U) \tan \phi) / F$$

As there are two more unknowns than equations, two assumptions are required. Normally the angle of the interwedge forces θ is assumed, and F_1 is taken equal to F_2 . A trial and error procedure is adopted, and the force polygons are constructed assuming various values of F until they close.

Fig. 2.3 Wedge method of analysis (From Nash, 1987)

程式數 보다 많게 되어 假定을 導入할 必要가 있다.

切片의 境界面에 作用하는 힘 Z 가 서로 같다고 생각하면 表 2.2와 같이 未知數는 $3n-1$ 個이고 方程式은 $2n$ 個이다. 보통 Z 의 傾斜角 θ 를 假定하여 不靜定을 극복한다. F 를 假定하고 힘 多角形이 閉合되도록 試行錯誤法(Trial and

error)을 사용하여야 한다. 마지막 試行 結果가 平衡狀態에 있으면 假定한 F 가 正答이 된다.

이 方法으로 구한 F 의 값은 假定한 θ 의 값에 따라 상당히 銳敏하게 달라진다. Duncan and Wright(1980)에 의하면 보다 精密한 方法으로 安全率이 2.27(誤差 $\pm 15\%$)인 斜面을 이 方法으로 解析한 結果 $F=2.98$ 이 되어 約 30%가

크게 評價되었다. 이때 θ 는 地表面의 傾斜과 같게 보았다. 이 경우 사면은 모두 安全한 것으로 判定될 것이므로 문제가 없으나, 만약 正確한 安全率이 1.0 이면 이 方法은 $F=1.3$ 으로 算定할 것이므로 심각한 문제가 될 수 있다.

Z의 傾斜角 θ 를 假定하는 方法은 여러가지가 提案되었다. 첫째 θ 를 斜面의 傾斜角과 같게하는 方法, 둘째 $\theta=\phi_m$ 으로 보는 方法, 단 $\tan\phi_m' = \tan\phi'/F$. 세째 Low and Karfiath(1960)의 方法으로 θ 를 境界面上端의 斜面傾斜角과 境界面下端의 滑動面의 傾斜角의 平均値로 취하는 方法 等이다. Lambe and Whitman(1969)에 의하면 첫째와 둘째 方法으로 計算한 安全率은 그 差異가 미미하다고 한다. Duncan and Wright

(1980)은 세째 方法을 추천하고 있으며 ϕ 또는 ϕ' 가 클수록 이 方法은 더욱 正確한 結果를 算定한다고 한다.

③ $\phi=0$ 方法

圓弧滑動面에 對한 安定解析方法中 가장 간단한 것이다. 이 方法의 概要는 그림 2.4에 提示되어 있다.

斜面의 破壞는 滑動面 보다 위 쪽에 있는 흙이 剛體로서 회전함으로써 일어나게 되며, 滑動面에는 非排水強度 c_u 가 作用하게 된다. 安全率은 滑動圓弧의 中心에 對한 모멘트를 取하여 구하게 된다(그림 2.4).

흙의 剪斷強度가 全滑動面에 걸쳐 一定하지 않을 때에도 이 方法을 쉽게 사용할 수 있다.

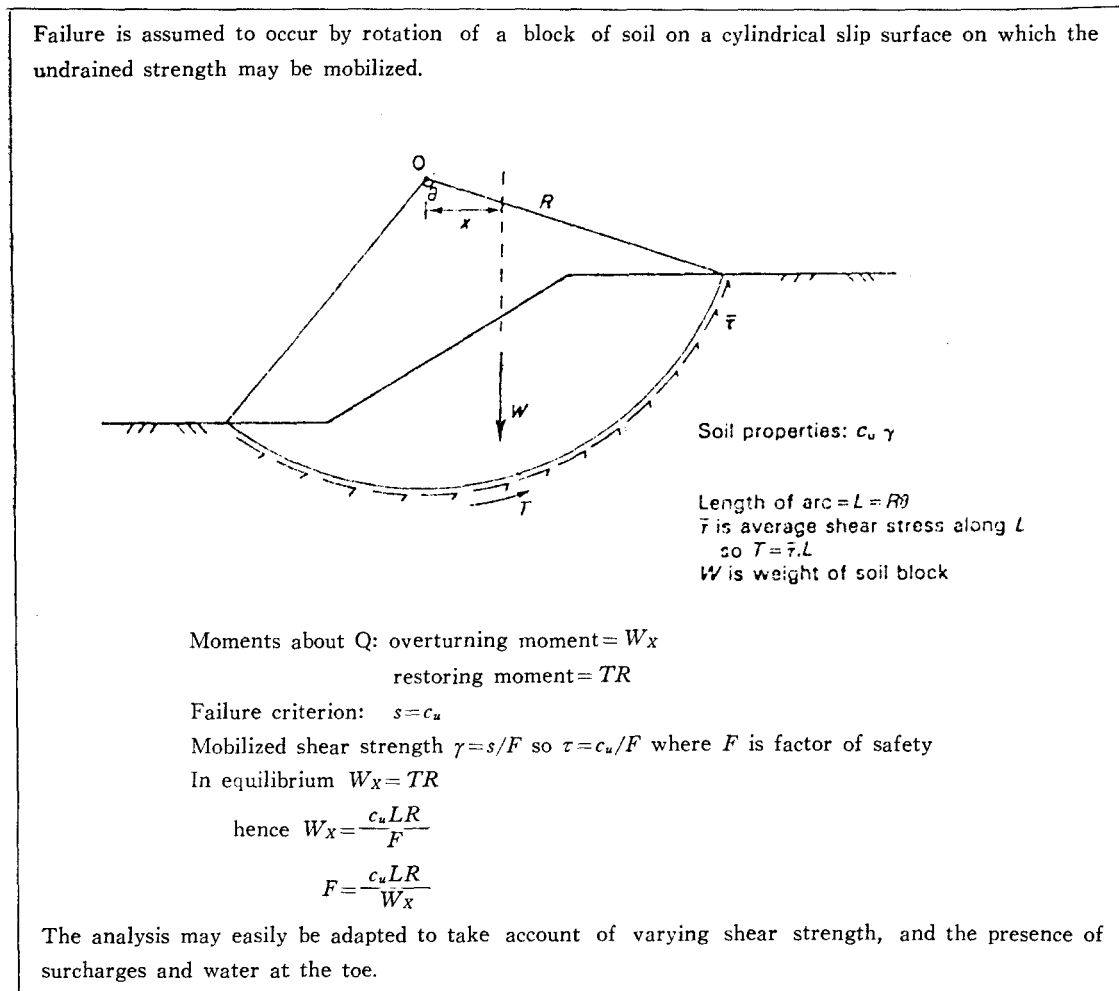
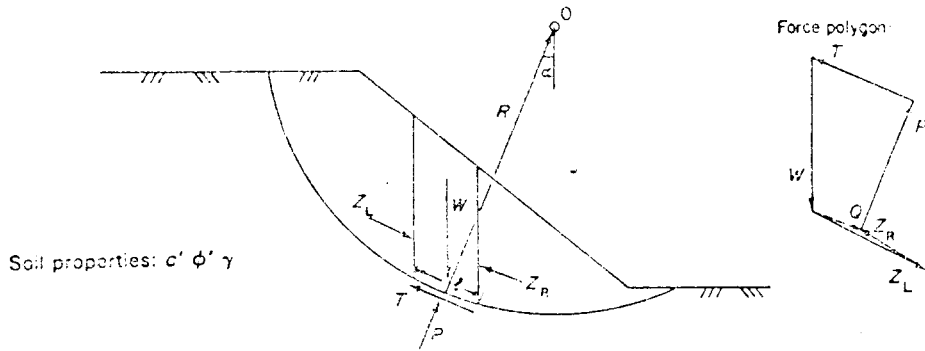


Fig. 2.4 $\phi_u=0$ method—circular arc analysis. (From Fellenius, 1918)

Failure is assumed to occur by rotation of a block of soil on a cylindrical slip surface centred on O. By examining moment equilibrium about O an expression for the factor of safety is obtained. It is assumed that the resultant of the interslice forces on each slice is parallel to its base.



For slice shown: at base—total normal stress σ , shear stress τ , pore pressure u

Failure criterion: $s = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

Mobilized shear strength $\tau = s/F$ where F is factor of safety

$$\text{Now } P = \sigma l \quad T = \tau l \text{ so } T = \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \quad (1)$$

Assume that the resultant of the interslice forces O is parallel to base of slice.

$$\text{Resolving normal to base of slice } P = W \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{Overall MOMENT Equilibrium about O: } \Sigma WR \sin \alpha = \Sigma TR \quad (3)$$

(note that interslice forces are internal and their net moment is zero).

$$\text{so } \Sigma W \sin \alpha = \Sigma \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi')$$

$$\text{hence } F_m = \frac{\Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi')}{\Sigma W \sin \alpha} \quad (4)$$

$$\text{substitute for } P: F_m = \frac{\Sigma (c'l + (W \cos \alpha - ul) \tan \phi')}{\Sigma W \sin \alpha} \quad (5)$$

This equation does not contain F on the right-hand side and so is easily solved by hand calculation. However the false assumption about the interslice forces results in errors which may be as large as 60% (Whitman and Bailey, 1967).

Fig.2.5 Ordinary method of slices(or Swedish method of analysis). (From Fellenius, 1927, 1936.)

예를 들어 標準貫入試驗이나 圓錐貫入試驗의 結果로부터 깊이에 따른 強度의 變化를 아는 경우에는 Lambe and Whitman(1969)이 얕은 基礎의 非排水解析에 적용한 方法을 그대로 應用할 수 있다고 생각된다.

이 方法은 $\phi=0$ 解析法으므로 完工直後(End of construction) 條件, 예를 들어 軟弱粘土에 築造된 堤防의 短期安定解析에 적당하다. 一般의 으로 이 方法은 급격한 荷重의 變化가 일어

난 경우를 除外하고는, 自然的인 粘土 斜面解析에는 不適當하다(Nash, 1987).

④ Fellenius 方法

Fellenius 方法(Fellenius, 1927, 1936)은 Ordinary method of slices 또는 Swedish method 라고도 하며 切片法 가운데 가장 간단한 方法이다. 이 方法의 概要는 그림 2.5에 提示되어 있다.

이 方法에서 各 切片의 底面에 作用하는 垂直

力 P 는切片的底面에對한垂直方向 힘의平衡條件으로決定한다. 問題를靜定化하기 위해서各切片의側面에作用하는 힘(Z_L 과 Z_R)의合力은切片의底面과平行한方向으로作用한다고假定한다. 따라서垂直力 P 는 다음과 같이된다.

$$P = W \cos \alpha$$

切片間作用力에 관한 위의假定은 Newton의作用과反作用의法則을滿足시키지 못하며安全率을過小評價하게된다. 즉安定解析結果는保守的이고誤差는安全側이다. 특히깊은圓弧滑動面이고 α 값의變化가 큰 경우(즉中心角이 큰 경우)誤差는 더욱 커지게된다. 또한間隙水壓이 커질수록誤差도增加하게된다. 이러한 경우誤差는 60%까지도 될 수 있다(Whitman and Bailey, 1967).

滑動圓의中心에 대한모멘트를取함으로써安全率은그림 2.5의式(5)와 같이된다. 이식에포함된($W \cos \alpha - ul$)項은理論上陰의값이될 수 있다. 이러한현상은 W 가 적거나, u 가 큰 경우에 일어날 수 있다. 그러나 실제에 있어서 이러한 현상은 있을 수 없으며許容할 수 없다. u 가 $\gamma z \cos^2 \alpha$ 보다 크면 이項은陰이 되고, 이 경우實用上으로는($W \cos \alpha - ul$)=0로 한다.

