

드럼보일러의 制御性 改善에 관한 研究

宣洋來*, 方時桓 **

A Study on the Improvement of Control System Performance of Drum Boiler

Y. R. Seon*, S. H. Bang **

ABSTRACT

The control system of a drum boiler is very complex since the evaporation process in the boiler is a multivariable system which is affected one another.

This study is concerned with the dynamic characteristics of the boiler process and improving methods of performance of a drum boiler control system.

The PID control with feedforward of disturbances and the optimal regulator are compared, and the effects of control parameters on the performance of a boiler control system are investigated.

From simulation, it is found that proper adjustment of control parameters significant improvement of response and that performance of a optimal regulated control system is better than that of a conventional PID control system.

記 號 說 明

A_d : 드럼 水面의 面積

C : 比熱

E : 에너지

H_u : 燃料의 低位發熱量

i : 엔탈피

l : 水位

M : 質量流量

m : 質量

* : 慶熙大學校 工科大學

** : 崇實大學校 工科大學

P : 壓力
 Q : 熱流量
 r : 潛熱
 V : 體積
 v : 比體積
 χ : 乾度
 η_b : 보일러 效率
 θ : 溫度
 - 添 字 -
 f : 燃料

f_v : 蒸發系
 f_w : 給水
 n : 管
 s : 蒸氣
 sh : 過熱蒸氣
 sp : 發生蒸氣
 v : 蒸發管
 w : 드럼내의 給水
 ()' : 飽和水 ($\chi = 0$)
 ()'' : 飽和蒸氣 ($\chi = 1$)

1. 緒 論

産業用 熱併合發電 및 船舶用으로 널리 사용하는 드럼보일러(drum boiler)의 制御루우프(control loop)는 蒸氣壓, 燃料流量과 이에 비례하는 燃燒空氣量, 드럼水位, 給水流量, 蒸氣溫度 및 爐內壓力등이 있으나, 蒸氣溫度는 spray water 流量으로 조절하고, 燃燒空氣流量은 燃料流量에 비례하여 연소가 이루어진다고 할때 보일러의 主制御系는 蒸氣壓과 燃料流量으로된 燃燒制御系와 드럼水位와 給水流量으로된 給水制御系이다.⁽¹⁻⁴⁾

이들 制御系는 프로세스(process) 特性에 따라 PI 또는 PID 動作의 制御器로 구성되며, 이들 制御器의 각 퍼래미터(parameter) 값에 따라 그 制御性이 상당히 달라지므로 制御性 改善을 위한 PID 動作의 퍼래미터조정이 중요한 문제이다. 이의 조정법으로는 Ziegler-Nichols의 過渡應答法과 限界感度法⁽⁵⁾, Cohen-Coon法⁽⁶⁾ 등이 사용되고 있다. 그러나 이들 방법은 주로 自己平衡性이 있는 프로세스(process with self-regulation)인 경우에 사용되며 보일러의 主制御系는 대부분 自己平衡性이 없는 프로세스로서 이들의 적용이 어렵다.

한편, 現代理論에서는 制御의 質과 에너지절

약의 두가지 측면을 고려한 評價函數를 최소로 하는 最適 레귤레이터(optimal regulator)法⁽⁷⁻¹¹⁾을 도입하여 制御性 改善을 도모하고 있다.

본 연구에서는 일반적인 드럼보일러에 대한 制御對象 모델을 구하여 실제 보일러에 적용하였으며, 여기에 피이드포워드(feedforward)를 同伴한 制御回路를 구성하고 制御時의 PID 퍼래미터를 조정하여 制御性向上을 검토한다. 한편, 보일러의 多變數制御系에 대하여 2次形式의 評價函數를 최소로 하는 LQG/LTR 방법에 피이드포워드 방식을 취하여 모델기준보상기(制御器)를 설계하고⁽¹²⁻¹⁴⁾ 응답을 고찰하여 PID 制御器로 制御할 경우와 비교한다.

2. 보일러 制御對象 모델의 解析

드럼보일러의 主制御系는 蒸發系로서 燃燒制御系와 給水制御系로 구성되며, 制御對象을 간단화하기 위해 영향이 적은 節炭器는 제외하고 드럼과 降水 및 蒸發管을 대상으로 검토한다.⁽²⁾

燃燒制御系의 制御量은 드럼 蒸氣壓力이며, 操作量은 燃料流量이나, 이외에 外亂인 蒸氣流量과 給水流量의 영향을 받으며 傳達函數를 유도하여 블록선도로 나타내면 Fig.1과 같다. 이

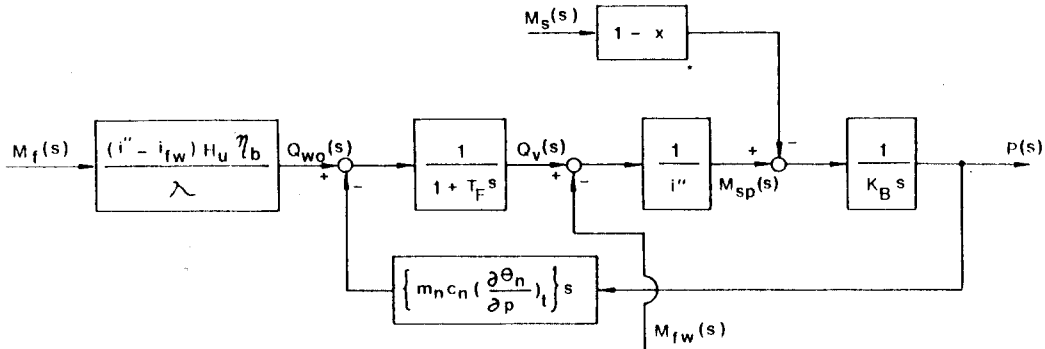


Fig.1. Block diagram of pressure control process

선도에서와 같이 蒸氣壓力變動에 따른 蒸發管
벽 물질의 熱量變化를 피드백시켰다.^(15,16)

