

## 〈論 文〉

## Runs에 의한 年水文系列의 解析

(Analysis of Annual Hydrologic Series by Runs)

\*姜 瑄 遠    \*\*安 慶 洙    \*\*\*金 周 煥  
Kang, Kwan Won · Ahn, Kyung Soo · Kim, Ju Hwan

### 要 旨

本 研究의 目的은 年水文資料를 推計學的 方法인 Runs의 理論으로 解析하는데 있다. 一定水文量(Truncation Level; T.L. 一定水文量)別로 發生하는 Run-length의 統計的 特性을 利用하여 水文時系列의 構造를 調査하였으며 Run-length의 相對頻度에 대하여 理論 値와 觀測值를 比較 分析한 結果 대체적으로 理論值에 近接하였다. 따라서 임의의 一定水文量에 대하여 乾期(dry period)와 雨期(wet period)의 確率을 推定할 수 있음을 究明 하였다.

分析에 使用한 資新는 比較的 長期間의 資料를 얻을 수 있는 地點의 年降雨量(4 個地點)과 年流出量 資料(3 個地點)을 使用하였다. 年流出量資料는 Markov 모델에 의하여 模擬發 生된 資料를 使用하였으며 이에 대한 모델의 適用性을 검정하였다.

또한 統計的 分析方法인 양쪽檢定(two side test)結果에 의하면 各 地點別 年水文資料는 獨立系列로 判明 되었으며 年流出系列에 대하여 Markov 모델의 適用性을 찾아낼 수 있었다.

### ABSTRACT

The main objective of this paper is to study the application of runs to the analysis of hydrologic data.

The stochastic structure of annual hydrologic data is investigated using the statistical properties of run-length for various truncation levels.

Observed relative frequencies of run-length at each station are compared with the calculated and approached to the calculated. Also, it can be shown to estimate the durations of wet and dry years by the probabilities of run-length for a given truncation level.

Annual precipitation data were obtained from the stations where have relatively long records, and stream flow data were generated by Markov model.

The results of hypothesis test with run-lengths show independence of annual hydrologic series and Markov model can be applied to generate annual stream flow at Hyun-pung, Waekwan and Gyuam.

\* 仁荷大學校 土木工學科 教授(工博)

\*\* 仁川大學 土木工學科 副教授(工博)

\*\*\* 仁荷大學校 大學院

## 1. 序 論

물의 순환과정을 연구하는데 있어서는 방법에 따라 주로 두가지로 區分된다. 水文現象의 物理的 의미를 究明하려는 物理的 水文學(physical hydrology)과 降雨와 流出間의 量的인 關係를 確立하려는 水文系 調查(system investigation)의 두가지 傾向인데 水文系 調查方法에 따라 parametric hydrology와 推計學的 水文學(stochastic hydrology)으로 區分된다.<sup>(1)</sup> 推計學的 水文學은 어떤 確率법칙에 의거하여 시간에 따라 變하는 水文資料의 統計的 性質을 利用한다. 一般的으로 水文學的 問題를 해결하기 위하여는 水文現象의 무작위 성질을 考慮하여 水文學的 과정을 解析하는 것이다. 時系列(time-series)은 水文學의 時間的 變動性에 따라 定常時系列(stationary process)과 非定常時系列(non-stationary process)로 區分하며 日 또는 月 流量과 같이 統計的 變數(平均, 分散等)가 주기성및 우연성을 나타낼때 非定常時系列로 볼 수 있고 比較的 시간간격이 긴 年水文資料에 대해서는 경향성분이나 주기성분이 時間에 따라 변하지 않는다고 보아 定常時系列로 解析하는 것이 보통이다. 확률과정의 特性은 定常性(stationarity)의 成立될 때 ergodicity의 정리에 의하여 計算될 수 있다. 즉 平均과 分算이 系列의 時間的 平均으로 計算될 수 있다.<sup>(2)(3)</sup> 推計學的 處理과정인 Runs에 의한 方法은 一定水文學에 대한 剩餘量이나 不足量 또는 가뭄과 홍수등을 推定하는데 밀접한 關係를 갖는다. 觀測水文曲線(Runhydrograph)에서 一定水文學(Truncation Level; T.L.)보다 큰 값이 지속되는 기간을 剩餘量 持續期間((+)Run-length)이라하고 그 큰값에 해당하는 水文學의 합을 剩餘量((+)Run-sum)이라 부른다.<sup>(5)</sup>

Llamas와 Siddiqui<sup>(6)</sup>는 降雨系列에서의 剩餘量과 不足量을 定量的으로 測定分析하여 Run-length, Run-sum 및 이 값들의 比인 Run-intensity(起伏의 크기)의 개념으로 나타내었다. 또한 Guerrero-Salazar와 Yevjevich<sup>(9)</sup>등도 Run理論에 의하여 한발을 解析하였고 Kambo와

Spolia<sup>(11)</sup>는 年流出量 資料를 利用하여 Run-length 및 Run-sum의 水文時系列에 대한 特性을 研究하였다.

