

## 주속식 감속기의 운동학 및 치형해석

전완주·오박균

한국과학기술원 기계공학부

### Analysis of Kinematics and Tooth Profile in Harmonic Drive

Wan Joo Jun, Park Kyoun Oh

Div. of mechanical Engineering, KAIST

#### ABSTRACT

Conventional theory of gear mechanism can't be applied to analyze the harmonic drive due to specific movement of the teeth.

This paper deals with an analysis of kinematics and geometry of the tooth engagement of a harmonic drive comprising circular spline, flexspline and wave generator.

A theoretical new tooth profile of the flexspline in meshing internal rigid gear with involute profile is obtained.

Characteristics of harmonic drive reducer are shown according to parameters such as deviation coefficient, deviation distance, addendum modification coefficient.

As an example, the design of harmonic drive with 1:80 reduction ratio is presented.

#### 1. 서 론

1959년 미국의 Musser [1]에 의해서 창안된 하모닉 드라이브는 우리가 현재까지 사용하고 있는 일반 기어와 달리 고전치차의 운동학 이론을 적용할 수 없다.

Wave generator, flexspline, circular spline 등 3요소로 구성되어 있는 동기구는 파동발생기에 의해서 플렉스스플라인이 변형되면서 원형스플라인과 치물림운동을 하는 독특한 감속기이다.

강체의 개념에서 설계, 제작된 고전치차와는 달리 탄성체의 개념에서 설계, 제작되는 주속식 감속기는 큰 토오크 용량과 고감속비를 얻을 수 있고 동시에 맞물리는 치수가 많아 백래쉬가 거의 없으며 구성하

고 있는 부품이 동일축상에 있어 조립이 단순하고 소형화 및 경량화가 가능하다. 이러한 이유때문에 소치수차 방식의 주속식 감속기는 높은 회전비와 위치의 정확도를 요구하는 산업용 로봇, 높은 효율과 정밀도 그리고 긴 보전수명을 필요로하는 연마기계류, NC선반, 다양한 속도 조정과 단계적인 배열 그리고 소형이 요구되는 인쇄기, 높은 감속비를 갖추어 느린 속도에서도 조용한 운전과 소형을 절대적으로 필요로 하는 의료장치, 크기의 최소화와 적은 무게로서 높은 감속비를 요구하는 윈치 등 휴대용 도구, 절대적으로 정확한 위치와 매우 적은 백래쉬를 요구하는 통신장비, 정밀한 위치의 조정으로 태양을 추적하는 데 사용되는 일광반사장치, 부드러운 조종 및 정확한 이송을 요구하는 전기적인 생산장치 등

매우 광범위하게 사용되고 있다.

본 연구에서는 해석을 용이하게 하기 위해서 평면 운동문자로 가정하여 치의운동과 물림에 관한 기하학적 해석을 통하여 내치차가 인볼류우트 치형일 때 외치차의 치형을 구하는 설계기법을 제시하며 감속비 1 : 80인 경우 설계예를 제시한다.

치형설계를 하는데 있어서 전위계수, 편심거리, 편위계수 등에 따른 물림특성 및 치형의 변화와 치간섭을 고찰한다.

## 2. 주속식 감속기의 설계

### 2-1. 감속기의 구조

주속식 감속기는 파동발생기, 플렉스스플라인, 원형스플라인 등 3요소로 구성되어 있다.

탄성변형을 발생시키는 파동발생기는 가장 안쪽에 위치하고 있으며 바깥쪽에 위치하고 있는 플렉스스플라인과 마찰을 최소화하기 위해서 볼베어링이 삽입되어 있다. 파동발생기가 회전을 하면 플렉스스플라인은 점진적으로 변형을 하며 파동발생기의 형상을 따르며 원형스플라인과 치접촉을 하게된다. 플렉스스플라인은 컵 형태의 얇은 금속탄성체로서 한쪽 끝은 열려있고 다른쪽 끝은 막혀있으며 열려진 부분의 외주에는 치형이 창성되어 있다. 또한 마찰을 최소화하기 위해서 파동발생기와 역지 끼워맞춤되어 있다.

