

## 프로팅 플러그를 사용한 관재 인발가공에 관한 연구

최 재찬\*, 진 인태\*\*

### The Study on the Tube Drawing Process with a Floating Plug

Jae-Chan, Choi\*, In-Tai, Jin\*\*

**Key Words:** Floating Plug(프로팅플러그), Kinematically Admissible Velocity Field(동적가용속도장), Hodograph(호도그래프), Plug Transition Position Parameter(플러그 위치변수), Force Equilibrium Position(힘 평형위치), Upper Bound Solution(상계해법)

### ABSTRACT

The Upper Bound Solution has been used to investigate the effect of the various parameters on the floating-plug tube-drawing process. A kinematically admissible velocity field considering the change of the tube thickness is proposed for the deformation process.

Taking into account the position of the plug in the deforming region, shear energy at entrance and exit, friction energy on contact area, homogeneous energy are calculated.

The theoretical values in proposed velocity field are good agreement with experimental values. It is investigated that the tube thickness in the deforming region is changed slightly toward minimization of deforming energy and then the drawing stress is lower than the drawing stress in the velocity field that the tube thickness is uniform.

\* : 부산대학교 기계설계공학과

\*\* : 부산대학교 대학원

記 號 說 明

- $R_o$  = 시편의 초기 외경 (mm)  
 $R_i$  = 시편의 초기 내경 (mm)  
 $R_{os}$  = 시편의 최종 외경 (mm)  
 $R_{is}$  = 시편의 최종 내경 (mm)  
 $\alpha$  = 다이각 (deg)  
 $\beta$  = 프러그각 (deg)  
 $L_a$  = 다이랜드부의 길이 (mm)  
 $L_p$  = 프러그랜드부의 길이 (mm)  
 $m$  = 일정마찰상수 ( $0 \leq m \leq 1$ )  
 $\mu$  = 마찰계수  
 $X$  = 프러그 위치변수 (mm)  
 $\eta$  = 두께변화변수  
 $k$  = 전단항복응력 ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )  
 $\sigma_o$  = 인장항복응력 ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )  
 $N_s, N_w$  = 프러그면상의 작용력 (kg)  
 $T_t$  = 작용력 또는 인발력 (kg)  
 $V_i$  = 인발속도 (mm/sec)  
 $S_v$  = 관소재의 출구단면적 ( $\text{mm}^2$ )  
 $\sigma_{ij}^*$  = 동적가용응력 서 ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )  
 $\varepsilon_{ij}^*$  = 속도장을 만족하는 변형율텐서 ( $\text{mm}/\text{sec}$ )  
 $V$  = 변형체적  
 $V^*$  = 속도불연속의 크기 ( $\text{mm}/\text{sec}$ )  
 $S_d^*$  = 속도불연속면 ( $\text{mm}^2$ )  
 $S_F^*$  = 관소재의 입구단면적 ( $\text{mm}^2$ )

## 1. 서 론

관재를 인발가공할 때 관재의 내경을 조절하기 위하여 종래에는 고정된 프러그를 사용했으나 이 방법은 인발가공중에 금속의 유동을 강제로 시키기 때문에 인발응력의 과대로 인발가공 중의 파손의 원인이 되고 있다.<sup>1)</sup> 그리고 인발되어진 관의 두께에도 균일하지 못한 경향이 있어 인발제품의 변형을 유발시킬 수 있다.<sup>2)</sup> 그리고 고정프러그는 제한된 길이만을 인발할 수 있는

단점을 가지고 있다. 이러한 단점들을 해결하기 위해 유동프러그를 사용하게 되었다.<sup>3)</sup>

그러나 현재 프로팅프러그를 사용한 인발가공의 해석은 변형영역내에서의 두께의 변화를 고려하지 않은 것으로서 인발응력이 실험값보다 비교적 높게 나타나고 있다.<sup>4)</sup>

본 논문은 변형영역내에서의 두께의 변화를 고려하여 새로운 동적가용속도장을 가정하고 이에 따르는 상계하중을 실험값과 비교하였다. 특히 가공중의 프러그의 거동을 조사함으로써 관재 인발가공중의 재료의 유동특성을 조사하고 상계하중을 최소화하는 가공변수의 최적값을 고찰하였다.