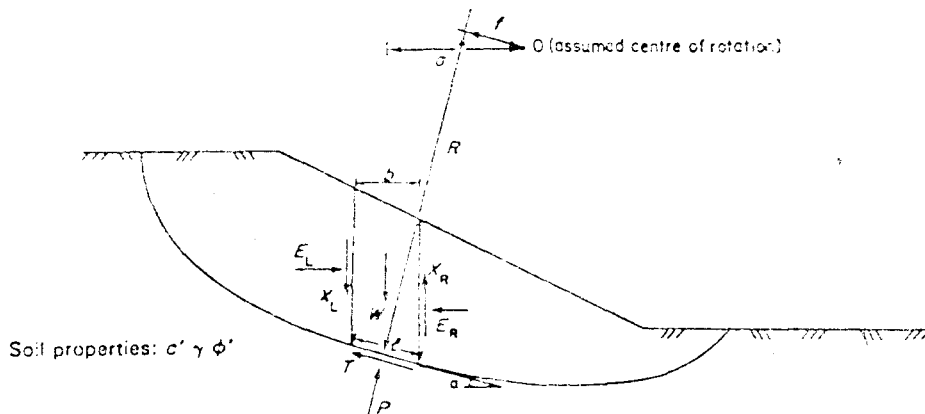
이方法을改善하기 위한研究도 있었으나(Turnbull and Hvorslev, 1967) 큰差異는 없으며現在에는特殊한 경우를除外하고는 Fellenius方法은 거의使用되지 않고 있다(表 2.12 참조).

⑤ 一般限界平衡(GLE)切片法

얼마前까지만 해도여러가지斜面安定解析法은 서로獨立的이며相互關係가그다지密接하지 않는 것으로 생각하였다. 各方法의解法을차례로紹介하고各方法에內包된假定을 밝히는 것이 이問題를記述하는內容이었다. 그러나 Frelund and Krahn(1977)이一般限界平衡(General limit equilibrium; GLE)切片法을發表함으로써 이제各解析方法의差異點보다는類似性을集中的으로研究할 수 있게 되었다.

GLE切片法의概要가그림 2.6에提示되어 있다. 安全率을 구하는式은圓弧滑動面과非圓弧滑動面에 대해同一하게 되는데非圓弧滑動面인 경우에는假想廻轉中心(Fictional center of rotation)을使用하게된다. 모멘트平衡과 힘의平衡을別個로考慮함으로써, 모멘트에對한安全率(F_m)과 힘에對한安全率(F_f)를 구하는 2個의式을 얻을 수 있다.

Failure is assumed to occur by sliding of a block of soil on a non-circular (or circular) slip surface. By examining overall moment equilibrium about an assumed centre of rotation or overall force equilibrium, two expressions are obtained for factor of safety. An assumption must be made about the interslice forces.



For slice shown: at base—total normal stress σ , shear stress τ , pore pressure u

Failure criterion: $s=c'+(\sigma-u)\tan\phi'$

Mobilized shear strength $\tau=s/F$ where F is factor of safety

$$\text{Now } P=ol \quad T=\tau l \text{ so } T=\frac{1}{F}(c'l+(P-ul)\tan\phi') \quad (1)$$

$$\text{Resolve vertically: } P\cos\alpha+T\sin\alpha=W-(X_R-X_L) \quad (2)$$

Rearranging and substituting for T gives

$$P=W-(X_R-X_L)-\frac{1}{F}(c'l\sin\alpha-ul\tan\phi'\sin\alpha)/m_\alpha \quad (3)$$

$$\text{where } m_\alpha=\cos\alpha\left(1+\tan\alpha\frac{\tan\phi'}{F}\right)$$

Resolve horizontally: $T\cos\alpha-P\sin\alpha+E_R-E_L=0$

Rearranging and substituting for T gives

$$E_R-E_L=P\sin\alpha-\frac{1}{F}(c'l+(P-ul)\tan\phi')\cos\alpha \quad (4)$$

$$\text{Overall MOMENT equilibrium (about O) : } \Sigma Wd=\Sigma TR+\Sigma Pf \quad (5)$$

Rearranging and substituting for T gives

$$F_m=\frac{\Sigma[c'l+(P-ul)\tan\phi']R}{\Sigma(Wd-Pf)} \quad (6)$$

For circular slip surfaces $f=0$ $d=R\sin\alpha$ $R=\text{constant}$

$$\text{so } F_m=\frac{\Sigma[c'l+(P-ul)\tan\phi']}{\Sigma W\sin\alpha} \quad (6a)$$

Overall FORCE equilibrium

$$\text{In the absence of surface loading } \Sigma(E_R-E_L)=0 \quad (7a)$$

$$\Sigma(X_R-X_L)=0 \quad (7b)$$

$$\text{so from (4) } \Sigma(E_R-E_L)=\Sigma P\sin\alpha-\Sigma\frac{1}{F}(c'l+(P-ul)\tan\phi')\cos\alpha=0 \quad (8)$$

$$\text{so } F_f=\frac{\Sigma(c'l+(P-ul)\tan\phi')\cos\alpha}{\Sigma P\sin\alpha} \quad (9)$$

In order to solve for F_m and F_f , P must be evaluated, and this requires evaluation of X_R , P_L the interslice shear forces. As the problem is indeterminate an assumption must be made. Some common assumptions are:

$$X_R-X_L=0 \quad \text{Bishop(1955)}$$

$$\frac{X}{E}=\text{constant} \quad \text{Spencer(1967)}$$

$$\frac{X}{E}=\lambda f(x) \quad \text{Morgenstern and Price(1965)}$$

In general $F_m=F_f$ and Bishop (1955) showed that F_m is much less sensitive to the assumption about interslice forces than F_f

Fig. 2.6 General method of slices. (From Fredlund and Krahn, 1977.)

그림 2.6에 보인 바와 같이 각切片에 대하여鉛直方向 힘의平衡을 생각하여切片底面の全垂直力 P 를 다음과 같이 구할 수 있다(式(2)와 같음).

$$P=\left\{W-(X_R-X_L)-\frac{1}{F}(c'l\sin\alpha-ul\tan\phi'\sin\alpha)\right\}\frac{1}{m_\alpha} \quad (2.8)$$

여기서

$$m_\alpha=\cos\alpha\left(1+\tan\alpha\frac{\tan\phi'}{F}\right) \quad (2.9)$$

函數 m_α 의 값은 그림 2.7에서 구해도 좋다.

P 를 구하는 式에切片間作用力 X_L 과 X_R 이 포함되어 있으므로 이問題를靜定化시키기 위해서는假定을導入해야 한다. 그리고 이假定

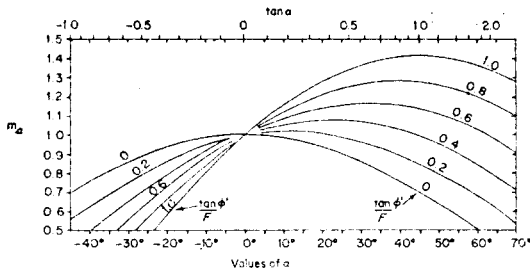


Fig. 2.7 Plot of factor m_α against inclination of base of slice α .

에 따라 P 를 구하는 식이 달라지게 된다.

切片間作用력에 관한 假定的 差異와 모멘트 平衡 만을 考慮하는가, 힘의 平衡만을 考慮하는가, 또는 두 가지 平衡을 모두 考慮하는가에 따라 여러가지 斜面 安定解析方法이 成立하게 된다. 이 사실이 表 2.4에 提示되어 있다. 즉 Bishop, Janbu, Spencer, Morgenstern and Price의 方法은 GLF 方法의 特殊한 경우에 該當되는 셈이다. 물론 이들의 斜面安定解析方法이 GLE 方法보다 먼저 獨立的 立場에서 發表되었지만 이제 와서는 GLE 切片法으로 모두 表現될 수 있다고 말할 수 있다.

換言하면 各種 斜面安定解析法은 그림 2.6의 式 (3), (6), (9)의 組合이며 式 (3)의 $X_R - X_L$ 에 관한 假定에서만 差異가 있다.

F_m 과 F_f 는 P 項을 包含하고 있으므로 $X_R - X_L$ 의 假定値에 따라 달라진다. 이는 이 문제가 不靜定임을 意味한다.

F_m 과 F_f 는 結局 反復法에 의하여 풀어야 한다. 보통 $(F_{i+1} - F_i)/F_i \leq (0.02 \sim 0.1\%)$ 가 基準

이 된다. 이 精度를 얻기 위해서는 5~10回的 反復이 所要된다.

安全率이 F_m 과 F_f 2個로 算定되었지만 實際 斜面의 安全率은 1個의 값이므로 보통 $F = F_m = F_f$ 로 假定한다.

⑥ Bishop의 簡便法

Bishop(1955)은 그림 2.8에 보인 바와 같이 圓弧滑動面에 對한 斜面安定解析法을 發表하였다. 그러나 이 方法은 假想 回轉中心을 使用함으로써 非圓弧滑動面에 對해서도 適用할 수 있다.

이 方法은 切片間 作用력이 水平方向으로 作用한다고 假定한다. 各 切片의 底面에 作用하는 垂直力 P 는 鉛直方向 힘의 平衡條件에서 구한다.

垂直力 P 는 다음과 같다.

$$P = \left[W - \frac{1}{F} (c'l \sin \alpha - ul \tan \phi' \sin \alpha) \right] \frac{1}{m_\alpha} \quad (2.10)$$

여기서 m_α 는 式 (2.9)와 같고 그림 2.7에서도 구할 수 있다. Bishop 簡便法의 概要가 그림 2.8에 提示되어 있다.

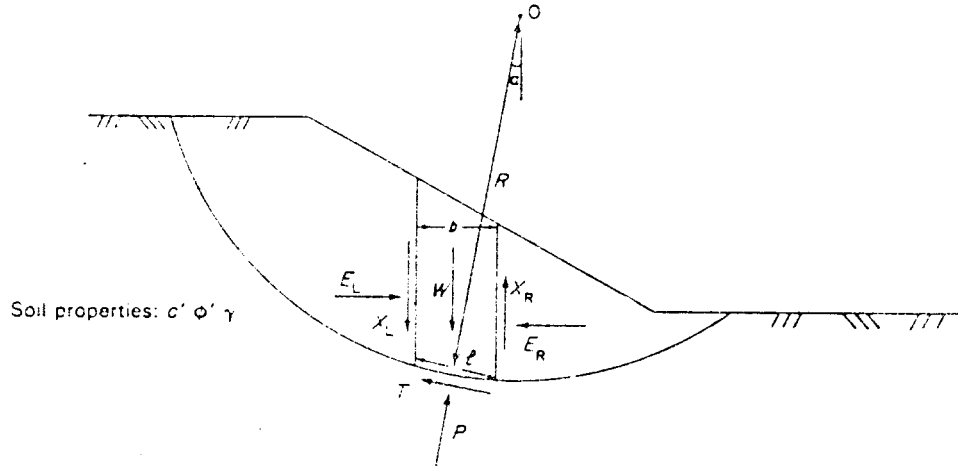
回轉中心에 對한 모멘트 平衡을 取함으로써 安全率 $F = F_m$ 을 구할 수 있다. F 는 그림 2.8의 式 (4)로 주어진다.

式 (4)의 兩邊에 安全率을 있으므로 安全率은 試行錯誤法으로 求한다. 즉 右邊의 安全率에 初期値를 假定하고 式 (4)에 의하여 새로운 安全率을 算定한다. 새로운 安全率을 右邊에 代入하면서 計算을 反復하되 두 安全率의 差異가 許容 範圍보다 작아질 때의 安全率을 斜面의 安全率

Table 2.4 Comparison of factor of safety equation

Method	Assumption	Factor of safety based on		Normal force equation
		Moment Equilibrium	Force Equilibrium	
Fellenius	$X/E = \tan \alpha$	×		Equ.(2), Fig.2.5
Simplified Bishop	$X_R - X_L = 0$	×		Equ.(2), Fig.2.8
Spencer	$X/E = \tan \theta$	×	×	Equ.(3), Fig.2.12
Janbu's Simplified	$X = 0$		×	Equ.(2), Fig.2.9
Janbu's Rigorous	Thrust line		×	Equ.(2), Fig.2.11
Morgenstern and Price	$X/E = \lambda f(x)$	×	×	Equ.(3), Fig.2.6

Failure is assumed to occur by rotation of a block of soil on a cylindrical slip surface centred on O. By examining overall moment equilibrium about O an expression for the factor of safety is obtained. It is assumed that the interslice forces are horizontal.