출력축과 연결되어 있고 휘기쉬운 특징을 갖고 있어 축과의 연결을 위해 커플링이 존재한다. 플렉스스플라인과 두 곳의 장축에서 치접촉을 하는 원형스플라인은 플렉스스플라인보다 2개 많은 치수를 갖고 있고 강체로 구성되어 있다. 이러한 구조적 특성 때문에 파동발생기가 회전에 따라 플렉스스플라인은 역회전하면서 감속하게 된다 [2].

### 2-2. 운동의 해석

소형 경량의 하모닉 드라이브에 내치차를 사용한다. 내치차는 본래의 구조적 특성 때문에 심한 간섭 현상이 발생하여 치저치형을 사용하기도 한다. 이때 접촉길이가 짧아져 물림율이 감소하고 회전전달특성이 불량해진다. 그러나 하모닉 드라이브는 기존치차와 달리 탄성체의 개념에서 설계할 수 있어서 이 문

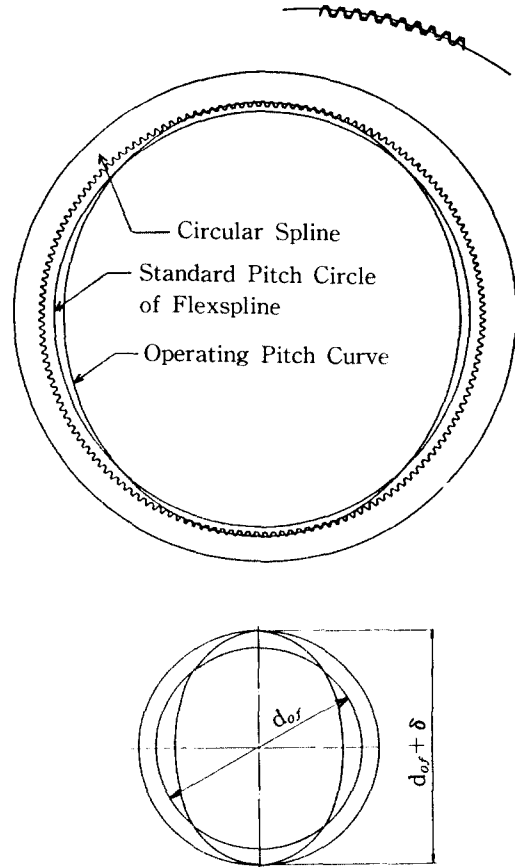


Fig.1. Operating Pitch Curve and Operating Pitch Circle

제를 극복할 수 있다. 내치차인 원형스플라인의 치형은 호환성 및 가공의 용이성, 강도 등을 고려하여 인볼류우트치형으로 가정하고 물음법칙(law of gearing)을 만족하는 외치차인 플렉스스플라인의 치형을 구한다.

해석을 용이하게 하기위해서 다음과 같은 가정을 하였다.

- a) 치물림 운동은 평면운동이다.
- b) Flexspline의 기준피치원은 탄성변형전이나 후에도 동일한 길이의 중립선을 유지한다.
- c) 변형전에 원형의 기준피치원 상의 모든 반경은 변형후에도 타원형의 형상을 갖는 중립선에 대해 수직이다.
- d) Flexspline의 변형은 전적으로 치저부분에서 발생하고 치는 강체이다.

두번째 가정은 flexspline의 직경에 비하여 치가 매우 작고 변형량이 미소인 경우 가정은 타당하다. 위의 가정으로부터 flexspline이 변형하기전에 중립선의 직경을  $d_{or}$ 라 하면 가정에 따라 중립선상의 치의 피치는  $\pi d_{or}/Z_f$ 이 되고 변형후에도 일정하다.

