

# 高光度 放電燈의 交流 아아크 모델

論 文

2-3-2

## The AC Arc Model of the High-Intensity Discharge Lamps

池 哲 根\* · 金 燾\*\*

Chol-Kon Chee · Hoon Kim

### 요 약

본 논문에서는 고광도방전등의 전기적 특성을 해석하기 위한 아아크모델을 제시하였다.

방전관내에서 반경방향의 온도분포가 포물선형태로 변화하는 것으로 가정하고 방전관의 단위체적에서의 에너지평형식을 단면적에 대해 적분함으로써 단위길이당의 에너지평형식으로 변환하였다. 이 에너지평형식과 회로방정식, 그리고 오옴의 법칙을 이용하여 아아크의 전류와 전압의 1주기에서의 변화를 계산하여 좋은 결과를 얻었다. 또한 방전관의 축온도와 이에 따른 방사에너지의 값을 계산하는 간단한 방법을 제시하였다.

### Abstract

This study presents a arc model to analyze the electrical characteristics of the high intensity discharge lamps. Assuming the parabolic radial temperature profile, energy balance equation per unit volume of discharge tube is converted into the one per unit length by integrating it over the cross-section of the tube. Using this energy balance equation, together with the circuit equation and Ohm's law the arc voltage and current variation for 1 cycle of AC is calculated and a good result is obtained. Also a simple method to calculate the axis temperature of the discharge tube and the radiation output is presented.

## 1. 서 론

방전등과 안정기로 구성된 조명시스템의 연구와 이용을 위해서는 방전등의 전기적특성을 사전에 알아야 할 필요가 있으며, 이 특성은 기체중의 아아크방전에 관한 적당한 모델의 형태로 제시되는 것이 바람직하다. 특히 동일한 전기적 입력에 대하여 최대의 광속을 내도록 방전등내의 봉입물질의 양을 조절하거나 구조변경을 시도하는 경우, 그리고 방전등 내에서 일어나는 물리적 현상을 구명하

고 응용하려는 경우, 또 사용하려는 방전등의 특성과 최적결합되는 안정기를 개발하는 경우등에는 방전등의 내부에서 일어나는 제 현상과, 이에 따른 전기적 특성의 변화를 이론적으로 예측함으로써 실험의 횟수와 경비를 줄일 수 있게 된다.

교류전원으로 방전등을 동작시킬 경우, 방전등은 비선형, 시변화의 저항으로 볼 수 있으며, 이 저항의 순시치는 방전관의 기하학적 형태, 봉입된 물질의 종류와 양, 인가전압의 크기, 주파수 및 파형, 그리고 점등회로의 구성등 여러 변수들의 복합

\* 正會員 : 서울대工大 電氣工學科 教授 · 工博

\*\*正會員 : 江原대工大 電氣工學科 助教授 · 工博

적인 영향을 받아 결정된다.<sup>1), 2)</sup> 이러한 방전등의 저항특성을, 특정한 모델을 이용하여 수식적으로 표현하려는 시도가 계속되어 왔다. 이 시도들은 이론적 근거와 고찰방법에 따라 대략 4가지로 크게 구분할 수 있다.

첫째로, Francis의 공식에 의한 방법<sup>3-6)</sup>들은 경험과 직관에 의해 만들어진 전자밀도변화에 관한 미분방정식을 이용하여 간단하나, 이론적 근거가 없고 용도가 제한되는 결점을 갖고 있다.

둘째로, Lowke, Chalek 등에 의해 사용된 방법은<sup>7-11)</sup> 방전관 내에서 단위체적당의 에너지평형식을 이용하므로 이론적 근거와 정확한 고찰방법에서는 뛰어나지만, 실제로는 단위체적당의 방사에너지를 온도의 함수로 구하는 것이 힘들고, 방전등 특성의 계산이 대단히 복잡하여 바람직한 시뮬레이션으로 보기는 어렵다.

셋째로, Laskowski의 방법<sup>12)</sup> 방전관 내의 에너지 입력과 손실을 단순화된 식으로 변환시킨 뒤 이들을 결합하여 방전관 전체에 대한 에너지평형식을 구성하였다. 그러나 이 방법은 방전등 내부의 온도분포를 무시하였고, 모델식의 계수를 구하는 방법도 근거가 부족하다.

넷째로, Drop 등에 의해 사용된 입자밀도에 관한 연속방정식을 이용한 모델<sup>13-15)</sup> 매우 정교하고 원론적이나, 고압방전에서와 같이 아아크 내부에서 온도가 변화하는 경우에는 적용하기 힘들다.

본 논문에서는 위에서 언급된 여러 방법들의 장단점을 고려하여 비교적 쉬우면서도 이론적 근거가 명확한 고압도 방전등의 모델을 제시하였다. 즉 방전관 내의 단위체적당 에너지평형식을 방전관에서의 온도분포를 가정한 상태에서 단위길이당의 에너지평형식으로 변환시키고, 이를 이용하여 시뮬레이션을 행하였다. 이때 방전관에서의 자기흡수(self-absorption)현상으로 인해서 계산이나 측정이 어려운 방사에너지를, 간단한 실험과 계산으로 간명하게 구하는 방법을 개발하고 적용하였다.

## 2. 모델방정식의 구성

### 2.1 단위체적당의 에너지평형식

고압아아크방전을 모델화하기 위하여 그 특성을 근거로 몇가지 전제조건을 가정하면 다음과 같

다.

(1) 방전관 내에서 국부적인 열역학적평형(Local Thermodynamic Equilibrium)을 가정한다.<sup>1), 2)</sup>

(2) 수직점등된 아아크방전의 특성은 축방향으로 균등하고 관중심에 대하여 대칭이다.<sup>1)</sup>

(3) 방전관내의 반경방향 온도분포는 포물선형태이다.<sup>1), 6)</sup>

(4) 방전관 대의 가스압력은 모든 위치에서 같으며 시간에 따라 변화한다.<sup>8), 9)</sup>

(5) 방전관의 관벽온도는 항상 일정하다.<sup>1), 7-9)</sup>

(6) 방전관 내의 가스는 이상기체(Ideal Gas)이다.<sup>7-11)</sup>

이상의 전제조건과 아아크방전의 특성을 고려하여 구성된 단위체적당의 에너지 평형식은 다음과 같다.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha E^2 - U + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right] - \rho C_p \nu_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial t} \tag{1}$$

즉, 인가전압에 의하여 가스에 입력된 전기에너지는 방사와 전도, 그리고 관경방향의 대류에너지에 의해 소비되고, 봉입기체에 압력과 온도에 변화를 일으킨다.