우리나라에서는 1974年 처음으로 Run-length에 대한 確率分布 研究<sup>(12)</sup>가 있었으며 그후 國內流域을 對象으로 日 및 月流出量에 대한 Runs의 特性에 관한 본격적인 研究<sup>(13)(14)(15)(16)</sup>가 있었으나 Runs의 理論을 利用하여 年水文資料에 대한 時系列의 特性分析및 持續期間 豫測에 대한 研究는 없었다. 따라서 여기서는 年水文資料를 利用하여 Run-length의 變動特性을 찾아 水文時系列에 대한 統計的 假說(hypothesis)을 檢定하여 Run-length의 特性과 여러 T.L. 別로 發生하는 Run-length의 確率을 推定하였다.

分析에 使用된 資料는 比較的 長期間의 資料를 얻을 수 있는 우리나라 주요 하천 금강유역의 규암지점과 낙동강유역의 현풍, 왜관등 3개 지점과 부산, 대구, 목포, 전주지점의 降雨資料를 使用하였다.

## 2. Runs의 一般의 理論

水文學의 時間的 變化는 임의의 水文學( $X_0$ )보다 크고작은 水文學이 얼마동안 계속되는 現象이 連續的으로 반복된다. 이때 임의의 水文學  $X_0$ 를 一定水文學(Truncation Level; T.L.)이라하고 이 T.L.보다 크고작은 水文學이 持續되는 期間을 剩餘量 또는 不足量 持續期間( $\pm$ Run-length)라 한다. Fig.1은 水文時系列에 대한 水文過程(Runs)을 나타낸 것이다.

여기서  $X_0$ (T.L.의 값)를 초과하는 값들의 持續期間을 (+)Run-length( $m$ )라 하고  $X_0$ 보다 작은 값들의 持續期間이 (-)Run-length( $n$ )이다.

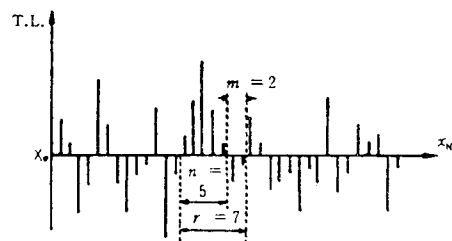


Fig. 1. Definition of positive and negative runs for a given truncation level.

또  $m+n=r$ 을 總過程時間(Total Run-length)라 한다. 이때 發生하는 (+)Run-length의 總數를  $K_m$ , (-)Run-length의 總數를  $K_n$ 이라하고 Total Run-length의 總數는  $K_r$ 로 표시한다. 이밖에 (+)Run-length에 대한 水文量的 合을 (+)Run-sum, (-)Run-length에 대한 水文量的 合을 (-)Run-sum 이라한다.

2.1 Run-length의 統計의 特性

水文時系列에서 임의의 T.L.에 따라 發生하는 Run-length는 持續期間을 나타낼뿐 아니라 그들의 分布및 統計的 變數로서 사용된다. 水文系列의 變數가  $x_1, x_2, \dots, x_N$ 이라할 때 주어진 期間  $N$ 에 대하여  $(x - X_0 > 0)$ 인 수문사상과  $(x - X_0 \leq 0)$ 의 두가지 합성사상을 가지며 確率로서 표시하면 다음과 같다.

$$p = P(x - X_0 > 0), \quad q = P(x - X_0 \leq 0) \quad \dots\dots(1)$$

여기서 確率  $p, q$ 는 T.L. ( $X_0$ )보다 큰값을 갖는 變數의 數  $N_1$ 과 T.L.보다 작은 값을 갖는 變數의 數  $N_2 = N - N_1$ 으로 推定될 수 있다. 따라서  $p, q$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. (15)

$$p = N_1/N, \quad q = N_2/N \quad \dots\dots(2)$$

(+)Runs의 경우 連續사상에 連續되는 같은 종류의 사상은 독립적으로 發生하므로 임의의 持續期間  $l$ 보다 같거나 큰 Run-length( $m$ )가 發生하는 確率은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(m \geq l) = P(x_1 > X_0) \cdot P(x_2 > X_0) \dots P(x_{l-1} > X_0) = p^{l-1} \dots\dots(3)$$

한편 임의 持續期間  $l$ 인 (+)Run-length( $m$ )

가 發生할 確率에 대하여는 다음식과 같다. (7)

$$P(m=l) = P(m \geq l) - P(m \geq l+1) \quad \dots\dots(4)$$

지금 持續期間  $m$ 에 대한 (+)Run-length의 發生確率  $P(m)$ 은 (3)식을 (4)식에 代入하여 求할 수 있다.

$$P(m) = q \cdot p^{m-1} \quad \dots\dots(5)$$

(-)Run-length의 確率  $P(n)$ 에 대해서도 같은 方法으로 (6)식과 같이 얻는다.

$m+n=r$ 인 Total Run-length의 確率  $P(r)$ 은  $P(m)$ 과  $P(n)$ 의 合으로 얻을 수 있고 (7)식으로 표시된다.

$$P(n) = pq^{n-1} \quad \dots\dots(6)$$

$$P(r) = \frac{pq^r - qp^r}{q-p} \quad \dots\dots(7)$$

이때 (+)및 (-)Run-length의 기대값과 분산은 (8), (9)식으로 정의되며 Total Run-length는 이들의 合으로서 (10)식으로 표시된다.

$$E(m) = \frac{1}{q} \quad \text{Var. } m = \frac{p}{q^2} \quad \dots\dots(8)$$

$$E(n) = \frac{1}{p} \quad \text{Var. } n = \frac{q}{p^2} \quad \dots\dots(9)$$

$$E(r) = E(m) + E(n) = \frac{1}{pq}$$

$$\text{Var. } r = \text{Var. } m + \text{Var. } n = \frac{p^3 + q^3}{p^2 q^2} \quad \dots\dots(10)$$

上式에 의할 때 확률  $q$ 가 0.1~0.9에 대한 Run-length의 特性은 표 1과 같고 그림 2에 圖示하였다.