For slice shown: at base—normal stress σ , shear stress γ , pore pressure u

Mohr-Coulomb failure criterion: $s = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

Mobilized shear strength $\tau = s/F$ where F is factor of safety

$$\text{Now } P = \sigma l \quad T = \tau l \text{ so } T = \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \quad (1)$$

Resolve vertically: $P \cos \alpha + T \sin \alpha = W - (X_R - X_L)$

Assuming $X_R = X_L = 0$ (i.e. interslice forces horizontal)

$$P = \left[W - \frac{1}{F} (c'l \sin \alpha - ul \tan \phi' \sin \alpha) \right] / m_\alpha \quad (2)$$

$$\text{where } m_\alpha = \cos \alpha \left(1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F} \right)$$

Overall MOMENT equilibrium (about O) : $\Sigma WR \sin \alpha = \Sigma TR$ (3)

Rearranging and substituting for T gives

$$F_m = \frac{\Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi')}{\Sigma W \sin \alpha} \quad (4)$$

As this equation contains F on both sides it has to be solved iteratively. Convergence is usually quick and so the method is suitable for hand calculation, although it is time consuming.

Fig. 2.8 Bishop's simplified method of slices. (From Bishop, 1955.)

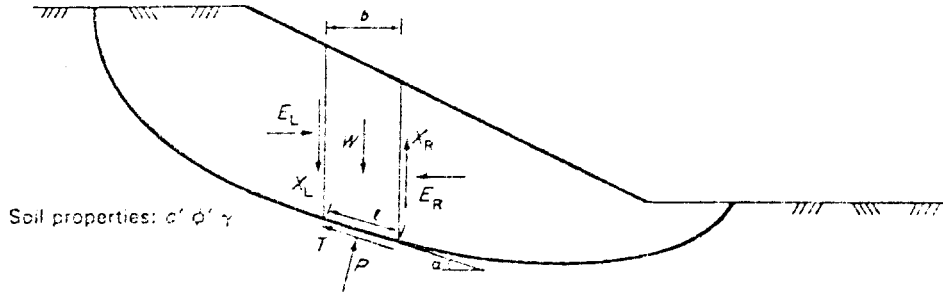
로 한다. 수렴은 보통 대단히 빠르고 손 계산도 가능하다.

안전률의 초기값은 보통 Fellenius 안전률을 기준으로 결정한다. 간층수압이 작을 때에는 전응력해석법이나 유효응력해석법 모두 $[F]_{\text{Bishop}} = 1.1[F]_{\text{Fellenius}}$, 간층수압이 보통 내지 큰 경우에는 유효응력해석법에서는 $[F]_{\text{Bishop}} = (1.2 \sim$

1.25) $[F]_{\text{Fellenius}}$ 가 초기값 결정의 指針이 된다.

切片底面の傾斜角 α 는 陽과 陰의 값 중 어느 것이나 될 수 있다. 안전률을 구하는 식 (4)에 포함된 項 $(1 + \tan \alpha \tan \phi' / F)$ 은 零이나 陰의 값이 될 수 있다. 이러한 일은 斜面先端部에서 滑動面の傾斜가 대단히 急해서 α 가 큰 陰의 값이고 ϕ' 가 零이 아닌 경우에 일어날 수 있다

Failure is assumed to occur by sliding of a block of soil on a non-circular slip surface. By examining overall force equilibrium an expression for factor of safety is obtained. It is assumed that the interslice shear forces are zero, but a correction factor is introduced to allow for them.



For slice shown: at base—total normal stress σ , shear stress γ , pore pressure u .

Failure criterion: $s = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

Mobilized shear strength $\tau = s/F$ where F is factor of safety.

$$\text{Now } P = \sigma l \quad T = \tau l \text{ so } T = \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \quad (1)$$

Resolve vertically: $P \cos \alpha + T \sin \alpha = W - (X_R - X_L)$

Assume $X_R = X_L = 0$ (i.e. interslice forces horizontal)

Rearranging and substituting for T gives

$$P = \left[W - \frac{1}{F} (c'l \sin \alpha - ul \tan \phi' \sin \alpha) \right] / m_\alpha \quad (2)$$

$$\text{where } m_\alpha = \cos \alpha \left(1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F} \right)$$

Resolve parallel to base of slice: $T + (E_R - E_L) \cos \alpha = (W - (X_R - X_L)) \sin \alpha$

again assume $X_L = X_R = 0$; rearrange, and substitute for T

$$\text{so } E_R - E_L = W \tan \alpha - \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha \quad (3)$$

Overall FORCE equilibrium:

$$\text{In the absence of surface loading } \Sigma (E_R - E_L) = 0 \quad (4)$$

$$\text{so } \Sigma (E_R - E_L) = \Sigma W \tan \alpha - \frac{1}{F} \Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha = 0 \quad (5)$$

$$\text{whence } F_0 = \frac{\Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha}{\Sigma W \tan \alpha} \quad (6)$$

To take account of the interslice shear forces, Janbu *et al.* applied a correction factor f_0 (see Figure 3.9)

$$\text{where } F_1 = f_0 \cdot F_0 \quad (7)$$

Note In their original formulation, Janbu *et al.* eliminated P and obtained the expression

$$F_0 = \frac{\Sigma [c'b + (W - ub) \tan \phi'] / n_\alpha}{\Sigma W \tan \alpha}$$

in which $n_\alpha = \cos \alpha \cdot m_\alpha$

Both these expressions are equivalent to the expression for F_f (Figure 3.5 equation (9)) obtained by Fredlund and Krahn by resolving vertically and horizontally for each slice.

Fig. 2.9 Janbu's simplified method. (From Janbu *et al.*, 1956.)

(Whitman and Bailey, 1967). $\alpha = \phi'_m - 90^\circ$ 이면 이項은 0이 된다. 여기서 $\tan \phi'_m = \tan \phi'/F$ 이다(Wright, 1975).

이項이 0에 가까워짐에 따라 安全率은 過大 評價되어진다. 왜냐하면 切片底面의 垂直力 P 가 無限大가 되기 때문이다.

그러나 滑動面의 傾斜가 더 急해지면 安全率은 過小 評價 되는데 그 理由는 底面의 垂直力이 陰의 값이 되어 剪斷抵抗의 方向을 틀리게 하기 때문이다.

Whitman and Bailey(1967)는 어느 한 切片에 對해서라도 다음 條件이 滿足되면 Bishop의 簡便法은 注意해서 사용해야 된다고 주장하였다:

$$\sec \alpha / (1 + \tan \alpha \tan \phi' / F) < 0.2 \quad (2.11)$$

安全率을 算定한 뒤에 滑動面을 따라 垂直應力 σ (즉 P)를 구해 보는 것이 좋다. 垂直應力의 分布가 妥當하면 解는 正確하다고 볼 수 있다.

Bishop의 簡便法으로 얻은 安全率은 그 正確度가 實用上 充分한 것으로 評價되고 있다. 그 主된 理由는 後述하는 바와 같이 모멘트 平衡이 滿足되는 경우 安全率은 切片間 作用力에 대한 假定에 鈍感하게 反應하기 때문이다.

이 方法은 全應力解析法과 有效應力解析法에 모두 適用할 수 있으며 現在 가장 널리 쓰이는 方法이다. 컴퓨터 프로그램도 여러 종류가 開發되어 있다(表 2.12 參照).

Bishop(1955)은 切片間 作用力의 影響을 考慮하는 精密解도 發表하였으나, 計算에 소요되는 엄청난 努力에 비해 正確度의 改善은 미비하므로 現在에는 거의 사용되지 않고 있다.

⑦ Janbu의 簡便法

圓弧滑動面에 對한 Bishop 方法의 成功的 適用과 簡便法에 의해 正確한 解를 比較的 간단히 얻게 된 後, 任意의 滑動面에 대해 類似한 解法을 開發하는데 研究과 努力이 集中되었다. 그 結果 Janbu et al.(1956)은 非圓弧 滑動面에 適用할 수 있는 比較的 簡便한 斜面安定解析法을 發表하였다. 이 方法의 概要가 그림 2.9에 提示되어 있다.

Janbu의 簡便法에서는 各 切片의 側面에 作用하는 剪斷力(X_R, X_L)은 0이라고 假定한다.

그리고 切片의 底面에 作用하는 垂直力은 鉛直 方向 힘의 平衡條件에서 구하기 때문에 Bishop의 簡便法과 같게 된다. 滑動土體 全體에 대하여 水平力의 平衡式을 取함으로써 安全率 F_f 을 구한다.

切片間 剪斷力의 影響을 考慮하기 위하여 Janbu는 補正係數 f_0 을 導入하였다. 그래서 安全率 $F = F_f$ 는 다음과 같이 된다.

$$F_f = f_0 F_0 \quad (2.12)$$

補正係數 f_0 은 Janbu의 簡便法을 Janbu의 精密解(後述)에 對해 檢證하여 구하였다. f_0 는 흙의 特性과 斜面의 幾何學의 條件에 따라 그림 2.10에서 구 할 수 있다. 여기서 d 는 그림과 같이 土體의 最大 두께이고 L 은 滑動面 兩端間의 傾斜거리이다. f_0 은 1보다 크고 最大는 1.13이다.

이 方法에서는 全體 모멘트 平衡은 滿足되지 않고 있다. 그리고 安全率은 힘의 平衡 만에 의하여 구해진다. 그런데 後述하는 바와 같이 힘의 平衡에서 얻어지는 安全率 F_f 는 모멘트 平衡에서 얻어지는 F_m 보다 切片間 作用力에 관한 假定에 따라 敏感하게 變하게 된다. 그러나 이 方法은 筆算이 可能하고 實務에서는 有用한 方法으로 評價되고 있다. 또 이 方法을 사용할 때에는 切片의 幅을 좁게 잡는 것이 좋다(Bromhead, 1986).

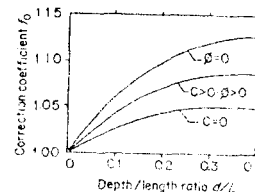
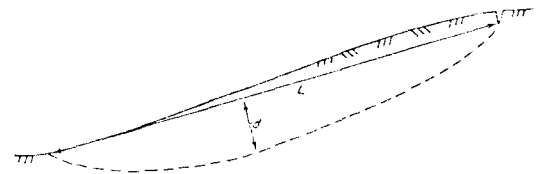
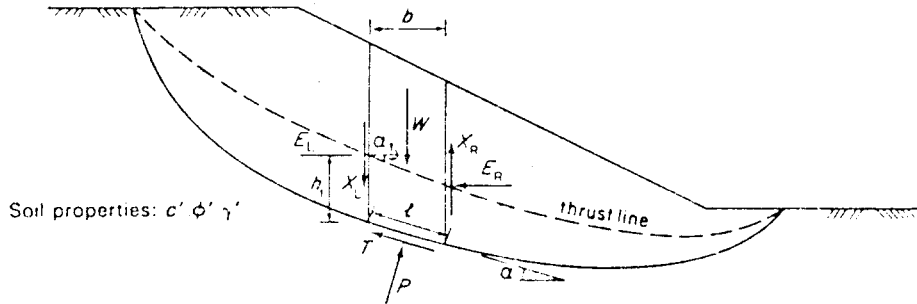


Fig. 2.10 Correction factor f_0 for use in Janbu's simplified method. (Reproduced from Janbu et al., 1956.)