이때 이상기체의 상태방정식에서 압력  $P$ 는

$$P = n_u k T = \rho \frac{R'}{M} T \tag{2}$$

로 표현되므로, 압력의 시간적 변화는

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{R'}{M} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{R'}{M} T \frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{3}$$

로 되며, 이 식에서 우변의 첫째항은 (1)식의 좌변항과 결합하여

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \rho \frac{R'}{M} \frac{\partial T}{\partial t} = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} \tag{4}$$

의 의미를 갖는다. (3)식의 우변 둘째항은, 성질이 축방향으로 균등한 아아크방전에서의 연속방정식(Continuity Equation)이

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \nu_r \rho) = 0 \tag{5}$$

로 되므로

$$\frac{R'T}{M} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{R'T}{M\tau} \frac{\partial}{\partial r}(r\nu_r \rho) \quad (6)$$

로 정리된다. 따라서 단위체적당의 에너지평형식은

$$\begin{aligned} \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} &= \sigma E^2 - U + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right] - PC\nu_r \frac{\partial T}{\partial r} \\ &+ \rho \frac{R'}{M} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{R'T}{M\tau} \frac{\partial}{\partial r}(r\nu_r \rho) \end{aligned} \quad (7)$$

로 된다.

## 2.2 단위길이당의 에너지평형식

앞에서 구한 단위체적당 에너지평형식을 이용하여 방전등의 특성을 구할 수 있으나, 시뮬레이션을 위한 계산시간이 매우 오래 걸리고 방사에너지 U를 구하기가 힘들다는 단점이 있다. 이러한 결점을 없애기 위해 위 (7)식을 방전관단면에 대하여 적분하여 단위길이당의 에너지평형식으로 변환하였다. 즉, (7)식의 양변에  $2\pi r$ 을 곱하고 r에 대해 적분하면

$$P_H = P_E - P_R + P_C - P_V + P_A - P_B \quad (8)$$

으로 되며 각 항은

$$P_H = \int_0^R \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} \cdot 2\pi r \, dr \quad (9)$$

$$P_E = \int_0^R \sigma E^2 \cdot 2\pi r \, dr \quad (10)$$

$$P_R = \int_0^R U \cdot 2\pi r \, dr \quad (11)$$

$$P_C = \int_0^R \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right] \cdot 2\pi r \, dr \quad (12)$$

$$P_V = \int_0^R \rho C_P \nu_r \frac{\partial T}{\partial r} \cdot 2\pi r \, dr \quad (13)$$

$$P_A = \int_0^R \rho \frac{R'}{M} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot 2\pi r \, dr \quad (14)$$

$$P_B = \int_0^R \frac{R'T}{M\tau} \frac{\partial}{\partial r}(r\nu_r \rho) \cdot 2\pi r \, dr \quad (15)$$

로 표현된다.

### 2.2.1 $P_H, P_E, P_C$ 의 계산

방전관 내의 반경방향 온도분포를 포물선형태로

가정하였으므로 관중심에서 거리 r인 온도 T는

$$T(r) = T_0 - (T_0 - T_w) \left[ \frac{r}{R} \right]^2 \quad (16)$$

으로 표현되고 시간에 대하여 미분하면 관벽온도  $T_w$ 는 시간에 무관하므로

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT_0}{dt} - \frac{dT_0}{dt} \cdot \frac{r^2}{R^2} \quad (17)$$

이며, 이 식을 (9)식에 대입하면

$$P_H = 2\pi \frac{dT_0}{dt} \int_0^R \rho C_P r \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right] dr \quad (18)$$

로 된다. 또한 (10)식에서 전계 E는 반경에 무관하므로

$$P_E = E^2 \int_0^R 2\pi r \sigma \, dr = E^2 G \quad (19)$$

로 된다. 전도에너지  $P_C$ 는 (16)식을 반경에 대하여 미분하면

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -(T_0 - T_w) \frac{2r}{R^2} \quad (20)$$

으로 되고 이를 (12)식에 대입하여

$$P_C = \frac{4\pi(T_w - T_0)}{R^2} \int_0^R \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r^2) \, dr$$

를 얻는다. 열전도율  $\lambda$ 가 온도 T의 다항식으로 표현된다면 결국 r의 다항식으로 표현되고, 따라서

$$\begin{aligned} P_C &= \frac{4\pi(T_w - T_0)}{R^2} \lambda^2 \Big|_0^R \\ &= -4\pi\lambda_w(T_0 - T_w) \end{aligned} \quad (21)$$

로 표시된다. (18), (19), (21)식에서 나타나는  $\rho, C_P, G, \lambda$ 는 3장에서 구한다.

### 2.2.2 $P_A, P_B, P_V$ 의 계산

방전관의 단위길이당 봉입된 가스의 무게  $m'$ 는

$$\begin{aligned} m' &= \int_0^R \rho \cdot 2\pi r \, dr \\ &= \int_0^R \frac{\rho M}{R'T} \cdot 2\pi r \, dr \\ &= \frac{2\pi M p}{R'} \int_0^R \frac{r}{T_0 - (T_0 - T_w) \frac{r^2}{R^2}} \, dr \end{aligned} \quad (22)$$

로 되고, 우변의 적분을 계산하면 방전관내의 가스 압력  $P$ 는

$$P = \frac{m'R'}{M\pi R^2} \frac{(T_o - T_w)}{\ln(T_o/T_w)} \quad (23)$$

으로 표현할 수 있다. 이를 시간에 대하여 미분하면

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{m'R'}{M\pi R^2} \frac{\ln(T_o/T_w) - 1 + T_w/T_o}{[\ln(T_o/T_w)]^2} \cdot \frac{dT_o}{dt} \quad (24)$$

로 되고, 결국

$$\begin{aligned} P_A - P_B &= \int_0^R \frac{\partial p}{\partial t} \cdot 2\pi r \, dr \\ &= \frac{m'R'}{M} \frac{\ln(T_o/T_w) - 1 + T_w/T_o}{[\ln(T_o/T_w)]^2} \cdot \frac{dT_o}{dt} \end{aligned} \quad (25)$$

식으로 정리될 수 있다.

또한  $P_A$ 는

$$\begin{aligned} P_A &= \int_0^R 2\pi r \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial t} \, dr \\ &= 2\pi p \frac{dT_o}{dt} \int_0^R \frac{r \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right]}{T_o - (T_o - T_w) \frac{r^2}{R^2}} \, dr \\ &= \pi R^2 p \frac{dT_o}{dt} \frac{1}{(T_o - T_w)} \left[ 1 - \frac{T_w \ln(T_o/T_w)}{(T_o - T_w)} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

이며 (23)식을 대입하면

$$P_A = \frac{m'R'}{M} \frac{dT_o}{dt} \left[ \frac{1}{\ln(T_o/T_w)} - \frac{T_w}{T_o - T_w} \right] \quad (27)$$

로 정리된다.  $P_B$ 는 (25)식과 (27)식을 이용하여

$$P_B = -\frac{m'R'}{M} \frac{dT_o}{dt} \left[ \frac{T_w}{T_o - T_w} + \frac{T_w/T_o - 1}{[\ln(T_o/T_w)]^2} \right] \quad (28)$$

로 된다.

