

복합 하중하에서의 구조물 체계 신뢰도 해석

Approximate System Reliability Analysis Under Multiple Time Varying Loads

金 相 孝*
Kim, Sang Hyo

요 약

구조물이 대형화되고 복잡해짐에 따라 구조물의 체계신뢰도 평가는 매우 어려워지며 많은 계산량을 요구한다. 특히 작용하중들이 시간적 변화특성을 가지거나 구조물의 파괴모드가 여러가지인 경우는 더욱 복잡하다. 구조물에 작용하는 대부분의 하중들은 그 발생강도 뿐만 아니라 발생시기, 발생빈도등이 무작위특성을 가지므로, 이러한 시간적 변화특성을 합리적으로 반영하기 위해서는 종래의 확률변수 모형보다는 확률과정을 이용한 모형화가 바람직하다.

구조물 체계신뢰도의 근사해법으로 3계구간식 상한치를 이용한 점추정식 근사해가 제안되어졌다. 이 3계 점추정식 근사해는 현재 많이 사용되는 다른 근사해들과 비교할 때 적은 계산량의 증가에도 불구하고 정확도가 상당히 높으며 체계파괴확률 함수의 연속성이 보장된다. 상시하중과 함께 여러 일시하중이 작용할 때, 하중 조합효과를 보다 효과적으로 반영하기 위해 기존의 하중합치법을 보완하여 넓은 한계수준에서 정확도를 높였다.

Abstract

The evaluation of the system reliability is generally quite difficult and costly as the structure becomes large and complex, especially when it is subjected to multiple time varying loads, and for redundant structures which have many possible modes of failure, e.g., system collapse through the formation of plastic hinge mechanisms. In reality most loadings acting on the structures are random in intensity as well as in occurrence time and duration. To include the load variability in time, the loads are described in terms of stochastic processes.

Based on a tri-modal upper bound, a point estimate for the system reliability has been developed for more accuracy without extensive computational effort. This tri-modal point estimate also ensures the continuity of the system reliability function, which is a necessary condition in many nonlinear programming techniques. In addition, the Load Coincidence method, by which the combined effect of time varying loads are taken into account, has been modified to be suitable for cases with an always-on load.

* 정회원, 한국전설기술연구원 선임연구원, 공박

□ 이논문에 대한 토론은 1989년 3월31일까지 본학회에 보내주시면, 그결과를 1989년 9월호에 게재하겠습니다.

1. 서론

구조물은 일반적으로 여러 부재들의 상호작용에 의해 형성되어 있다. 따라서 구조물을 파괴상태로 진행시킬 수 있는 파괴모드(Failure mode)는 여러가지가 있을 수 있다. 예를 들면 R.C보에 있어서는 휨모멘트에 의한 파괴와 전단력에 의한 파괴가 있을 수 있으며, 라멘구조물에 있어서 소성붕괴(Collapse through plastic hinge mechanisms)를 고려할 때 여러가지의 다른 파괴모드가 존재한다. 그러므로 이러한 구조물의 신뢰도를 평가하기 위해서는 가능한 파괴모드를 모두 검토하여야 한다. 그러나 이러한 파괴모드들은 서로 독립적 사상이기 보다는 <그림1>에서와 같이 일반적으로 상호간에 부분적인 상관관계(partial correlation)를 가지고 있으므로, 모든 가능한 파괴모드들의 조합에 대한 파괴 발생확률을 구하여야 하며, 이것이 체계신뢰성 해석(System Reliability Analysis)이다. 즉 n개의 복합파괴모드에 대한 체계파괴확률(System Failure Probability)은

$$P_f = \text{Prob} \left[\bigcup_{i=1}^n E_i \right] \quad (\text{식 1})$$

여기에서 E_i 는 i번째 파괴모드가 발생하는 사상, $E_i = [g_i(\underline{X}) < 0]$, $g_i(\underline{X})$ 는 한계상태식이며 \underline{X} 는 확률변수들(X_1 부터 X_m)이다. 여기에서 사상들이 상호연관성을 가지고 있을 때, 이 체계파괴확률의 해는 다음과 같이 구해진다.

$$P_i = \int_{\bigcup_{i=1}^{m-1} E_i} \int f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \quad (\text{식 2})$$

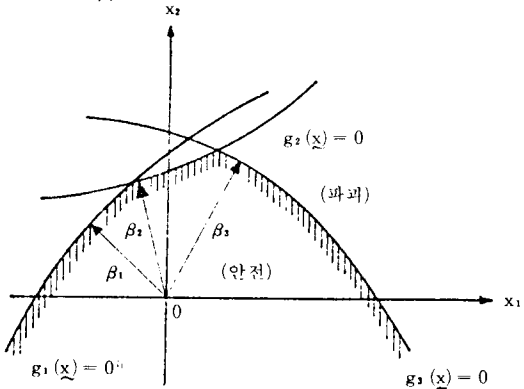


그림 1. 부분적 상관관계를 가지는 파괴모드

여기에서 $f_{\underline{X}}(\underline{x})$ 는 m차원 확률밀도함수(m-variate joint prob. density function)이며, 일반적으로 (식2)의 해석해(Analytical solution)가 존재하지 않는다. 따라서 (식2)의 해는 주로 수치해석법에 의한 적분을 통해서 구해지는데, 이러한 방법은 확률변수가 늘어남에 따라 거의 계산이 불가능해지며 수치해석상의 오차가 증가된다. Monte Carlo Simulation법에 의하여 (식2)의 해를 구할 수도 있으나, 많은 계산량이 요구되며 특히 체계 파괴확률이 적어질수록 필요한 계산량은 급증한다.