타원형으로 변형한 flexspline의 중립선을 flexspline 기준피치곡선이라 한다. 이때 이 피치곡선과 같은 피치를 갖는 피치원이 존재하는데 이를 원형스플라인의 상대기준피치원이라 하고 직경을  $d_{or}$ 라 하면 다음의 관계식을 얻는다

$$d_{or} = Z_r/Z_f \cdot d_{of} \quad (1)$$

원형스플라인과 플렉스스플라인의 치수의 비를  $i$ , 플렉스스플라인의 변형량을  $\delta$ 라 하면 이시가와의 편의계수를 얻는다 [3].

$$\lambda = 1/i \cdot (1 + \delta/d_{or}) \quad (2)$$

2식을  $\delta$ 에 관해 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\delta = d_{or} \cdot (\lambda i - 1) \quad (3)$$

(1)식과 (3)식으로부터 다음의 관계식을 얻는다.

$$d_{or} + \delta = \lambda \cdot d_{or} \quad (4)$$

다음은 파동발생기에 대한 플렉스스플라인의 상대운동을 관찰하기 위해서 파동발생기를 고정시키고 원형스플라인을 일정각속도  $\Omega_c$ 로 시간  $t$ 동안 각도  $\phi$ 만큼 회전할 때 플렉스스플라인은 시간  $t$ 동안 원형스플라인과 같은 방향으로 플렉스스플라인 기준피치곡선을 따라  $s$ 만큼 등속도  $v$ 로 운동한다.

$$S = d_{or}/2 \cdot \phi = i \cdot d_{or} \cdot \phi/2 = v \cdot t \quad (5)$$

따라서 플렉스스플라인의 각속도는  $\Omega_r = \frac{2V}{d_{or}}$ 가 되고  $\Omega_c$ 는  $\Omega_r/i$ 가 된다. 위의 Fig.2에서 X-Y 좌표는 파동발생기에 고정한 직교좌표이며 x-y 좌표는 원형스플라인에, u-v는 플렉스스플라인에 고정한 좌표이다. 다음은 원형스플라인에 대한 플렉스스플라인의 상대운동을 관찰하기 위해서 원형스플라인을 고정하고 파동발생기를 회전시키면서 플렉스스플라인의 운동을 조사한다. y축과 Y축이 동일선상에 있다가 파동발생기가  $\phi$ 만큼 시계방향으로 회전할 때 플렉스스플라인 기준 피치곡선의 정점은  $M_0$ 부터 Q로 이동하고 플렉스스플라인의 치의 원점은  $M_0$ 부터 M로 이동한다. 이때 파동발생기에 대해서 상대적으로 플렉스스플라인의 치는 원점이 Q부터 M까지 이

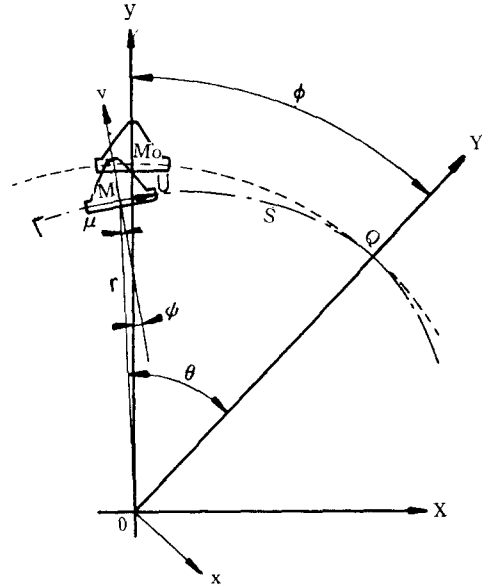


Fig.2. Movement of Flexspline and Wave Generator of Harmonic Drive

동한 것이 되고 이동거리  $\overline{QM}$ 은 (5)식의  $S$ 와 같다. 다음은 파동발생기가 회전할 때 원형스플라인에 대한 플렉스스플라인의 운동을 관찰하기 위해서 플렉스스플라인의 기준피치곡선  $\Gamma$ 의 형상을 구한다.  $\Gamma$ 를 극좌표로 표시하면

$$r = f(\theta) \quad (6)$$

플렉스스플라인의 기준피치곡선은  $\pi$ 를 주기로 2개의 정점을 가지므로 fourier 급수로부터 다음을 얻는다.

$$f(\theta) = a_0/2 + a_1 \cos 2\theta + a_2 \cos 4\theta + a_3 \cos 6\theta + \dots + b_1 \sin 2\theta + b_2 \sin 4\theta + b_3 \sin 6\theta + \dots \quad (7)$$