$P_B$ 는 다음 방법으로 구할 수 있다. (15)식의  $P_B$ 를 부분적분하면

$$P_B = \frac{2\pi R'}{M} \left[ T \cdot r \nu_r \rho \Big|_0^R - \int_0^R \rho \nu_r \frac{\partial T}{\partial r} r \, dr \right]$$

으로 되고, 우변의 첫째항은  $r=R$ 에서  $\nu_r=0$ 이므로 0으로 된다. 따라서

$$P_B = -\int_0^R \rho \frac{R'}{M} \nu_r \frac{\partial T}{\partial r} \cdot 2\pi r \, dr \quad (29)$$

이 되며, 이 식과 (13)식을 비교하여보면  $P_B$ 와  $P_V$

는 부호가 반대이고 적분내에서  $R'/M$ 과  $C_p$ 의 차이가 있는 것을 알 수 있다.  $R'/M$ 는 상수이며 따라서 적분구간에서  $C_p$ 의 변화가 적다면  $P_B$ 와  $P_V$ 의 크기의 비를  $R'/MC_p$ 로 표현할 수 있다. 고광도 방전등의 경우 대부분의 작동온도범위에서  $C_p$ 가 일정하므로 이 관계가 성립되며<sup>7), 8)</sup> 따라서 (28)식을 이용하여  $P_V$ 는

$$P_V = m' C_p \frac{dT_o}{dt} \left[ \frac{T_w}{T_o - T_w} + \frac{T_w/T_o - 1}{[\ln(T_o/T_w)]^2} \right] \quad (30)$$

이다.

### 2.3 모델방정식

(8)식의 각 항은 (18), (19), (11), (21), (30), (27), (28)식에 정리되었으며 이 식들에 포함된 변수중  $\rho, C_p, G, P_R$  등을 물질함수라 하고 3장에서 구한다. 결국 이 식들은 모든 물질함수가  $T_o$ 의 함수이므로

$$\frac{dT_o}{dt} = f_2(T_o, I) \quad (31)$$

의 형태로 되어  $T_o$ 와 전류  $I$ 를 알면  $T_o$ 가 시간에 대하여 어떻게 변화할지 알 수 있게된다.

이 식과 함께 모델방정식으로 사용되는 식은 회로방정식과 오음의 법칙식이다.

그림 1과 같은 점등회로에서 회로 방정식은

$$\sqrt{2} V_s \sin \omega t = L \frac{dI}{dt} + R_L I + E_L \quad (32)$$

식으로 된다. 또한 오음의 법칙에서 아아크 전류와 전계의 관계는

$$\begin{aligned} I &= E \cdot G \\ &= E \int_0^R 2\pi R \sigma \, dr \end{aligned} \quad (33)$$

로 된다. (32)식을 다시 정리하면

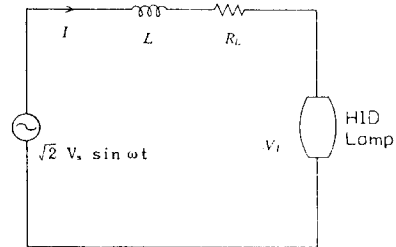


그림 1. 고광도 방전등의 점등회로  
Fig. 1. Operation Circuit of HID Lamp

$$\frac{dI}{dt} = (\sqrt{2}V, \sin \omega t - R_0 I - EI)/L \quad (34)$$

로 되어 (31)식과 함께 두개의 미분방정식을 만들고 고압도방전등의 전압, 전류 및 관중심 온도를 계산할 수 있게 된다.

### 3. 모델방정식내의 물질함수 계산

#### 3.1 G, ρ, C<sub>p</sub>의 계산

방전관의 단위길이당 콘덕턴스 G는

$$G = \int_0^R 2\pi r \sigma \, dr \quad (35)$$

로 표시되므로 도전률 σ의 값을 알아야 한다. σ를 구하는 방법으로는 Morris와 Walker의 계산방법을 이용하였다.<sup>17)</sup> 이때 방전관 내의 가스압력 P는 (23)식에서 m', R과 T<sub>0</sub>의 함수로 주어지고, 방전관 내의 임의 위치의 온도는 (16)식에서 T<sub>0</sub>와 R의 함수로 주어지므로 σ는 m', T<sub>0</sub>, R의 함수로 주어진다. 이렇게 계산된 σ의 값을 수치적분하여 G의 값을 계산할 수 있다.<sup>18)</sup> 그림 2에 고압수은방전의 경우 m' = 0.574 × 10<sup>-4</sup>, R = 6.25 × 10<sup>-3</sup>에서 T<sub>0</sub>가 4,500~8,000 K 사이로 변화할 때 G의 값을 도시하였다.

ρ와 C<sub>p</sub>는 (18)식의 P<sub>ir</sub>를 계산하는 적분내에 포함되고 있고 (30)식에도 C<sub>p</sub>가 포함되어 있다. 편의상 (18)식에서

$$A_{ir} = 2\pi \int_0^R \rho C_{pr} \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \, dr \quad (36)$$

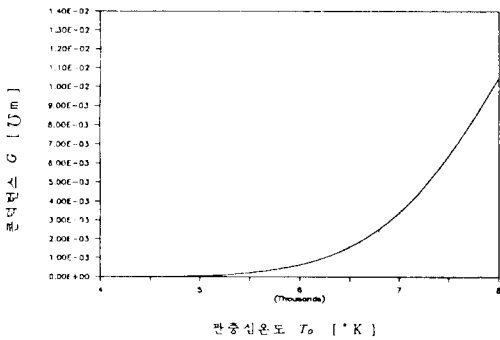


그림 2. 고압수은방전에서 T<sub>0</sub>의 변화에 따른 단위 길이당 콘덕턴스 G

Fig. 2. G. The conductance of unit length of high-pressure mercury discharge, as a function of T<sub>0</sub>

으로 놓으면 m', R, T<sub>0</sub>에 따라 A<sub>ir</sub>의 값을 구하여 두고 필요시 dT<sub>0</sub>/dt를 곱하여 P<sub>ir</sub>의 값을 계산할 수 있다.

(23)식에서 m', R, T<sub>0</sub>의 값이 주어지면 이 때의 P를 구할 수 있고 방전관내 임의위치의 ρ값은 (2)식과 (16)식을 이용하여 구할 수 있다. (2)식에서 n<sub>tot</sub>에는 원자, 이온, 전자의 밀도가 포함되나, 전자의 밀도는 원자의 밀도에 비하여 대단히 적으므로 n<sub>tot</sub>에 원자의 무게를 곱하여 ρ값을 계산할 수 있다. 또한 어떤 시스템의 정압비열 C<sub>p</sub>는

$$C_p = \left[ \frac{\partial H}{\partial T} \right]_p \quad (37)$$

로 표시되며 여기에서 H는

$$\bar{H} = \sum_{j=1}^n \frac{n_j}{n_{tot}} H_j \quad (38)$$

이다.<sup>19-21)</sup> 방전관에서 내부에 존재하는 입자는 원자, 이온, 전자이고, 전자의 엔탈피를 무시하면

$$H = \frac{1}{n_{tot}} (n_0 H_0 + n_i H_i) \quad (39)$$

로 되고, 이를 (37)식에 대입하면

$$C_p = \left[ \frac{\partial \left[ \frac{n_0}{n_{tot}} \right]}{\partial T} \right] H_0 + \frac{n_0}{n_{tot}} \left[ \frac{\partial H_0}{\partial T} \right] + \frac{\partial \left[ \frac{n_i}{n_{tot}} \right]}{\partial T} H_i + \frac{n_i}{n_{tot}} \left[ \frac{\partial H_i}{\partial T} \right] \quad (40)$$

이 성립된다. m', R, T<sub>0</sub>가 주어지면 (40)식에서 각 변수들의 값을 계산할 수 있고 H<sub>0</sub>와 H<sub>i</sub>의 값을 대입하여 C<sub>p</sub>를 알 수 있다.<sup>18, 21)</sup> 이에 의해 주어질 m',

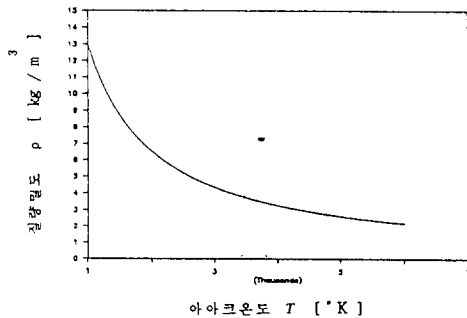


그림 3. 아아크온도 T에 따른 ρ의 변화

Fig. 3. Variation of ρ as a function of arc temperature T.

