

지구 중력장에 기인한 원궤도에 가까운 인공위성의 평균 궤도요소^{*, **}

박필호,^{***} 최규홍
연세대학교 천문기상학과
(1988년 9월 20일 접수; 1988년 11월 20일 수리)

Mean Orbital Elements of a Near-Circular Orbiting Artificial Satellite due to the Earth's Zonal Potentials^{*, **}

Pil-Ho Park^{***} and Kyu-Hong Choi
Department of Astronomy and Meteorology, Yonsei University, Seoul 120-749
(Received Sept. 20, 1988; Accepted Nov. 20, 1988)

요 약

지구의 비대칭 중력장 J_2 와 J_3 가 원궤도에 가까운 인공위성의 궤도요소에 미치는 장, 단주기 섭동과 영년섭동을 해석적 방법으로 구하였다. 이 때 궤도의 이심률이 작은 경우에 섭동방정식에서 발생하는 특이점은 Taff(1985)가 제시한 방법 중 궤도요소 e, ω, M 을 $e_s = e \sin \omega, e_c = e \cos \omega, \ell = \omega + M$ 으로 치환하는 방법을 사용하여 제거시켰다. Walter(1967)의 방법을 이용하여 기상위성 NOAA-10호의 평균 궤도요소를 결정하였고 이를 NASA의 Brouwer 평균 궤도요소와 비교하였다.

평균 궤도요소 a, i, Ω 는 TBUS의 결과와 거의 일치하나 평균 궤도요소 e, ω, M 은 약간의 차이를 보였다. 그리고 특이점을 제거하기 위한 Taff의 방법 중 e, ω, M 대신에 $e_s = e \sin(\Omega + \omega), e_c = e \cos(\Omega + \omega), L = \Omega + \omega + M$ 으로 치환하는 방법이 극궤도위성에는 부적합한 것으로 나타났다.

Abstract

The short and long periodic perturbations and secular perturbation due to the geopotentials of degree J_2 and J_3 which affect orbital elements of a near-circular orbiting satellite are obtained

* Yonsei University Observatory Contribution No. 72

** 이 연구는 한국과학재단과 과학기술처 특정연구사업 연구비의 지원을 받았음.

*** 현 천문우주과학연구소 연구원.

by the analytical method. The singular points due to a small denominator e in the perturbation equations can be excluded using one of the methods introduced by Taff(1985), which substitutes $e_s = e \sin \omega$, $e_c = e \cos \omega$ and $\varrho = \omega + M$ for the orbital elements e , ω and M . We determined the mean orbital elements of the meteorological satellite NOAA-10 using the Walter(1967)'s iterative procedure and compared with Brouwer's mean orbital elements determined at NASA.

The mean orbital elements a , i and Ω are consistent with those of NASA but the mean orbital elements e , ω and M have some deviations from those of NASA. According to the our results, it is not suitable for the polar orbiting satellites to use the Taff's proposal for excluding the singular points, which substitutes e , ω and M by $e_s = e \sin(\Omega + \omega)$, $e_c = e \cos(\Omega + \omega)$ and $L = \Omega + \omega + M$.

I. 서 론

인공위성의 궤도에 영향을 주는 섭동요소로는 지구의 중력 포텐셜, 태양과 달의 중력, 지구의 대기 저항, 태양의 복사압 등이 있다. 그 중에서 지상에서의 고도 약 800 km 정도의 중고도 위성에 가장 큰 영향을 미치는 섭동력은 지구의 비대칭 중력장에 의한 것이다. 1958년 미국의 Vanguard I 호 위성의 자료를 토대로 연구한 결과 지구는 마치 서양배 모양으로 생겼다는 것이 확인되었고(King-Hele 1983), 그 동안 지구상공에 띄어 올린 많은 인공위성의 자료로부터 지구의 모양에 대한 구체적인 모델을 만드는 연구가 진행되어 왔다. 특히 지구의 중력 포텐셜 중에서 위도에 따라 변하는 zonal harmonics 에 대한 연구가 Giacaglia(1964)와 Garfinkel 과 McAllister(1964)에 의해 활발히 진행되어 왔으며, 오늘날에는 지구의 중력 포텐셜의 22 차항까지의 계수가 알려졌고 이로 인해서 지구의 모양을 자세히 알 수 있게 되었다.

Kozai(1959)와 Brouwer(1959)는 지구 중력장의 zonal harmonics 가 중고도 위성의 궤도에 미치는 섭동을 궤도요소별로 계산하였다. 그러나 이들이 연구한 궤도요소별 장, 단주기 섭동항에는 인공위성의 궤도 이심률이 $e = 0$ 이고 궤도의 경사각이 $i = 0, 63.4$ 인 경우에 궤도의 이심률과 근지점의 인수 ω , 평균 근점이가 M 에서 특이점(singular point)이 생긴다. 따라서 거의 원궤도에 가까운 방송 통신위성이나 기상위성인 NOAA-10 호와 같은 위성의 궤도를 추적하고 예보하기 위해서는 $e \ll 1$ 에 따른 특이점을 제거하여야 한다. 따라서 이러한 특이점을 없애기 위하여 특이점을 일으키는 궤도요소 대신에 다른 변수로 치환한 미분방정식을 사용하는 방안이 제시되어 왔다(Taff 1985).