$\pi$ 를 주기로 장축에 관하여 대칭인 우함수이므로  $b_i = 0$ 이 되고 가장 간단한 형태를 취하면

$$f(\theta) = d/2 + \delta/2 \cos 2\theta \quad (8)$$

여기서  $a_0 = d$ ,  $a_1 = \delta/2$

플렉스스플라인 기준피치곡선의 길이는 다음과 같이 표현된다.

$$S = \int_0^{\phi} \sqrt{\{f(\theta)\}^2 + \{f'(\theta)\}^2} d\theta \quad (9)$$

$S = \pi d_{or}$ 와  $4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{r^2 + (\frac{dr}{d\theta})^2} d\theta$  는 같게 됨으로 다음의 식을 얻는다.

$$\pi d_{or} = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{r^2 + (\frac{dr}{d\theta})^2} d\theta \quad (10)$$

(10)식의 우변에 (8)식을 대입하면 다음과 같다.

$$S = 4 \int_0^{\pi/2} r d\theta = \pi d = \pi d_{or} \quad (11)$$

따라서

$$d = d_{or} \quad (12)$$

가 된다. 이는  $Z_r/Z_f = 1.01$  경우 오차는 무시할만 하다 [4].

Fig. 4의 점 M의 좌표는 기하학적 관계로부터

$$\begin{aligned} x_m &= -r \cdot \sin(\theta - \phi) \\ y_m &= r \cdot \cos(\theta - \phi) \\ \Psi &= \theta - \phi + \mu \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\mu$ 는 다음의 관계식에서 쉽게 얻을 수 있다.

$$\tan \mu = -\frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} \quad (14)$$

다음은 구름접촉판의 형상을 구한다.

좌표 o-xy에 대한 M-uv의 운동의 순간중심을  $x_p, y_p$ 라 하면  $x_p, y_p$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_p &= x_m - \frac{dy_m}{d\Psi} \\ y_p &= y_m + \frac{dx_m}{d\Psi} \end{aligned} \quad (15)$$

(15)식에서  $\phi$ 를 변화시키면서 좌표 xy에 대하여 궤적을 그리면 원형스플라인의 접촉판을 얻고 이를 uv 좌표에 좌표이동하면 플렉스스플라인의 접촉판을 얻는다. 그리고 플렉스스플라인이 변형하기전 즉 중립선이 원형일 때 플렉스스플라인에 고정한 좌표 uv에 있는 회전중심 o의 좌표위치를  $o'$ 라 하면 M의 궤적  $L_m$ 과  $o'$ 궤적  $L_{o'}$ 에서 세운 법선은 접촉점을 통과한다.

$$\begin{aligned} x'_o &= -r \cdot \sin \mu \\ y'_o &= -r \cos \mu + d_{or}/2 \end{aligned} \quad (16)$$

$\theta$ 와  $\phi$ 의 관계는 (9)식으로부터 (17)식을 얻고 (17)식은 (5)식과 같으므로 다음의 관계를 얻는다.

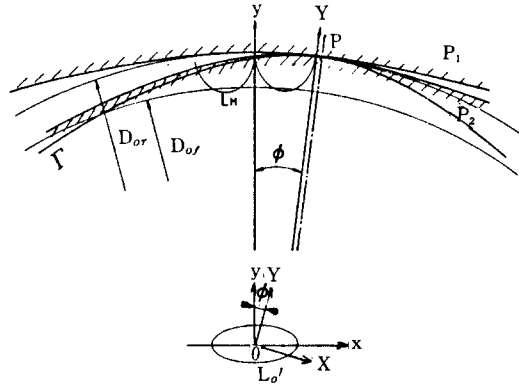


Fig.3. Rolling Contact Plate of Circular Spline and Flexspline

$$S = \int_0^\theta r d\theta = d_{or}/2 \cdot \theta + \frac{\delta}{4} \sin 2\theta \quad (17)$$

$$d_{or}/2 \cdot \theta + \delta/4 \cdot \sin 2\theta = i \cdot d_{or} \cdot \phi/2 \quad (18)$$

$$\therefore \phi = \frac{1}{i} \left( \theta + \frac{\delta}{2d_{or}} \sin 2\theta \right) \quad (19)$$