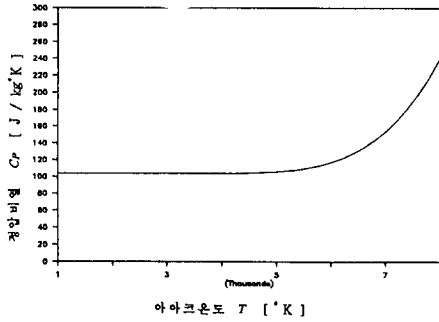


그림 4. 아아크온도  $T$ 에 따른  $C_p$ 의 변화  
Fig. 4. Variation of  $C_p$  as a function of arc temperature  $T$ .

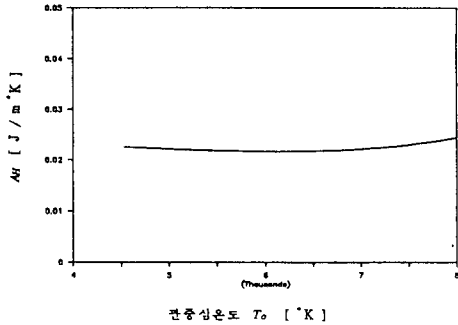


그림 5.  $T_0$ 에 따른  $A_H$ 의 변화  
Fig. 5. Variation of  $A_H$  as a function of  $T_0$ .

$T_0, R$ 에 따른  $A_H$ 의 값을 계산할 수 있다.  $m' = 0.574 \times 10^{-4}$ ,  $T_0 = 6,000\text{K}$ ,  $R = 625 \times 10^{-3}$  일때 고압수은방전의  $\rho$ 의 값을 그림 3에  $C_p$ 의 값을 그림 4에 도시하였다. 또한  $T_0$ 가 4,500~8,000K 사이에서 변화할 때 계산된  $A_H$ 의 값을 그림 5에 나타내었다.

### 3. 2 $P_R$ 의 계산

$P_C$ 의 값을 구하기 위해서는 관벽온도  $T_w$ 에서의 열전도율  $\lambda_{T_w}$ 의 값이 필요하다. 관벽온도는 방전의 종류에 따라 대략 일정하고, 열전도율은 압력에 따라 거의 변화하지 않으므로  $\lambda_{T_w}$ 는 봉입물질에 따라 일정한 값으로 볼 수 있다. 본 논문에서는 고압수은방전의 경우 관벽온도는  $1,000\text{K}$ ,  $\lambda_{T_w}$ 는  $1.5 \times 10^{-2} \text{W/m}^2\text{K}$ 로 보았다.

이상의 과정에서  $m', R, T_0$ 의 값이 주어지면 (8)식에서  $P_R$ 을 제외한 모든 항들의 값을 계산할 수 있다. 그러나  $P_R$ 의 값은 이론적인 유도나 실험적인

측정이 매우 어려우며, 그 이유를 요약하면 다음과 같다.

(1) 아아크에서 방사되는 공진선의 photon은 자기흡수(Self-Absorption) 된다. 따라서 공진선의 방사에너지는 단순한 온도의 함수가 아니고 온도 분포의 함수로 되어 이론적 계산이 대단히 어렵다.

(2) 방전관내 가스의 온도가 상승하여 온도방사가 일어나고 이는 다량의 연속스펙트럼 형태이며 적외선을 포함한다.

(3) 방사에너지는 방전관의 유리벽, 공기등에 의해 흡수되어 일부만이 측정장치에 도달하게 된다. 또한 유리벽도 다량의 적외선을 포함하므로 순수한 아아크의 방사에너지를 측정하기가 어렵다.

이러한 측면때문에 기존의 고압 아아크 방전에 대한 논문들에서는 적절한 가정을 도입하여 방사에너지의 계산을 단순화시키거나,<sup>8), 9)</sup> 시뮬레이션의 결과가 측정치와 일치하도록 단위체적당 방사에너지  $U$ 의 값을 재조절하는 방법<sup>7)</sup> 등을 사용하고 있다. 이러한 방법들은 단순화된 가정으로 인하여 범용성이 적거나 반복 계산때문에 계산시간이 오래 걸리는 단점들을 갖고 있다. 본 논문에서는 이러한 점들을 고려하여 다음과 같은 방법을 개발하여 이용하였다.

(8)식에서  $m', R, T_0$ 에 따른 각 항들의 값을  $P_R$ 을 제외하고 이론적으로 계산할 수 있으므로,  $m'$ 와  $R$ 이 주어진 방전등에서 교류 1주기동안의  $T_0$ 의 측정은 가능하나, 일반적으로  $T_0$ 의 평균치를 구하는데 그치며 입력전압의 한주기동안의  $T_0$ 의 변화를 알면  $R_R$ 을 계산할 수 있다.  $T_0$ 의 측정은 가능하나, 일반적으로  $T_0$ 의 평균치를 구하는데 그치며 입력전압의 한주기동안의  $T_0$ 의 변화를 구하기는 매우 어렵다.<sup>6), 16), 22)</sup> 교류 1주기중 방전관의 관전압과 관전류의 변화는 쉽게 측정되며, 이에따라  $G$ 의 값도 계산된다. 3.1절에서  $T_0$ 에 따른  $G$ 의 값을 계산하였으므로, 측정된  $G$ 의 값과 계산된  $G$ 의 값을 비교하면 주기중  $T_0$ 의 변화를 계산할 수 있다. 이렇게 구한  $T_0(t)$ 의 대표적 형태를 그림 6에 도시하였다. 이  $T_0$ 의 형태에서 전류가 0으로 되는(Zero-Crossing) 부분근처에서  $T_0$ 는 급격히 감소하는 형태로 되므로, 이 부분을 제외하고 전류의 최대치 부근에서의  $T_0$ 의 값을 (8)식에 대입하여  $P_R$ 을 계산한다. 이후의 과정은 다음과 같다.