지금 發生確率  $q$ 인 一定水文量  $X_0$ 의 값이 定해지면 이항정리에 따라  $1-q$ 의 發生確率  $p$ 가

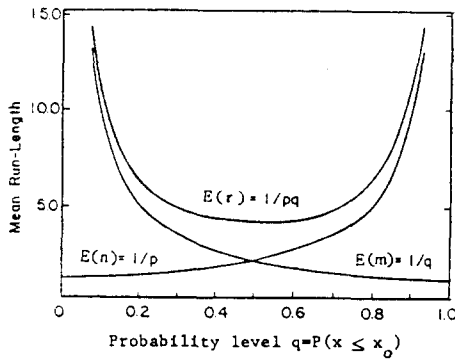
Table 1 Run-length properties for various values of probability level  $q$ .

$q$	$m$		$n$		$r$	
	Mean	Variance	Mean	Variance	Mean	Variance
0.1, 0.9	10.00	90.00	1.11	0.12	11.11	90.12
0.2, 0.8	5.00	20.00	1.25	0.31	6.25	20.31
0.3, 0.7	3.33	7.78	1.43	0.61	4.77	8.39
0.4, 0.6	2.50	3.75	1.67	1.11	4.17	4.06
0.5	2.00	2.00	2.00	2.00	4.00	4.00

\*  $m$  : (+)Run-length,  $n$  : (-)Run-length,  $r$  : Total Run-length

**Table 2** Truncation levels for each station with probability  $q$ .

T.L. Station	T.L. of precipitation (Unit : 0.1mm)			T.L. of stream flow (Unit : m <sup>3</sup> /sec)			
	Busan	Daegu	Mokpo	Junju	Hyunpung	Waikwan	Gjuam
0.1	10,212	6,871	8,022	9,120	85.48	68.58	66.22
0.2	11,303	7,881	8,522	9,840	120.36	94.57	76.36
0.3	11,986	8,110	9,237	10,973	141.69	115.18	93.62
0.4	12,812	8,860	10,070	11,942	183.00	130.93	109.75
0.5	13,615	9,338	10,414	12,871	218.65	161.13	121.77
0.6	14,399	9,990	11,472	13,257	208.66	155.41	113, 122
0.7	16,338	10,867	12,322	14,129	264.50	213.77	153.75
0.8	17,117	12,112	13,395	14,971	302.14	238.66	175.01
0.9	19,133	13,815	14,046	17,326	351.07	267.29	197.74



**Fig. 2** Mean run-lengths for various probability levels  $q = P(x \leq x_0)$ .

計算될 수 있다. 이들의 函數로서 表示되는 (+) 및 (-)Run-length와 Total Run-length의 기대값과 분산은 (8), (9), (10)式으로 計算할 수 있다.

**3. Run-length의 解析**

Run-length는 T.L.의 函數이고 T.L.의 發生確率로 정의된다. 따라서 各地點의 資料를 크기순으로 나열할 때 資料의 發生確率  $q$ 에 따른 T.L.을 구할수 있다. 표 2는 各地點의 發生確率  $q$ 에 따른 T.L.을 구한 것이다. 이것에 의하면 確率  $q$  값이 增加함에 따라 이에 해당하는 水文量도 같이 增加하는 경향을 볼 수 있다.