일반적으로 구조물에는 사용기간 동안에 각기 다른 특성을 가진 하중들이 복합적으로 작용한다. 그러나 대부분의 하중들은 그 발생강도 뿐만 아니라 발생시기, 발생빈도 등이 정확하게 예상되어 질 수 없으며, 또한 상시작용하지 않는 하중들도 때로는 동시에 작용하여 구조물에 심각한 재하상태를 주기도 한다. 구조물의 설계자나 사용자는 대상구조물의 예상사용기간 동안의 안전도 즉, 신뢰도를 평가하여야 하므로, 체계신뢰도 평가에 있어서 가능한 모든 재하조건 발생이 고려되어야 할 것이며, 특히 아주 낮은 구조 파괴확률을 요구하는 위험부담이 큰 중요한 구조물(원자력 발전소 등)에 있어서는 이것이 매우 중요하다.

본 연구에서는 복합적으로 작용하는 여러하중에 대한 구조물의 체계파괴확률을 구함에 있어, 전술한 바와 같은 시간적 변화특성을 지닌 하중들을 체계적으로 고려하며 체계파괴확률 계산시에 가장 문제가 되는 정확도와 계산량에 있어 종래의 방법들을 개선할 수 있는 효과적인 방법들은 제안하며, 그 실용성을 예제문제를 통하여 검토하였다.

2. 체계신뢰도의 상·하한식 계산법

(식1)과 같은 여러사상의 조합에 대한 발생확률은 다음과 같이 계산되어 질 수 있다.

$$P_f = P_i + \sum_{k=2}^n S_{M_k} \quad (\text{식 3})$$

여기에서 P_i 는 i-번째 사상(파괴모드)의 발생

확률이며, S_{M_k} 는 k -번째 파괴 모드에 의해 P_f 가 순수하게 증가되는 부분, 즉

$$S_{M_k} = \text{Prob}[(k\text{-th mode fails}) \cap (\text{all modes of } i < k \text{ survive})]$$

로 나타낼 수 있다. 그러나 k 가 늘어남에 따라 S_{M_k} 의 정확해는 계산이 복잡하고 어려워지며 따라서 근사해가 많이 사용된다. 근사해를 적용할 때 가능한 오차를 줄이기 위해 (식3)에서 파괴 모드를 $P_k \geq P_{k+1}$ 식으로 나열한다. 따라서 P_1 은 가장 발생가능성이 높은 파괴모드를 통한 구조물의 파괴확률이다. 예를 들어 <그림1>의 경우 신뢰성 지수 β 의 값이 가장 작은 β_1 에 대한 것이 P_1 이 된다.

(식3)에 대한 근사해로 가장 널리 사용되고 있는 것은 2계구간식(Bi-modal bounds)(1)으로 그의 상한치(Upper bound)는

$$P_f = P_1 + \sum_{k=2}^n S_{M_k} \tag{식4-1}$$

$$\leq P_1 + \sum_{k=2}^n \{P_k \cdot \max_{i < k} P(E_k E_i)\}$$

그의 하한치(Lower bound)는

$$P_f \geq P_1 + \sum_{k=2}^n \max \left[\left\{ P_k - \sum_{i=1}^{k-1} P(E_k E_i) \right\}; 0 \right] \tag{식4-2}$$

여기에서 $P(E_k E_i) = \text{Prob}[E_k \cap E_i]$ 이다. 이 2계구간식은 (식4)에서 알 수 있듯이 상관관계(correlation)를 가지는 여러 파괴모드들 중에서 특정한 두개 모드 사이의 교집합(Intersections)만을 고려하였다. 이 방법은 일반적으로 좋은 근사적 상·하한치를 준다. 그러나 구조물의 예상 파괴모드의 수가 많고, 각 파괴모드의 발생확률(P_i)이 비슷한 정도이며 파괴모드들 사이의 상관관계가 적당한 수준일 경우, 상·하한치의 구간폭이 넓어져 근사치로서의 정확도가 떨어지게 된다.

이러한 구간식 근사치는 보다 많은 파괴모드들 사이의 상관관계를 고려함에 따라 정확도가 향상된다. 따라서 세개의 파괴모드를 고려하는 3계구간식을 유도하면, 그의 상한치는

$$P_f \leq P_1 + \{P_2 - P(E_2 E_1)\}$$

$$+ \sum_{k=3}^n [P_k - P(E_k E_j) - \max_{\substack{i < k \\ i \neq j}} \{P(E_k E_i)\} - P(E_k E_j E_i)]$$

$$\leq P_1 + \{P_2 - P(E_2 E_1)\}$$

$$+ \sum_{k=3}^n [P_k - P(E_k E_j) - \{P(E_k E_i) - P(E_k E_j E_i)\}] \tag{식6}$$

여기에서 $P(E_k E_j E_i) = \text{Prob}[E_k \cap E_j \cap E_i]$ 이며, E_j 는 $i < k$ 에 대해 최대의 $P(E_k E_i)$ 를 가지는 파괴모드이고 E_i 은 두번째로 큰 $P(E_k E_i)$ 를 가지는 파괴모드이다. (식6)은 (식5)에 대한 근사적 상한치로써 계산량을 줄일 수 있다. 3계구간식의 하한치는

$$P_f \geq P_1 + \{P_2 - P(E_2 E_1)\}$$

$$+ \sum_{k=3}^n \max \left[\left\{ P_k - \sum_{i=1}^{k-1} [P(E_k E_i) - \max_{i < j} P(E_k E_j E_i)] \right\}; 0 \right] \tag{식7}$$