- (1) 위에서 구하여진  $P_R$ 과  $T_0$ 의 변화를 이용하여  $P_R$ 을  $T_0$ 의 함수로 회귀한다.
- (2) 회귀된  $P_R$ 의 식과 (31)의 미분방정식을 이용하여  $T_0$ 의 변화를 다시 계산한다.
- (3) (8)식에서  $T_0$ 의 값을 이용해  $P_R$ 을 계산한다.
- (4) 위의 과정에서 구한  $P_R$ 의 값을 이용, (31)식

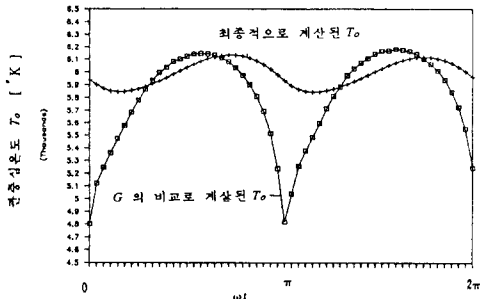


그림 6.  $T_0$ 의 시간적변화. 전류는  $wt=0, \pi, 2\pi$ 에서 0이다.

Fig. 6. Variation of  $T_0$  as a function of time. Current is zero at  $wt=0, \pi, 2\pi$ .

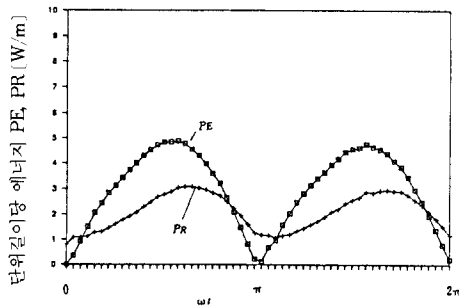


그림 7.  $P_E, P_R$ 의 시간적 변화

Fig. 7. Variation of  $P_E, P_R$  as a function of time

에서 다시  $T_0$ 를 구한다.

- (5)  $T_0$ 의 평균치가 수렴할 때까지 (3)과 (4)의 과정을 반복한다.

미분방정식의 해법으로는 Runger-Kutta법을 사용하였으며, 위의 방식으로 구하여진 전원주파수 60Hz에서의 일반적인  $T_0$ 의 변화를 그림 6에,  $P_R$ 의 변화를 그림 7에,  $P_R$ 과  $T_0$ 의 관계를 그림 8에 도시하였다. 그림 8에서 알 수 있듯이  $P_R$ 은  $T_0$ 의 1차식으로 잘 회귀된다.

#### 4. 모델방정식의 적용과 유용성 검증

2장에서 제시한 모델방정식과 3장의 물질함수 계산법을 이용하여, 4장에서는 단위길이당 봉입된 수은의 양이 다른 3개의 고압수은램프(L1, L2, L3)에서 인가전압의 주파수를 바꾸어가며 측정된 램프전압, 전류의 파형과 계산된 파형을 비교하였다. 또한 3.2절에서 사용한  $P_R$ 의 계산법이 범용성을

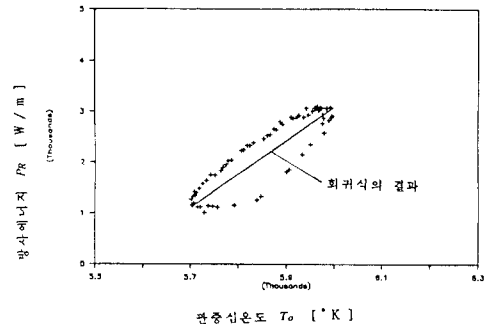


그림 8.  $T_0$ 의 함수로 표현된  $P_R$

Fig. 8.  $P_R$  as a function of  $T_0$ .

표 1. 실험에 사용된 고압 수은 램프의 수은량 및 전극간 거리

Table 1. Internal mercury weight and the electrode distance of the high-pressure mercury lamp used in experiment.

명 칭	수은량( $10^{-6}$ kg)	전극간 거리 ( $10^{-3}$ m)	$m'$ [kg/m]	$T_0=6,000$ K에서의 $p$ [ $N/m^2$ ]
L1	19.6	26.8	$6.58 \times 10^{-4}$	$6.20 \times 10^5$
L2	15.3	24.0	$5.74 \times 10^{-4}$	$5.41 \times 10^5$
L3	15.3	25.9	$5.32 \times 10^{-4}$	$5.01 \times 10^5$
L4	19.7	28.6	$6.20 \times 10^{-4}$	$5.84 \times 10^5$

갖고있는지 검증하기 위하여 L1~L3의 램프에서  $P_R$ 을  $T_0$ ,  $m'$ , 주파수  $f$ 의 함수로 회귀하고  $m'$ 만을 알고 있는 램프(L4)에서 이를 적용하여 전압, 전류 파형을 계산하고 측정치와 비교하였다.

### 4. 1 방전등과 점등회로

실험에 사용한 고압수은램프의 반경은 모두 6.25mm이며 봉입된 수은량과 전극간 거리는 표 1과 같다.  $m'$ 는 봉입된 수은 중 10%가 전극의 뒷쪽에 있다고 생각하여 계산한 값이다.<sup>7)</sup> 이 램프들의  $G$  값과  $A_H$ 의 값을 그림 9와 그림 10에 나타내었다.

그림 11은 점등회로이며 램프에 인가한 정현파 전압의 주파수를 60, 500, 2500, 4000Hz와 10kHz로 변동시키면서 각 램프의 전압 및 전류 파형의 순시치들을 스토리지스코우프로 측정하여 컴퓨터(IBM PC-XT)로 전송, 파일로 저장하였다.<sup>18), 23), 24)</sup>

이렇게 측정된 전압, 전류의 순시치를 이용하여 3. 2절에서 설명한 방법으로 L1~L3램프의  $P_R$ 을 구하고 이를

$$P_R = A \cdot T_0 + B \quad (41)$$

의 형태로 회귀하였다. 계수  $A$ ,  $B$ 는  $m'$ 와  $f$ 의 함수로 회귀되어

$$A = (-1.71 \times 10^{-10} f^4 + 2.55 \times 10^{-6} f^3 - 9.63 \times 10^{-3} f^2 + 2.22 \times 10^1 f + 1.84 \times 10^4) m' + (-9.65 \times 10^{-14} f^4 + 1.62 \times 10^{-9} f^3 - 7.74 \times 10^{-6} f^2 + 9.66 \times 10^{-3} f - 6.89) \quad (42)$$

$$B = (1.07 \times 10^{-6} f^4 + 1.59 \times 10^{-2} f^3 + 5.92 \times 10^1 f^2 - 1.36 \times 10^5 f - 1.06 \times 10^8) m' + (5.48 \times 10^{-10} f^4 - 9.26 \times 10^{-6} f^3 + 4.45 \times 10^{-2} f^2 - 5.42 \times 10^1 f + 4.12 \times 10^4) \quad (43)$$

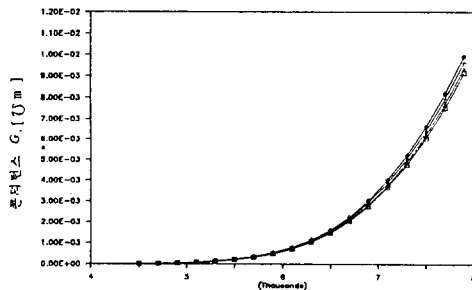


그림 9. L1~L4램프의  $T_0$ 에 따른  $G$   
Fig. 9.  $G$  of lamp L1~L4 as a function of  $T_0$ .