**3.1 Run-length의 變動特性**

T.L.에 따라 發生하는 Run-length의 一般的

**Table 3.1** Statistical properties of run-length of annual precipitation series.

Station	T.L. (mm)	Precipitation			Station	T.L. (m <sup>3</sup> /sec)	Stream Flow					
		Mean	Standard Dev.	Skew. Coeff.			Mean	Standard Dev.	Skew. Coeff.			
부산	+Run	0.2	1.308	0.462	0.833	+Run	0.2	1.167	0.373	1.789		
		0.3	1.471	0.977	2.729		0.3	1.615	0.836	0.819		
		0.4	1.571	1.003	2.066		0.4	1.647	0.904	1.231		
	-Run	0.5	2.0	1.265	0.889	-Run	0.5	1.868	1.048	0.802		
		0.6	2.333	1.553	0.579		0.6	2.278	1.076	0.194		
		0.7	3.0	2.126	1.181		0.7	2.429	2.162	0.628		
	+Run	0.8	4.693	4.574	1.843	+Run	0.8	5.00	4.199	1.055		
		0.9	4.571	3.394	1.169		0.9	6.077	3.862	2.52		
		0.9	3.111	2.516	1.972		0.9	5.535	2.951	2.43		
	대구	+Run	0.2	1.182	1.667	2.117	+Run	0.2	1.274	1.526	0.736	
			0.3	1.252	1.495	3.093		0.3	1.833	0.766	1.039	
			0.4	1.524	0.796	1.334		0.4	1.404	0.573	0.423	
		-Run	0.5	1.263	0.545	1.983	-Run	0.5	1.337	0.477	0.576	
			0.6	1.403	0.549	2.041		0.6	1.77	0.287	2.626	
			0.7	1.273	0.595	2.322		0.7	1.455	0.478	0.215	
		대전	+Run	0.2	1.243	2.635	2.186	+Run	0.2	1.50	0.550	1.061
				0.3	1.391	0.820	2.004		0.3	1.40	0.810	1.318
				0.4	1.818	1.072	1.031		0.4	1.915	1.191	1.009
-Run	0.5		2.40	1.934	1.997	-Run	0.5	2.526	1.937	1.605		
	0.6		2.947	2.458	1.076		0.6	3.10	2.576	0.600		
	0.7		4.571	4.521	1.451		0.7	5.334	3.709	0.847		
전주	+Run		0.2	1.200	1.635	0.553	+Run	0.2	1.177	0.75	1.575	
			0.3	2.00	1.00	1.595		0.3	1.308	2.526	2.347	
			0.4	1.50	0.750	1.595		0.4	2.46	1.063	0.772	
	-Run	0.5	1.50	0.750	2.155	-Run	0.5	1.50	0.750	0.975		
		0.6	1.60	0.800	1.780		0.6	1.60	0.800	0.561		
		0.7	1.263	0.631	1.745		0.7	1.20	0.600	2.252		
	0.8	1.143	0.571	2.000	0.8	1.20	0.600	1.155				

**Table 3.2** Statistical properties of run-length of annual stream flow series.

Station	T.L. (m <sup>3</sup> /sec)	Precipitation			Station	T.L. (m <sup>3</sup> /sec)	Stream Flow					
		Mean	Standard Dev.	Skew. Coeff.			Mean	Standard Dev.	Skew. Coeff.			
부산	+Run	0.2	1.111	0.314	2.495	+Run	0.2	1.111	0.485	3.88		
		0.3	1.304	0.566	1.619		0.3	1.20	0.632	3.605		
		0.4	1.538	0.883	1.422		0.4	1.481	0.833	1.596		
	-Run	0.5	2.0	1.327	1.336	-Run	0.5	1.786	1.206	1.292		
		0.6	2.4	1.497	0.602		0.6	2.36	1.832	1.506		
		0.7	3.333	3.091	1.273		0.7	2.692	2.249	1.177		
	+Run	0.8	5.0	5.523	2.451	+Run	0.8	3.889	3.213	0.965		
		0.9	4.211	3.621	1.199		0.9	4.227	3.439	1.363		
		0.9	2.917	1.004	0.782		0.9	2.80	1.497	0.805		
	대구	+Run	0.2	2.222	1.499	1.729	+Run	0.2	2.222	1.449	1.507	
			0.3	1.923	0.977	0.853		0.3	1.852	1.006	1.386	
			0.4	1.64	0.843	1.137		0.4	1.667	1.027	1.577	
		-Run	0.5	1.429	0.659	1.258	-Run	0.5	1.20	0.60	1.50	
			0.6	1.333	0.471	0.707		0.6	1.06	0.391	1.677	
			0.7	1.25	0.559	2.147						
		대전	+Run	0.2	1.354	0.568	1.293	+Run	0.2	1.354	0.568	1.293
				0.3	1.429	0.623	1.159		0.3	1.429	0.623	1.159
				0.4	1.923	1.238	1.606		0.4	1.923	1.238	1.606
-Run	0.5		2.40	1.897	1.455	-Run	0.5	2.40	1.897	1.455		
	0.6		3.50	2.944	0.873		0.6	3.50	2.944	0.873		
	0.7		4.706	3.785	0.912		0.7	4.706	3.785	0.912		
전주	+Run		0.2	5.0	4.48	1.223	+Run	0.2	5.0	4.48	1.223	
			0.3	3.333	3.167	2.058		0.3	3.333	3.167	2.058	
			0.4	2.222	1.685	1.599		0.4	2.222	1.685	1.599	
	-Run	0.5	2.0	1.20	1.25	-Run	0.5	2.0	1.20	1.25		
		0.6	1.666	0.897	1.050		0.6	1.666	0.897	1.050		
		0.7	1.579	0.798	0.861		0.7	1.579	0.798	0.861		
0.8	1.25	0.559	2.146	0.8	1.25	0.559	2.146					

인 統計의 特性은 平均值, 標準偏差 및 歪曲度 등을 計算하면 알 수 있다. 各地點에 대한 이들의 값의 구한 것이 표 3-1, 3-2이다. 이 표에 의하

면 (-)Run-length인 경우 確率  $q$ 의 增加에 따라 平均值와 標準偏差는 增加하고 歪曲度는 減少한다. (+)Run-length의 경우는 (-)Run-length의 경우와 반대인 성향을 나타낸다. 이는 다른 地點에 대해서도 平均值와 標準偏差는 그 경향이 같다.

3.2 Run-length에 의한 水文系列 解析

水文時系列의 構造는 Runs의 特性을 반영하므로 (5) (15) 이것의 統計的 變數를 使用하여 T.L.에 따른 確率變數와 Run-length의 關係를 구명함으로써 독립성과 종속성을 알 수 있다. 여기에서는 確率  $q$ 의 函數로 表示되는 Run-length의 기대값 및 分散을 利用한 統計的 假說하에서 two-side 檢定으로 이 獨立性 및 종속성을 다음과 같이 判別調査하였다.