## 2. 이론 해석

### 2. 1 상계이론

일반적인 상계이론식은 다음과 같다.

$$\int_{S_v} T_i \cdot V_i \cdot dS_i \leq \int_V \sigma_{ij}^* \cdot \varepsilon_{ij}^* \cdot dV + \int_{S_p} k \cdot [V^*] \cdot dS_p - \int_{S_F} T_i \cdot V_i^* \cdot dS_F \quad \dots(1)$$

여기서 인발속도  $V_i$ 는 연속 방정식을 만족하고 마찰은  $k$ 의  $m$ 배로서 일정한 마찰력으로 가정한다. 그리고 후방장력이 없는 경우로서 (1)식의 마지막 항이 고려되지 않는다.

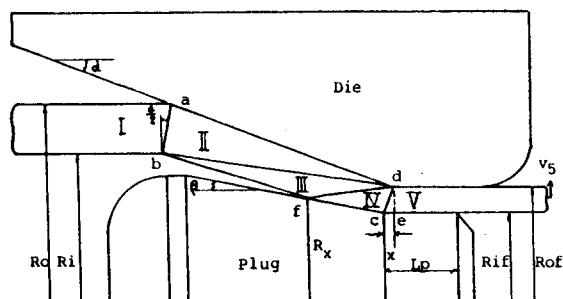


Fig. 1 Kinematically Admissible Velocity Field

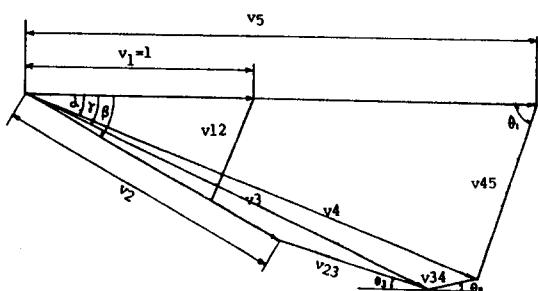


Fig. 2 Hodograph

## 2. 2 동적가용속도장

두께가 얇은 관의 축대칭 문제는 평면변형으로 가정할 수 있으며 두께변화를 고려하기 위하여 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 다섯개의 변형영역으로 나누어 생각할 수 있다. 이 다섯개의 변형영역은 네개의 속도 불연속면  $\bar{ab}$ ,  $\bar{bd}$ ,  $\bar{fd}$ ,  $\bar{cd}$ 에 의해 구분되어 진다.

각 영역의 속도와 각 속도 불연속면상의 속도분포는 Fig. 2와 같다. 초기관입속도와 최종 관출속도는 연속방정식으로 부터  $V_1 = 1$  일 때  $V_5 = (R_o^2 - R_i^2) / (R_o^2 - R_{i'}^2)$ 이 성립한다.

그리고 영역 [III]과 [IV]가 동시에 프리그와 만나는 점 f는 변형영역을 통과하는 동안에 두께의 변화와 여러 다른 변수에 영향을 받으므로 여기서는 인발전의 두께 즉  $(R_o - R_i)$ 의  $\eta$  배로 될 때 점f와 만난다고 가정하고 이 변수  $\eta$  값의 최적값은 인발응력을 최소화함으로써 구해진다.

Fig. 2의 호도그래프에서 각 영역의 속도는  $V_1 = 1$  일 때 다음과 같다.

$$V_4 = \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_1 + \beta)} \cdot V_5 \quad (2)$$

$$V_3 = V_4 \cdot \cos(\gamma - \beta) - \frac{V_4 \cdot \sin(\gamma - \beta)}{\tan(\theta_2 + \gamma)} \quad (3)$$

$$V_2 = V_3 \cdot \cos(\alpha - \gamma) - \frac{V_3 \cdot \sin(\alpha - \gamma)}{\tan(\alpha - \theta_3)} \quad (4)$$

속도불연속면상의 속도불연속의 크기는 각각 다음과 같다.

$$V_{45} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\theta_1 + \beta)} \cdot V_5 \quad (5)$$

$$V_{34} = \frac{\sin(\gamma - \beta)}{\sin(\theta_2 + \gamma)} \cdot V_4 \quad (6)$$

$$V_{23} = \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin(\alpha - \theta_3)} \cdot V_3 \quad (7)$$

$$V_{12} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha/2)} \cdot V_1 \quad (8)$$