⑧ Janbu의 精密解法

Janbu(1954)는 圓弧 및 非圓弧滑動面 모두에

Failure is assumed to occur by sliding of a block of soil on a non-circular slip surface. By examining overall force equilibrium an expression for factor of safety is obtained. The interslice forces are evaluated by considering the moment equilibrium of each slice. For this it is necessary to assume a position of the line of thrust of the interslice forces. Overall moment equilibrium is satisfied implicitly.



For slice shown: at base—total normal stress σ , shear stress τ , pore pressure u .

Failure criterion: $s = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

Mobilized shear strength $\tau = s/F$ where F is factor of safety

$$\text{Now } P = \sigma l \quad T = \tau l \text{ so } T = \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \quad (1)$$

Resolve vertically: $P \cos \alpha + T \sin \alpha = W - (X_R - X_L)$

Rearranging, and substituting for T gives

$$P = \left[W - (X_R - X_L) - \frac{1}{F} (c'l \sin \alpha - ul \tan \phi' \sin \alpha) \right] / m_\alpha \quad (2)$$

$$\text{where } m_\alpha = \cos \alpha \left(1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F} \right)$$

Resolve parallel to base of slice: $T + (E_R - E_L) \cos \alpha = (W - (X_R - X_L)) \sin \alpha$

Rearranging, and substituting for T gives

$$E_R - E_L = (W - (X_R - X_L)) \tan \alpha - \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha \quad (3)$$

Take moments about centre of base of slice (for thin slice):

$$E_R b \tan \alpha_t - X_R b - (E_R - E_L) h_t = 0$$

$$\text{or } X_R = E_R \tan \alpha_t - (E_R - E_L) \frac{h_t}{b} \quad (4)$$

Overall FORCE equilibrium:

$$\text{In the absence of surface loading } \Sigma (E_R - E_L) = 0 \quad (5a)$$

$$\Sigma (X_R - X_L) = 0 \quad (5b)$$

$$\text{so from (3) } \Sigma (E_R - E_L) = \Sigma (W - (X_R - X_L)) \tan \alpha - \frac{1}{F} \Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha = 0 \quad (6)$$

$$\text{whence } F_f = \frac{\Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha}{\Sigma (W - (X_R - X_L)) \tan \alpha} \quad (7)$$

The solution is reached iteratively. First it is assumed that $X_R - X_L = 0$. Then values of E and X are calculated using (3) and (4) above; the values of shear force X lag by one iteration. As moment equilibrium is satisfied by (4), $F_f = F_m$.

Note In Janbu's original formulation P is eliminated and the following expression for F is obtained:

$$F = \frac{\sum(c'b + (W - (X_R - X_L) - ub)\tan\phi')/n_\alpha}{\sum(W - (X_R - X_L))\tan\alpha}$$

in which $n_\alpha = \cos \alpha$.

This expression is equivalent to the expression for F_f (Equation (9) in Figure 3.5) obtained by Fredlund and Krahn by resolving vertically and horizontally for each slice.

Fig. 2.11 Janbu's rigorous analysis. (From Janbu 1954, 1957.)

適用할 수 있는 斜面安定解析法을 考案하였다. 이 方法은 또한 全般的인 힘과 모멘트 平衡을 滿足시키는 最初의 研究이다. Janbu의 精密解法 (Janbu's rigorous method, Janbu's generalized procedure of slices=GPS)의 概要가 그림 2.11에 提示되어 있다.

Janbu는 鉛直方向과 切片底面 方向의 힘의 平衡과 切片底面의 中點에 對한 모멘트 平衡을 考慮함으로써 모든 平衡條件을 滿足시켰다. 底面中點에 對한 모멘트를 取함에 있어서 切片의 幅이 대단히 좁다고 假定하여 $X_R \doteq X_L$, $E_R \doteq E_L$ 로 取扱하고 있다.

土體 全體에 대한 힘의 平衡條件에서 安全率 F_f 가 얻어진다. 그리고 이 問題를 靜定化하기 위하여 切片間 作用力の 作用線의 位置를 假定한다.

反復計算은 다음과 같은 順序로 進行된다. 計算은 最外側에 있는 切片에서부터 시작되어 다른쪽 最外側 切片까지 連續적으로 遂行되고 所期の 正確度가 얻어질 때까지 反復된다. 우선 切片間 作用力の 크기와 作用點의 位置를 가정한다. 예를 들어 $X_R - X_L = 0$ 를 初期 假定으로 해도 좋다. 그러면 式(2)에서 P 가 구해지고 式(7)에 의하여 Bishop의 簡便法과 꼭 같은 方法으로 F 를 구할 수 있다.

最外側 切片의 外側 側面에서는 X 와 E 가 零인 것이 보통이다. (例外로 $E \neq 0$ 인 경우가 있는데 引張龜裂에 물이 채워져 있는 경우 등이다.) 便宜上 左側에서 右側으로 計算이 進行되는 것으로 생각한다. 그러면 最外側 切片에 對해서는 $E_L = 0$, $X_L = 0$ 가 된다.

다음 式(3)과 (4)를 各 切片에 連續적으로 適用시켜 모든 切片에 對해 E 와 X 를 구한다.

作用線의 位置는 첫번째 切片의 α_1 와 h_1 가 既

知이거나 假定量이면 쉽게 決定된다. E 와 X 의 合力으로 作用線을 구할 수 있다.

計算된 切片間 作用力を 가지고 式(7)로 새로운 安全率을 算定한다. 새로 얻은 安全率을 써서 새로운 切片間 作用力の 크기와 作用線을 얻을 수 있다. 새로운 힘을 사용하여 새로운 安全率을 구할 수 있다. 連續적으로 얻은 그 安全率이 거의 同一하면 反復 計算을 끝내고 이를 安全率로 한다.

作用線의 位置가 妥當한가를 調査해 보는 것이 바람직하다. 그 결과 만약 많은 部分에 引張이 생기는 意味가 되면 解析結果는 誤謬일 수 있다. 또한 E 와 X 를 檢討해 보아서 破壞規準에 違背되는 일이 없어야 한다.

Janbu 方法의 最大 長點은 컴퓨터를 사용하지 않고 計算器 만으로 計算이 可能하다는 點이다. 그러나 컴퓨터를 사용하면 더욱 편리한것은 물론이다.

Wright(1975)에 의하면 反復過程에서 E 값이 急變하면 수렴에 문제가 생길 수 있다. 앞에서 言及한 바와 같이 $(1 + \tan \alpha \tan \phi'/F)$ 項의 값이 너무 작아지지 않도록 주의하여야 한다. 그리고 各 反復過程에서의 剪斷力의 增加量의 除限해 두는 것이 좋다.

⑨ Spencer 方法

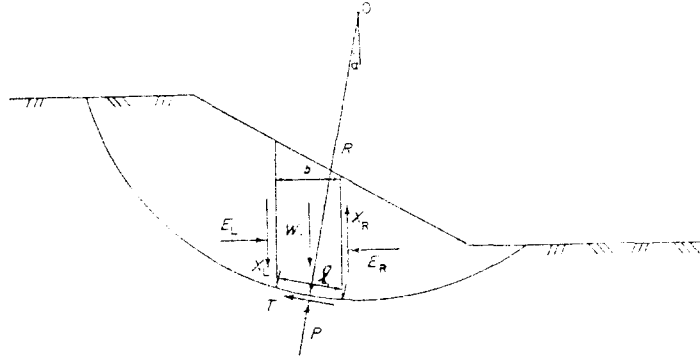
Spencer(1968)의 方法은 本來 圓弧滑動面에 適用할 수 있도록 考案되었으나 假態回轉中心을 採擇함으로써 非圓弧滑動面에도 使用할 수 있게 되었다. 이 方法의 概要가 그림 2.12에 提示되어 있다.

이 方法에서는 切片間 作用力은 모든 切片에서 平行하게 作用한다고 假定하고 있다. 즉

$$X/E = \tan \theta$$

各 切片의 底面에 作用하는 垂直力 P 는 鉛直

Failure is assumed to occur by rotation of a block of soil on a cylindrical slip surface centred on O. By examining overall moment equilibrium and overall force equilibrium two expressions are obtained for the factor of safety. The interslice forces are assumed to be at a constant inclination, and the inclination is found at which the two expressions give the same factor of safety.



For slice shown: at base—normal stress τ , pore pressure u

Mohr-Coulomb failure criteria: $s = c' + (\sigma - u) \tan \phi'$

Mobilized shear strength $\tau = s/F$ where F is factor of safety.

$$\text{Now } P = \sigma l \quad T = \tau l \text{ so } T = \frac{1}{F} (c'l + (P - ul) \tan \phi') \quad (1)$$

$$\text{Resolve vertically: } P \cos \alpha + T \sin \alpha = W - (X_R - X_L) \quad (2)$$

Rearranging, and substituting for T gives

$$P = \left[W - (X_R - X_L) - \frac{1}{F} (c'l \sin \alpha - ul \tan \phi' \sin \alpha) \right] / m_\alpha \quad (3)$$

$$\text{where } m_\alpha = \cos \alpha \left(1 + \tan \alpha \frac{\tan \phi'}{F} \right)$$

$$\text{Resolve horizontally: } T \cos \alpha - P \sin \alpha + E_R - E_L = 0 \quad (4)$$

Rearranging, and substituting for T gives

$$E_R - E_L = P \sin \alpha - \frac{1}{F} [c'l + (P - ul) \tan \phi'] \cos \alpha \quad (5)$$

$$\text{Assume that } \frac{X}{E} = \tan \theta = \text{constant throughout the slope.} \quad (6)$$

$$\text{Overall MOMENT equilibrium (about O): } \Sigma WR \sin \alpha = \Sigma TR \quad (7)$$

Rearranging and substituting for T gives

$$F_m = \frac{\Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi')}{\Sigma W \sin \alpha} \quad (8)$$

Overall FORCE equilibrium:

$$\text{In the absence of surface loading } \Sigma (E_R - E_L) = 0 \quad (9a)$$

$$\Sigma (X_R - X_L) = 0 \quad (9b)$$

$$\text{So from (5) } \Sigma (E_R - E_L) = \Sigma P \sin \alpha - \frac{1}{F} \Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi') \cos \alpha$$

$$\text{whence } F_f = \frac{\Sigma (c'l + (P - ul) \tan \phi') \sec \alpha}{\Sigma (W - (X_R - X_L) \tan \alpha)} \quad (10)$$

The solution is reached iteratively. First it is assumed that $X_R - X_L = 0$. Then values of E and X are calculated using equations (5) and (6); the values of shear force X lag by one iteration. The inclina-

tion θ of the interslice forces is adjusted so that $F_m = F_f$.

Note In Spencer's original formulation the resultant of the interslice forces Q is used so that $Q \cos \theta = E_L - E_R$, $Q \sin \theta = X_L - X_R$. P and T are eliminated from equations (2) and (4) above to find an expression for Q . Overall moment and force equilibrium are satisfied by the conditions $\sum Q R \cos(\alpha - \beta) = 0$, $\sum Q = 0$ and a value of θ is found at which both expressions yield the same factor of safety.