Fig.1에서

$$K_B = (\partial x / \partial p)_s \cdot M_{fv} \dots\dots\dots (2.1)$$

T_F 는 관벽의 熱傳達지연 時定數이며 燃料流
量(M_f), 蒸氣流量(M_s)에 의한 蒸氣壓力(P)
의 傳達函數 $G_{pf}(S)$ 및 $G_{ps}(S)$ 는 다음과 같
다.

$$G_{pf}(s) = \frac{P(s)}{M_f(s)} = \frac{H_u \eta_b}{\lambda i''} \cdot \frac{(i'' - i_{fw}) \{ 1 / (1 + T_F s) \}}{K_B + K_N \{ 1 / (1 + T_F s) \}} \cdot \frac{1}{s} \dots\dots\dots (2.2)$$

$$G_{ps}(s) = \frac{P(s)}{M_s(s)} = - \frac{(1-x)}{K_B + K_N \{ \frac{1}{(1+T_F s)} \}} \cdot \frac{1}{s} \dots\dots\dots (2.3)$$

여기서, $K_N = 1 / i'' \cdot \{ m_n c_n (\partial \theta_n / \partial p)_t \}$,
 $\lambda = i_{sh} - i_{fw}$ 이다.

給水制御系에서는 制御量이 드럼水位이며 操
作量은 給水流量이나, 이외에 蒸氣流量 및 燃料
流量的 영향을 받아 변화한다. 이들의 관계는

다음 기본식을 토대로 유도된다.

蒸發系內的 質量 m_{fv} 의 변화;

$$dm_{fv} / dt = \Delta M_{fw} - \Delta M_s \dots\dots\dots (2.4)$$

熱量공급으로 인한 에너지의 변화;

$$dE / dt = \Delta Q_v + \Delta Q_w - \Delta Q_s \dots\dots (2.5)$$

質量 m_{fv} 가 갖는 에너지량의 변화;

$$\frac{dE}{dt} = m_{fv} \cdot \frac{di_{fv}}{dt} + i_{fv} \cdot \frac{dm_{fv}}{dt} \dots (2.6)$$

드럼의 水位 변화;

$$\frac{dl}{dt} = \frac{1}{A_d} \cdot \frac{dv_{fv}}{dt} = \frac{v_{fv}}{A_d} \cdot \frac{dm_{fv}}{dt} + \frac{m_{fv}}{A_d} \cdot \frac{dv_{fv}}{dt} \dots\dots\dots (2.7)$$

式(2.4)~式(2.7)을 토대로 給水流量(M_{fw}),
蒸氣流量(M_s) 또는 燃料流量(M_f) 변화에 따
른 드럼水位(l)의 傳達函數 $G_{lfw}(s)$, $G_{ls}(s)$
및 $G_{lf}(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_{lfw}(s) = \frac{L(s)}{M_{fw}(s)} = - \frac{(i_{fv} - i_w) T_c (\partial v_{fv} / \partial x)_p}{(1-x) \gamma A_d} + \frac{v_{fv}}{(1-x) \gamma A_d} \left\{ \frac{(i'' - i_w) + T_c \gamma S}{1 + \frac{T_c}{1-x} S} \right\} \frac{1}{s} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$G_{Is}(s) = \frac{L(s)}{M_s(s)} = \left\{ \frac{(1-x) |(\partial v_{fv}/\partial p)_s|}{\{K_B + K_N [1/(1+T_F) \cdot m_{fv} - \frac{v_{fv}}{A_d}] \}} \cdot \frac{1}{S} \right\} \dots\dots\dots (2.9)$$

$$G_{If}(s) = \frac{L(s)}{M_f(s)} = \frac{(i'' - i_{fw}) H_u \eta_b}{\lambda} \cdot \frac{1}{1+T_F S} \cdot \left\{ \frac{T_c \cdot (\partial v_{fv}/\partial x)_p}{(1-x) \gamma A_d} - \frac{v_{fv}}{(1-x) \gamma A_d} \cdot \left[\frac{1}{1+T_c/(1-x) \cdot S} \right] \cdot \frac{1}{S} \right\} + G_{pf}(s) \cdot G_{lp}(s) \dots\dots\dots (2.10)$$

여기서, T_c 는 蒸發管의 물의 循環時定數이며, 式(2.10)의 蒸氣壓力(P) 변화에 대한 드럼水位(1)의 傳達函數 $G_{lp}(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_{lp}(s) = \frac{L(s)}{P(s)} = - \frac{|(\partial v_{fv}/\partial p)_s| \cdot m_{fv}}{A_d}$$

이들 特性式을 다음과 같은 실제보일러에 적용하였다.

- 蒸氣發生量 ; 104000 kg/h(29.0kg/S)
- 給水溫度 ; 200℃
- 드럼蒸氣壓力 ; 122 kg/cm²
- 燃料流量 ; 6850 kg/h(1.9kg/S)
- 過熱器出口溫度 ; 527℃
- 보일러效率 ; 92.5%

적용된 보일러 制御對象의 블록선도는 Fig.2와 같으며 계산된 傳達函數는 式(2.11)~ 式(2.16)과 같다.