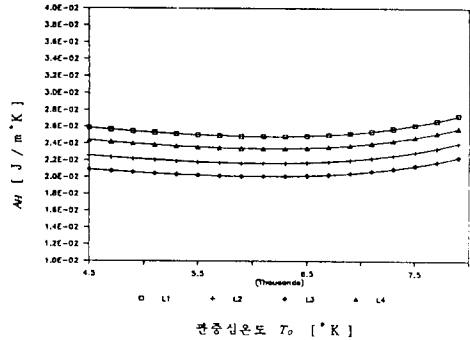


그림 10. L1~L4램프의  $T_0$ 에 따른  $A_H$ .  
Fig. 10.  $A_H$  of lamp L1~L4 as a function of  $T_0$ .

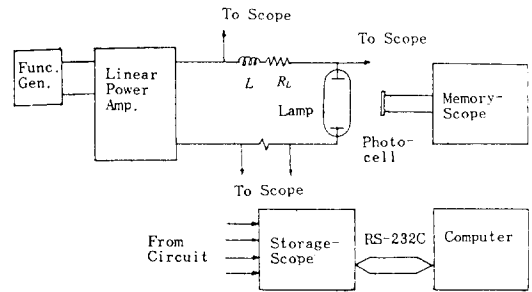


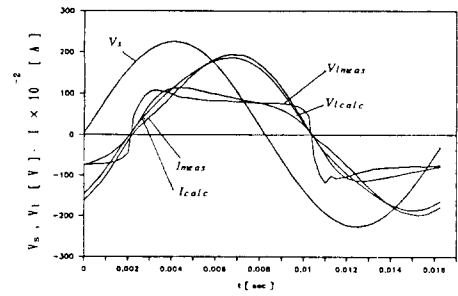
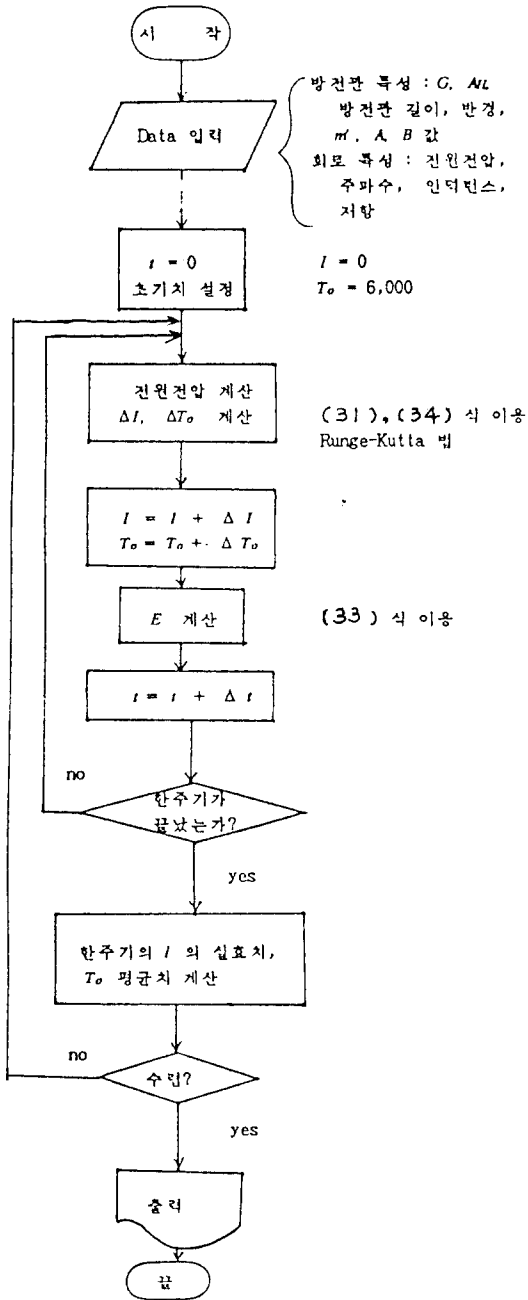
그림 11. 점등회로  
Fig. 11. Lamp Operation Circuit

으로 된다.

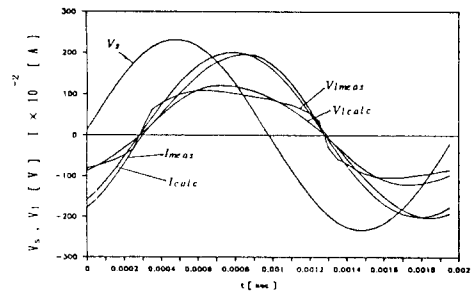
### 4. 2 모델방정식의 적용

모델방정식을 이용하여 램프의 전압과 전류를 계산하는 프로그램의 흐름도는 그림 12와 같다. 방전관의 제원과 이에 따른 물질함수들의 값을 입력 받은 뒤 1주기 동안의 전압, 전류치를 계산하고 그 실효치를 계산하여 실효치가 수렴될 때까지 1주기의 계산을 반복한다. 이 프로그램을 이용하여 L1~L3램프의 전압, 전류파형을 계산하였으며, 그중 L1램프의 파형을 그림 13에 나타내었다. L1~L3램프의  $V_f$ 과  $I_f$ 의 측정치에 대한 실효치의 오차는 각각 1.75%, 2.29%이다. 그림에서 알 수 500Hz 이상의 주파수에서는 파형도 매우 잘 일치하며 오차가 대단히 적다. 60Hz에서는 파형에 차이가 있으나 실효치의 오차는 3% 이내로, 모델이 정확하게 적용됨을 알 수 있다.

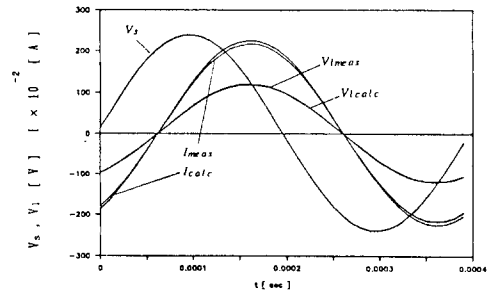




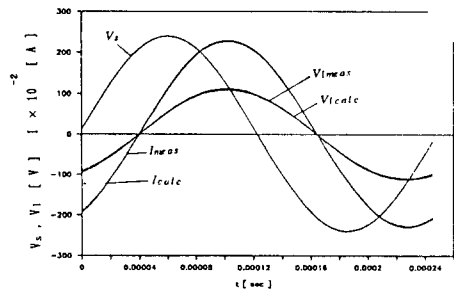
(13-a) 60 HZ



(13-b) 500 HZ

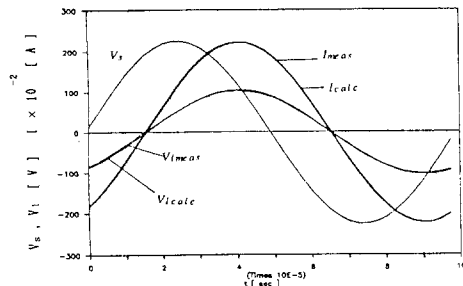


(13-c) 2500 HZ



(13-d) 4000 HZ

그림 12. 전압 전류를 계산하는 프로그램의 흐름도  
 Fig. 12. Flow chart of the program calculating the voltage and the current.