3.2.1 1-T.L. Run-length에 의한 解析

Total Run-length는  $0 < q < 1.0$ 의 범위에서 (10)式으로 表示되며 이를  $q$ 만의 函數로 表示하면 Total Run-length의 기대값은

$$E(r) = \frac{1}{q(1-q)} = \frac{1}{pq} \dots\dots\dots(11)$$

이고 系列의 크기가  $N$ 일때 나타나는 Total Run-length의 數  $K_r$ 의 比로 얻어진다. 즉,  $N/K_r$ 은 Total Run-length의 平均值와 같게 된다 또한 이때의 分散은 다음式으로 정의된다. (15)

$$\text{Var. } r = \frac{\text{Var. } r}{K_r} = \frac{1}{K_r} \frac{p^3 + q^3}{p^2 q^2} \dots\dots\dots(12)$$

水文系列이 獨立性을 띠때 Total Run-length의 기대값  $[E(r)]$ 과 分散  $[\text{Var. } r]$ 을 利用하면 許容範圍는 다음과 같다.

$$L_{1,2} = E(r) \pm t_{\alpha/2} (\text{Var. } r)^{1/2} = \frac{1}{pq} \pm t_{\alpha/2} \left( \frac{p^3 + q^3}{K_r p^2 q^2} \right)^{1/2} \dots\dots\dots(13)$$

例로써  $q=0.5$ 에 대하여  $p=1-q$ 로 計算되며 신뢰도 95%에 대한  $t_{\alpha/2}=1.96$ 이므로 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$L_{1,2} = 4 \pm \frac{3.92}{\sqrt{K_r}} \dots\dots\dots(14)$$

이를 그림으로 나타내면 그림 3과 같다.

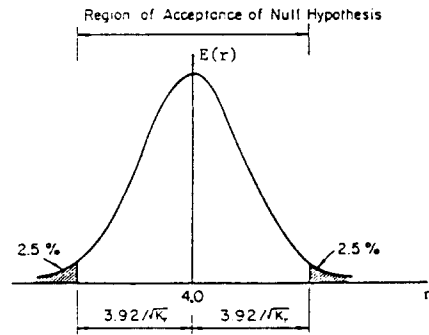


Fig. 3 Tolerance region for  $\alpha=5\%$  with probability  $q=0.5$ .

Table 4 Properties of run-lengths of four annual precipitation series with  $q=0.5$ .

Station	q	(+)-Mean Run-length	(-)-Mean Run-length	Total Run-length	k	1- $\alpha=95\%$		1- $\alpha=80\%$	
						L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>
Busan	0.5	1.818	1.818	3.636	22	3.164	4.836	3.454	4.546
Daegu	0.5	1.857	1.905	3.762	21	3.115	4.855	3.441	4.558
Mokpo	0.5	1.952	2.00	3.952	21	3.115	4.855	3.441	4.558
Junju	0.5	1.833	1.880	3.722	18	3.076	4.924	3.387	4.603

各 地點別로  $q=0.5$ 일때 降雨系列에 대한 Run-length의 特性과 許容範圍(14)를 計算한 것이 표 4이다.

허용범위는 (13)式으로 求할 수 있고 確率  $q$ 에 따라 相異하다.  $q$ 값의 0.1에서 0.9까지 신뢰도 95%에 대한 許容範圍를 圖示한 것이 그림 4이다.

또 各地點別 一定水文量(T.L.)의 發生確率  $q$ 別로 年降雨系列과 年流出量系列에 대하여 Run-length의 特性을 檢定하여 圖示한 것이 그림 5, 6이다. 이것에 의하면 Total Run-length는 신뢰도 95%인 허용범위내에 있으며 기대값  $E(r)$ 에 近接하고 있음을 알 수 있다.

그림 6에 의하면 Makov 모델에 의한 模擬 年流出量系列의 Total Run-length도 降雨系列의 경향과 같다. 따라서 觀測資料로 부터 얻어낸 Total Run-length는 獨立系列의 許容範圍내에 포함되므로 資料系列의 特性은 時間의 變化에 獨立性을 나타낸다고 할 수 있으며 模擬發生된 資料에 대해서도 Makov 모델의 適用性을 찾아

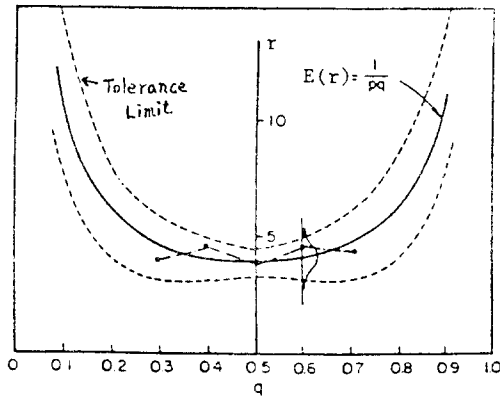


Fig. 4 Tolerance region for  $r$ , of observed independent time series.