$$G_{pr}(s) = \frac{0.141}{(1+19.79 S) S} \dots\dots\dots (2.11)$$

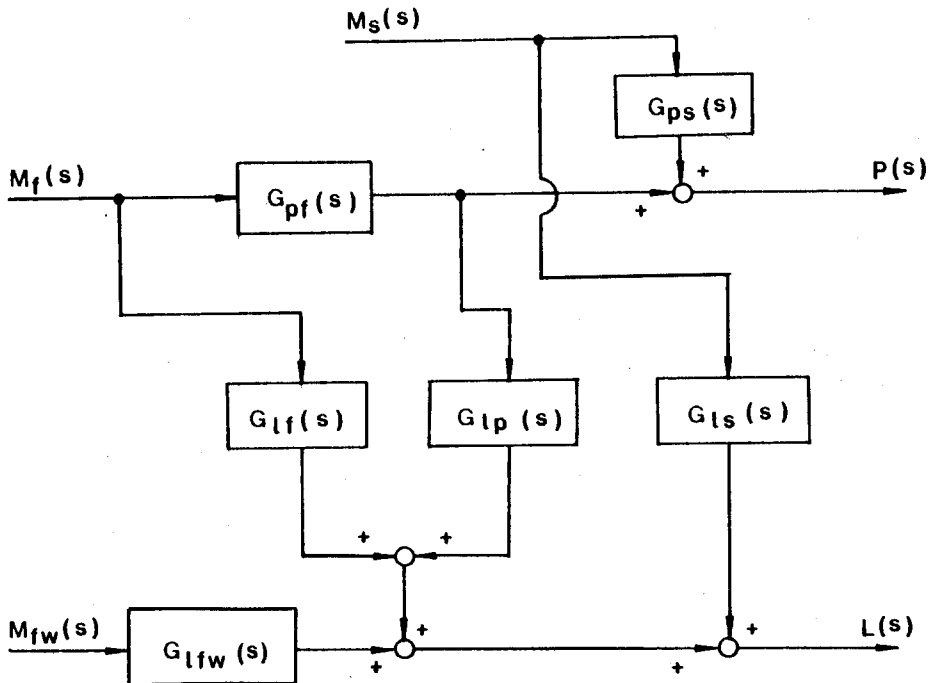


Fig.2. Process transfer functions

$$G_{ps}(S) = - \frac{0.0136(1+29.3S)}{(1+19.79S)S} \dots\dots(2.12)$$

$$G_{lfr}(S) = 2.071 \times 10^{-4} \cdot \frac{(1-22.56S)(1+9.1S)}{(1+9.474S)S} \dots\dots(2.13)$$

$$G_{ls}(S) = - 3.7 \times 10^{-5} \cdot \frac{(1+77.03S)}{(1+19.45S)S} \dots\dots(2.14)$$

$$G_{lfr}(S) = - 4.03 \times 10^{-3} \cdot \frac{(1-171.98S)}{(1+29.3S)} \cdot \frac{(1+8.98S)}{(1+9.474S)S} \dots\dots(2.15)$$

$$G_{lp}(S) = - 0.01534 \dots\dots(2.16)$$

위의 傳達函數들은 積分特性(1/S)을 갖는

自己平衡性이 없는 프로세스이며, 특히 給水流量 또는 燃料流量변화에 대한 드럼水位 변화의 傳達函數 $G_{lfr}(S)$ 와 $G_{lfr}(S)$ 는 S-平面的 右半部に 零이 存在하며 따라서 逆應答(reverse response)을 일으키는 프로세스이므로 보일러制御는 상당히 어려운 制御系이다.

3. 피이드포워드를 同伴한 PID 制御系에 대한 考察

보일러 프로세스는 비교적 복잡하므로 Fig. 3과 같이 피이드포워드制御를 도입하고 카스케이드制御 루우프(cascade control loop)로 구성하였다.^(1,3,4)

蒸氣流量의 負荷變動에 따른 피이드포워드信號는 演算器 $G_{F1}(S)$ 및 $G_{F2}(S)$ 를 거쳐 蒸

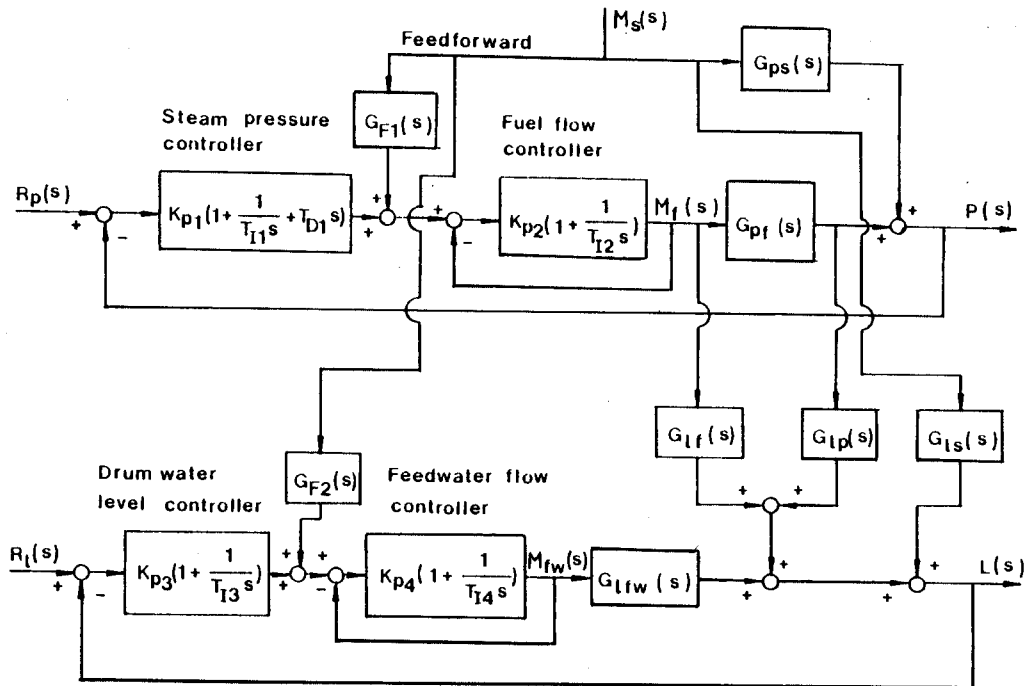


Fig.3. Total schematic diagram of control system

氣壓力 및 드럼水位制御器의 출력에 加算된다. 이때 피이드포워드 모델의 傳達函數는 다음과 같다.

$$G_{F1}(S) = G_{ps}(S) / G_{pf}(S),$$

$$G_{F2}(S) = G_{1s}(S) / G_{1fw}(S)$$

蒸氣壓力制御器와 燃料流量制御器 및 드럼水位制御器와 給水流量制御器는 직렬로 연결되어 있고 蒸氣壓力制御器는 PID動作이며 그 외에는 PI動作이다.