인공위성의 궤도는 실제궤도와 접용궤도, 그리고 평균궤도로 구분된다. 실제궤도는 위성이 실제로 움직이는 궤도이고, 접용궤도는 임의의 시각에서 실제궤도에 접하는 궤도이며, 평균궤도는 실제궤도에서 위성이 받은 섭동력을 제외한 가상의 궤도이다. 인공위성의 궤도에 미치는 섭동력을 일반 섭동론으로 계산하여 위성의 위치를 예보하기 위해서는 평균 궤도요소를 알아야 한다. 그러나 평균 궤도요소를 직접 얻을 수 없으므로 평균 궤도요소를 구하기 위해서는 인공위성의 관

측을 통해 얻을 수 있는 접용 궤도요소를 이용할 수밖에 없으며, Cain(1962)과 Walter(1967)는 접용 궤도요소로부터 평균 궤도요소를 계산하는 방법을 제시하였다.

이 논문에서는 지구의 중력 포텐셜 중에서 J_2 와 J_3 에 해당하는 zonal harmonics 가 원궤도에 가까운 인공위성의 궤도에 미치는 섭동량을 궤도요소별로 계산하였고 이것으로부터 위성의 평균 궤도요소를 구하였다. 궤도의 이심률이 $e \ll 1$ 인 경우에 발생하는 특이점은 궤도요소인 이심률 e , 근지점 인수 ω , 평균 근점이각 M 대신에 $e_s = e \sin \omega$, $e_c = e \cos \omega$, 위도인수 $\ell = \omega + M$ 을 사용하여 제거시켰으며, 궤도요소별 단주기 섭동, 장주기 섭동, 영년섭동을 구하는 식을 전개하였다. 그리고 계산의 정확도를 측정하기 위해서 NASA의 TBUS에 실린 기상위성 NOAA-10호의 Brouwer 평균 궤도요소와 계산한 평균 궤도요소를 비교하였고, 평균 궤도요소의 변화양상을 해석하여 NOAA-10호의 궤도를 분석하였다.

II. 지구의 중력 potential 에 의한 섭동함수

지구의 모양은 극축에 대해서 완전한 대칭이 아니며, 적도면에 대해서도 완전한 대칭이 아니다. 그러므로 지구의 중심으로부터 거리가 r 인 위치에 있는 물체의 중력 포텐셜 U 는 (1)식과 같이 spherical harmonics series 의 합으로 표현된다(Hagihara 1962).

$$U = \frac{GM_{\oplus}}{r} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{Re}{r} \right)^n P_n^m(\sin \phi) (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) \right] \dots\dots\dots (1)$$

여기에서 G 는 만유인력 상수, M_{\oplus} 는 지구의 질량, Re 는 지구의 적도반경, ϕ 는 위도, λ 는 경도이며, $C_{n,m}$ 과 $S_{n,m}$ 은 여러 가지 harmonics 의 진폭을 나타내는 계수이고, $P_n^m(\sin \phi)$ 는 associated Legendre function이다. (1)식에서 첫째 항은 지구를 점 질량이라 가정했을 때의 중력포텐셜이고, 둘째 항은 지구의 모양이 비구형이고 비대칭이기 때문에 생기는 중력포텐셜이다. 둘째 항은 위도에 의해서만 달라지는 zonal harmonics 와 경, 위도에 따라 변화하는 tesseral harmonics 와 sectorial harmonics 로 구성되어 있다(O'Keefe et al. 1959). Zonal harmonics 는 (1)식의 둘째 항에서 $m = 0$ 일 때이며 sectorial harmonics 는 $m = n$ 일 때, tesseral harmonics 는 $n > m \approx 0$ 일 때이다(Beard 1982). 지구가 극축에 대해서 대칭이 아닐 경우에는 경도와 위도에 따라 중력포텐셜이 달라지므로 (1)식의 둘째 항이 모두 포함되어야 한다. 그러나 대칭을 이룰 경우에는 경도와 관계 없이 위도에 의해서만 중력포텐셜이 변하게 되므로 (1)식의 둘째 항 중 zonal harmonics 항만 고려하면 된다. 따라서 지구가 극축에 대하여 완전한 대칭이라고 가정하면 (1)식을 다음과 같이 위도의 함수로 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{Re}{r} \right)^n P_n(\sin \phi) \right] \dots\dots\dots (2)$$

여기에서 $\mu = GM_{\oplus}$ 이고, J_n 은 zonal harmonics 의 계수로서 $J_n = -C_{n,0}$ 이다. (2)식에서 두 번째 항이 $n=2$ 부터 시작하는 이유는, 지구의 질량중심과 좌표의 원점이 약 200m 이내에서 서로 일치하므로 $n=1$ 에 해당하는 1차 zonal harmonics 를 무시했기 때문이다(O'Keefe et al. 1959). (2)식에서 인공위성에 가장 큰 섭동을 미치는 중력포텐셜은 J_2 에 의한 것으로 지구의 중심질량에 의한 중력포텐셜의 약 10^{-3} 정도이다. J_2 를 제외한 나머지 중력포텐셜은 J_2 의 약 10^{-3} 이하로 상당히 작다.