Fig. 2.12 Spencer's method. (Adapted from Spencer, 1967)

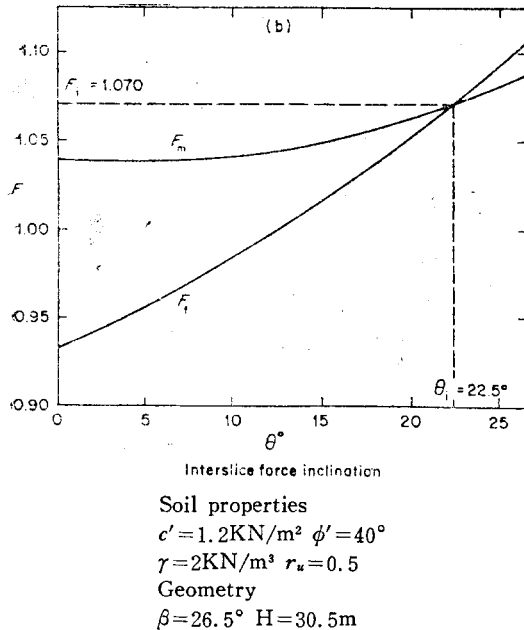


Fig. 2.13 Variation of F_m and F_f with inclination of interslice forces. (Reproduced from Spencer, 1967)

方向 힘의 平衡條件에서 求解된다.

滑動土體全體에 대하여 힘과 모멘트 平衡을 考慮함으로써 두 個의 安全率 F_m 과 F_f 가 얻어진다. $F_m = F_f$ 가 되는 θ 를 찾을 수 있으며 이 때의 安全率을 斜面의 安全率로 간주한다.

Spencer 는 θ 의 變化에 따른 F_m 과 F_f 의 變化를 조사하였다. 그 結果 그림 2.13 에서 알 수 있는 바와 같이 θ 의 變化에 對應하여 F_f 는 F_m 보다 훨씬 더 敏感하게 反應한다. 이것은 Bishop 의 研究와 一致하며 Bishop 簡便法이 널리 사용 되는 原因이기도 하다.

Spencer 는 이 方法의 正確度가 좋은 것으로 評價하였다. 그러나 斜面 天端部의 θ 는 다른 곳 보다 完滿하게 해야 함을 알아내었다.

⑩ Morgenstern and Price 方法

Morgenstern and Price(1965)는 任意的 形狀의 滑動面에 適用할 수 있는 보편적인 斜面安定 解析法을 發表하였다. Spencer 의 方法이 切片間 作用力의 傾斜가 一定하다고 假定하고 있는 反面에, 이 方法은 θ 값이 滑動土體 全體에 걸쳐 組織적으로 變한다고 假定하고 있다. 즉 E 와 X 사이에 다음과 같은 關係가 있다고 假定하여 問題를 靜定化하고 있다.

$$\tan \theta = X/E = \lambda f(x)$$

여기서 λ 는 Scaling factor 로서 安全率 算定時 求解되는 값이고, $f(x)$ 는 假定해야 하는 任意的 函數이다.

특히 $f(x) = 0$ 이면 Morgenstern and Price 方法은 Bishop 의 簡便法과 같아지고, $f(x) = \text{const}$ 이면 Spence 方法과 동일한 것이 된다. 그림 2.14 에는 Morgenstern and Price 方法에 많이 사용되어 온 여러 種類의 函數 $f(x)$ 가 提示되어 있다.

Morgenstern and Price 方法은 若干 복잡하여 記述하는데 相當한 紙面이 필요하므로 讀者는 原典(Morgenstern, 1968 ; Morgenstern and Price, 1965)을 參考하면 좋을 것이다.

다음에 Fredlund and Krahn(1977)이 說明한 方法에 따라 Morgenstern and Price 方法의 概要를 記述한다.

切片序面에 作用하는 垂直力 P 는 鉛直方向 힘의 平衡條件에서 구한다. 따라서 P 는 그림 2.11 의 式 (2)와 같다.

힘의 平衡條件에서 얻어지는 安全率 F_f 와 모멘트 平衡條件에서 얻어지는 安全率 F_m 은 各各 그림 2.6 의 式 (9) 및 (6)과 類似하다(Graham, 1984).

切片의 側面에 作用하는 힘은 Janbu 의 方法과 같이 計算한다. 즉 그림 2.11 의 式 (3)과

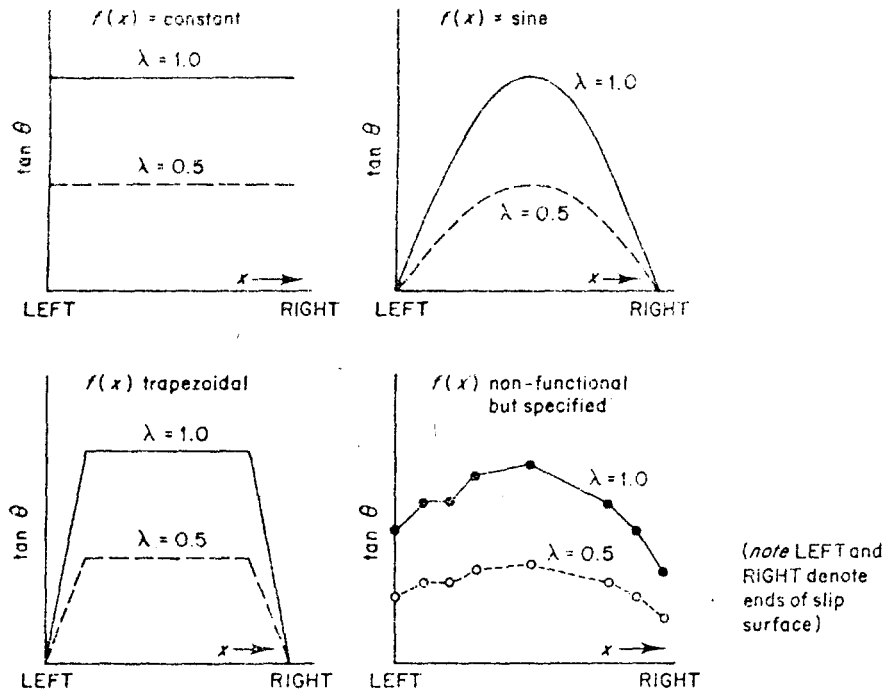


Fig. 2.14 Typical interslice force inclination functions used in Morgenstern and Price analysis. (Reproduced from Fredlund and Krahn, 1977)

(4)를 利用한다.

反復計算의 첫번째 段階에서는 鉛直方向의 剪斷力을 零으로 둔다($X=0$). 그 다음 段階의 計算에서는 水平力을 式 (3)으로 먼저 구한 다음, λ 의 假定値와 $f(x)$ 를 代入하여 다음과 같이 鉛直方向 剪斷力을 算定한다.

$$X_1 = E_1 \lambda f(x)$$

이 段階에서 經驗을 活用하여 $f(x)$ 를 選定하여야 한다. 切片의 側面에 作用하는 힘은 各 反復 過程마다 再計算되고 F_f 와 F_m 이 충분히 精確해질 때까지 계산은 되풀이 된다. 計算은 $f(x)$ 는 一定하게 두고 λ 를 變化시키면서 遂行된다. Spencer의 方法과 類似하게, λ 에 따른 F_f , F_m 의 變化를 그림 2.15에 나타내었다.

假定된 $f(x)$ 에 대한 安全率은 $F_f = F_m$ 인 값으로 한다. $f(x)$ 를 다른 것으로 假定하고 같은 計算을 수행한다.

Morgenstern and Price 方法은 筆算은 不可能하며 컴퓨터 사용이 必需的이다. 또한 計算結果를 바르게 評價하여 解가 合當한지 判斷하는 것이 대단히 重要하다.

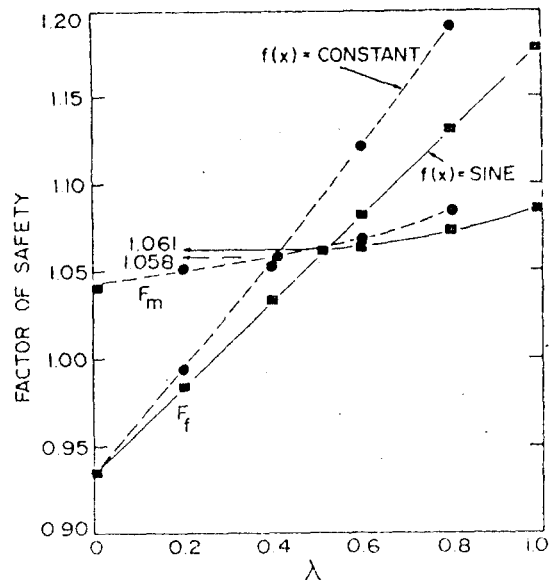


Fig. 2.15 Variation of the factor of safety with respect to moment and force equilibrium vs. λ for the Morgenstern-Price method. Soil properties: $c'/\gamma h = 0.02$; $\phi' = 40^\circ$; $r_u = 0.5$. Geometry: slope = 26.5° ; height = 100ft(30m).

安全率은 假定한 $f(x)$ 에 따라 달라지므로 單一值가 아니다. 그러나 $f(x)$ 에 따른 安全率의 變化는 크지 않다. 이 事實은 表 2.5에서 알 수 있다.

Table 2.5 Solution for simple 2:1 slope of height 12.0m(Fredlund and Krahn, 1977)

	F	λ
$f(x)=\text{constant}$	1.765	0.244
$f(x)=\text{sine}$	1.794	0.304
$f(x)=\text{clipped sine}$	1.779	0.417

$c'=29\text{KN/m}^2$; $\phi'=20^\circ$; $\nu=18.9\text{KN/m}^3$; $r_u=0.25$

컴퓨터에서 內力의 分布, λ , 作用線의 位置, 底面의 垂直力과 剪斷力을 모두 알아낼 수 있다는 것은 대단히 중요한 사실이다. 有効應力의

作用線을 알 수 있기 때문에 解의 適合性을 判別할 수 있는 것이다. 즉 作用線이 滑動上體 밖으로 나가면 그 解는 不適當한 것으로 判定한다 (Whitman and Bailey, 1967). 또한 剪斷應力이 強度보다 커져도 그 解는 正答이 아니다 (Whitman and Bailey, 1967).

限界平衡方法에서 구한 解의 適合性을 判斷하는 規準은 다음과 같다(Morgenstern and Price, 1965; Whitman and Bailey, 1967).

a. 切片間 境界面의 有効應力이 引張으로 되지 않을 것.

b. 切片間 境界面에서 破壞規準에 違背되는 現象이 일어나지 않을 것.

Hamel(1968)은 Morgenstern and Price 方法의 適合性을 判定하는 基準으로 表 2.6을 發表

Table 2.6 Admissibility criteria for evaluating Morgenstern and Price solution for soil and rock slope stability problems, (after Hamel, 1968).

Soil slope problems

Criteria

1. The effective normal forces on the sides and bases of slices should be compressive.
2. The height of the point of application of each of the effective normal side forces should be between 0.25H and 0.65H, where H is the height of any interslice boundary.
3. The average friction angle required (or mobilised) on the sides of any slice (when cohesion is considered fully mobilised) should be less than 80% of the average available friction angle along that surface.

Rock slope problems

1. The effective normal forces on the sides and bases of slices should be compressive.
2. The height of the point of application of each effective side force should be between 0.15H and 0.75H where H is the height of any inter-slice boundary.
3. The average friction angle required or mobilised on the side of each slice (when cohesion is considered to be fully mobilised) should be equal to or less than the average available friction angle.

Notes: (1)The criteria for rock slope problems are somewhat less conservative than those for soil slope problems.

(2) The criteria may be modified at the discretion of the geotechnical engineering expert on the basis of experience.

(3) In general it is difficult to satisfy the criteria simultaneously for all slices. Therefore the criteria may be relaxed somewhat near the crest because theoretical and experimental investigations have shown that tensile stresses generally exist in the region.

(4) The criteria may also be relaxed for slopes which are failing progressively

(5) While different solutions (based on different side force assumptions) lead to different factors of safety, the difference is not significant if the above admissibility criteria are satisfied in each solution. The difference in F seldom exceeds 0.05 for soil slopes or 0.08 for rock slopes.