3. 복합하중을 받는 구조물의 파괴확률

일반적으로 구조물의 사용기간 동안 그에 작용하는 대부분의 하중들은 앞에서 언급했듯이 여러가지 시간적 변화특성(발생시기, 발생강도, 지속시간등)을 가지고 있기 때문에, 이러한 특성을 합리적으로 반영하기 위해서는 일반적으로 확률변수(Random variable)보다는 확률과정(Stochastic process)을 이용하여야 한다. 포아슨 확률과정(Poisson pulse process)은 여러가지 확률과정 모형들 가운데에서 가장 널리 사용되는 확률과정으로써, <그림2>와 같이 하중의 발생시간은 포아슨 확률과정의 각 점으로, 그의 발생빈도는 평균도착빈도 λ 에 의해 모형화 된다. 그리고 작용시간은 평균작용시간 μa 에 의해 모형화 된다. 따라서 <그림2-a>는 상시작용하중을, <그림2-b>는 일시 작용하중을 나타낸다. 각각의 발생에서의 하중의 크기는 정적하중(Static loads)의 경우에는 그 특성을 잘 나타내어 주는 확률변수에 의해 모형화되며, 동적하중(Dynamic loads)은 또다른 확률과정(예:Continuous Gaussian Process 등)에 의해 모형화 되어질 수 있다(<그림2-c>).

시간적 변화특성을 가진 하중들의 복합효과는

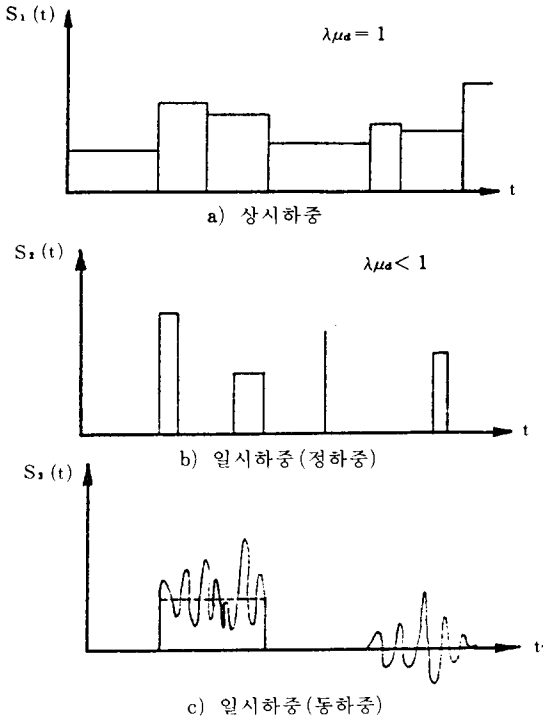


그림 2. 포아슨확률과정 모델

일반적으로 그 정확한 해석이 상당히 어렵다. 이를 위해 하중감소계수법(Load Reduction Factor Method), SRSS법(Square Root of Sum of Squares Law), Turkstra법, 수정 Turkstra법등이 종래에 사용되어 왔으나 그 사용한계성 및 오차가 많이 지적되어졌다(Wen, 1980). 일반적인 시간적 변화특성을 가진 하중들의 조합효과를 보다 합리적으로 고려할 수 있는 방법으로 하중합치법(Load Coincidence Method)이 제안되어져, 그의 우수한 정확도가 검증되어졌다(Wen; Pearce and Wen).

각각의 하중을 포아슨확률과정에 의해 모형화 하면, 그들의 복합효과에 대한 확률적 해석문제도 포아슨확률과정에 의해 해결된다. 즉, 복합효과가 사용기간동안 어떤 특정한 수준을 벗어날 확률에 대한 간편식은 다음과 같다.

$$P_f(t) \approx 1 - e^{-\alpha t} \quad (식8)$$

여기서 t 는 사용기간이고, α 는 평균이탈빈도(Mean crossing rate)이며 하중치법을 이용하여 다음과 같이 α 를 산정한다.

$$\alpha = \sum_{i=1}^n \kappa_i p_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \kappa_{ij} p_{ij} + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=j+1}^n \lambda_{ijk} p_{ijk} \quad (식9)$$

여기서

$$\kappa_i = \lambda_i - \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \lambda_{ijk}$$

$$\kappa_{ij} = \lambda_{ij} - \sum_{k=1}^n \lambda_{ijk}$$

$$\lambda_{ij} = \lambda_i \lambda_j (\mu_{ai} + \mu_{aj})$$

$$\lambda_{ijk} = \lambda_i \lambda_j \lambda_k (\mu_{ai} \mu_{ak} + \mu_{aj} \mu_{ak} + \mu_{ai} \mu_{aj})$$

p_i = i -번째 하중의 발생시 조건부 이탈확률

p_{ij} = i -번째 하중과 j -번째 하중의 합치시 조건부 이탈확률

k_i =다른 하중과의 합치가 없이 i -번째 하중이 발생할 평균빈도.