한편, 지구가 극축에 대하여 대칭이고, 지구의 중력포텐셜 중에서 중심질량에 의한 것과 J_2 와 J_3 에 의한 포텐셜만이 인공위성에 작용한다고 가정하면, conic 방정식과 sine 법칙을 이용하여 (2)식을 r 과 ϕ 대신에 인공위성의 궤도요소의 함수로 표현할 수 있다. 그리고 지구의 전체 중력포텐셜에서 중심질량에 의한 포텐셜을 빼 주면 위성의 궤도에 섭동을 일으키는 중력포텐셜, 즉 섭동함수 R 을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$R = U - \frac{\mu}{r}$$

$$= \mu \left[\frac{3}{2} J_2 \frac{Re^2}{a^3} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \sin^2 i + \frac{1}{2} \sin^2 i \cos 2(\nu + \omega) \right\} \right. \\ \left. - J_3 \frac{Re^3}{a^4} \left(\frac{a}{r} \right)^4 \left\{ \left(\frac{15}{8} \sin^2 i - \frac{3}{2} \right) \sin(\nu + \omega) - \frac{5}{8} \sin^2 i \sin 3(\nu + \omega) \right\} \sin i \right] \dots (3)$$

(3)식에서 a 는 궤도의 장반경, ν 는 진 근점이각(true anomaly)이다. (3)식의 섭동변수 R 을 변수분리하여 ω 와 ν 에 전혀 관계가 없는 항인 영년 항, ω 에 의해서만 변하는 항인 장주기 항, ν 에 의해서만 좌우되는 항인 단주기 항으로 구분하면 다음과 같은 영년 섭동함수 R_s , 장주기 섭동함수 R_{lp} , 단주기 섭동함수 R_{sp} 를 얻을 수 있다(Kozai 1959).

$$\left. \begin{aligned} R_s &= \frac{3}{2} \mu J_2 \frac{Re^2}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \sin^2 i \right) (1 - e^2)^{-3/2} \\ R_{lp} &= -\frac{3}{2} \mu J_3 \frac{Re^3}{4} \sin i \left(\frac{5}{4} \sin^2 i - 1 \right) e (1 - e^2)^{-5/2} \sin \omega \\ R_{sp} &= \frac{3}{2} \mu J_2 \frac{Re^2}{a} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \sin^2 i \right) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^3 (1 - e^2)^{-3/2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sin^2 i \cos 2(\nu + \omega) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

III. 원궤도에 가까운 인공위성의 궤도

1. J_2 와 J_3 에 의한 궤도요소별 장, 단주기 섭동과 영년섭동

태양계 안에 있는 행성들의 운동에 관한 연구결과는 아주 잘 알려져 있고 이 이론들은 인공위성의 운동에도 거의 적용된다. 궤도요소의 시간에 따른 변화율을 섭동함수의 편미분 형태로 나타낸 섭동방정식(Escobal 1965)도 역시 행성들의 운동역학에 관한 Lagrange 행성방정식의 한 형태이다. 그러나 이 섭동방정식에는 궤도요소 e 와 ω , 평균 근점이자 M 에 해당하는 미분방정식의 분모에 이심률이 포함되어 있다. 따라서 궤도의 이심률이 $e \ll 1$ 인 원궤도에 가까운 인공위성의 경우, 단주기 섭동항과 장주기 섭동항을 계산하는 데 있어 특이점(singular point)이 발생한다. 그러므로 이러한 특이점을 제거하기 위하여 e , ω , M 에 해당하는 섭동방정식 대신에 $e_s = e \sin(\Omega + \omega)$, $e_c = e \cos(\Omega + \omega)$, $L = \Omega + \omega + M$ 이나 $e_s = e \sin \omega$, $e_c = e \cos \omega$, $\ell = \omega + M$ 으로 치환한 섭동방정식을 사용하는 방안이 제시되어 왔다(Taff 1985).

이 논문에서는 위의 두 가지 변수치환 방법 중 후자에 해당하는 방법을 채택하였고 e , ω , M 대신 e_s , e_c , 위도 인수(argument of latitude) ℓ 로 치환한 섭동방정식은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial \ell}, \\ \frac{de_s}{dt} &= \frac{na}{\mu} (1-e^2)^{1/2} \frac{\partial R}{\partial e_c} - \frac{na e_c \cot i}{\mu (1-e^2)^{1/2}} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{na e_s (1-e^2)^{1/2}}{\mu (1+(1-e^2)^{1/2})} \frac{\partial R}{\partial \ell}, \\ \frac{de_c}{dt} &= -\frac{na}{\mu} (1-e^2)^{1/2} \frac{\partial R}{\partial e_s} - \frac{na e_s \cot i}{\mu (1-e^2)^{1/2}} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{na e_c (1-e^2)^{1/2}}{\mu (1+(1-e^2)^{1/2})} \frac{\partial R}{\partial \ell}, \\ \frac{di}{dt} &= \frac{na \cot i}{\mu (1-e^2)^{1/2}} \left(e_c \frac{\partial R}{\partial e_s} - e_s \frac{\partial R}{\partial e_c} + \frac{\partial R}{\partial \ell} \right), \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{na \csc i}{\mu (1-e^2)^{1/2}} \frac{\partial R}{\partial i}, \\ \frac{d\ell}{dt} &= n + \frac{na (1-e^2)^{1/2}}{\mu (1+(1-e^2)^{1/2})} \left(e_s \frac{\partial R}{\partial e_s} + e_c \frac{\partial R}{\partial e_c} \right) - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} + \frac{na \cot i}{\mu (1-e^2)^{1/2}} \frac{\partial R}{\partial i} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