## 2. 3 변형 영역내의 기하학적관계

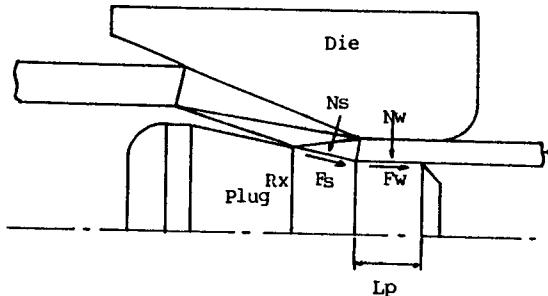


Fig. 3 Force Equilibrium on floating Plug

프로팅 프리그면상의 힘의 평형을 고려하면

$$N_s \cdot \sin \beta = \mu \cdot N_s \cdot \cos \beta + N_w \cdot \mu \quad (9)$$

여기서

$$N_s = \frac{\pi(R_x^2 - R_{i'}^2)}{\sin \beta} \cdot P_s, \quad N_w = 2\pi \cdot R_{i'} \cdot L_p \cdot P_w$$

이 고 (9)식에서  $R_x$ 을 구하면

$$R_x = \sqrt{\frac{2 \cdot P_w \cdot R_{i'} \cdot L_p \cdot \mu}{P_s(1 - \mu \cdot \cot \beta)} + R_{i'}^2} \quad (10)$$

이 된다.

$\mu$ 와  $m$ 의 관계는 근사적으로

$$m = \sqrt{3} \cdot \mu^\circ \text{ 고}$$

Bisk<sup>7)</sup>에 의하면  $P_w$ 와  $P_s$ 는  $P_w/P_s = 0.5$ 의 관계가 있고  $R_x$ 의 값을 다시 정리하면

$$R_x = \sqrt{\frac{m \cdot R_{\text{tot}} \cdot L_p}{\sqrt{3} - m \cot \beta}} + R_{\text{tot}}^2 \quad (11)$$

가 된다. 즉  $R_x = f(m, \beta, R_{\text{tot}}, L_p)$ 의 변수로 된다.

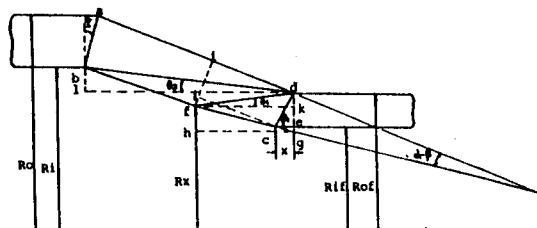


Fig. 4 Geographic Relation in Deforming region

Fig. 4의 기하학적 조건으로부터 프리그위치를 결정해주는 X는 다음과 같다.

$$X = \frac{\eta(R_o - R_i) - \sin \beta - (R_{\text{tot}} - R_{\text{tot}}) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} - (R_x - R_{\text{tot}}) \cdot \sin(\alpha - \beta) \quad (12)$$

## 2. 4 총소모에너지의 계산

### (1) 속도불연속면상에서의 전단에너지

$$E_{ab} = \frac{k \cdot \pi(R_o^2 - R_{\text{tot}}^2)}{\cos(\alpha/2)} \cdot V_{12} \quad (13)$$

$$E_{fa} = k \int_{R_x}^{R_{\text{tot}}} (2\pi R \cdot dR / \sin \theta_2) \cdot \frac{R_{\text{tot}}}{R} \cdot V_{34} \\ = \frac{2\pi k \cdot R_{\text{tot}} \cdot (R_{\text{tot}} - R_x)}{\sin(\theta_2)} \cdot V_{34} \quad (14)$$

$$E_{bd} = k \int_{R_{\text{tot}}}^{R_t} 2\pi R \cdot dR \cdot \operatorname{cosec}(\theta_3) \frac{R_t}{R} \cdot V_{23} \\ = \frac{2\pi k \cdot R_t \cdot (R_t - R_{\text{tot}})}{\sin(\theta_3)} \cdot V_{23} \quad (15)$$

$$E_{cd} = \frac{\pi \cdot k \cdot (R_{\text{tot}}^2 - R_{\text{tot}}^2)}{\sin(\theta_3)} \cdot V_{45} \quad (15)$$