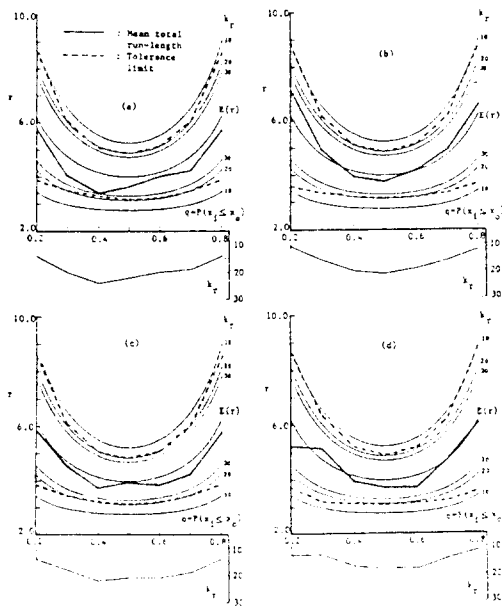


Fig. 5 Investigation of the independence for annual precipitation series at each station by the mean total run-length: (a) Busan (b) Daegu (c) Mokpo (d) Junju.

낼 수 있었다.

3.2.2 2-T.L. Run-length에 의한水文系列의解析.

確率  $p$ 에 해당하는 T.L.로써發生하는 (+) Run-length  $m_p$ 와 이때의  $p$ 값과 같은 값을 갖는  $q$ 에 대한 T.L.로發生하는 (-) Run-length  $n_q$ 를變數로使用하여 양쪽檢定(two-side test)을實施하였다.

例로써 (+) Run-length에 대하여  $p=0.3$ 일때

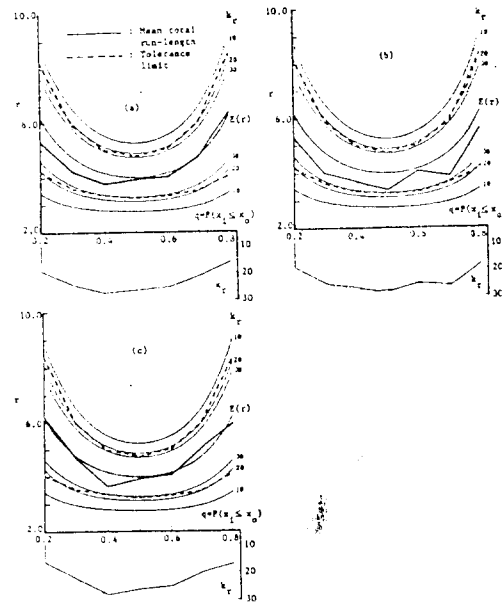


Fig. 6 Investigation of the independence for annual stream flow series by the mean total run-length: (a) Hyunpung (b) Wae kwan (c) Gyuam.

(-) Run-length에 대하여  $q=0.3$  또는  $p=0.7$ 이 된다. 이들 두개의 확률에 대한 T.L.을利用하면 (8), (9)式으로 Run-length의 기대치와分散을計算할 수 있다.

한편 Two-side檢定에 必要한 두개의變數는 (+) Run-length( $m_p$ )와 (-) Run-length( $n_q$ )를利用해서 얻은 종속변수  $T^*$ 를利用할 수 있고 다음式과 같다.

$$T^* = \frac{1}{K_m + K_n} \left[ \sum_{j=1}^{K_m} m_p + \sum_{j=1}^{K_n} n_q \right]$$

$$= \frac{K_m \bar{m}_p + K_n \bar{n}_q}{K_m + K_n} \dots \dots \dots (15)$$

지금  $K^* = \frac{K_m + K_n}{2}$  이라하면 (15)式은 다음과 같이 간략하게 쓸 수 있다.

$$T^* = \frac{1}{2K^*} (K_m \bar{m}_p + K_n \bar{n}_q) \dots \dots \dots (16)$$

또한  $p$ 와  $q$ 가 같은 값을 가질때 같은 경향으로變化하는 Run-length의 統計的 特性을利用

하면  $T^*$ 의 기대값은  $\frac{1}{q}$ 로 나타낼 수 있다.  
 이에 따른  $T^*$ 의 分散은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Var. } T^* = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{K_m}{K^*} \right)^2 \text{Var. } \bar{m}_p + \left( \frac{K_n}{K^*} \right)^2 \text{Var. } \bar{n}_q \right] \dots\dots\dots(17)$$

(17)式은  $\text{Var. } \bar{m}_p = \frac{p}{K_m q^2}$ ,  $\text{Var. } \bar{n}_q = \frac{p}{K_n q^2}$  라 할 때 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{Var. } T^* = \frac{p}{2K^* q^2} = \frac{p}{(K_m + K_n) q^2} \dots\dots\dots(18)$$

이상과 같이  $T^*$ 에 대한 獨立系列의 許容範圍를  $T^*$ 의 기대값과 分散으로 나타내면 (19)式과 같다.

$$L_{1,2} = E(T^*) \left( 1 \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p}{2K^*}} \right) \dots\dots\dots(19)$$

신뢰도 95%에 대하여  $t_{\alpha/2} = 1.96$  이므로 이를 (19)式에 代入하면 다음과 같다.

$$L_{1,2} = \frac{1}{q} \left( 1 \pm 1.96 \sqrt{\frac{p}{2K^*}} \right) \dots\dots\dots(20)$$

그림 7, 8은 Two-side 檢定에서 確率  $p$ ,  $(1-q)$ 에 따라 95%신뢰도 범위에서의  $T^*$ 를 利用한 水文過程의 獨立性을 圖示한 것이다. 이 그림의 性向은 3.2.1에서의 1-T.L. Run-length에 의한 時系列 解析경향과 같은 結課를 얻었다.