Zonal harmonics J_2 와 J_3 에 의한 (4)식의 섭동함수는 인공위성의 궤도에 장, 단주기 섭동과 영년 섭동을 일으킨다. 궤도요소별 단주기 섭동을 계산하기 위해서는 (4)식의 단주기 섭동함수 R_{sp} 내에 있는 v 와 r 을 궤도요소인 M 과 e 로 바꾼 다음 (5)식의 섭동방정식에 대입하여 적분하여야 한다. 그러나 원궤도에 가까운 인공위성의 경우 발생하는 특이점을 제거하기 위해서는 (4)

식의 단주기 섭동함수 R_{sp} 도 e_s, e_c, ℓ 의 함수로 바꿔 주어야 하며 결과식은 다음과 같다.

$$R_{sp} = \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu R e^2}{a^3} \left[\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) (e_c \cos \ell + e_s \sin \ell) + \frac{1}{2} \sin^2 i \left(\cos 2\ell - \frac{1}{2} (e_c \cos \ell - e_s \sin \ell) + \frac{7}{2} (e_c \cos 3\ell + e_s \sin 3\ell) \right) \right] \dots\dots\dots (6)$$

한편, J_2 가 $\approx 10^{-3}$ 이고 원궤도에 가까운 인공위성일 경우 $e \ll 1$ 이므로 (5)식과 (6)식에서 e_s 와 e_c 를 포함한 항들은 매우 작은 값을 가지므로 무시할 수 있다. 실제로 (5)식 중에서 e_s 에 대한 미분방정식의 둘째 항을 계산해 보면 크기가 $< 10^{-10}$ 정도이다. 그러므로 이 논문에서는 (5)식과 (6)식에서 e_s 와 e_c 가 포함된 항들을 무시하였고 궤도요소별 단주기 섭동 $(\Delta a)_{sp}, (\Delta e_s)_{sp}, (\Delta e_c)_{sp}, (\Delta i)_{sp}, (\Delta \Omega)_{sp}, (\Delta \ell)_{sp}$ 를 다음과 같이 구하였다.

$$\left. \begin{aligned} (\Delta a)_{sp} &\doteq \frac{3}{2} \frac{R e^2}{a} J_2 \sin^2 i \cos 2\ell, \\ (\Delta e_s)_{sp} &\doteq \frac{3}{2} \frac{R e^2}{a^2} J_2 \left[\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \sin \ell - \sin^2 i \left(\frac{1}{4} \sin \ell + \frac{7}{12} \sin 3\ell \right) \right], \\ (\Delta e_c)_{sp} &\doteq \frac{3}{2} \frac{R e^2}{a^2} J_2 \left[\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \cos \ell + \sin^2 i \left(\frac{1}{4} \cos \ell + \frac{7}{12} \cos 3\ell \right) \right], \\ (\Delta i)_{sp} &\doteq \frac{3}{8} \frac{R e^2}{a^2} J_2 \sin i \cos 2\ell, \\ (\Delta \Omega)_{sp} &\doteq \frac{3}{4} \frac{R e^2}{a^2} J_2 \cos i \sin 2\ell, \\ (\Delta \ell)_{sp} &\doteq \frac{9}{8} \frac{R e^2}{a^2} J_2 \sin i \sin 2\ell + \frac{3}{4} \frac{J}{a} \cos^2 i \sin 2\ell. \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

여기에서 (7)식을 계산하기 위해서는 (5)식을 dt 에 대하여 적분하지 않고 Kepler 방정식 $M = n(t - t_0)$ 의 미분형인 $dM = n dt$ 를 이용하여 dM 으로 적분하여야 한다.