일반적인 구조물에는 고정하중 이외에도 상시하중(Sustained load)이 작용하는 경우가 있는데, 이때에는 (식9)가 다음과 같이 변형되어야 한다.

$$\alpha = \kappa_a p_a + \sum_{i=1}^n \kappa_{ia} p_{ia} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \kappa_{ija} p_{ija} + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=j+1}^n \kappa_{ijk} p_{ijk} \quad (식10)$$

여기에서

$$k_a = \lambda_a \exp\left[-\sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_a\right]$$

$$k_{ia} = k_i + \lambda_i \lambda_a \mu_{ai}$$

$$k_{ija} = k_{ij} + \lambda_{ij} \lambda_a \mu_{ai}$$

$$k_{ijk} = k_{ijk} + \lambda_{ijk} \lambda_a \mu_{ai}$$

$$\mu_{ai} = \frac{\mu_i \mu_j}{\mu_i + \mu_j}$$

$$\mu_{aijk} = \frac{\mu_i \mu_j \mu_k}{\mu_i \mu_j + \mu_j \mu_k + \mu_i \mu_k}$$

(식10)의 정확도를 검증하기 위해 Monte Carlo 법과 참고문헌5(Wen)에서 상시하중이 있는 경우를 위해 제안된 식(Eq.14)을 비교하였다(표1). <표1>에서 나타난 바와 같이 제안된 (식10)은 낮은 한계수준(Threshold level)에서 부터 높은 한계수준 까지 그 정확도가 높으며, 오차가 안전

표 1. 평균 이탈빈도 (Mean Crossing Rate Estimate)

a) Case 1

	확률분포	하중강도		평균발생빈도 (/yr.)	평균지속시간 (yr.)
		Mean	S.D.		
Load 1	Gamma	1.0	0.2	0.5	2.0
Load 2	Gamma	0.5	0.2	4	0.01

Threshold	Monte Carlo	(식10)	Eq. 14(참고문헌 5)
3.25	0	0.915×10^{-5}	0.910×10^{-5}
3.0	0.125×10^{-3}	0.936×10^{-4}	0.931×10^{-4}
2.75	0.917×10^{-3}	0.831×10^{-3}	0.825×10^{-3}
2.5	0.596×10^{-2}	0.636×10^{-2}	0.625×10^{-2}
2.25	0.383×10^{-1}	0.404×10^{-1}	0.372×10^{-1}
2.0	0.201	0.202	0.144
1.75	0.741	0.751	0.300
1.5	1.894	1.926	0.397

b) Case 2

	확률분포	하중강도		평균발생빈도 (/yr.)	평균지속시간 (yr.)
		Mean	S.D.		
Load 1	Gamma	1.0	0.5	2.0	0.5
Load 2	Gamma	0.5	0.2	2.0	0.1

Threshold	Monte Carlo	(식10)	Eq. 14(참고문헌 5)
4.5	0.200×10^{-3}	0.309×10^{-3}	0.247×10^{-3}
4.0	0.120×10^{-2}	0.153×10^{-2}	0.121×10^{-2}
3.75	0.350×10^{-2}	0.340×10^{-2}	0.269×10^{-2}
3.5	0.670×10^{-2}	0.744×10^{-2}	0.589×10^{-2}
3.25	0.129×10^{-1}	0.153×10^{-1}	0.120×10^{-1}
3.0	0.281×10^{-1}	0.322×10^{-1}	0.251×10^{-1}
2.75	0.566×10^{-1}	0.647×10^{-1}	0.496×10^{-1}
2.5	0.118	0.127	0.946×10^{-1}
2.0	0.415	0.435	0.287
1.5	1.156	1.190	0.619

측으로 발생하여 합리적인 방법으로 사료된다.

시간적 변화특성을 가지고 복합적으로 작용하는 하중들에 대한 신뢰도 평가를 위해서 하중합치법을 이용할 때, (식9)나 (식10)에서 보듯이 조건부 파괴확률(p_1 , p_{11} 등)을 계산하여야 한다. 즉 고려대상이 되는 하중들 중에서 특정한 하중들(하중조합)의 작용을 가정하고 그에 대한 구조물 신뢰도를 1절이나 2절에서 설명한 방법을 이용하여 계산한다.

4. 교집합 사상의 근사적 확률해

2절에서 언급한 상·하한식 근사치들의 계산에서 $P(E_1 E_2)$ 또는 $P(E_1 E_2 E_k)$ 등의 교집합 사상의 확률해가 계산되어야 하는데 이들은 일반적으로 많은 계산량을 요구하기 때문에 대부분 그들에 대한 근사치를 사용하고 있다. 따라서 본 연구에서는 기존의 근사치를 향상시킬 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 여기에서 모든 단일 사상에 대한 확률(P_i)들과 단일 사상들 사이의 상관관계가 구해지면, 모든 한계상태식은 독립표준정규분포 공간안에서 선형화 되었다고 가정한다. 2교집합 사상(Two Joint Events) $\dots P(E_1 E_2)$ 의 근사치로는 Ditlevsen 구간이 널리 사용되고 있다(1). 즉