### (2) 마찰면상에서의 마찰에너지

$$E_{ad} = mk \int_{R_{\text{tot}}}^{R_o} 2\pi R \cdot dR \cdot \operatorname{cosec} \alpha \cdot \frac{R_o}{R} \cdot V_2 \\ = \frac{2\pi m k \cdot R_o (R_o - R_{\text{tot}})}{\sin \alpha} \cdot V_2 \quad (16)$$

$$E_{fc} = mk \int_{R_{\text{tot}}}^{R_x} 2\pi R \cdot dR \cdot \operatorname{cosec} \beta \cdot \frac{R_{\text{tot}}}{R} \cdot V_4 \\ = \frac{2\pi m k \cdot R_{\text{tot}} \cdot (R_x - R_{\text{tot}})}{\sin \beta} \cdot V_4 \quad (17)$$

$$E_{dt} = 2\pi m k \cdot R_{\text{tot}} (L_p - X) \cdot V_5 \quad (18)$$

$$E_{pi} = 2\pi m k \cdot R_{\text{tot}} \cdot L_p \cdot V_5 \quad (19)$$

### (3) 균일변형에너지

$$E_{in} = 2k \cdot \ell_n \left( \frac{R_o + R_t}{R_{\text{tot}} + R_{\text{tot}}} \right) \quad (20)$$

### (4) 총소모에너지 및 인발응력

이상의 식(13)~(20)으로 부터 인발에 소모된 총에너지 E는 다음과 같다.

$$E = E_s + E_f + E_{in} \quad (21)$$

여기서  $E_s$ 는 전단에너지의 합이고  $E_f$ 는 마찰면상의 마찰에너지의 합이다. 그리고  $E_{in}$ 은 축대칭단면에서 원주방향의 압축에서 발생하는 균일변형에너지로서 총소모에너지는 각 에너지의 합이 된다.

식 (21)으로 부터 인발응력은 다음식으로 계산된다.

$$\sigma_a = \frac{E}{\pi(R_{\text{tot}}^2 - R_{\text{tot}}^2) \cdot V_5} \quad (22)$$

## 3. 실험 및 고찰

### 3. 1 실험장치 및 시편

실험은 인발속도가 0.9m/sec이고 10HP 전동

모타에 의해 구동되는 인발기에서 수행되었으며 인발기의 형태는 길이 10m의 테이블전면에 다이를 고정하고 시편을 인발체에 물려 체인에 의해 인장력이 전달되도록 되어 있다.

이때 관내부의 프로팅 프러그는 인발하기 전의 소재내부에 미리 넣게되고 소재의 전면에 위치하도록 하였다.

인발체의 형태는 인발하중이 커질수록 소재를 죄는 힘이 커지도록 설계되어 있으며 인발체과 로울러사이에 연결되어 있는 로드셀에 의해 인발응력이 측정된다.

다이와 프로팅프러그의 재질은 WC초경합금강으로서 다이각은  $10^\circ$ , 프로팅프러그 경사각은  $9.2^\circ$ 로 주문제작하여 사용하였다. 시편은 냉각 인발된 상태의 황동관(6 : 4)과 구리관을 사용했으며 시편의 제원은 외경 4.8mm 내경 4.0mm 길이 3m이며 이때 사용된 윤활제로서 절삭유를 사용하고 이때의 마찰상수값은 절삭유를 사용할 때의 드로잉 마찰상수의 일반적인 값  $m = 0.04$ 를 사용하였다.<sup>8)</sup>

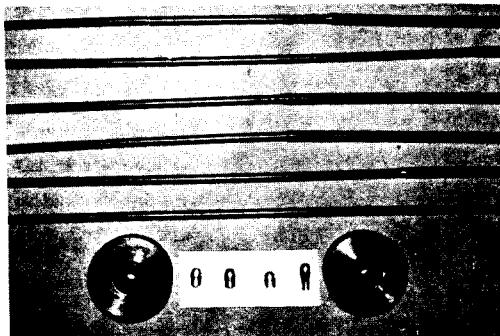


Fig. 5 Drawn tube, and Dies and Floating Plug

### 3. 2 결과 및 고찰

Fig. 6에서 단면감소율이 각각 다른 시편의 실험값과 이론값을 나타내고 있다. 시편의 재질은 황동(6 : 4) 및 구리의 두가지 경우이며 실선은 실험값을 나타내고 점선과 일점쇄선은 이론값으로서 각각 두께가 변하는 경우와 두께의 변화가 없는 경우 즉  $\eta = 1$ 일 때의 이론값을

나타낸다. 두 이론값은 실험값보다 약간 큰 상태에서 비슷한 경향을 보이고 있으나 두께의 변화를 고려한 경우의 값은 실험값과의 차이가 약 7~14%가 되는 반면에 두께를 일정하게 고정한 경우의 차이는 14~21%로서 보다 실험값에 가까움을 알 수 있다.