(4)식에서 보는 바와 같이 인공위성의 궤도에 장주기 섭동을 일으키는 장주기 섭동함수는 zonal harmonics J_3 로만 구성되어 있다. 그러므로 장주기 섭동은 (4)식의 R_{1p} 를 (5)식의 R 에 대입하여 ω 에 대하여 적분함으로써 계산할 수 있다. 단주기 섭동을 계산할 때와 마찬가지로 e_s 와 e_c 가 포함된 항을 (5)식에서 무시하고 ω 에 대하여 적분하면 궤도요소 a, i, e_c, Ω, ℓ 에 대한 장주기 섭동은 없고 e_s 에 대한 장주기 섭동 $(\Delta e_s)_{1p}$ 만을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(\Delta e_s)_{1p} = -\frac{1}{2a} \frac{J_3}{J_2} \sin i \dots\dots\dots (8)$$

(4)식 중에서 영년섭동함수 R_s 는 인공위성의 궤도요소를 시간에 따라 거의 일정한 비율로 변하게 한다. (4)식의 R_s 을 (5)식의 R 에 대입하여 dt 에 대하여 적분하면 궤도요소별 영년 섭동량을 구할 수 있으나 궤도요소 a, e, i 는 영년 섭동을 받지 않는다. 영년 섭동에는 J_2 에 의한 1차 영년 섭동과 J_4 에 의한 2차 영년 섭동이 있으나 여기서는 J_2 에 의한 1차 영년 섭동만 취급하였고 다음과 같이 궤도요소 Ω, ω, M 에 관한 영년 섭동량 $(\Delta\omega)_s, (\Delta\ell)_s, (\Delta M)_s$ 를 구하였다.

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\omega)_s &= \frac{3}{2} \frac{Re^2}{a^2} J_2 \frac{1}{(1-e^2)^2} (2 - \frac{5}{2} \sin^2 i) \bar{n}(t-t_0), \\ (\Delta\Omega)_s &= -\frac{3}{2} \frac{Re^2}{a^2} J_2 \frac{1}{(1-e^2)^2} \cos i \bar{n}(t-t_0), \\ (\Delta M)_s &= \bar{n}(t-t_0), \\ \bar{n} &= n_0 + \frac{3}{2} \frac{Re^2}{a^2} J_2 \frac{1}{(1-e^2)^{3/2}} n_0 (1 - \frac{3}{2} \sin^2 i). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

여기에서 n_0 는 섭동을 받지 않은 평균 각속도이고 t_0 는 기산점의 시각(epoch time) 으로서 n_0 일 때의 시각이며 t 는 임의의 시각이다.

2. 평균 궤도요소

인공위성 추적시스템을 갖춘 지상추적소에서 인공위성의 추적을 통해 얻을 수 있는 최종자료는 임의의 시각에서 인공위성이 갖는 위치와 속도벡터이다. 시각 t 와 위치, 속도벡터를 알면 그 시각에서의 6개 궤도요소 $a, e, i, \Omega, \omega, M$ 을 결정할 수 있다. 이러한 궤도요소를 접용 궤도요소(osculating orbital elements)라 한다. 접용궤도란 임의의 시점에서 인공위성의 실제 궤도에 접하는 궤도를 말한다. 접용 궤도요소에는 지구의 중심인력과 섭동력이 포함되어 있으므로 기산점의 시각이 달라지거나 인공위성이 실제궤도상을 움직일 때마다 변한다. 그러나 인공위성에 영향을 주는 모든 섭동력을 실제궤도로부터 제거시키면 인공위성은 지구중심의 인력에 의해서만 영향을 받게 되므로 항상 일정한 궤도를 갖는다. 이와 같이 인공위성의 실제궤도에서 섭동력에 의한 양 만큼을 없애 준 궤도를 평균궤도라고 하며 그 궤도요소를 평균궤도요소라 한다. 평균궤도요소는 시간에 따라 변하지 않고 항상 일정한 값을 가지므로 평균궤도요소에 인공위성이 받는 섭동력에 의한 궤도요소의 변화량을 더해 주면 인공위성의 실제궤도를 언제든지 알 수 있다.

그러나 평균궤도요소를 직접 구하는 방법은 없다. 평균궤도요소를 계산하기 위해서는 인공위성의 궤도요소가 받는 섭동량을 계산하여야 하나 (5)식의 섭동방정식과 (4)식의 섭동함수에 포함된 궤도요소 역시 평균궤도요소이기 때문에 직접적인 계산이 곤란하다. 그러므로 평균궤도요소를 얻기 위해서는 관측을 통해 얻을 수 있는 접용 궤도요소를 이용할 수밖에 없으며 Cain(1962)과 Walter(1967)는 Newton-Raphson 방법을 통해 접용 궤도요소로부터 평균궤도요소를 계산하는 방법을 다음과 같이 제시하였다.

$$X_i^{(s+1)} = X_i^s + (Y_i^0 - Y_i^s) \quad i = 1, 2, 3, \dots 6. ; s = 1, 2, 3, \dots \dots\dots (10)$$

위 식을 이용하여 평균 궤도요소를 구하기 위해서는 초기치의 접용 궤도요소 Y_i^0 를 s 번째 평균 궤도요소 X_i^s 로 가정하여 첫째, (7), (8), (9)식으로부터 궤도요소별 장, 단주기 섭동과 영년섭동을 구한 후 이를 X_i^s 에 더하여 s 번째 접용 궤도요소 Y_i^s 를 구한 다음 둘째, (10)식에 의해 $s+1$ 번째 평균 궤도요소 $X_i^{(s+1)}$ 를 계산하고 이것을 X_i^s 로 가정하여 첫번째 과정을 되풀이한다. 이때 Y_i^0 에서 Y_i^s 를 빼 준 절대값이 미리 정한 오차 내에 있으면 Newton-Raphson 과정을 중단하고 $X_i^{(s+1)}$ 를 구하고자 하는 평균 궤도요소로 결정한다.