일반적으로 현장에서의 보일러制御는 주로 蒸氣流量(負荷)변동에 대한 制御性 向上을 도모하게 되므로 蒸氣流量 1kg/S (약 3.5% 負荷變動) 증가시켰을때의 制御性을 검토하였으며, PID制御器의 퍼라미터를 조정하여 시뮬레이션을 통한 응답특성으로부터 制御性 改善을 시도한다. 퍼라미터의 조정은 보일러 프로세스특성의 복잡성으로 인해 Ziegler-Nichols 등의 조정법은 적용되기 어려우므로, 모델로 이용한 보일러현장의 값을 토대로 하여 실시한다.

制御器의 여러 퍼라미터 값에 대한 蒸氣壓力

(P) 및 드럼水位(1)의 시뮬레이션한 결과는 Fig. 4~8 과 같다. 이들의 응답특성을 고찰하면 다음과 같다.

蒸氣壓力制御(燃焼制御系)에서 外亂인 蒸氣流量을 1kg/S 증가시켰을 때의 蒸氣壓力의 應答特性은

1. 蒸氣壓力制御器의 比例게인 K_{p1} 이 작을수록 制御性이 惡化된다.
2. 이때 積分時間 T_{I1} 이 클수록 制御性은 좋아지나 진동주기는 커진다.
3. 또한 微分時間 T_{D1} 이 클수록 制御性은 양호하나 $T_{D1} = 1/4 \cdot T_{I1}$ 가 바람직하다.

드럼水位制御(給水制御系)에서 外亂인 蒸氣流量을 1kg/S 증가시켰을 때의 드럼水位의 應答特性은

1. 드럼水位制御器의 比例게인 K_{p3} 는 너무 크거나 작을때 制御性이 惡化되며 비교적 크게 취한다.
2. $K_{p3} = 1.0$ 인 경우 積分時間 T_{I3} 가 클 때 ($T_{I3} = 300 \text{ sec}$) 양호함을 알 수 있다.

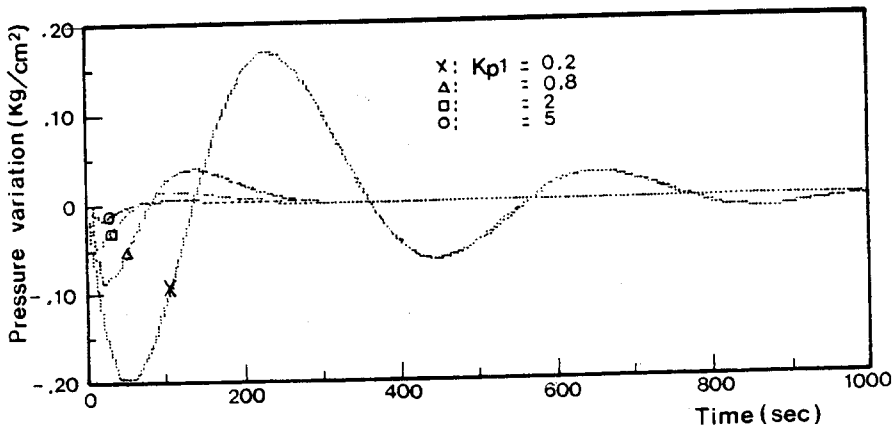


Fig. 4. Effect of K_{p1} on the pressure response due to steam load variation
($K_{p2}=1, T_{I1}=80, T_{I2}=60, T_{D1}=20$)

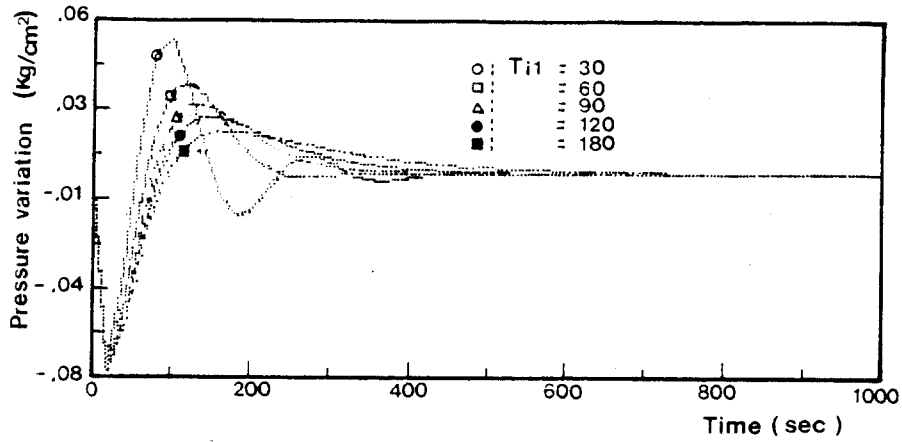


Fig.5. Effect of T_{i1} on the pressure response due to steam load variation ($K_{p1}=2, K_{p2}=1, T_{i2}=60, T_{D1}=T_{i1}/4$)

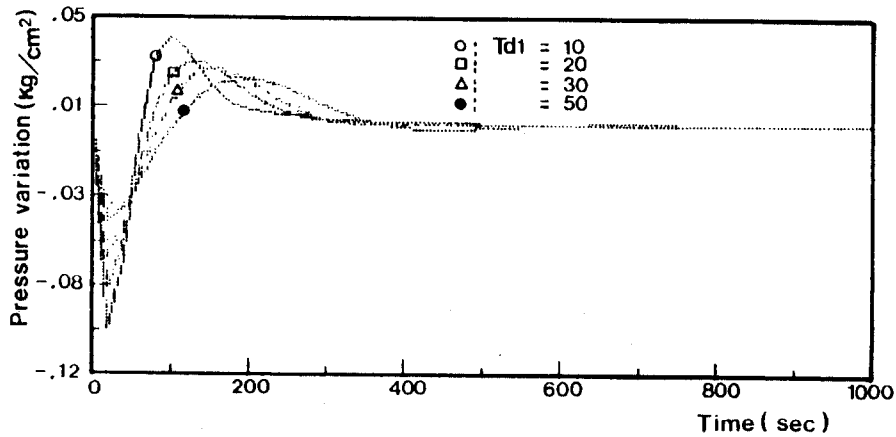


Fig.6. Effect of T_{D1} on the pressure response due to steam load variation ($K_{p1}=1, K_{p2}=1, T_{i1}=80, T_{i2}=60$)