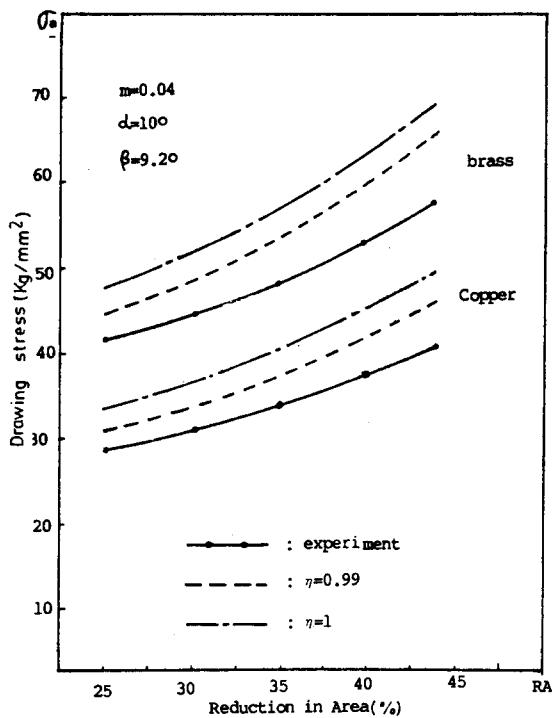
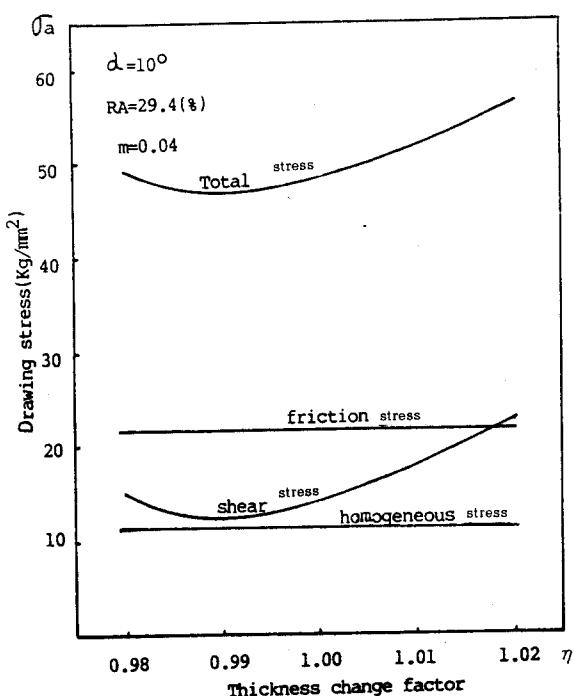


Fig. 6 Comparison of theoretical values with experimental values

두께의 변화를 고려한 경우에서 낮은 현상은 Fig. 7에서처럼 두께의 변화에 따른 인발력을 살펴보면 알 수 있는데 여기서는 인발력을 세 가지의 에너지 즉 전단에너지, 마찰에너지, 균일변형에너지의 각각의 변화와 전체에너지의 변화를 고찰한다. 즉 두께의 변화에 따라 마찰에너지와의 균일변형에너지의 변화는 별로 없으나 전단에너지는 어느 일정한 두께에서 최소값을 나타내며 전체에너지의 최소값을 나타내게 한다. 즉 여기서는  $\eta = 0.99$ 인 상태에서 최소값을 가지며 이때 정해진  $\eta$ 값을 최적  $\eta$ 값으로서 두께 변화정도를 나타내는 변수가 된다.