IV. 기상위성 NOAA-10 호와 비교검토

지구의 중력장 harmonics J_2 와 J_3 가 원궤도에 가까운 인공위성의 궤도에 미치는 섭동을 고려하여 현재 운용되고 있는 TIROS-N(Television and Infrared Operational Satellite)계열 위성인 기상위성 NOAA-10 호의 평균 궤도요소를 계산하였고 그 결과를 NASA의 TBUS 자료에 실린 NOAA-10 호의 Brouwer 평균 궤도요소와 비교·검토하였다. 여기에서 Brouwer 평균 궤도요소는 영년 섭동을 고려하지 않은 평균 궤도요소이며 따라서 궤도요소 Ω , ω , M 에서 시간에 따른 영년변화를 보인다.

표 1. 평균 궤도요소의 계산치와 NASA 결과와의 차이에 대한 평균치

궤도요소	계산결과 - TBUS의 결과
궤도의 장반경 a	14 m
궤도의 이심률 e	0.00005
궤도의 경사각 i	0.00001 도
승교점의 경도 Ω	0.00002 도
근지점의 인수 ω	1.63 도
평균 근점이각 M	1.63 도

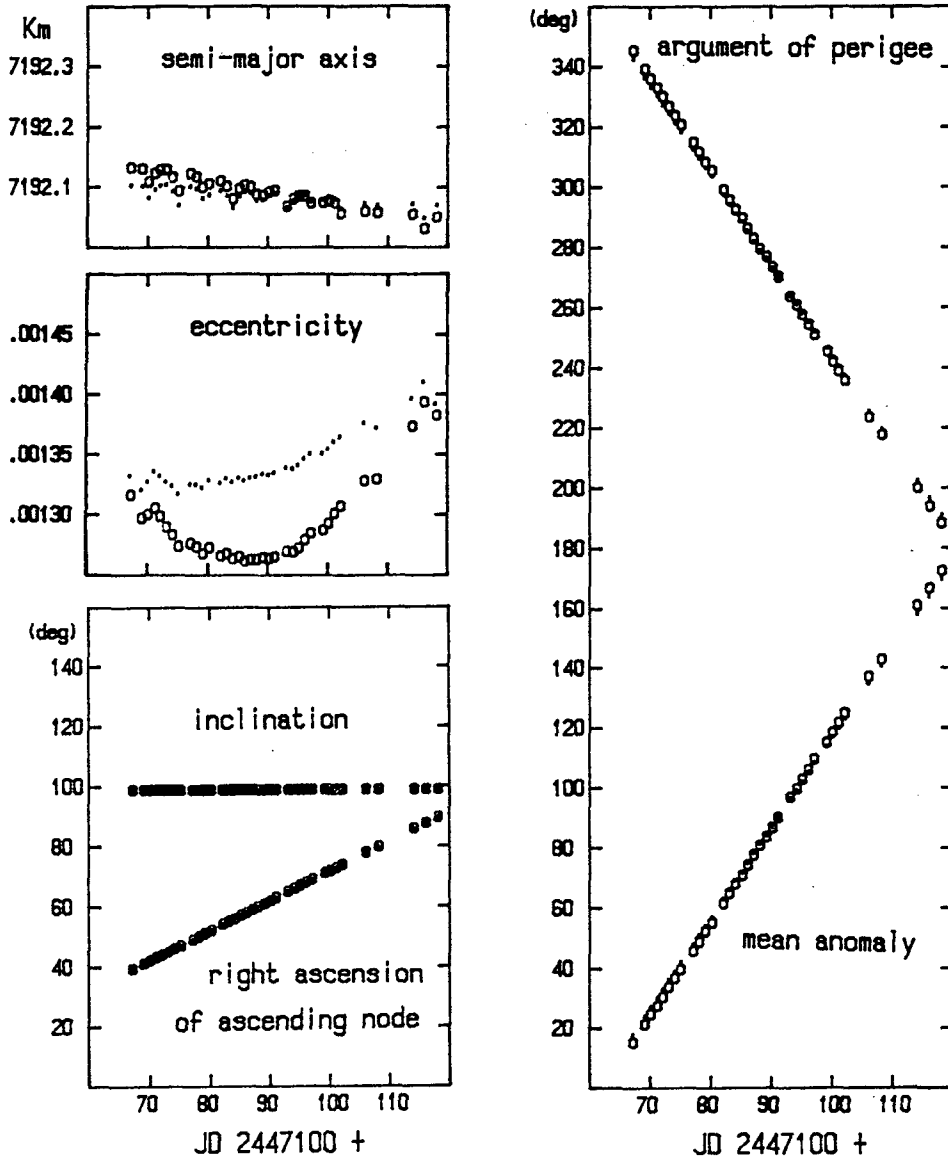


그림 1. 장, 단주기 섭동만을 고려한 평균 궤도요소 $a, e, i, \Omega, \omega, M$ 의 계산치와 NASA 결과와의 비교 (• : 계산치, ○ : NASA 결과)

그림 1은 이 논문에서 계산한 NOAA-10호의 평균 궤도요소를 TBUS 자료의 Brouwer 평균 궤도요소와 비교하여 나타낸 것이다. TBUS 자료에 하루에 한 번씩 수록된 위성의 위치벡터와 속도벡터로부터 접용 궤도요소를 구한 다음, Walter(1967)의 방법을 통해 단주기 섭동과 장

주기 섭동만을 고려하여 당일의 평균 궤도요소를 계산하였다. 총 36 점을 통해 52 일(1988. 1. 6 ~ 1988. 2. 26) 간의 평균 궤도요소가 변하는 양상을 나타내 보였다.