1-T.L. 및 2-T.L. Run-length에 대한 양쪽檢定(two-side test) 결과에 의하여 時系列의 特性은 獨立性을 보여주며 年流出系列(그림 6, 8 참조)에 대하여 Makov 모델을 적용할 수 있음을 알 수 있다.

**3.3 Run-length의 確率**

표본자료로부터 얻을 수 있는 가장 긴 (+) 및 (-)Run-length는 水資源 시스템의 設計뿐만 아니라 推計水文學에서 중요한 영향을 미친다. 실제로 수자원 시스템의 설계시 設計容量에 해당하는 T.L.을 결정하여 이것의 지속기간에 대한 確率을 推定할 필요가 있다.

Run-length는 두개의 事象을 가지므로 Run-

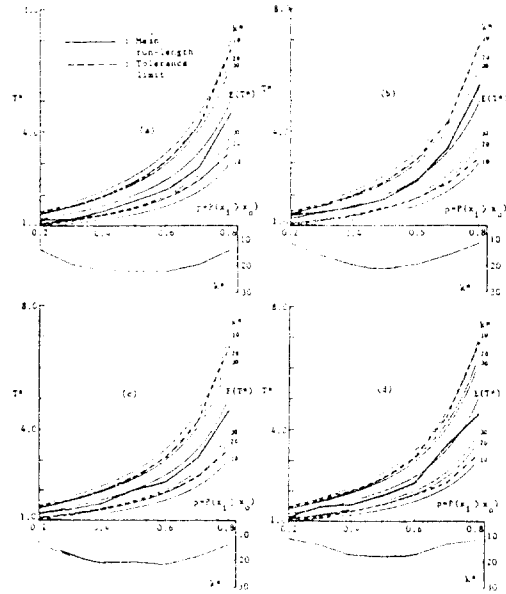


Fig. 7 Investigation of the independence for annual precipitation series by the mean run-length: (a) Busan (b) Daegu (c) Mokpo (d) Junju.

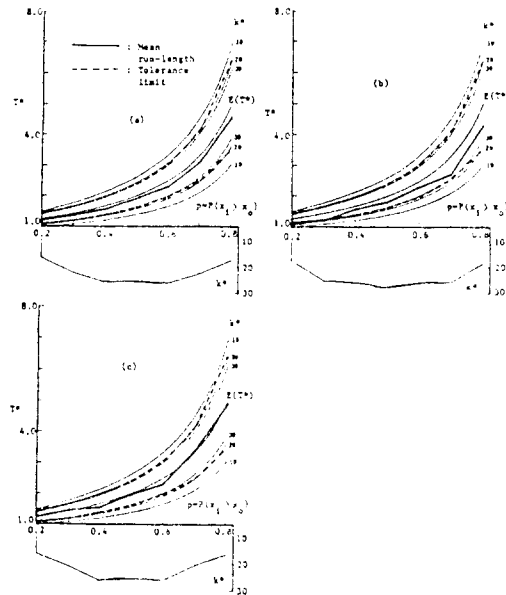


Fig. 8 Investigation of the independence for annual stream flow series by the mean run-length: (a) Hyunpung (b) Waekwan (c) Gyuam.

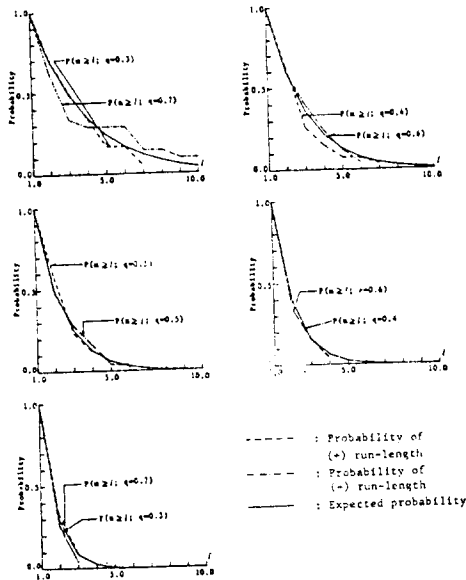


Fig. 9 Estimated probabilities by relative frequencies of positive and negative run-length at Hyunpung station.

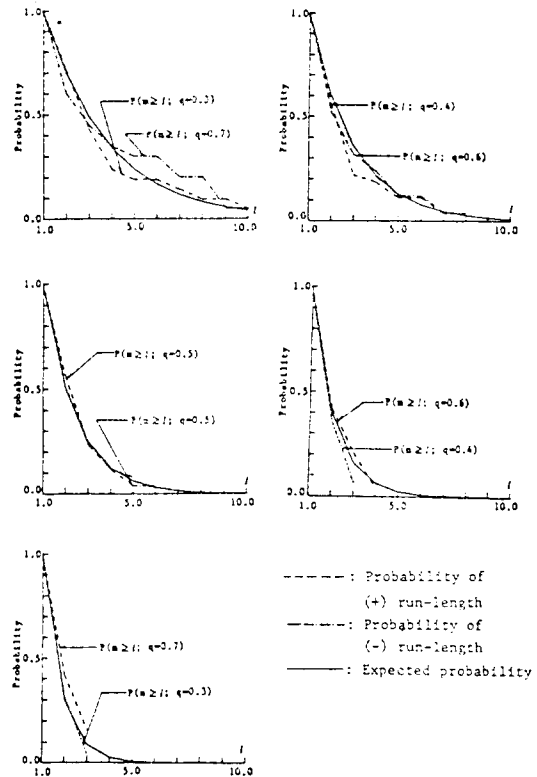


Fig. 11 Estimated probabilities by relative frequencies of positive and negative run-length at Gyuam station.