$$\max [P(A); P(B)] \leq P(E_1 E_2) \leq P(A) + P(B) \quad (\text{식11})$$

여기에서

$$P(A) = \Phi(-\beta_A) \Phi(-\beta_B)$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_1) \Phi(-\beta_2)$$

$$\beta_A = (\beta_1 - \rho_{12} \beta_2) / \sqrt{1 - \rho_{12}^2}$$

$$\beta_B = (\beta_2 - \rho_{12} \beta_1) / \sqrt{1 - \rho_{12}^2}$$

$\Phi(-)$ = standard normal function

그러나 이구간은 $|\beta_1 - \beta_2|$ 가 작고(예, <0.3), 파괴모드간의 상관계수 ρ_{12} 가 클 때(예, <0.7), 그 폭이 매우 커지는데 이런 조건들은 일반적인 구조물 신뢰성해석에서 많이 나타나는 것들이다. 이러한 단점을 보완할 수 있는 점추정식 근사치가 $P(E_1 E_2)$ 의 특성과 비선형 회귀법을 이용하여 아래와 같이 제안되어졌다.

$$P(E_1 E_2) \approx \rho_{12}^{F_u} P_i \quad (\text{식12})$$

여기에서

$$P_i = \text{Prob} [E_i]$$

$$P_i \leq P_i$$

$$F_u = 0.75 \beta_i \left\{ 1 + \frac{0.20}{(1 - \rho_{12}^2)^{0.70}} \right\}$$

$$\left\{ 1 + 1.1 \beta_i^{0.10} \exp(-8 \beta_i - \beta_j) \right\}$$

(식12)의 실용성을 검증하기 위하여 2개 사상의 합집합에 대한 확률해를 (식11)과 (식12)를 이용하여 계산하였다. 즉

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 1 - P(\bar{E}_1 \bar{E}_2) \\
 &= 1 - \Phi_2(\beta_1, \beta_2; \rho_{12}) \quad (\text{식13}) \\
 &= P_1 + P_2 - P(E_1 E_2) \\
 &\approx P_1 + (1 - \rho_{12}^2) P_2
 \end{aligned}$$

여기에서 $\Phi_2(-)$ 는 2변수 정규분포함수(Binormal integral)이다. <그림3>은 (식13)에 대한 점추정식 근사치와 Ditlevsen 구간식을 정확한 해로 표준화 한 것으로 그 실용성을 잘 보여준다. 여기에서 (식12)는 Ditlevsen 구간식에 의해 상.하한치가 제한되어졌다.

3교집합 사상(Three Joint Events)··· 세개의 사상이 서로 상관관계를 가지고 있을 경우, 즉 $P(E_1 E_j E_k)$ 의 정확해의 산정은 특히 계산량이 많아 간단한 근사치의 사용이 요구되어진다. Ramachandran (4)은 다음과 같이, 확률적 독립성에 기초하여 $P(E_1 E_j E_k)$ 의 하한치를 유도하였다.

$$P(E_i E_j) > P_i P_j \quad \text{for } \rho_{ij} \geq 0 \quad (\text{식14})$$

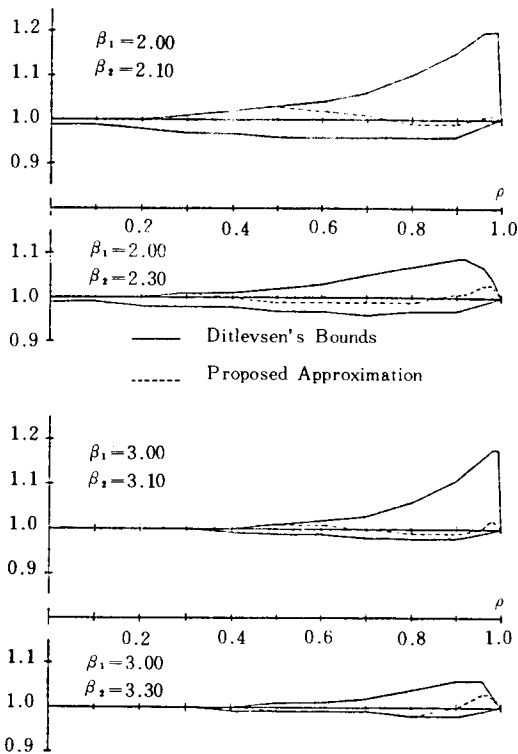


그림 3. Ditlevsen 구간식과 제안된 근사식(식12) $P(E_1 E_j E_k)$ 에 대하여 위의 관계를 적용하면

$$\begin{aligned}
 P(E_i E_j E_k) &= P(E_i E_j | E_k) P_k \\
 &= P[(E_i E_k) (E_j E_k)] P_k \\
 &\geq P(E_i E_k) P(E_j E_k) P_k \quad (\text{식15}) \\
 &= \frac{P(E_i E_k) P(E_j E_k)}{P_k}
 \end{aligned}$$

$(E_i | E_k)$ 와 (식14)에서 $(E_j | E_k)$ 가 요구되는 양의 상관계수의 조건을 만족하기 위해 필요한 조건은

$$\rho_{ij} \geq \rho_{ik} \rho_{jk}$$

여기에서 subscripts i, j 그리고 k는 서로 교환되어질 수 있다. 위의 (식15)는 일반적으로 파괴 모드들 사이의 상관관계가 높을 때 근사치로 사용되기는 너무 적은 값을 준다는 것을 알 수 있다. 따라서 아래와 같은 점 추정식 근사치가 유도되었다. 즉 (식6)의 $P(E_k E_j E_i)$ 에 대해

$$\begin{aligned}
 P(E_k E_j E_i) &= P(E_j | E_k E_i) P(E_k E_i) P(E_k E_i) \\
 &\approx \frac{1}{2} \{P(E_j | E_k) + P(E_j | E_i)\} P(E_k E_i) \quad (\text{식16})
 \end{aligned}$$