### 2-2. 치형설계

하모닉드라이브의 구조적 특성을 최대한 활용할

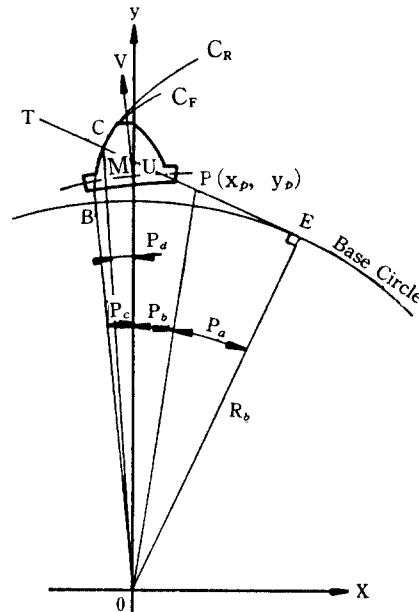


Fig.4. Intermeshing of Circular Spline and Flexspline

수 있는 치형을 선택하였다. 따라서 원형스플라인을 인볼류트 치형으로 선택하고 이로부터 치차의 물음법칙을 만족하면서 물고 돌아가는 외치차의 치형을 구했다. 그림에서 원형스플라인과 외치차인 플렉스스플라인과의 물림상태를 보여주고 있다. 원형스플라인의 치수와 모듈을 결정하는 기준피치원을  $d_r$ 라 하면  $d_r$ 는  $d_{or}$ 과 꼭 같지는 않다. 따라서 다음과 같은 관계식을 쓸 수 있다.

$$d_r = m \cdot Z_r = d_{or} + 2 \cdot h_r \quad (20)$$

여기서  $m$ 은 기준랙의 모듈이고  $Z_r$ 은 원형스플라인의 치수,  $h_r$ 은 원형스플라인의 편심거리이다.

그림에서  $C_r$ 은 원형스플라인의 치형으로  $R_b$ 를 기초원반경으로 하는 인볼류트 치형이다. 이것과 맞물리는 플렉스스플라인의 치형은  $C_f$ 로  $C$ 점이 두 치형의 접촉점이고 물음법칙에 따라  $C$ 점에서 세운 공동법선  $T$ 는  $C_r$ 과  $C_f$ 가 동일한 상대운동을 하는 구름접촉판의 구름접촉점  $P$ 를 통과하는 동시에 인볼류트 치형의 기초원상의  $E$ 점에서 접한다.

$\overline{OP}$ 가  $y$ 축과 이루는 각을  $P_b$ 라 하면 기하학적 관계로부터 다음을 얻는다.

$$\tan P_b = x_p / y_p \quad (21)$$

$$\cos P_a = R_b / \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad (22)$$

기초원상의 치구폭 반각을  $P_c$ 라 하면

$$P_c = \frac{\pi}{2Z_r} + \sin \nu \alpha_0 + \frac{2 \cdot \tan \alpha_0 \cdot x_r}{Z_r} \quad (23)$$

여기서  $\alpha_0$ 는 공구압력각이고  $x_r$ 는 전위계수이다.

인볼류트 성질로부터

$$\overline{CE} = \overline{BE} \quad (24)$$

이므로 기하학적 관계로부터 다음을 얻는다.

$$\overline{CE} = R_b \cdot \tan(\pm P_b + P_a \mp P_c) \quad (25)$$

$$\overline{BE} = R_b \cdot (\pm P_b + P_a + P_c) \quad (26)$$

식 (24), (25), (26)로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$P_a = P_b \pm \{P_c - \tan^{-1}(\pm P_b + P_a + P_c)\} \quad (27)$$

$\Delta OEC$ 에서

$$\overline{OC} = R_b \sqrt{1 + (\pm P_b + P_a + P_c)^2} \quad (28)$$

의 관계식을 얻는다. 부호중 위의 기호는 좌치면, 아

래기호는 우치면에 대응한다.