그림에서 점으로 표시된 것이 NASA의 Brouwer 평균 궤도요소이고 원으로 나타낸 것이 이 논문에서 계산한 NOAA-10 호의 평균 궤도요소이다. 그리고 계산한 평균 궤도요소와 NASA의 평균 궤도요소와의 차이, 즉 장, 단주기 섭동에 의한 차이를 절대값을 취한 52 일 동안의 평균치를 표 1에 궤도요소별로 나타내었다. 그림 1과 표 1에서 보면 이 논문에서 계산한 평균 궤도요소와 NASA의 평균 궤도요소의 변화양상이 비슷하며 6 개의 궤도요소 중에서 a , i , Ω 는 계산치와 NASA의 결과가 거의 일치하나 궤도요소 e , ω , M 은 약간의 차이를 보이고 있다. 이러한 차이는 이 논문에서 J_2 와 J_3 에 의한 섭동력만을 고려하고 다른 섭동력, 즉 지구의 대기에 의한 섭동, 태양의 복사압에 의한 섭동, 태양과 달의 중력섭동, 그리고 지구의 중력섭동 중에서 J_4 이상의 zonal harmonics, tesseral harmonics, sectorial harmonics 등을 무시하였기 때문에 나온 결과라고 생각된다. 특히, 궤도 장반경에 대한 그림을 살펴보면 이 논문에서 계산한 평균궤도 장반경이 52 일에 걸쳐 약 100m 정도 감소하면서 진동하고 있으며, NASA의 결과는 약 40m 정도 감소하고 있음을 알 수 있다. Kozai(1959)에 의하면 평균궤도요소 중에서 장반경 a 는 장주기 섭동량과 영년 섭동량이 없고, Kampos(1966)에 의하면 지구의 대기에 의한 섭동은 궤도요소 a 와 e 에 장주기 섭동과 영년 섭동을 일으킨다는 것을 감안할 때, 이 논문에서 계산한 결과가 NASA의 결과보다 a 의 감소폭이 크게 나타나고 궤도 이심률이 장주기 변화의 양상을 보이고 있는 것은 이 논문에서 지구의 대기에 의한 섭동을 고려하지 않았기 때문일 것이다. 그리고 a 의 계산치와 NASA의 결과가 모두 감소하며 진동하는 것은 인공위성의 궤도 조정과 자세조정에 의한 것이라고 추측된다.

표 2. 평균 궤도요소의 예보치와 NASA 결과와의 차이에 대한 평균치

궤도요소	예보결과 - TBUS의 결과
승교점의 경도 Ω	0.04 도
근지점의 인수 ω	2.26 도
평균 근점이각 M	9.23 도

제 3장 1절에서 살펴본 바와 같이 인공위성의 궤도요소 Ω , ω , M 은 J_2 에 의하여 영년 섭동을 받는다. 그림 2는 기산점 시각인 1988년 1월 6일 1시 17분 53.442초 U.T.에서 장, 단주기 섭동만을 고려하여 구한 평균 궤도요소에 (9)식으로부터 계산할 수 있는 영년 섭동량을 더해 주어 기산점 시각 이후의 평균 궤도요소 Ω , ω , M 을 52일간 예보한 것이다. 그림에서 점으로 표시된 것이 NASA의 Brouwer 평균 궤도요소이고 원으로 나타낸 것이 이 논문에서 예보한 평균 궤도요소이다. 기산점 시각에서 계산한 평균 궤도요소와 NASA 결과와의 차이, 즉 단주기 섭동과 장주기 섭동에 의한 평균 궤도요소 Ω , ω , M 의 초기치의 차이는 각각 $0^{\circ}.00002$, $2^{\circ}.87$, $2^{\circ}.87$ 이다. 그러므로 예보치와 NASA 결과와의 차이 중에서 위에서 언급한 초기치의 차

이에 의한 양을 빼 주면 오직 영년 섭동에 의한 편차를 얻을 수 있으며 이러한 편차의 절대값을 52일 동안 평균하여 표 2에 나타냈다. 그림 2와 표 2에서 보듯이 평균 궤도요소 Ω 는 계산치와 NASA 결과가 거의 일치하는 반면에 궤도요소 ω 와 M 은 시간이 지날수록 NASA 결과와의 차이가 점점 커짐을 알 수 있으며 M 의 편차는 ω 의 편차보다 훨씬 크게 나타나고 있다. 그 이유는 영년 섭동을 계산하는 데 있어 J_2 에 의한 1차 영년 섭동만을 고려했기 때문인 것 같다. J_3 에 의한 이심률의 장주기 섭동량은 $e \approx 10^{-3}$ 정도로 나타났다.