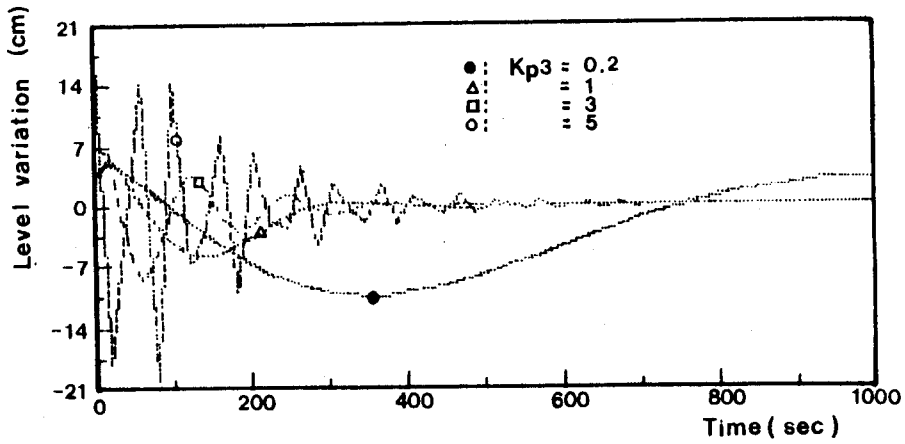


Fig.7. Effect of K_{p3} on the drum level response due to steam load variation ($K_{p4}=1, T_{I3}=120, T_{I4}=60$)

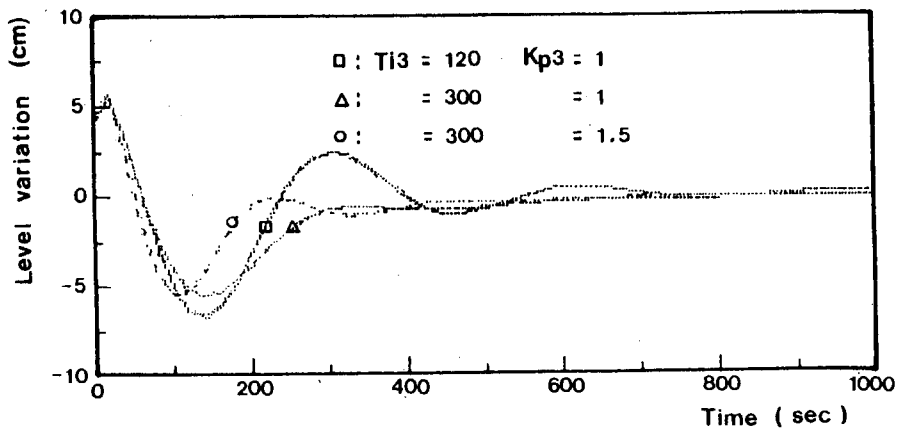


Fig.8. Effect of T_{I3} on the drum level response due to steam load variation ($K_{p4}=1, T_{I4}=60$)

4. 最適 레귤레이터法에 의한 考察

最適制御理論의 하나인 LQG/LTR(linear quadratic gaussian control with loop transfer recovery)方法을¹²⁾ 보일러制御에 적용하여 評價函數를 최소로 하는 모델기준보상기(制御器)의 설계를 한다.

보일러의 狀態方程式, 評價函數 및 잡음강도는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B \underline{u} + \underline{\gamma} \\ \underline{y} = C \underline{x} + \underline{\eta} \end{cases} \dots\dots\dots (4.1)$$

$$J = \int_0^{\infty} (\underline{x}^T Q \underline{x} + \rho \underline{u}^T R \underline{u}) dt \dots\dots\dots (4.2)$$

$$\begin{cases} E\{\gamma\gamma^T\} = \theta \delta(t - \tau) \\ E\{\eta\eta^T\} = N \delta(t - \tau) \end{cases} \dots\dots\dots (4.3)$$

여기서 $\underline{\gamma}$ 및 $\underline{\eta}$ 는 입력 및 측정의 백색의 잡음이고 Q, R, θ 및 N는 각각 가중행렬이며, ρ 는 입력의 출력에 대한 가중치(weighting factor)이다.

LQG/LTR방법으로 제곱오차의 평균을 최소로 하는 필터(filter)이득 H를 KBF(Kalman Bucy filter)로 구하고 귀환이득 F는 LQR(linear quadratic regulator)에 의해 구하여 Fig.9와 같은 보상기를 설계한다.

$$KBF: \begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}} = A \hat{\underline{x}} + B \underline{u} + H (\underline{y} - \hat{\underline{y}}) \\ \hat{\underline{y}} = C \hat{\underline{x}} \end{cases} \dots\dots\dots (4.4)$$

$$LQR: \underline{u} = -F \hat{\underline{x}} \dots\dots\dots (4.5)$$

보일러의 蒸氣流量(負荷)이 변동될 경우에도 드럼내의 蒸氣壓力 및 水位를 일정하게 유지하기 위해서는 피드포워드制御를 취하는 것이 좋으므로 蒸氣流量변화를 外亂으로 간주하여 블록선도를 작성하면 Fig.10과 같다.^{13,14)}

보일러制御系를 LQG/LTR방법으로 보상기를 설계하여 기준입력(蒸氣壓力, 드럼水位) 들에 대한 출력들의 응답과 外亂으로 작용하는 蒸氣流量변화에 대한 출력의 응답을 시뮬레이션하여 구하면 Fig.11~13와 같다. 이때 기준입력은 드럼 蒸氣壓力의 경우 1kg/cm², 드럼水位의 경우 1cm이며, 外亂인 蒸氣流量은 1kg/S 변화시켰다.

시뮬레이션 결과를 고찰하면 다음과 같다.