접촉점 좌표  $C$ 를  $x_c, y_c$ 라 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_c &= \overline{OC} \cdot \sin(P_a) \\ y_c &= \overline{OC} \cdot \cos(P_a) \end{aligned} \quad (29)$$

(29)식을  $uv$  좌표로 좌표변환하면 구하고자 하는 외치차의 치형식을 얻는다.

$$\begin{aligned} u &= (x_c - x_m) \cos \Psi + (y_c - y_m) \cdot \sin \Psi \\ v &= (y_c - y_m) \cos \Psi - (x_c - x_m) \cdot \sin \Psi \end{aligned} \quad (30)$$

### 3. 주속식 감속기의 설계 예

본 연구의 설계에서 사용한 감속기의 설계제원은 Table 1과 같다. 감속비 1/80을 갖고 전 치수의 약 10%가 물려 동력을 전달하도록 설계하였다.

Table 1. Input Data of Harmonic Drive.

내치차의 치수	162 개
내치차의 전위계수	1.0
내치차의 공구압력각	20°
내치차의 치형치고	1.6 · m
내치차의 내경	64 mm
외치차의 치수	160 개
외치차의 전위계수	1.015mm
외치차의 편심길이	1.04mm
모듈	0.4

설계결과	단위 (mm)
<b>Flexspline</b>	
기준피치원 ( $d_{or}$ )	61.95
변형량 ( $\delta$ )	1.72
Operating Reference Curve	63.66
<b>Circular Spline</b>	
상대기준피치원 ( $d_{or}$ )	62.72
기초원 반경	30.45
기준피치원	64.8
창성피치원	65.6
기준피치원상의 치두께	0.92

**3-1. 편심거리  $h_r$ 의 영향**

Circular spline의 공구압력각과 모뒀울을 결정하는 기준피치원  $d_r$ 과  $d_{or}$ 의 차가 존재하는데 이를  $h_r$ 라 한다.

$h_r=0$ 일 때 내치차와 외치차의 접촉치수가 많아지고 내치차 특유의 이끝간섭과 이뿌리 간섭이 발생하여 설계폭이 좁아진다.  $h_r \neq 0$ 인 경우 변형하기전의 플렉스스플라인의 기준피치원  $d_{or}$ 를 원하는 크기대로 조절할 수 있는데  $h_r$ 이 크면  $\lambda$ 의 값이 증가하게 됨으로 파동발생기의 형상을 결정하는 중요한 변수가 된다. 외치차의 기준피치원  $d_{or}$ 를 모뒀울과 치수로 결정되는  $m \cdot Z_r$ 로 할 경우 편심거리  $h_r$ 의 개념이 필요없게 된다. 왜냐하면 결정된  $d_{or}$ 로부터  $d_{or}$ 를 얻고 앞에서 언급한 내치차의 상대 기준피치원이 실제의 기준피치원이 되기 때문이다. 따라서  $h_r$ 의 도입은 변형하기전의 외치차의 기준피치원을 자유롭게 조절할 수 있고 간섭문제의 해결을 용이하게 한다.

**3-2. 내치차의 전위계수  $x_r$ 의 결정**

전위계수는 이끝간섭, 이뿌리간섭 그리고 강도적 측면에서 설계, 선택해야 한다. 본 연구에서는 강도적 측면을 고려하지 않았다. 하모닉 드라이브는 자체의 구조적 기구학적 특성 때문에 편위계수  $\lambda$ 의 값을 적절히 선택함으로써 간섭문제, 물림치수의 수등을 조절할 수 있다.

본 연구에서는 편위계수  $\lambda$ 의 설계범위가 넓도록 +전위를 선택하였다.

**3-3. 편위계수  $\lambda$ 의 영향**

Fig. 5에서 보는 바와 같이 편위계수의 선택에 따라 다양한 물림특성을 얻을 수 있다.  $\lambda=1$ 인 경우는 표준치차의 물림에 상당한다. 이때 원형스플라인과 전면접촉하게 된다. 이경우 이로 인하여 플렉스스플라인은 원형스플라인과 이끝간섭 및 이뿌리간섭을 피하기가 어렵다. 하모닉 드라이브가 처음 개발되었을 때 주로 사용하던 타입이다.