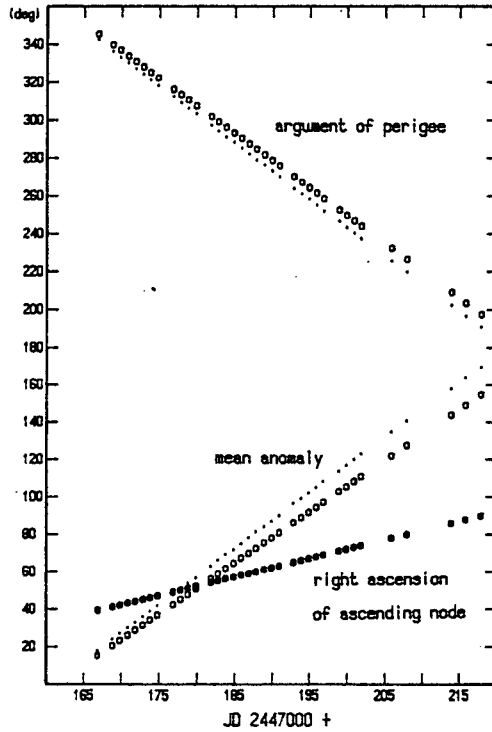


그림 2. 영년 섭동만을 고려한 평균 궤도요소 Ω , ω , M 의 예보치와 NASA 결과와의 비교 (• : 계산치, ○ : NASA 결과)

V. 결 론

지구의 중력 섭동 포텐셜 중에서 J_2 와 J_3 에 해당하는 zonal harmonics가 원궤도에 가까운 인공위성의 궤도에 미치는 궤도요소별 섭동을 일반섭동론을 이용하여 구하였고, 이로부터 계산한 평균 궤도요소를 NASA의 TBUS 자료에 실린 Brouwer 평균 궤도요소와 비교한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 1) 원궤도에 가까운 인공위성의 궤도요소에 미치는 장, 단주기 섭동을 계산하는 데 있어 궤도요소 e , ω , M 대신에 e_s , e_c , ℓ 로 변수치환한 섭동방정식과 섭동함수를 사용하면 $e \ll 1$ 인 경우에 생기는 특이점을 제거할 수 있다.
- 2) NOAA-10호와 같은 극궤도 위성에는 Taff(1985)가 제시한 두 가지 변수치환방법 중에서 $e_s = e \sin(\Omega + \omega)$, $e_c = e \cos(\Omega + \omega)$, $L = \Omega + \omega + M$ 보다는 $e_s = e \sin \omega$, $e_c = e \cos \omega$, $\ell = \omega + M$ 에 의한 변수치환방법이 적합하다.
- 3) $e \ll 1$ 인 경우에 (5)식의 섭동방정식과 (6)식의 단주기 섭동함수, (4)식의 장주기 섭동함수에서 이심률이 포함된 항을 무시하여도 장, 단주기 섭동의 계산정확도는 거의 영향을 받지 않는다.
- 4) 중궤도(지상 약 800 km) 인공위성의 경우, J_2 와 J_3 에 의한 섭동력만 고려하여도 비교적 정확한 a , i , Ω 의 평균 궤도요소를 충분히 계산할 수 있다. 그러나 평균 궤도요소 e , ω , M 을 정확하게 계산하기 위해서는 J_2 와 J_3 이외에 더 많은 섭동력을 고려하여야 한다.
- 5) 인공위성의 궤도를 장기적으로 정확히 예보하기 위해서는 J_2 에 의한 1차 영년 섭동 이외에 J_4 에 의한 2차 영년 섭동도 고려하여야 한다.

참고문헌

- Beard, C.C. 1982, *Ephemeris Generation Program System Description and User's Guide*(CSC/SD-82/6117: New York), pp. G-2-G-4.
- Brouwer, D. 1959, *Astron. J.*, **64**, 378.
- Escobal, P. R. 1965, *Methods of Orbit Determination*(John Wiley & Sons: New York), pp.365.
- Gain, B. J. 1962, *Astron. J.*, **67**, 391.
- Garfinkel, B. and McAllister, G. T. 1964, *Astron. J.*, **69**, 453.
- Giacaglia, G. E. O. 1964, *Astron. J.*, **69**, 303.
- Hagihara, Y. 1962, *Astron. J.*, **67**, 108.
- Kamos, B. 1966, *Guidance, Flight Mechanics and Trajectory Optimization, Vol. 9*(NASA CR-1008: Springfield), pp.69-71.
- King-Hele, D. 1983, *Observing Earth Satellites*(Macmillan: London), pp.144-153.
- Kozai, Y. 1959, *Astron. J.*, **64**, 367.
- O'Keefe, J. A., Eckels, A. and Squires, R. K. 1959, *Astron. J.*, **64**, 245.
- Taff, L. G. 1985, *Celestial Mechanics*(John Wiley & Sons: New York), pp.308-312.
- Walter, H. G. 1967, *Astron. J.*, **72**, 994.