Fig. 7 Effect of  $\eta$  on each stress

두께의 변화를 고려할 때 이 최적  $\eta$ 값은 주로 전단에너지의 변화에 의해 결정되며 가공조건에 따라 두께의 변화정도가 다르게 된다. 이 최적  $\eta$ 값은 변형종에 관내부에서 자유롭게 유동할 수 있는 프로팅 프러그에 의해 조절되어지며, 즉 Fig. 8에서 두께의 변화에 따라 프로팅 프러그의

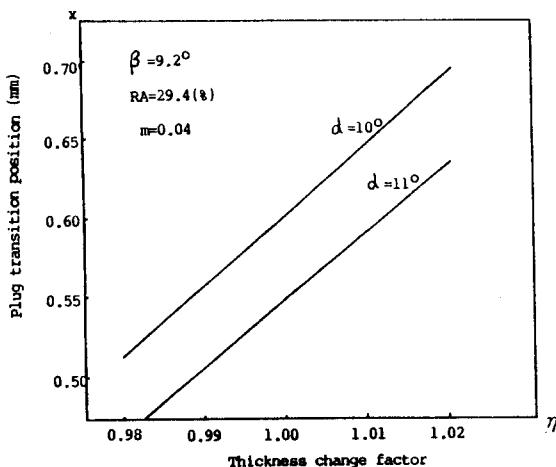


Fig. 8 Floating Plug transition position

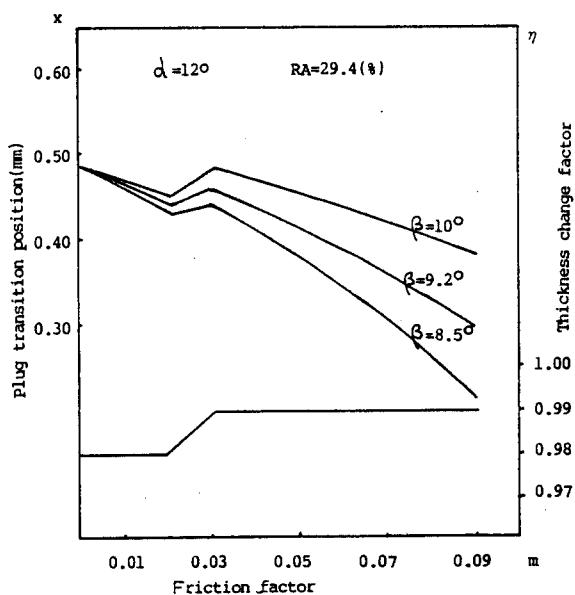
위치를 나타내는 위치변수 X값을 살펴보면 두께가 두꺼워 질수록 X값이 커지는데 이것은 두께가 두꺼워 질수록 프로팅프러그가 뒤로 밀려 나오는 현상을 나타낸다.

두께의 변화를 고려하지 않는 경우 즉  $\eta = 1$  일 때 프로팅프러그의 위치는 식 (12)처럼 고정되므로 프로팅프러그의 자유로운 위치조절기능을 고려하지 않은 해석이 되며 상계인발응력이 다소 높게 나타나고 있다.

### 3. 3 가공변수의 영향

#### 3.3.1 마찰상수 m의 영향

Fig. 9에서 마찰상수m의 변화에 따라 프로팅프러그의 위치변수 X와 두께변화 변수  $\eta$ 의 변화를 나타내고 있는데 마찰상수 m이 커질수록 프로팅프러그 위치변수 X값은 작아지다가  $m = 0.03$ 에서 다시 약간 커졌다가 감소하고 있다. 이런 현상은 마찰상수가 크면 프로팅프러그를 출구방향으로 많이 당기고 있음을 알 수 있으나 두께의 변화에 따라 프로팅프러그가 뒤로 밀려나갈 수도 있음을 설명하고 있다. 이런 현상은 두께의 변화를 고려하지 않는 경우에는 발생하지 않는 대조적인 현상이다.

Fig. 9 Effect of m on X and  $\eta$

### 3.3.2 다이각( $\alpha$ )의 영향

인발가공 변수중의 대표적인 변수로서 일반적으로 일정한 단면 감소율하에서의 최적다이각을 고찰하는 것이 효과적이다. Fig. 10을 보면 다이각  $\alpha$ 의 변화에 따라 전체에너지는 변하고 있는데 주로 다이각이 증가하면 전단에너지는 증가하고 마찰일은 감소하게 되어 총소모에너지는 어느 일정한 다이각에서 최소값을 나타내어 최적다이각을 얻을 수 있다.