Lamp : L4 Frequency = 10000 Hz  
 V rms = 70.99 ( error = 3.86 % )  
 I rms = 1.534 ( error = 3.23 % )

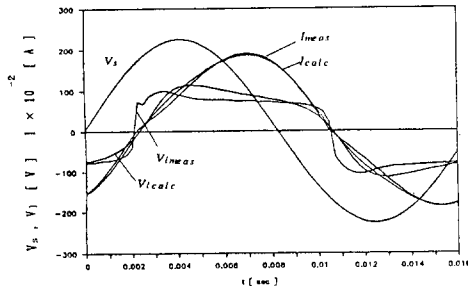
(13-e) 1000HZ

그림 13. L1램프  $V_i$ 과  $I_i$ 의 계산 및 측정파형 비교  
 Fig. 13. Comparison of the calculatd and the measured waveforms of  $V_i, I_i$  of Lamp L1.

이와 같이 전원주파수가 낮을 때 파형이 잘 일치하지 않는 것은 전류가 0으로 되는 부근에서는 실제로 아아크가 소멸되며, 이 때 국부적인 열역학적 평형이 성립되지 않기 때문으로 생각된다.

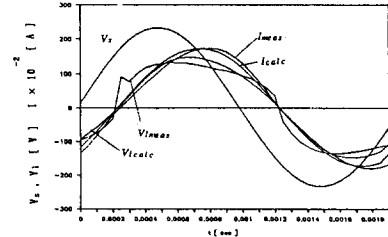
또한 3.2절의  $P_R$  계산이 범용성을 갖고 있는지 검증하기 위하여 L1~L3램프를 사용하여 계산한 (42), (43)식을 이용하여 L4램프의 전압, 전류 파형을 계산하고 그 결과를 그림 14에 도시하였다. 전압, 전류의 실효치의 오차는 평균 2.5%, 2.2%로 3%이내이며 500Hz 이상의 주파수에서는 파형도 잘 일치하였다.

결과적으로 본 논문의 모델방정식들과 물질함수 유도법들은 그 유용성과 범용성이 입증되며, 고광도방전등의 방전관 크기와 봉입물질의 종류 및 양을 알면 그 방전관의 전기적특성을 예측할 수 있다.



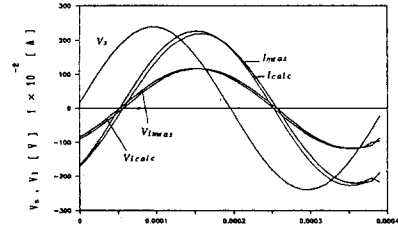
Lamp : L4 Frequency = 60 Hz  
 V rms = 83.59 ( error = 2.30 % )  
 I rms = 1.316 ( error = 2.19 % )

(14-a) 60HZ



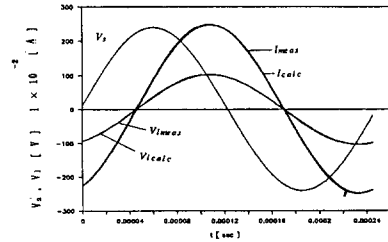
Lamp : L4 Frequency = 500 Hz  
 V rms = 88.75 ( error = 2.79 % )  
 I rms = 1.416 ( error = 2.29 % )

(14-b) 500HZ



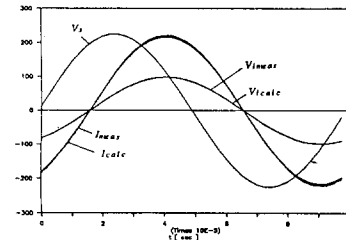
Lamp : L4 Frequency = 2500 Hz  
 V rms = 83.41 ( error = 1.29 % )  
 I rms = 1.616 ( error = 1.91 % )

(14-c) 2500HZ



Lamp : L4 Frequency = 4000 Hz  
 V rms = 73.11 ( error = 2.45 % )  
 I rms = 1.654 ( error = 1.43 % )

(14-d) 4000HZ



Lamp : L4 Frequency = 10000 Hz  
 V rms = 70.99 ( error = 3.86 % )  
 I rms = 1.534 ( error = 3.23 % )

(14-e) 10000HZ

그림 14. L4램프  $V_i$ 과  $I_i$ 의 계산 및 측정파형 비교.  
 (42), (43)식 이용

Fig. 14. Comparison of the calculated and the measured waveforms of  $V_i, I_i$  of lamp L4, using equation (42), (43).

## 5. 결 론

4장에서 얻은 결과로 미루어볼 때 본 논문에서 제시한 모델은 인가전압의 주파수 및 방전동 점동 회로의 변경에 따른 고압아아크방전의 특성변화를 예측하는데 유용하게 사용할 수 있을 것으로 생각된다. 또한 단위길이당 방사에너지를, 방전관내에 봉입된 수은의 양, 인가전압의 주파수 및 관중심온도의 함수로 유도하여 다른 램프에 적용할 수 있어서 방전관의 길이나 봉입물질의 양을 변동시켜도 별도의 실험이 필요없이 고광도방전등의 교류 특성을 예측할 수 있음을 보였다.

본 논문의 특징을 요약하면 다음과 같다.

(1) 방전관 내의 물리적 제한상을 고려한 에너지평형식을 모델방정식으로 사용하여 타당성과 범용성이 있다.

(2) 단위길이에 대한 에너지평형식을 사용하여 식이 간략화되고 계산시간도 1/10이상 단축된다.

(3) 물질합수들의 값이 온도와 방전등의 제원에 따라 계산되어 파악화되므로 사용이 편리하다.

(4) 방사에너지를 간단한 실험과 계산을 이용하여 온도의 함수로 구하였으며, 그 타당성과 유용성을 확인하였다.

앞으로는 저주파에서 파형의 불일치를 개선하고 광학적 특성변화까지 예측할 수 있도록 모델을 개조하여야 할 것이다. 또한 고주파에서 일어나는 음향공진의 예측과 인가전압의 파형변화에 대하여도 잘 적용되는지를 확인하는 것도 과제로 남아 있다.

### 기 호 설 명

- $A$  :  $P_R$ 을  $T_0$ 로 회귀한 1차항의 계수 [ $W/m^2K$ ]
- $B$  :  $P_R$ 을  $T_0$ 로 회귀한 상수항의 계수 [ $W/m^2$ ]
- $A_H$  :  $P_H$  표현식중의 적분 [ $J/m^2K$ ]
- $C_p$  : 정압 비열 [ $J/kg^{\circ}K$ ]
- $C_v$  : 정적 비열 [ $J/kg^{\circ}K$ ]
- $E$  : 양광주 전계 [ $V/m$ ]
- $f$  : 전원전압의 주파수 [Hz]
- $G$  : 방전관의 단위길이당 콘덕턴스 [ $\Omega m$ ]
- $H$  : 전체 입자의 평균 엔탈피 [ $J/kg$ ]
- $H_i$  : 이온의 엔탈피 [ $J/kg$ ]
- $H_0$  : 중성 원자의 엔탈피 [ $J/kg$ ]