1. 評價函數의 조각량의 출력에 대한 가중치 ρ 가 작아지면 기준입력에 대한 출력(蒸氣壓力 또는 드럼水位應答特性)은 나빠지나 外亂인 蒸氣流量변화에 대한 출력의 定常狀態오차는 작아진다.

2. 가중치 ρ 를 작게 취하면($\rho=0.001$) 드럼水位制御에서 過渡狀態의 출력변동량이 PID制御의 경우에 비하여 현저하게 작아지나 過渡狀態는 오래 지속된다.

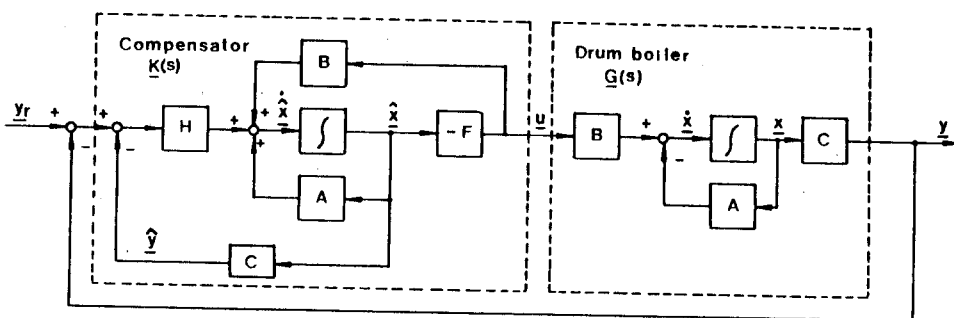


Fig.9. Schematic diagram of a feedback control system of drum boiler using LQG/LTR

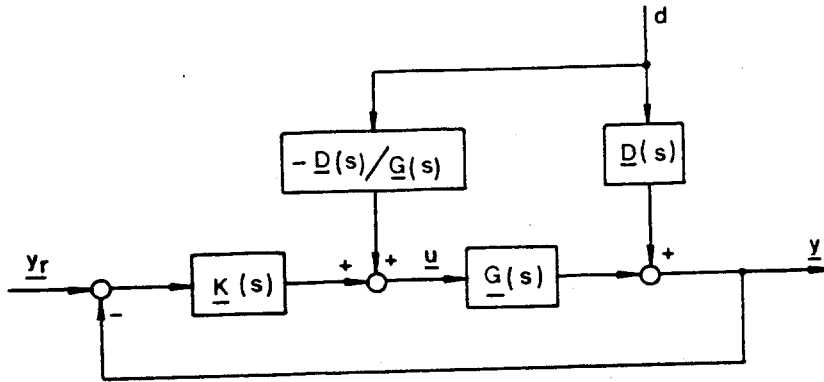
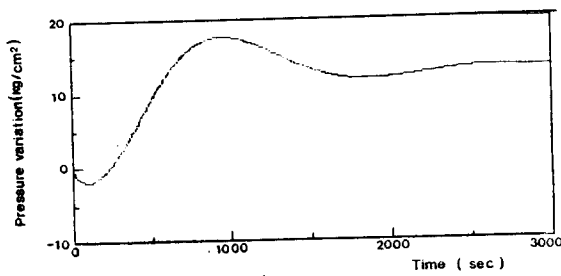
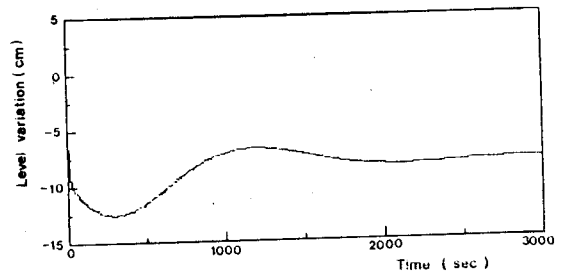


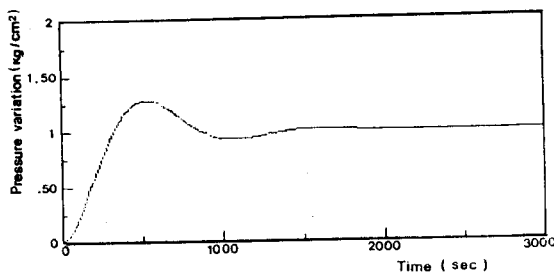
Fig.10. Block diagram of drum boiler control system with feedforward control



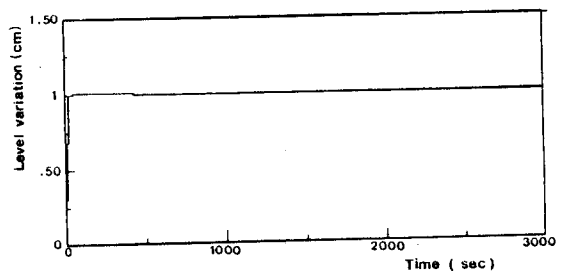
(a) Pressure variation due to steam disturbance



(b) Level variation due to steam disturbance

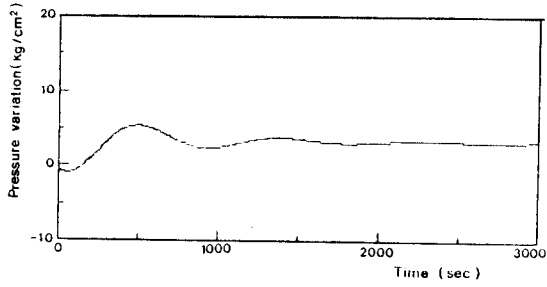


(c) Step response of drum pressure

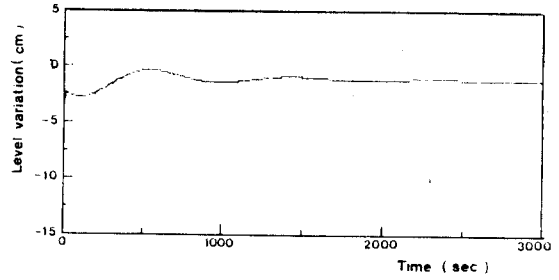


(d) Step response of drum level

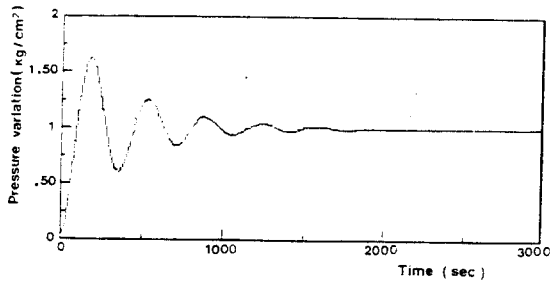
Fig.11. Pressure and drum level response of optimal regulator at $\rho=1$