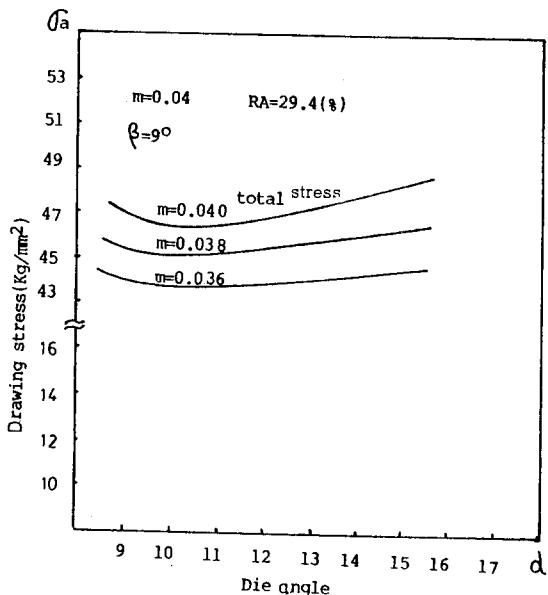


Fig. 10 Effect of  $\alpha$  on drawing stress

### 3.3.3 프로팅프러그 각( $\beta$ )의 영향

일정한 다이각  $\alpha$ 에 따라 프로팅프러그각이 인발용력에 미치는 영향은 Fig. 11에서 보듯이 프로팅프러그각( $\beta$ )의 변화에 따라 감소하고 있음을 알 수 있다. 즉 다이각과 프로팅프러그각의 차이가 적을수록 인발용력이 작아짐을 알 수 있다.

### 3.3.4 프로팅프러그 랜드부길이의 영향

프로팅프러그 랜드부길이에 의해 관내부의 접촉면의 길이가 결정되고 Fig. 12에서 보듯이 랜드부길이가 길 수록 인발용력이 증가하면서 프로팅프러그를 당기고 있음을 알 수 있다. 랜드

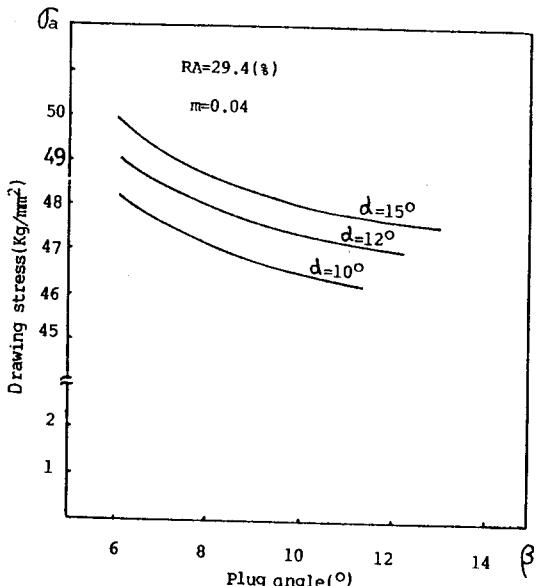


Fig. 11 Effect of  $\beta$  on drawing stress

부길이의 한계는 인발용력의 과대로 소재가 인발력을 견디지 못할 때의 길이를 최대값으로하고 최소길이는 프로팅프러그 위치변수  $X$  값보다는 커야 한다.

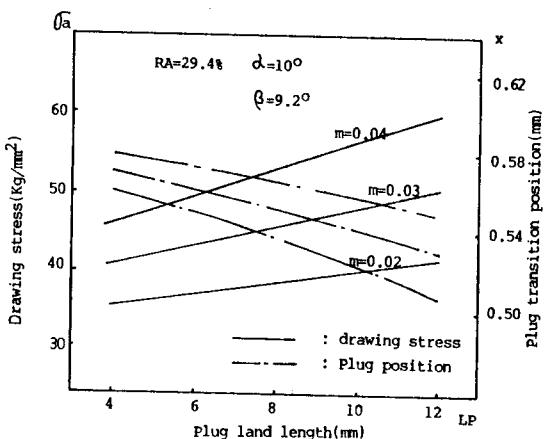


Fig. 12 Effect of  $L_p$  on  $\sigma_a$  and  $X$

## 4. 결론

- 변형영역내에서 두께의 변화를 고려하여 새로운 동적가용속도장을 가정하고 이 속도장에

따른 인발응력의 상계값은 두께의 변화가 없다고 가정한 속도장에서의 인발응력의 상계값보다 실험값에 잘 일치하였다.