$\lambda < 1$ 인 경우는 부편위라하는데 변형량  $\delta$ 는  $\lambda=1$ 인 경우보다 작고 강도적 측면에서는 좋다. Fig. 5에서는 보는 바와 같이 외치차의 이끝이 내치차의 이뿌리와 접촉하지 않는다.  $\lambda=1$ ,  $\lambda > 1$ 인 경우보다 치들의 접촉이 많게 되어 치면 접촉의 부족을 보

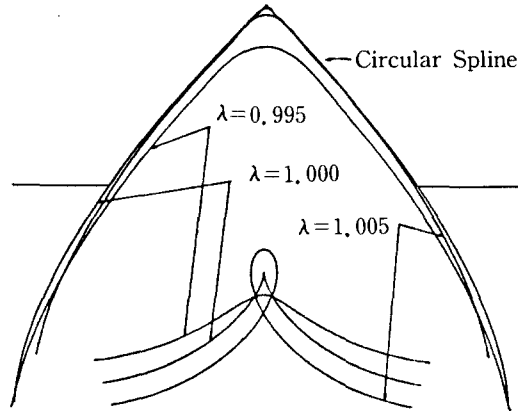


Fig. 5. Loci of Flexspline Tooth to Circular Spline

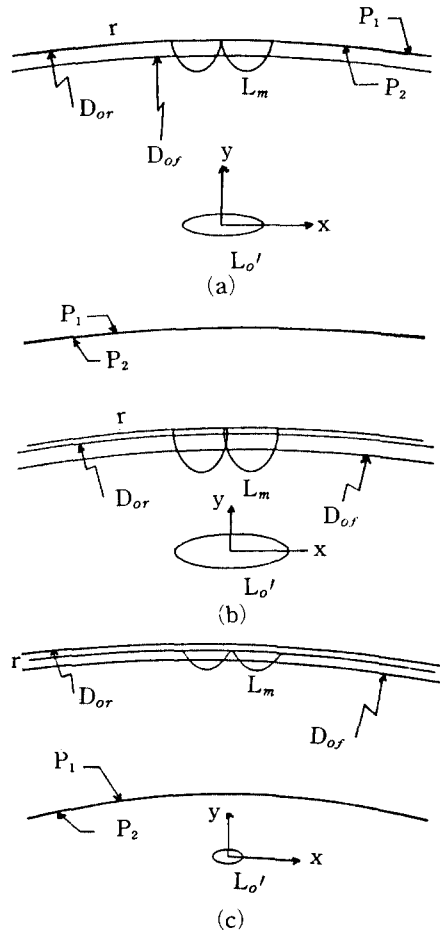


Fig. 6. Deviation Coefficient Effect on Rolling Contact Plate  
a)  $\lambda=1$ , b)  $\lambda=1.005$ , c)  $\lambda=0.995$

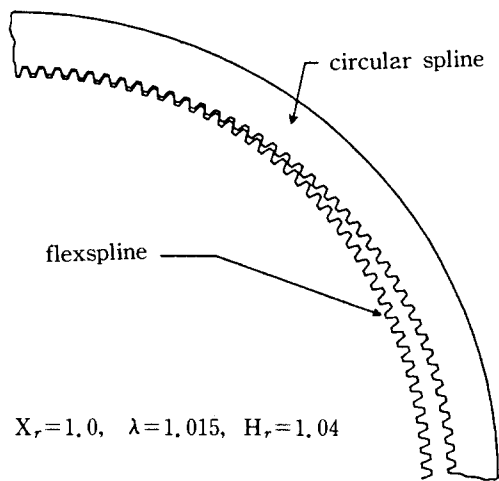
완해주고 있다. 그러나 이경우는 미끄럼운동을 수반하여 효율이 낮은 것이 결점이다.