(식16)은 일반적으로 $P(E_k E_j E_i)$ 의 실제값보다 약간 작은 근사치를 주는 것으로 밝혀졌다. 따라서 (식15)가 (식16)에 대한 하한적 보정치로 채택되어질 수 있다. 즉

$$P(E_k E_j E_i) = \text{Max}\{(\text{식16}), (\text{식15})\} \quad (\text{식17})$$

(식16)과 (식15)의 합리성을 비교하기 위해 아래와 같이 참고문헌4에서 채택한 두가지 예제에 적용해 보았다.

Case1.

$$\begin{aligned}
 \beta_k &= 1.72; \beta_j = 1.39; \beta_i = 1.67 \\
 \rho_{kj} &= 0.80; \rho_{ki} = 0.75; \rho_{ji} = 0.32
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 \text{Ramachandran 하한치} &= 0.435 \times 10^{-2} \\
 (\text{식16}) &= 0.872 \times 10^{-2} \\
 P(E_k E_i E_j) &= 1.000 \times 10^{-2}
 \end{cases}$$

Case2.

$$\begin{aligned}
 \beta_k &= 2.99; \beta_j = 2.61; \beta_i = 2.38 \\
 \rho_{kj} &= 0.64; \rho_{ki} = 0.56; \rho_{ji} = 0.98
 \end{aligned}$$

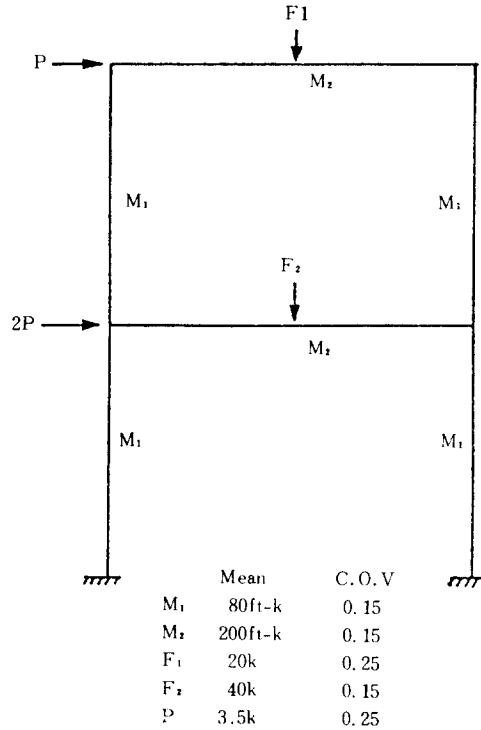
$$\begin{cases}
 \text{Ramachandran 하한치} &= 0.180 \times 10^{-3} \\
 (\text{식16}) &= 0.220 \times 10^{-3} \\
 P(E_k E_i E_j) &= 0.320 \times 10^{-3}
 \end{cases}$$

5. 점추정식 체계신뢰도

전술한 바와 같이 체계신뢰도의 정확해는 구조물이 복잡하여 질수록 그 계산이 비실용적이 되어, 일반적으로 정확해에 대한 상·하한치를 가지고 추정한다. 그러나 이러한 상·하한치도 실용적인 계산에서는 4절에서 언급한 근사해(Ditlevsen 구간 등)를 이용하게 되어 결과적인 구간이 더욱 넓어져 체계신뢰도의 근사해로써 바람직하지 않게 된다. 따라서 구간식이 아닌 점추정식 근사해가 바람직 하다고 할 수 있다.

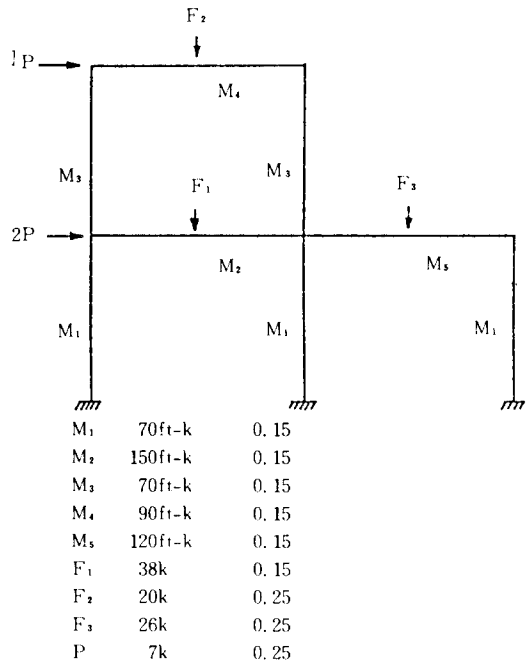
앞에서 제시한 (식17)은 3교집합 사상에 대해 실제값 보다 작은 근사해를 주고, 체계신뢰도에 대한 3계구간식 상한치(식5)는 정확해 보다 높은 결과를 주므로, 이들을 함께 사용하면 체계신뢰도에 대한 좋은 점추정식 근사해를 구할 수 있을 것이다. 이 점추정식 근사해의 정확성과 타당성을 검사해 보기 위해 참고문헌에서 인용된 구조물에 적용하여 다른 근사해들과 비교하였다. 따라서 여기에서는 작용하중이 시간적 변화특성을 가지는 복합하중이 아니고 일반 확률변수에 의해 모형화된 시간적 불변하중이다.