- $I$  : 램프 전류 [A]
- $k$  : Boltzmann 상수 ( $=1.38 \times 10^{-23} J/molecule^{\circ}K$ )
- $L$  : 직렬 인덕턴스 [Henry]
- $l$  : 전극간 거리 [m]
- $M$  : 원자량 [kg/mole]
- $m'$  : 단위 길이당 봉입된 가스의 무게 [kg/m]
- $n_i$  : 이온의 밀도 [ $m^{-3}$ ]
- $n_0$  : 기저 상태에 있는 원자의 밀도 [ $m^{-3}$ ]
- $n_{tot}$  : 전체 입자의 밀도 [ $m^{-3}$ ]
- $p$  : 봉입 가스의 압력 [ $N/m^2$ ]
- $P_A$  : 온도변화에 의한 단위길이당 압력변화 에너지 [ $W/m$ ]
- $P_A'$  : 밀도변화에 의한 단위길이당 압력변화 에너지 [ $W/m$ ]
- $P_C$  : 단위 길이당 전도 에너지 [ $W/m$ ]
- $P_E$  : 단위 길이당 전기적입력 [ $W/m$ ]
- $P_H$  : 단위 길이당 봉입기체 내부열량 [ $W/m$ ]
- $P_R$  : 단위 길이당 방사에너지 [ $W/m$ ]
- $P_V$  : 단위 길이당 관경방향 대류에너지 [ $W/m$ ]
- $r$  : 반경방향 길이의 변수
- $R$  : 방전관의 반경 [m]
- $R'$  : 기체상수 ( $=8.31 J/mole^{\circ}K$ )
- $R_L$  : 저항 [ $\Omega$ ]
- $T$  : 입자 온도 [ $^{\circ}K$ ]
- $T_0$  : 방전관 중심의 온도 [ $^{\circ}K$ ]
- $T_w$  : 방전관 관벽의 온도 [ $^{\circ}K$ ]
- $t$  : 시간을 나타내는 변수 [sec]
- $U$  : 단위 체적당 방사 에너지 [ $W/m^3$ ]
- $v$  : 관경방향 대류속도 [m/sec]
- $V_s$  : 전원 전압의 실효치 [V]
- $\lambda$  : 열 전도율 [ $W/m^{\circ}K$ ]
- $\lambda_{rw}$  : 관벽 온도에서의 열 전도율 ( $=15 \times 10^{-2} W/m^{\circ}K$ )
- $\rho$  : 봉입 가스의 질량 밀도 [ $kg/m^3$ ]
- $\sigma$  : 봉입 가스의 도전율 [ $\Omega/m$ ]

### 참 고 문 헌

- 1) W. Elenbaas, "Light Sources", MacMillan, London, 1972, pp. 125-195.
- 2) J. F. Waymouth, "Electric Discharge Lamps," The M. I. T. Press, London, 1971.
- 3) S. C. Peek, D. E. Spencer, "A differential equa-

- tion for the fluorescent lamp," *Illuminating engineering*, April 1968, pp. 157-166.
- 4) K. Wani, "A simulation model for the Hg-Ar positive column applicable to the fluorescent lamp discharges," *J. Illum. Engng. Inst. Jpn.*, Vol. 71, No. 2, 1987, pp. 22-27.
  - 5) P. R. Herrick, "Mathematical model for high-intensity discharge lamps," *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. IA-16, No. 5, 1980, pp. 648-654.
  - 6) S. Ozaki, S. Katayama, and H. Bo, "Lamp model equations taking into account the radial temperature profile of arc plasma," *J. Illum. Engng. Inst. Jpn.*, Vol. 67, No. 2, 1983, pp. 49-54.
  - 7) J. J. Lowke, R. J. Zollweg, and R. W. Liebermann, "Theoretical description of ac arcs in mercury and argon," *J. Appl. Phys.*, Vol. 46, No. 2, 1975, pp. 650-660.
  - 8) C. L. Chalek, R. E. Kinsinger, "A theoretical investigation of the pulsed high-pressure sodium arc," *J. Appl. Phys.*, Vol. 52, No. 52, 1981, pp. 716-723.
  - 9) J. P. Dakin, T. H. Rautenberg, "Frequency dependence of the pulsed high-pressure sodium arc spectrum," *J. Appl. Phys.*, Vol. 56, No. 1, 1984, pp. 118-124.
  - 10) L. S. Frost, R. W. Liebermann, "Composition and transport properties of SF<sub>6</sub> and their use in a simplified enthalpy flow arc model," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 59, No. 4, 1971, pp. 474-485.
  - 11) R. O. Shaffner, "Theoretical properties of several metal halide arcs assuming LTE," *Proc. IEEE*, Vol. 59, No. 4, 1971, pp. 622-628.
  - 12) E. L. Laskowski, J. F. Donoghue, "A model of a mercury arc lamp's terminal V-I behavior," *IEEE Trans. on Industry Application*, Vol. IA-17, No. 4, 1981, pp. 419-426.
  - 13) P. C. Drop, J. Polman, "Calculations on the effect of supply frequency on the positive column of a low-pressure Hg-Ar AC discharge," *J. Phys. D : Appl. Phys.*, Vol. 5, 1972, pp. 562-568.
  - 14) S. Sawada, H. Tagashira, and Y. Sakai, "Boltzmann equation analysis of electron swarm parameters in Hg-Ar discharges: Effect of penning and cumulative ionization," *J. Illum. Engng. Inst. Jpn.*, Vol. 71, No. 2, 1987, pp. 138-144.
  - 15) A. J. Davies, "Computer model of gas discharges," *Proc. 15th conf. on phenomena in ionized gases*, Minsk, July 1981, 13-24.
  - 16) K. Bockasten, "Transformation of observed radiances into radial distribution of emission of a plasma," *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 51, No. 9, pp. 943-947.
  - 17) J. C. Morris, J. H. Walker, "Electron-neutral transport cross section of mercury," *J. Appl. Phys.*, Vol. 44, No. 10, 1973, pp. 4558-4561.
  - 18) 김 훈, "에너지 평형식을 이용한 고압도 방전 등의 교류특성 해석에 관한 연구," 서울대학교 공과대학 공학박사학위논문, 1988.
  - 19) M. J. Zucrow, J. D. Hoffman, "Gas Dynamics : Vol. II," John Wiley & Sons, New York, 1976, pp. 5-10.
  - 20) C. H. P. Lupis, "Chemical Thermodynamics of Materials," North-Holland, New York, 1983, pp. 98-104.
  - 21) D. R. Stull, H. Prophet, "JANAF Thermochemical Tables," 2nd ed, NSRDS-NBS 37, Washington, D. C., 1971, pp. 825-827.
  - 22) W. M. Keeffe, J. C. Morris, and W. Walter, "Semi-empirical model for the electrical conductivity of the scandium-sodium iodide arc lamp," *Journal of IES*, July 1978, pp. 249-254.
  - 23) 지 철근, 김 훈, "고압나트륨램프의 고주파 방전특성 연구," 전기학회논문지, Vol. 35, No. 11, 1986, pp. 495-502.
  - 24) 지 철근, 김 훈, 이 상우, "고압 수은방전의 교류아아크 모델에 관한 연구," 전기학회논문지, Vol. 36, No. 9, 1987, pp. 655-659.