$\lambda > 1$ 인 경우는 변형량  $\delta$ 가 가장 크게되어 강도가 중요한 고려사항이 된다. 이는 접촉치수의 부족을 큰 working depth로 보상해 주고 있다. 편위계수 변화에 따른 구름접촉판의 형상은 Fig. 6에 보인 바와 같다.  $P_1$ 은 원형스플라인의 구름접촉판이고  $P_2$ 는 플렉스스플라인의 구름접촉판이다.  $L_m$ 은 플렉스스플라인의 치의 케적으로 내치차와의 물림상태 및 간섭문제를 조절하는데 중요한 고려사항이 된다.  $L_0$ '는 플렉스스플라인이 변형하기전의 플렉스스플라인의 회전중심을 원점으로 한 케적이다.

**3-4. 이뿌리 및 이끝 간섭**

외치차인 플렉스스플라인의 변형피치곡선상의 치는 내치차인 원형스플라인의 치와 다수의 치가 물고 돌아가면서 간섭이 없어야 한다. 원형스플라인에 대해서 플렉스스플라인의 기준피치원이 파동발생기의 억지끼워마춤 상태에서 치접촉이 된다.

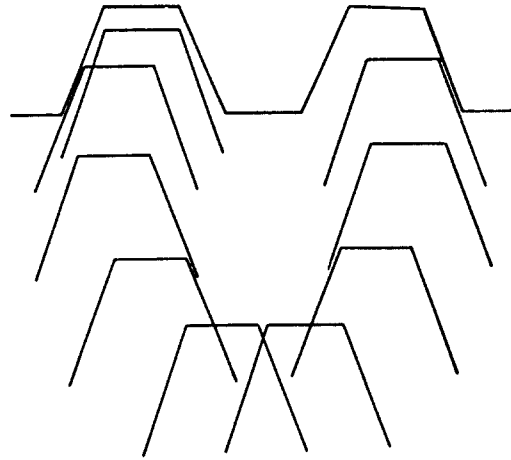
이때 다수의 치가 180° 대칭으로 치접촉을 하게 되는데 Fig. 7에 보인 바와 같이 이뿌리 간섭이 없어야 한다. 전위계수  $x_r=1.0$ , 편위계수  $\lambda=1.015$ , 편심거리  $h_r=1.04$ mm경우 이뿌리 간섭이 없음을 보여주고 있다. 이뿌리 간섭과 함께 고려되어야 할 중요한 간섭이 이끝간섭이다. 원형스플라인의 2개의



**Fig.7. Interference of Flexspline and Circular Spline**

$X_r=1.0, \lambda=1.015, H_r=1.04$

circular spline



**Fig.8. Movement of Flexspline Tooth Profile**

치에 대하여 플렉스스플라인이 0°에서 160°까지 회전함에 따라 20°간격으로 플렉스스플라인의 치의 운동을 보여주고 있다. Fig. 8에서 이끝간섭이 발생하지 않음을 보여주고 있다.

**4. 결 론**

주속식감속기의 치형설계식을 정립하고 이에 따른 치형 설계방법을 제시하였다. 편심거리, 전위계수, 편위계수 등이 따른 치형의 물림특성이 상당히 변화함을 알 수 있었다. 강도해석이 고려된 반복설계를 수행하면 최적의 전위계수를 얻을 수 있다.

본 연구의 설계방법에 의해서 감속비 1 : 80의 하모닉 드라이브를 설계하였다.

**후 기**

본 연구는 과학기술처에서 수행한 특징연구개발사업으로 수행되었음을 밝히며 이에 감사를 드립니다.

**참고문헌**

- (1) C.W. Musser, The Harmonic Drive, Machine Design, April 14, 1960, pp.160-173
- (2) N. Chironis, "The Harmonic Drive-Innova-

- tion in High Ratio Gearing", Product Engineering, February 8, 1960, pp.47-51
- (3) Shoichi Ishikawa, "The Gear Geometry of Tooth Engagement in Harmonic Drive", JSME 1967, Semi-International Symposium, pp.97-104
- (4) Koshi Konda and Jun Takeda, "Study on Wave Gear Drives", JSME, 1986, 9, Vol.52, No.481, pp. 2456-2462
- (5) 정선모, 표준기계설계학(합본), 동명사, 1981
- (6) 기계설계편람, 하권, 대광서림, 1985
- (7) 김상철, 이성열, 박춘근, 윤재복, 기구학, 영운출판사, 1979