첫번째 구조물은 참고문헌2에서 인용한 것으로 1경간2층 프레임 구조 <그림4>이다. 이 구조물에서는 25개의 소성붕괴모드가 발생가능하나 계산상 중요한 8개의 모드만 고려하였다. 일반적으로 이 이상이 모드에 의한 파괴확률은 전체 체계신뢰도에서 무시될 수 있는 정도이다. 계산 결과로는 3계 점추정식 근사해(식6에 식12와 식17을 사용한 것)는 $P_f=2.68 \times 10^{-3}$ 이다. 참고로 3계구간식 상한치(식6)의 정확해는 $P_f=2.71 \times 10^{-3}$ 이며, 2계구간식의 정확해는 $2.61 \times 10^{-3} \leq P_f \leq 2.94 \times 10^{-3}$, Monte Carlo 근사해($n=160,000$)는 $P_f=2.50 \times 10^{-3}$ 이다. 여기에서 정확해란 $P(E_i E_j)$ 와 $P(E_i E_j E_k)$ 의 해를 수치해석으로 정확히 계산한 것을 말한다. 위의 결과로 부터 P_f 의 정확해의 존재구간이 $2.61 \times 10^{-3} \leq P_f \leq 2.71 \times 10^{-3}$ 이라는 것을 알 때 근사해 $P_f=2.68 \times 10^{-3}$ 은 매우 바람직한 결과이며, 일반적으로 많이 이용되는 근사해인 2계구간식 상한치와 비교하였을 때 근사해의 정확도가 매우 향상되었다고 할 수 있다.



* 모든 확률변수는 정규분포이다.

그림 4. 예제 1 (참고문헌 2)



* 모든 확률변수는 정규분포이다.

그림 5. 예제 2 (참고문헌 2)

두번째 구조물 <그림5>도 참고문헌 2에서 선택되어 앞의 예제와 같이 중요한 8개의 소성과 파괴모드를 이용하여 계산하였다. 여기에서는 3계 점추정식 근사해는 $P_f=0.112$ 이며, 3계구간식 상한치는 $P_f=0.116$, 2계구간식은 $0.087 \leq P_f \leq 0.122$ 이고 Monte Carlo 근사해($n=5,000$)는 $P_f=0.116$ 이다.

이 예제에 있어서는 2계구간식의 구간이 상대적으로 약간 넓으나, Monte Carlo 근사해로 부터 정확해가 상한치(0.122)에 가까이 존재할 것이라는 것을 알 수 있다. 따라서 이러한 예제들을 통해 본 연구에서 제안된 3계 점추정식 근사해의 실용성 및 정확성이 증명된다고 할 수 있다.

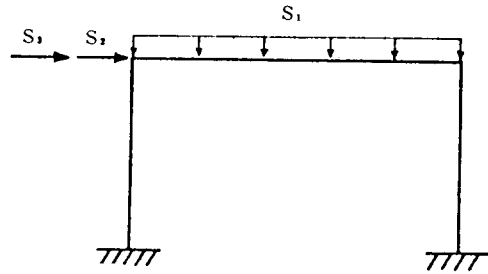
3계 점추정식 근사해를 이용하여 시간적 변화 특성을 가진 하중들의 작용을 받는 구조물에 대한 체계신뢰도는 이러한 목적으로 널리 사용되는 1경간 1층 프레임 구조(<그림6>)를 대상으로 검토하였다. 작용하중은 3가지의 다른 시간변화 하중들로써 <표2>에 정리되어 있다. 여기에서는 <그림6>에서 보듯이 10개의 소성 파괴모드를 고려하여 체계파괴확률을 산정하였다. 이용된 근사해법은 3계 점추정식 근사해는 물론 현재 널리 사용되는 구간식 근사해법(1계구간식, 2계구간식)과 점추정식 근사해(PNET(2)등)들이다.

표 2. 작용하중 및 소성휨 저항력

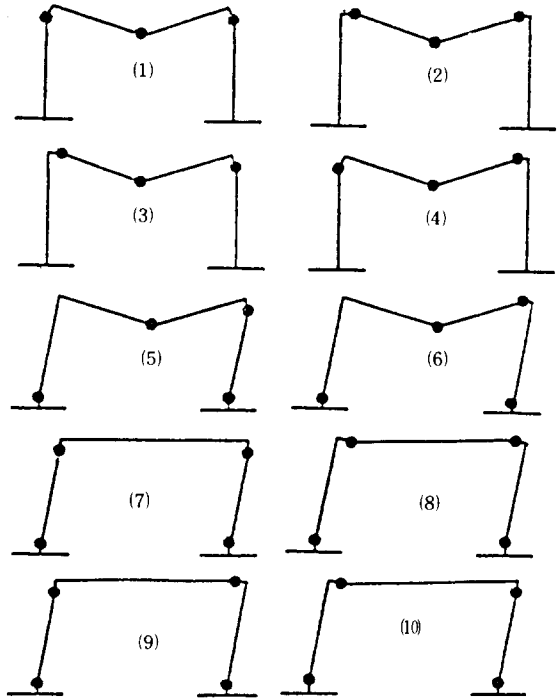
	c.o.v.	확률분포	평균발생빈도	평균지속시간
Resistance*	0.11	Lognormal	-	-
Gravity Load(S_1)	0.40	Normal	0.5	2.0
Wind Load(S_2)	1.10	Type-I	10.0	0.01
Earthquake Load(S_3)	1.38	Type-II	2.0	0.00001

* : Bias factor of 1.05 is used.