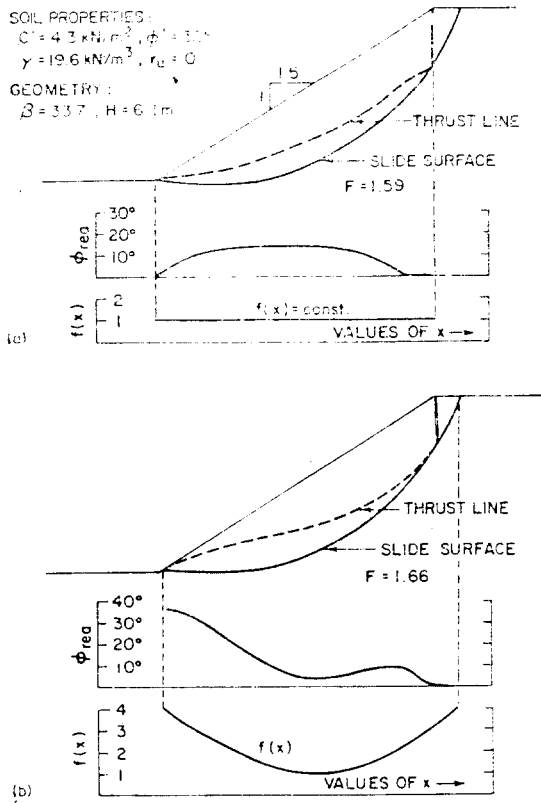


Fig. 2.16 Variation of thrust line position with distribution $f(x)$ of the interslice force inclination (Whitman and Bailey, 1967)

하였는데 이는 實用上 대단히 便利하다.

이와 같이 解의 適合性を 判別하는 一例가 그림 2.16에 提示되어 있다.

첫째 그림 2.16(a)에서는 $f(x)=const$ 를 假定하고 있는데, 作用線은 滑動土體 內에만 있다. 또한 切片側面の 所要 剪斷抵抗角은 흙 自體의 內部摩擦角 ϕ' 보다 훨씬 작다. 所要剪斷抵抗角 ϕ_{req} 는 다음과 같이 된다.

$$\phi_{req} = \tan^{-1} \left(\frac{X - c'h}{E} \right)$$

安全率 $F=1.59$ 로 計算되었다. 위의 論義에서, 이 解는 適合條件을 滿足시키므로 正解로 볼 수 있다.

한편 그림 2.16(b)는 두 가지 適合條件을 모두 滿足시키지 못하고 있다. 즉 作用線은 斜面

先斷에서는 地表面에 接近해 있어 滑動面 가까운 곳에 引張應力이 생기는 것으로 解析하고 있다. 또한 斜面 天端部에서는 作用線이 滑動面에 너무 接近해 있다. 뿐만 아니라 先端 부근에서는 $\phi_{req} > \phi'$ 로 되어 있다. 安全率は $F=1.66$ 으로 計算되었다.

더 많은 $f(x)$ 를 假定하고 이 斜面을 解析한 結果 正解는 1.58~1.62 範圍에 있고 이 範圍 밖의 값은 결함이 있다고 結論을 내렸다.

(4) 限界平衡方法의 比較

特定한 問題에 대하여 여러 가지 斜面安定 解析方法으로 구한 安全率을 比較해 보는 것은 重要하다. 또한 各 方法이 內包하고 있는 假定的 差異點을 研究하는 것도 重要하다.

各 方法으로 구한 安全率 間에 얼마나 큰 差異가 있으나 하는 것은 主로 對象으로 한 問題의 類型에 따라 다르다. 어떤 問題에서는 간단한 斜面解析方法으로 구한 結果가 理論上보다 完全한 다른 方法으로 解析한 結果와 비슷하게 되고, 다른 경우에는 그 差異가 許容할 수 없을 정도로 크게 되는 일이 있다(Whitman and Bailey, 1967; Wright, 1975; Chowdhury, 1975).

各 方法에 의한 安全率을 比較할 때에는 各 方法으로 구한 最小安全率을 서로 比較하여야 한다. 따라서 各 方法에 따라 臨界滑動面이 서로 다르게 될 수 있다.

表 2.7은 Whitman and Bailey(1967)가 4가지의 相異한 類型의 問題를 Fellenius 方法, Bishop의 簡便法, Morgenstern and Price 方法으로 解析하고 그 安全率을 比較한 것이다.

斜面安定解析方法을 比較하는 다른 研究가 Duncan and Wright(1980)에 의하여 수행되었다. 이 研究에서는 特히 Janbu(1954b)가 定義한 無次元 媒介變數 λ_s 를 사용함으로써 變數의 數를 줄일 수 있었다. 즉

$$\lambda_s = \frac{\gamma H \tan \phi}{c} \quad (2.13)$$

를 導入하여 斜面安定解析에 關與하는 6個의 變數—斜面의 높이(H), 傾斜角(β), 強度定數(c , ϕ), 흙의 單位重量(γ) 및 間隙水壓(u)를 β, u, λ_s 등 3個로 감소시킬 수 있었다. 理論上 $\lambda_s < 1$, $\beta > 50^\circ$ 이면 底部破壞가, $\lambda_s > 2$ 이면 斜面先端破

Table 2.7 Comparison of factors of safety F obtained by different methods of slices

Examples	Value of F		
	O.M.S.	B.S.M.	M.P.M.
1. Homogeneous soil and no pore pressure	1.49	1.61	1.58~1.62
2. Long term stability of embankment on organic silt. Three different soils	1.09	1.33	1.24~1.26
3. Immediate stability of same embankment as in 2	0.66	0.7~0.82	0.73~0.78
4. Submerged slope of rockfill resting on inclined core of cohesive soil	1.14 1.84*	2.00	2.01~2.03

O.M.S.=Ordinary method of slices (also called Fellenius Method).

B.S.M.=Bishop Simplified Method.

M.P.M.=Morgenstern and Price Methon.

*The first value corresponds to use of total unit weight and pore pressure and the second to use of submerged unit weight. This points to a special difficulty of the ordinary method of slices in exceptional cases.

Note: The range of results in M.P.M. is based on choice of assumption concerning interslice forces. The two values for case 3 by B.S.M. were due to some difficulty in determining the shear force at the base of a slice near the toe. These difficulties in B.S.M. have been discussed by Whitman & Bailey (1967).

壤가 일어나며 λ_c 값이 클수록 滑動面의 깊이가 얕아지게 된다.

Duncan and Wright 는 본래 傾斜角의 變化가 1.5:1(水平:鉛直)에서 3.5:1 까지, r_u 의 값이 0에서 0.6 까지 변하는 여러 경우를 研究하였으나 表 2.8과 表 2.9는 그 가운데 傾斜角 3.5:1에 대해 r_u 가 각각 0과 0.6인 두 경우를 提示하고 있다. 여기서 r_u 는 Bishop(1954)의 間隙水壓比(Pore pressure ratio)로서 다음과 같이 定義된다.

$$r_u = \frac{u}{rh} \quad (2.14)$$

여기서 u =생각하는 點의 間隙水壓, r =흙의 全體單位重量, h =생각하는 點의 土被두께 이 表에서 c, ϕ, r, H 의 값은 Log spiral 方法에

의한 安全率이 1이 되도록 調整된 것이다. 그 理由는 Log spiral 方法은 切片法이 아니며, 이 方法은 모든 平衡條件을 滿足시키므로 各 方法을 比較하는데 便利한 基準이 될 수 있기 때문이다. Log spiral 方法은 安全率의 上限界(Upper bound)를 算定하는 것으로 알려져 있다.

Whitman and Bailey 그리고 Duncan and Wright의 研究結果에서 다음과 같은 事實을 알 수 있다.

① 모든 平衡條件은 滿足시키는 斜面安定解析法(Log spiral, Janbu, Spencer, Morgenstern and Price)으로 구한 安全率은 事實상 同一하다고 볼 수 있다. 이 方法들에 의한 安全率은 '正確한' 解와 約 ±5% 以內의 誤差 밖에 없으므로 實用上 이들을 正解라 생각해도 잘못은 없다.

Table 2.8 Minimum values of F for a 3.5 on 1 (horizontal on vertical) slope with $r_u=0$

Analysis procedure	λ_c					
	0	2	5	8	20	50
Log spiral	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Ordinary method of slices	1.00	0.94	0.94	0.95	0.96	0.98
Bishop's modified method	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Force equilibrium (Lowe and Karafiath's assumption)	1.09	1.02	1.01	1.00	1.00	1.00
Janbu's generalized procedure of slices	1.00	—	1.00	—	1.00	1.00
Spencer's procedure; also						
Morgenstern and Price's procedure with $f(x)=\text{constant}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Table 2.9 Minimum values of F for a 3.5 on 1 (horizontal on vertical) slope with $r_u=0.6$

Analysis procedure	$\lambda_{c\phi}$					
	0	2	5	8	20	50
Log spiral	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Ordinary method of slices	1.00	0.91	0.75	0.68	0.57	0.50
Bishop's modified method	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99
Force equilibrium (Lowe and Karafiath's assumption)	1.09	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00
Janbu's generalized procedure of slices	1.00	—	—	—	—	—
Spencer's procedure; also						
Morgenstern and Price's procedure with $f(x)=\text{constant}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

② Bishop의 簡便法은 비록 모멘트 平衡만 滿足시키지만 그 結果도 正解라고 볼 수 있다. 따라서 圓弧滑動面에 대해서는 더 복잡한 方法을 사용할 필요는 없다. 단 斜面先端部에서 滑動面の 傾斜가 대단히 急할 때에는 例外이다.

③ Fellenius 方法은 安全率을 過小評價한다. 全應力解析法($r_u=0$)의 경우 誤差는 實用上 許容範圍 內에 있지만, 有效應力解析法은 間隙水 壓比가 큰 경우 큰 誤差를 誘發한다. 表 2.9의

경우 이 不正確度는 50%나 되고, Whitman and Bailey(1967)는 이 誤差가 60%가 되는 例를 報告하였다.

따라서 Fellenius 方法은 全應力解析法에 適用하는 것은 좋으나 有效應力解析法에 適用하는 것은 不可하다.

④ $\phi=0$ 條件($r_u=0$)에서 圓弧滑動面에 對해 모멘트 平衡을 滿足시키는 方法은 모두 正解를 算定한다. 이 때 힘의 平衡이 滿足되는지 與否

Table 2.10 Comparison of factors of safety for example problem

(Reproduced from Fredlund and Krahn, 1977.)

Case no.	Example problem*	Ordinary method	Simplified Bishop method	Spencer's method			Janbu's simplified method	Janbu's rigorous method	Morgenstern-Price method $f(x)=\text{constant}$	
				F	θ	λ			F	λ
1	Simple 2:1 slope, 12m high, $\phi'=20^\circ$, $c'=28.75\text{kPa}$	1.928	2.080	2.073	14.81	0.237	2.041	2.008	2.076	0.254
2	Same as 1 with a thin, weak layer with $\phi'=10^\circ$, $c'=0$	1.288	1.377	1.373	10.49	0.185	1.448	1.432	1.378	0.159
3	Same as 1 except with $\gamma_u=0.25$	1.607	1.766	1.761	14.33	0.255	1.735	1.708	1.765	0.244
4	Same as 2 except with $\gamma_u=0.25$ for both materials	1.029	1.124	1.118	7.93	0.139	1.191	1.162	1.124	0.116
5	Same as 1 except with a piezometric line	1.693	1.834	1.830	13.87	0.247	1.827	1.776	1.833	0.234
6	Same as 2 except with a piezometric line for both materials	1.171	1.248	1.245	6.88	0.121	1.333	1.298	1.250	0.097

*Width of slice is 0.3m and the tolerance on the non-linear solutions is 0.001
 †The line of thrust is assumed at 0.333.