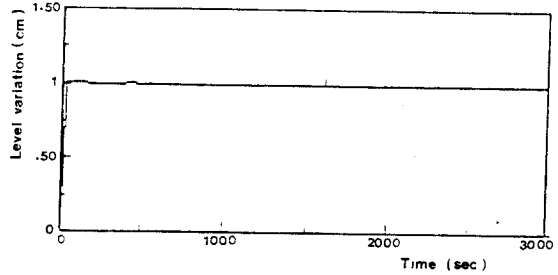
(a) Pressure variation due to steam disturbance



(b) Level variation due to steam disturbance

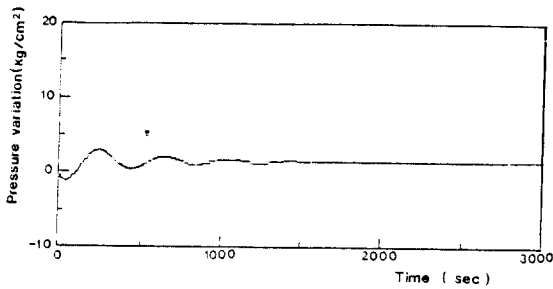


(c) Step response of drum pressure

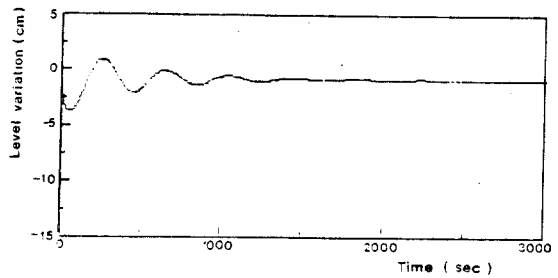


(d) Step response of drum level

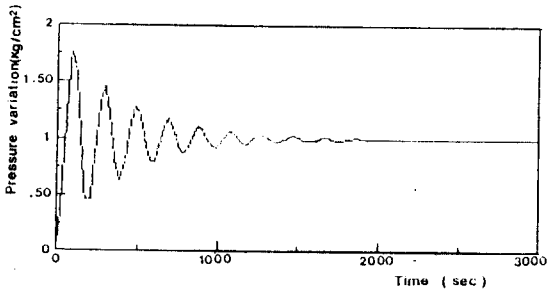
Fig.12. Pressure and drum level response of optimal regulator at $\rho=0.1$



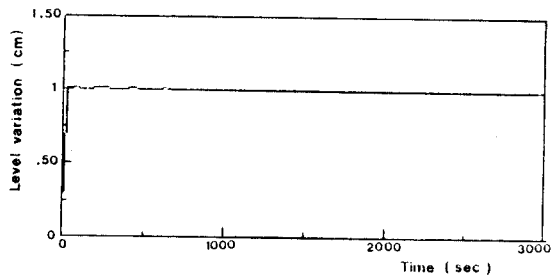
(a) Pressure variation due to steam disturbance



(b) Level variation due to steam disturbance



(c) Step response of drum pressure



(d) Step response of drum level

Fig.13. Pressure and drum level response of optimal regulator at $\rho=0.001$

5. 結 論

이상의 검토로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

드럼보일러 主制御系の 프로세스특성은 모두가 積分特性(1/S)을 갖는 自己平衡性이 없는 프로세스로서 계속 증가 또는 감소하고, 특히 給水流量 및 燃料流量변화에 의한 드럼水位변화는 逆應答을 일으켜 制御하기 어려운 系이므로 피이드포워드制御를 가해야한다.

보일러에 피이드포워드를 동반한 PID制御系를 구성할 경우 外亂인 蒸氣流量변화에 대한 應答特性은, 蒸氣壓力制御에서는 비교적 예민한 동작으로 比例게인 K_{p1} , 積分時間 T_{i1} 및 微分時間 T_{d1} 을 크게 하면 制御性이 向上된다. 또한 드럼水位制御에서도 比例게인 K_{p3} 및 積分時間 T_{i3} 을 비교적 크게하면 制御性은 向上되나, 比例게인 K_{p3} 을 너무 크게하면 制御性은 惡化된다.

한편, 最適레귤레이터를 도입할 경우 조작량의 출력에 대한 가중치 ρ 가 작아지면 外亂인 蒸氣流量변화에 대한 출력(蒸氣壓力, 드럼水位)의 定常狀態오차가 작아진다. 특히 드럼水位制御에서는 가중치 ρ 를 작게 취하면 過渡狀態의 출력변동량이 PID制御時에 비하여 현저하게 작아지므로 最適레귤레이터의 우수성이 입증된다. 그러나 過渡狀態는 오래 지속한다.