2. 두께의 변화정도를 나타내는  $\eta$ 값은 관내부에서 자유롭게 유동할 수 있는 프로팅프러그에 의해 전단에너지 마찰에너지의 합이 최소가 되는 점에서 정해진다.

3. 프로팅프러그의 변형영역내의 위치변수  $X$ 값은 프로팅프러그상에 작용하는 힘의 평형에 의해 유지되며 마찰상수  $m$ 이 클수록 출구방향으로 밀려 들어감을 알 수 있으나 점차  $m$ 값이 커지면 두께가 두꺼워져 프로팅프러그를 일단 뒤로 약간 밀어 내었다가 다시 밀려들어감을 알 수가 있다.

4. 두께의 변화를 고려하지 않은 경우의 상계인발응력이 두께의 변화를 고려한 상계인발응력보다 큰 이유는 두께를 일정하게 함으로써 프로팅프러그의 자유위치조절기능을 고려하지 않은 점에서 기인한다.

### 〈参考文献〉



- (1) 五弓勇雄역 “금속 소성 가공의 계산”(下) PP. 52~71, “管의 引抜”(1964).
- (2) Hiroshi Tanaka & Masaru Sato, “Wall Thickness Scatters of Plug Drawn Tubes,” 塑性と加工, Vol 20, no 219(1979. 4)
- (3) N. D. Beson, “Practical and Theoretical Aspect in the Design of Floating Plugs” Zeitschrift fur Metallkunde Stuttgart PP. 717-724 (1966).
- (4) A. N. Bramley & D. J. Smith “Tube drawing with a floating plug” Metal Technology, PP. 322-331 (1976).
- (5) D. Westwood and J. F. Wallace, “Upper-Bound Values for the loads on a Rigid-plastic Body in plane-strain,” J. of Mech. Engr. Sci., 2(3), 178 (1960).
- (6) E. G. Thomsen, C. T. Yang and S. Kobayashi, “Mechanics of plastic Deformation in Metal processing” Macmillan, N. Y., 4 (1965).
- (7) M. B. Bisk, stal 1963. Vol 6. P. 463
- (8) J. A Schey, “Tribology in metalworking” P.373 ASM 1983.
- (9) Hill, R, “The Mathematical Theory of Plasticity” 1950. PP. 269-272, OXFORD.
- (10) S. H. Richards & N. D. Benson, “Drawing Non-Ferrous Tubing on Blockes” Wire and Wire Products Vol 41. December PP. 1995-2065(1966)
- (11) R. Jones & S. J. Harvey, “Fixed and Floating Plug Vibration Modes in Tube Drawing” Proceeding, 19th. MTDR Conf PP. 243-249(1978).
- (12) B. Avitzur, “Tube Sinking and Expanding” ASME for Industry PP. 71-79, Feb. (1965).
- (13) G. Sachs & W. M. Baldwin, “Stress Analysis of Tube Sinking” Trans. Am. Soc. mech. Engrs. 68. P. 655(1946).
- (14) G. Sachs & W. M. Baldwin, “Folding in tube Drawing” Trans. Am. Soc. mech. Engrs. 68. 647. (1946)
- (15) S. Y. Chung & H. W. Swift, “A theory of Tube sinking” Journal of the Iron & Steel Institute PP. 29-36 (1952)
- (16) J. E. Flinn, “Parametric Influence on the Wall-thickness Change and the Bulk S train Behavior of Hollow-draw Tubing” ASME for Industry PP. 792-809(1969).
- (17) I. L. Perlin, Tsvet. Metally, Vol. 31, P. 58 (1958).
- (18) T. Z. Blazinski, “Metal forming” John W & S. PP. 195-221 (1976).
- (19) R. A. C. Slater, “Engineering Plasticity”(1977). PP. 294-309, The MACMILLAN PRESS.
- (20) Johnson & Mellor, “Engineering Plasticity“ (1975) PP. 281-292, V. N. Reinhold.
- (21) B. Avitzur, “Metal Forming Processing and Analysis” McGraw-Hill Book Co., New York (1968) PP. 327-356.