는 無關係하다. 따라서 圓弧滑動面에 대한 $\phi=0$ 解析法은 Fellenius, Bishop의 簡便法, Janbu의 GPS, Spencer, Morgenstern and Price 方法이 모두 同一한 安全率을 算定한다.

⑤ 힘의 平衡만을 滿足시키는 斜面安定解析法으로 얻어지는 安全率은 切片의 側面에 作用하는 힘의 傾斜角에 따라 銳敏하게 變한다.

Fredlund and Krahn(1977)은 그림 2.17 과 같은 斜面에 대하여 여러 가지 方法으로 斜面安定解析을 하고 그 結果를 比較하였다. 表 2.10 에는 그 結果가 提示되어 있다.

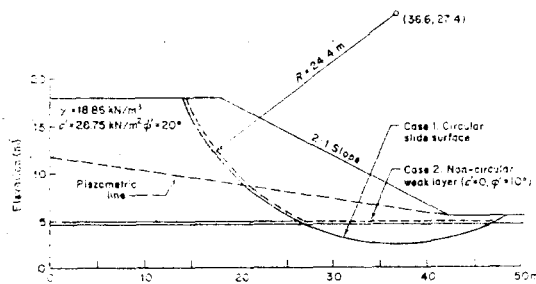
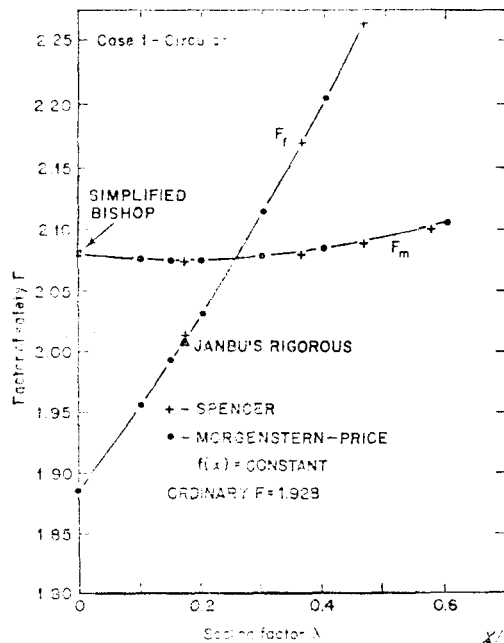


Fig 2.17 Example problem using circular and non-circular sliding surfaces. (Adapted from Fredlund and Krahn, 1979.)



切片의 側面力에 관한 假定과 安全率 사이의 銳敏性이 그림 2.18에 모멘트 平衡에 의한 安全率(F_m)과 힘의 平衡에 의한 安全率(F_f)別로 提示되어 있다. 이 그림에는 側面力の 函數 $f(x)$ 를 一定하게 두었을 때, λ 와 F_m 또는 F_f 사이의 關係가 圖示되어 있다.

이 그림에서 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

① 모멘트 平衡條件에서 얻어지는 安全率 F_m 은 切片의 側面力에 관한 假定에 鈍感하다. 이 예에서는 各 方法에 의한 F_m 의 差異는 0.4%에 不遇하다.

② 힘의 平衡條件에서 얻어지는 安全率 F_f 는 λ 에 대하여 대단히 銳敏하다. 따라서 힘의 平衡만을 考慮하는 斜面安定解析 方法은 모멘트의 平衡만을 考慮하는 方法보다 不正確한 結果를 算定한다고 생각할 수 있다.

③ Fredlund and Krahn은 滑動面이 圓弧가 아닌 경우에도 各 方法에 의한 安全率의 값은 큰 差異가 없음을 發表하였다.

④ 또한 安全率은 $f(x)$ 의 選擇에 鈍感하게 變하는 것으로 나타났다.

GLE 切片法의 正確度에 관한 研究는 이 方法의 歷史가 日淺하여 그렇게 많지 않다. Fredlund

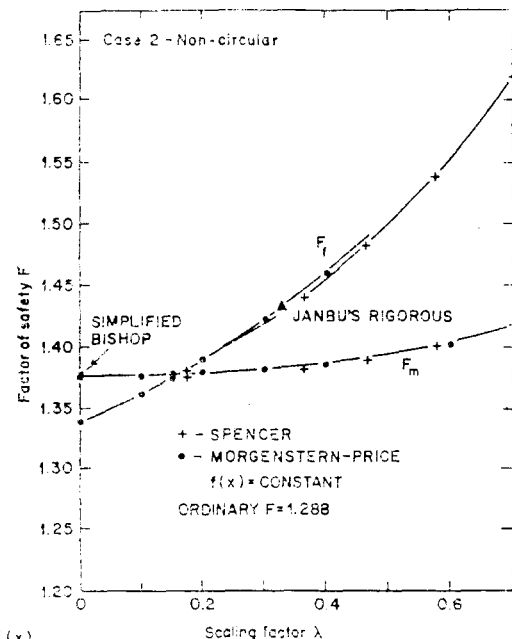


Fig 2.18 Influence of interslice forces on factors of safety. (Adapted from Fredlund and Krahn, 1977).

Table 2.11 Comparison of factors of safety and “ λ ” using the Morgenstern-Price method and the GLE method

Shape of Failure Surface	γ_u	Side Force Function	Morgenstern-Price Method		GLE Method	
			F^*	λ	F^*	λ
Circular	0.0	Constant	2.085	0.257	2.076	0.254
Circular	0.0	Half Sine	2.085	0.314	2.076	0.318
Circular	0.25	Constant	1.772	0.351	1.765	0.244
Circular	0.25	Half Sine	1.770	0.434	1.764	0.304
Composite	0.0	Constant	1.394	0.182	1.378	0.159
Composite	0.0	Half Sine	1.386	0.218	1.370	0.187
Composite	0.25	Constant	1.137	0.334	1.124	0.116
Composite	0.25	Half Sine	1.117	0.441	1.118	0.130

*The tolerance is 0.001

et al(1981)은 同一한 斜面을 GLE 切片法과 Morgenstern and Price 方法으로 解析하고 그 結果를 表 2.11 과 發表하였다.

Morgenstern and Price 方法과 GLE 切片法은 切片間 作用力에 관한 假定과 靜力學 方程式이 同一하다. 그러나 切片의 底面에 作用하는 垂直力 P 의 作用點에 약간 差異가 있게 된다. Morgenstern and Price 方法에서는 P 의 作用點이 切片의 中點에서 若干 편기하지만 GLE 方法에서는 中點이 된다.

表 2.11에서 알 수 있는 바와 같이 GLE 方法과 Morgenstern and Price 方法에 의한 安全率의 差異는 平均 0.01 以下로 無視할 수 있을 만큼 작다. λ 는 GLE 方法 쪽이 平均 0.1 程度 큰 데 이는 P 의 作用點 差異에 基因한다(Fredlund et al, 1981).

이 研究와 다른 研究의 結果로 부터도 GLE 方法은 Morgenstern-Price 方法과 거의 같은 安全率을 算定함을 알 수 있다.

앞에서 說明한 限界平衡方法에 依한 斜面安定解析方法(切片法)을 比較하여 表로 나타낸 것이 表 2.12이다. 이 表와 表 2.1 과 2.3을 함께 읽으면 各 方法에 관한 概要를 파악할 수 있을 것이다.

실제로 斜面安定解析의 正確도는 解析方法의 選擇보다는 正確한 土質定數와 間隙水壓의 選擇에 左右됨을 다시 한 번 注意해야 한다. 일단 土性定數와 間隙水壓, 그리고 滑動面의 形狀이 現場條件과 一致하도록 파악되었다면 解析方法

의 選擇은 二次的인 問題가 될 뿐이다.

(5) 限界平衡方法의 選擇과 使用에 관한 指針
Chowdhury(1978)는 限界平衡方法으로 斜面安定解析을 할 때, 앞에서 說明한 여러 方法中 어느 것을 選擇할 것이며 반드시 考慮해야 할 事項이 무엇인가에 관하여 다음과 같은 指針을 提示하였다.

① 事前 考慮事項

a. 可能性이 큰 滑動面의 形狀을 마음 속으로 그려 볼 것. 이를 위하여서는 現場의 地質學의 概要를 파악하는 것이 極히 중요하다. 特히 注意할 點은 중요한 不連續面, 既存의 滑動面, 成層, 不均質性, 引張龜裂 等の 存在를 確認하는 것이다. 均質한 흙 斜面이나 不連續面이 없는 軟弱한 岩石斜面에 대해서는 圓弧滑動面을 우선적으로 考慮한다. 흙 댐이나 堤防의 滑動面을 假想하기 위해서는 施工方法, 異質材料로 構成된 堤體의 區域配置, 基礎地盤의 特性 等を 考慮하여야 한다.

b. 既存의 滑動面이 存在할 때에는 最初滑動과 次後滑動을 區分하여 생각해야 한다. 既存의 滑動面에 對해서는 殘留強度만을 考慮하여야 한다.

c. 粘着力과 內部마찰각에 대한 安全率을 相對的으로 어떻게 볼 것인가를 결정해야 한다. $F_c = F_s$ 로 간주하는 것이 不適當할 때도 있다. 強度定數와 間隙水壓에 대한 信賴度를 調査하고 被壓地下水의 存在與否를 確認해야 한다.

d. 全應力解析法과 有效應力解析法中 어느 것

을擇할 것인지를決定할 것. 이 때 흙의種類, 短期安定解析인지 長期安定解析인지의 判斷, 正確한 間隙水壓의 추정이나 事前에 可能한지 與否, 間隙水壓의 現場計測與否等を 생각해 보아야 한다.

② 斜面安定解析方法의 選擇

a. 滑動面이 地表面과 平行한 平面인 均一 長大 斜面에 대해서는 無限斜面 安定解析方法이 상당히 正確하다.

b. 滑動面이 깊이가 얇은 均一 平面이며 地表面과 平行하지 않는 경우에 대해서는 Fellenius 方法이 簡便하고 正確度도 좋다(平面滑動面은 半徑이 無限大인 圓弧滑動面으로 생각할 수 있다).

c. 滑動面이 2個 또는 3個의 平面으로 이루어진 경우, 豫備解析 단계에서는 Fellenius 方法으로 正確度가 낮은 結果를 얻을 수 있고, Janbu의 簡便法을 사용하면 그 正確度를 向上시킬 수 있다. 臨界滑動面과 安全率을 보다 正確히 決定하기 위해서는 Wedge 혹은 Sliding Block 方法을 사용해야 한다.

컴퓨터 프로그램 사용이 可能하면 앞에서 紹介한 보다 理論的 方法으로 正確한 解를 얻을 수 있고 努力과 時間도 節約할 수 있다.

d. 圓弧滑動面인 경우 豫備解析段階에서는 安定圖表(Stability Chart)를 利用할 수 있다(安定圖表는 本 講座의 斜面設計 Manual 篇에 詳論될 예정이다). 豫備解析段階에서는 Fellenius 方法을 사용할 수도 있으나 滑動面의 깊이가 깊거나 間隙水壓이 큰 경우 不正確한 結果가 얻어진다.

보다 正確한 解析을 위해서는 Bishop의 簡便法을 사용한다. 컴퓨터 프로그램 이용이 可能하면 보다 理論的인 方法으로 斜面解析을 수행할 수 있다.

e. 滑動面이 任意的 形狀인 경우, 豫備解析段階에서는 Janbu의 簡便法을 사용한다. 보다 正確한 解를 얻기 위해서는 보다 理論的인 方法例를 들어 Janbu의 普遍法, Spencer의 方法, Morgenstern and Price 方法, Frelund and Krahn의 GLE 方法 등을 사용한다. 이 때 컴퓨터 프로그램 사용이 불가피하다. 結果에 대한 信賴性은 使用者가 check 하여야 한다.

f. 斜面先端部에서 滑動面의 傾斜가 急한 경

우에는 側面力의 分布를 銳敏하게 고려할 수 있는 方法을 선택해야 한다.