[參 考 文 獻]

1. F.G.Shinskey, "Process Control Systems", pp.168~170, 235~238, McGRAW-HILL, 1979
2. 石谷清幹, "熱機關體系 9 蒸氣原動機II", pp.277~310, 山海堂, 1957
3. 計測自動制御學會, "自動制御 핸드북 機器應用編", pp.448~450, 오ーム社, 1983

4. 石井保, "計裝制御システム", pp.511~531, 電氣書院, 1973
5. Ziegler, J.G., and Nichols, N.B., "Optimum Settings for Automatic Controllers", Trans. ASME, Vol.64, No.11, pp.759~768, Nov.1942
6. Cohen, G.H., and Coon, G.A., "Theoretical Considerations of Retarded Control", Taylor Instrument Company's Bulletin, TDS-10A102
7. H.Kwakernaak, R.Sivan, "Linear. Optimal Control Systems", pp.304~312, Johnwiley & Sons, 1972
8. 양주호, 하주식, "PID制御器의 最適設計에 관한 연구(II)", 韓國舶用機關學會誌, 제11권, 제3호, pp.61~69, 1987
9. A. Tysso, J.C. Brembo, K.Lind, "The Design of a Multivariable Control System for a Ship Boiler", Automatica, Vol.12, pp.211~224, 1976
10. R. Cori, C. Maffezzoni, "Practical-Optimal Control of a Drum Boiler Power Plant", Automatica, Vol.20, No.2, pp.163~173, 1984
11. 安藤和昭, "最適レギュレタとボイラ制御への應用", システムと制御, Vol.27, No.5, pp.301~312, 1983
12. 김중식, "LQG/LTR 방법을 이용한 多變數制御시스템 設計", 大韓機械學會誌, Vol.27, No.3, pp.214~220, 1987
13. 田嶋眞一, 安藤和昭, 近藤文治, "最適フィードバック을施した制御系に對するフィードフォワード要素의設計法", 計測自動制御學會論文集, Vol.17, No.2, 1981
14. 竹垣盛一, 松井敬三, "最適フィードフォワード補償器의設計法", 計測自動制御學會論

文集, Vol.21, No.4, pp.367~373, 1985
 15. Profos, P, "Die Regelung Von Dampfananlagen", Springer, 1962
 16. Ritterhoff, J., "Untersuchung über das dynamische Verhalten einer Schiffsturbinenanlage einsch. des Kessels", Institut für Schiffsmaschinen, TU Hanover, 1967

附 錄

1. 式(2.8) $G_{Ifw}(S)$ 의 유도

式(2.5)와 式(2.6) 및 式(2.4)에 i'' 를 곱하여 정리하면

$$(i'' - i_{fv}) \frac{dm_{fv}}{dt} - m_{fv} \frac{di_{fv}}{dt} = (i'' - i_w) \cdot \Delta M_{fw} \dots\dots\dots (i)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{乾度 } x &= M_s / M_{total}, \\ (dx/dt)_p &= 1 / M_{total} \cdot dM_s / dt \\ \frac{di_{fv}}{dt} &= \left(\frac{\partial i_{fv}}{\partial x} \right)_p \frac{dx}{dt} = \frac{\gamma}{M_{total}} \frac{dM_s}{dt} \end{aligned} \right\} \dots (ii)$$

式(2.4)에서

$$\frac{d^2 m_{fv}}{dt^2} = \frac{dM_{fw}}{dt} - \frac{dM_s}{dt}$$

循環時定數 $T_c = m_{fv} / M_{total}$

이들을 式(i)에 대입하여

$$(i'' - i_{fv}) \frac{dm_{fv}}{dt} + T_c \gamma \frac{d^2 m_{fv}}{dt^2} = (i'' - i_w) \Delta M_{fw} + T_c \gamma \frac{dM_{fw}}{dt} \dots\dots\dots (iii)$$

$$\frac{dv_{fv}}{dt} = - \left(\frac{\partial v_{fv}}{\partial x} \right)_p \frac{dx}{dt} = - \frac{T_c}{m_{fv}} \left(\frac{\partial v_{fv}}{\partial x} \right)_p \frac{dM_s}{dt} \dots\dots\dots (iv)$$

蒸發管에 流入熱量만큼 流出된다고 생각할때

$$\Delta M_{fw} (i_{fv} - i_w) = \Delta M_s (i'' - i_{fv}) \dots (v)$$

式(iii), 式(iv) 및 式(v)를 式(2.7)에 대입하여 $G_{Ifw}(S)$ 를 구한다.

2. 式(2.9) $G_{Is}(S)$ 의 유도

式(2.4)에서

$$\frac{dm_{fv}}{dt} = - \Delta M_s,$$

$$\frac{dv_{fv}}{dt} = \left(\frac{\partial v_{fv}}{\partial p} \right)_s \frac{dp}{dt} = - \left| \left(\frac{\partial v_{fv}}{\partial p} \right)_s \right| \cdot \frac{dp}{dt}$$

및 式(2.3)을 이용하여 式(2.7)로부터 $G_{Is}(S)$ 가 유도된다.

3. 式(2.10) $G_{If}(S)$ 의 유도(定壓下에서)

式(2.4), 式(2.5) 및 式(2.6)에서

$$\Delta Q_v + i'' \frac{dm_{fv}}{dt} = i_{fv} \frac{dm_{fv}}{dt} + m_{fv} \left(\frac{di_{fv}}{dt} \right)_p$$

여기에 式(ii)를 대입하여 정리하면

$$(1-x) \gamma \frac{dm_{fv}}{dt} + T_c \gamma \frac{d^2 m_{fv}}{dt^2} = - \Delta Q_v \dots\dots\dots (vi)$$

燃料가 燃燒되어 蒸發管에 傳熱되는 熱量의 傳達函數는

$$\frac{Q_v(S)}{M_f(S)} = \frac{(i'' - i_{fw}) H_u \eta_b}{\lambda} \cdot \frac{1}{1 + T_F S} \dots\dots\dots (vii)$$

式(2.4), 式(2.5) 및 式(2.6)에서

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_v - \Delta M_s i'' &= - \Delta M_s i_{fv} \\ \frac{dM_s}{dt} &= \frac{1}{(1-x) \gamma} \frac{dQ_v}{dt} \end{aligned} \right\} \dots\dots (viii)$$

$$\text{또, } \frac{dV_{fv}}{dt} = \left(\frac{\partial V_{fv}}{\partial x} \right)_p \frac{dx}{dt} = \left(\frac{\partial V_{fv}}{\partial x} \right)_p \frac{T_c}{m_{fv}} \cdot$$

$$\frac{dM_s}{dt} \dots\dots\dots (ix)$$

式(vi)~式(ix)를 式(2.7)에 대입하여 $G_{If}(S)$ 를 구한다.