본 예제에서는 부재들의 소성 휨저항력 사이의 상관계수를 편의상 $\rho_{12}=\rho_{13}=\rho_{23}=0.0, 0.5$ 또는 1.0으로 가정하였다. 여기에서 '1'은 왼편기둥, '2'는 보, '3'은 오른편 기둥을 표시한다. <표3>에 정리된 결과로 부터 3계 점추정식 근사해가 일반적으로 좋은 결과를 준다는 것을 알 수 있다. 여기에서 참고할 것은 앞서 언급한 바와 같이 2계구간식 근사해의 구간이 부재간의 상관계수 $\rho=0.5$ 일 때 가장 커진다는 것과 이러한 부분적



a) 프레임구조와 작용하중



b) 소성파괴 모드

그림 6. 예제 3 (1경간 1층 프레임 구조)

상관관계(partial correlation)가 실제 구조물의 신뢰성 해석에서 일반적으로 채택되는 수준이라는 것이다. 여기에서 검토되어진 PNET 점추정식 근사해는 매우 간편한 근사해이기는 하나 한계상관계수(Demarcating correlation coefficient)의 선택에 따라 그 정확도의 변화가 예민하며, 또한 한계상관계수의 선택이 쉽지 않다는 단점을 가지고 있다.

6. 결론

시간적 변화특성을 가진 복합하중을 받는 구

표 3. 체계신뢰도 근사해의 비교

근 사 해		체계신뢰도 ($\times 10^{-2}$)			
		p=0.0	p=0.5	p=1.0	
상한치	1 계	0.6028	0.6849	0.7959	
	2 계	Ditlevsen	0.5171	0.5012	0.3438
		정확해 2	0.4646	0.4083	0.3235
점추정식	3 계	정확해	0.4254	0.3499	0.3189
		근사식 3	0.4181	0.3443	0.3168
	PNET 4	0.4629	0.2904	0.2837	
하한치	2 계	정확해	0.3827	0.2834	0.2842
		Ditlevsen	0.3644	0.2773	0.2838
	1 계	0.1906	0.2308	0.2837	

* P($E_i E_j$)의 계산을 위해, 1 : Ditlevsen 구간식,
 2 : $\Phi_2(-)$, 3 : (식12)를 각각 사용
 * 4 : 한계상관계수로 0.90을 사용
 * 표 2 에서 평균하중 $\{\mu\} = \{60\text{psf}, 4000\text{lb}, 500\text{lb}\}$

조물의 체계신뢰도의 계산은 일반적으로 매우 복잡하며 많은 계산량을 요구한다. 그러나 본 연구에서 제안된 여러가지 근사치들을 이용한 3계 점추정식 근사해는 채택된 예제를 통해 그 타당성이 증명되었으며 다음과 같이 결론을 정리할 수 있다.

- 1) 시간적 변화특성을 가진 복합하중의 효과는 하중합치법을 이용함으로써 효과적으로 반영될 수 있다.
- 2) 하중합치법에서 요구되는 각 하중조합에 대한 구조물의 체계신뢰도는 3계 점추정식 근사해를 이용하여 구할 수 있는데, 현재 많이 사용되는 다른 근사해들과 비교할 때 적은 계산량의

증가에도 불구하고 정확도가 상당히 높다.

3) 3계 점추정식 근사해는 기존의 다른 점추정식 근사해(예:PNET 근사해)와 비교할 때 체계과괴확률 함수의 연속성이 보장되어, 구조물의 체계신뢰도를 제한조건으로 하는 구조물 최적설계와 같은 비선형 프로그램 기법(Nonlinear Programming Technique)을 이용하는 분야에서 유용하게 사용되어질 수 있다.

참 고 문 헌

1. Ang A.H.-S. and Tang W.H., Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol.2, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1984.
2. Ma H-F. and Ang A.H.-S., "Reliability Analysis of Redundant Ductile Structural Systems", Structural Research Series No.494, UILU-ENG-81-2013, Civil Eng. Studies, Univ. of Illinois, Urbana, IL., 1981.
3. Pearce H.T. and Wen Y-K., "A Method for the Combination of Stochastic Time Varying Load Effects", Structural Research Series No. 507, UILU-ENG-83-2010, Civil Eng. Studies, Univ. of Illinois, Urbana, IL. June 1983.
4. Ramachandran K., "Bound for Trivariate Integrals in System Bound", Jour. Structural Eng., ASCE, Vol.112, No.4, Apr., 1986, pp.923-934.'
5. Wen Y-K., "Methods for Reliability of Structure under Multiple Time Varying Loads", Nuclear Eng. and Design, 60(1980), pp.61-71.

(접수일자 1988. 9. 16)