(6) 몇 가지 添言

3章에서 주어진 斜面의 주어진 滑動面에 대한 安全率을 算定하는 方法을 說明하였다. 그러나 斜面의 實際 破壞面은 事前에는 알 수 없으므로 最小安全率을 가지는 滑動面을 찾기 위해서는 試行錯誤를 거듭해야 한다.

圓弧滑動面을 使用할 때에는 滑動圓의 中心點을 決定하기 위한 網을 만드는 것이 便利하다. 各 格點에는 그 點을 中心으로 한 滑動面의 安全率 中 最小值를 記入한 다음 安全率의 等值線을 그려 絕對最小安全率이 생기는 이른바 臨界滑動面의 中心을 찾아낸다. 臨界滑動面은 가장 위험한 假想滑動面이며 이 滑動面에 對한 安全率을 그 斜面의 安全率이라 간주한다.

그림 2.19는 安全率 等值線의 한 예이다. 이 方法을 쓸 때에는 滑動圓의 半徑의 範圍를 미리 規定해 두어야 한다.

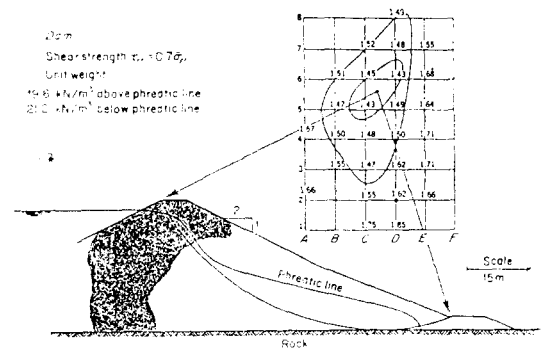


Fig 2.19 Contours of factor of safety. (From Lambe and Whitman, 1969.)

最近에는 均質 斜面에 대하여 滑動面을 Variational calculus 理論을 이용하여 決定하는 研究가 進行되고 있으나 實用化 段階에는 이르지 못하고 있다.

限界平衡方法은 數學的으로 精密한 解는 아니며 塑性理論에 依한 解와는 相異하다. 그러나 限界平衡方法으로 구한 解는 塑性理論에 依한 解와 놀랄만큼 一致하고 있다. 이러한 比較研究가 Chen(1975) 등에 의하여 進行되고 있다. 그러나 塑性理論을 모든 種類의 흙에 適用할 수는

Table 2.12 Features of different

Method	Failure Surface	Comments	Advantages
Infinite Slope	Plane	Failure is assumed to occur by sliding of a slab of soil on the plane slip surface which is parallel to the ground surface.	Simple, calculation method.
Sliding Block or Wedge Analysis	Two or more plane	Hand calculations with more than two blocks can become tedious. Graphical solutions possible in simple cases.	Suitable for hand calculation when 2 or 3 blocks are used.
Bishop Simplified	circular	Iterative procedure required for solution but convergence rapid. Useful for hand calculations. Suitable for both total and effective stress analyses.	Compare well with other more rigorous methods including FEM. Computer program readily available.
Janbu's Generalized Procedure of Slices	Any	Iterations made with successive sets of inter-slice forces till convergence reached. Computer desirable but not essential. Suitable for total and effective stress analyses of soil and rock slopes.	Realistic shear surfaces can be used.
Janbu's Simplified	Any	Use of correction factors necessary. No need to account for inter-slice forces. Suitable for total and effective stress analyses.	Can be easily handled by a Programmable calculator or by hand. Realistic shear surfaces can be used.
Spencer	Any	Assumes inter-slice forces to be parallel. The inclination of inter-slice force can be found for which $F_m = F_f$, and this is taken as F .	Accuracy acceptable. $F_m = F_f = F$.
Morgenstern and Price	Any	The most general and versatile approach for limit equilibrium analysis. Suitable for total and effective stress analysis	Considered more accurate than Janbu and Spencer. Computer programs readily available.
Fellenius	Circular	Adequate for total stress analyses but not always suitable for effective stress analyses. Effective normal stresses on the bases of some slices can become negative.	Calculation very simple. no iteration required.

slope stability methods.

Limitations	Reference	Computer Program	Recommendation
Failure surface assumptions always an approximation. Method may only be used for slip surfaces where the length to depth ratio is large and end effects can be neglected.	Lambe and Whitman (1969)		Suitable for long slopes, especially those with a thin layer of weathered soil over rock.
Does not consider the deformation of blocks. Result sensitive to the angle to the horizontal chosen for the interblock forces and the inclination of the surface between the blocks.	Lambe and Whitman (1969)	STABL BLOCK WEDGZD	Useful where there is a weak stratum within or below the slope and when the slope rests upon a very strong stratum. Very well-suited to rock slope problems.
Circular failure surface not always suitable for all slopes. Errors possible where portion of slip surface has steep negative slope near toe.	Bishop (1955)	STAB3 STABL SNOB BISHOP ICES LEASE-1 ICES SLOPE SLOPE	Useful where circular failure surface can be assumed. Well-suited to soil and soft rock slopes.
Necessary f_0 check acceptability of solution in terms of position of line of thrust, any implied tension or violation of failure criterion if solution to be regarded as rigorous.	Janbu (1972)	JANBU STABL SLOPE	Suitable for slip surfaces of arbitrary shape. Very well-suited to soil and rock slopes.
Published to factors are for homogeneous materials and can give large errors in slopes composed of more than one material. In these cases F is usually underestimated.	Hoek and Bray (1981)	SLOPE	Suitable for preliminary analysis of soil and rock slopes.
The inclination of the line of thrust near the crest may have to be flatter than elsewhere. Should be careful to select the position of thrust.	Spencer (1967)	SSTABI UTEXAS SLOPE	Specially devised in relation to embankment stability problem, but may be used for all types of problems.
No simplified method. Acceptability of solution must be checked as in Janbu method. Considerable experience and judgement required to use method reliably, to assume side force functions which lead to acceptable results and to interpret the results.	Morgenstern and Price (1965)	ICES SLOPE NON CIRCULAR- SLIP/1 MALE SLOPE MSLOPE	Suitable for slip surfaces of arbitrary shape and arbitrary boundary conditions. Very well-suited to soil and rock slopes.
Underestimates factor of safety. Errors (on the safe side) large for deep failure masses with high pore pressures.	Fellenius (1927)	SLOPE SNOB ICES LEASE-1 ICES SLOPE	Suitable for shallow, very long planar failure surfaces which are not parallel to the ground surface (A planar failure surface may be regarded as a circular one with infinite radius).

없으며 岩石斜面에의 適用價値는 疑心스럽다 (Chowdhury, 1978).

컴퓨터가 實用化되기 前까지는 限界平衡方法에 의한 斜面安定解析은 대단히 번거롭고 時間이 所要되는 作業이었다. 그러나 斜面安定解析 프로그램이 널리 보급되고, 이른바 安定圖表 (Stability chart)가 多數 發表된 現在에는 이러한 難點은 거의 除去되었다. 컴퓨터 프로그램과 安全圖表에 관하여서는 別途의 기회에 記述하기로 한다.

參 考 文 獻

- Bishop, A.W. (1955). 'The use of the slip circle in the stability analysis of slopes.' *Geotechnique*, 5, 7~17.
- Bromhead, E.N. (1986), *The stability of slopes*, Surrey University Press, London.
- Chen, W.F. (1975). *Limit Analysis and Soil Plasticity*. Elsevier, Amsterdam.
- Chowdhury, R.N. (1978), *Slope analysis*, Developments in Geotechnical Engineering. Vol. 22, Elsevier Scientific Publishing Co.
- Duncan, J.M., and Wright, S.G. (1980). 'The accuracy of equilibrium methods of slope stability analysis.' *Proc. Int. Symp. Landslides*, New Delhi.
- Fellenius, W. (1918). 'Kaj-och jordrasen i Göteborg'. *Teknisk Tidsskrift V.U.*, 48, 17~19.
- Fellenius, W. (1927). Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion (Adhäsion) und unter Annahme kreis-zylinderischer Gleitflächen. Ernst, Berlin.
- Fellenius, W. (1936). 'Calculation of stability of earth dams' *Trans. 2nd Int. Congr. Large Dams*, 4, 445.
- Fredlund, D.G., and Krahn, J. (1977). 'Comparison of slope stability methods of analysis.' *Can. Geotech. J.* 14, 429~439.
- Fredlund, D.G., Krahn, J., and Pufahl, D.E. (1981). 'The relation between limit equilibrium slope stability methods.' *Proc. Int. Conf. SMFE*, Stockholm, 3, 409-16.
- Graham, J. (1984), *Method of stability analysis*, ch.6, Soil Instability, ed. Brunson, D. and Prior, D.B., John Wiley & Sons Inc.
- Hamel, J.V. (1968), Morgenstern and Price method of slope stability analysis, Report by Dept. of Civil Eng., Univ. of Pittsburgh to U.S. Bureau of Mines.
- Janbu, N. (1954a). 'Application of composite slip surfaces for stability analysis.' *Eur. Conf. Stability Earth Slopes*, Stockholm, 3, 43-9.
- Janbu, N. (1954b). 'Stability analysis of slopes with dimensionless parameters.' *Harvard Soil Mechanics Series* No 46, 811pp.
- Janbu, N. (1957). 'Earth pressure and bearing capacity calculations by generalised procedure of slices' *Proc. 4th Int. Conf. SMFE*, London, 2, 207-12.
- Janbu, N., Bjerrum, L., and Kjaernsli, B. (1956). 'Veiledning ved løsnings av fundamenterings oppgaver' (in Norwegian with English summary: Soil mechanics applied to some engineering problems). *Norwegian Geotechnical Institute*, Publ. No. 16.
- Lambe, T.W., and Whitman, R.V. (1969). *Soil Mechanics*. Wiley, New York.
- Lowe, J., and Karafiath, L. (1960). 'Stability of earth dams upon drawdown.' *Proc. 1st Panamerican Conf. SMFE*, Mexico, 2, 537-52.
- Lupini, J.F., Skinner, A.E., and Vaughan, P.R. (1981). 'The drained residual strength of soils.' *Geotechnique*, 31, 181-213.
- Morgenstern, N.R. (1963). 'Stability charts for earth slopes during rapid drawdown.' *Geotechnique*, 13, 121-32.
- Morgenstern, N.R., and Price, V.E. (1965). 'The analysis of the stability of generalised slip surfaces.' *Geotechnique*, 15, 79-93.
- Nash, D. (1987), A comparative review of limit equilibrium methods of stability analysis, ch. 2, *slope stability* ed. Anderson, M.G. and Richards, K.S., John Wiley & Sons Inc.
- Skempton, A.W., and Delory, F.A. (1957). 'Stability of natural slopes in London clay.' *Proc. 4th Int. Conf. SMFE*, London, 2, 378-81.
- Spencer, E. (1967). 'A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces.' *Geotechnique*, 17, 11-26.
- Turnbull, W.J., and Hvorslev, M.L. (1967). 'Special problems in slope stability.' *ASCE, J. Soil Mech.*

- Fdn. Div.*, 93 (SM4), 499-528.
- US Army Corps of Engineers (1970). 'Engineering and design, stability of earth and rockfill dams.' *Dept. of the Army, Corps of Engineers, Engineer Manual EM1110-2-1902*.
- Whitman, R.V., and Bailey, W.A. (1967). 'Use of computers for slope stability analysis.' *ASCE, J. Soil. Mech. Fndtn Div.*, 93, (SM4), 475-487.
- Wright, S. (1969), A study of slope stability and the undrained shear strength of clay shales, Ph. D. Thesis, Univ. of Cal., Berkeley.
- Wright, S. (1975), Evaluation of slope stability analysis Procedures, Preprint 2616, ASCE, National Convention, Denver (Colorado).