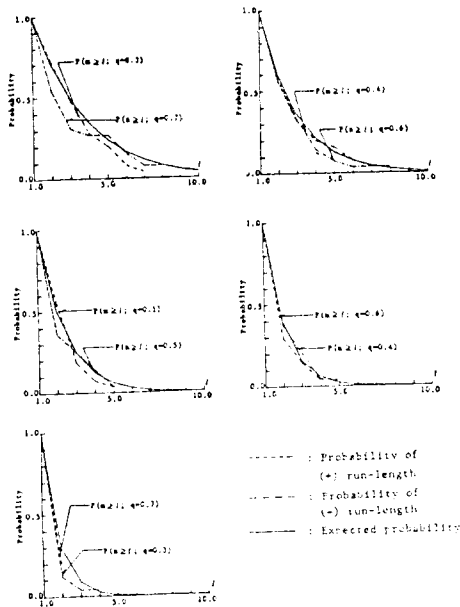


Fig. 10 Estimated probabilities by relative frequencies of positive and negative run-length at Waekwan station.

length의 확률은 이항법칙을 따르며 여기서는 관측계열의 Run-length의 相對頻度와 비교 분석하였다.

임의의 持續期間  $l$ 에 대하여  $l$ 보다 큰 Run-length가 발생할 확률은 (5), (6)식을 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P(m \geq l) = 1 - \sum_{l-1}^{l-1} qp^{l-1} = p^{l-1} \dots \dots \dots (21)$$

그림 9~11은 현풍, 왜관 및 규암 지점에서 T.L.의 確率  $q$ 에 대한 持續期間의 상대빈도와 (21)식으로 얻을 수 있는 확률을 圖示한 것이다 이를 이용하면 여러 持續期間別로 生起確率을 求할 수 있다.

#### 4. 결론

이상과 같이 우리나라의 年水文資料에 대한



Run-length 解析으로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 一定雨量(T.L.)의 값이 커짐에 따라(+) Run-length 인 경우 평균과 표준편차는 감소하며 (-)Run-length 인 경우에는 증가하는 서로 상반된 경향을 갖는다. (表 2 참조)

(2) Run-length 는 水文時系列의 特性을 지니는 變數로서 水文資料에 대하여 양쪽검정(two side test)를 실시하여 독립성(independence)을 찾아낼 수 있었다.

(3) 현풍, 왜관, 규암 지점에 대한 Run-length 해석 결과 이들 세 지점의 Run-length 는 확률별로 기대값에 근접하므로 Markov 모델의 적용성을 찾아낼 수 있었다.

(4) 一定雨量(T.L.)이 결정되면 이에 따른 확률  $q$ 와 잉여량 또는 부족량이 지속되는 임의의 기간  $l$ 의 관계로부터 지속기간( $l$ )의 발생확률을 推定할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- 1) Amorocho, J., Hart, W.E., "A Critique of Current Methods in Hydrologic Systems Investigation," Transactions. American Geophysical Union, Vol.45, No.2, pp.307~321, 1964.
- 2) Parzen, A., "Stochastic Process," Holden-Day Inc., 1962.
- 3) Papoulis, A., "Probability, Random Variables, and Stochastic Process," McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., pp.300~302, pp.323~332, 1965.
- 4) Bendat, J.S., Piersol, A.G., "Random Data Analysis and Measurement Procedures," John Willey & Sons, Inc., pp.113~125, 1971.
- 5) Yevjevich, V., Downer, R.N., & Siddiqui, M.M., "Application of Runs to Hydrologic Droughts," International Hydrol. Sympo., Fort Collins, Colorado, pp.497~505, 1967.
- 6) Llamas, J., Siddiqui, M.M., "Runs of Precipitation Series," Hydrology Paper, Colorado State Univ. Fort Collins, Colorado, No.33, May, 1969.
- 7) Saldarriaga, J., Yevjevich, V., "Application of Run-lengths to Hydrologic Series," Hydrol. Paper, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado, No.40, April, 1970.
- 8) Millan, J., "Statistical Properties of Runs as Applied to Hydrologic Droughts," Proc. of 2nd Int. Sympo. in Hydrol, pp.627~636, 1972.
- 9) Guerrero-Salazar, P., & Yevjevich, V., Analysis of Drought Characteristic by the Theory of Runs, Hydrol. Paper, No.80, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado, 1975.
- 10) Zekaisen, "Wet and Dry Periods of Annual Flow Series," J. of the Hydraulic Division, ASCE, Vol.102, No. HY10, pp.1503~1515, Oct. 1976.
- 11) Subhash Chander, Kambo, N.S., Spolia, S.K., & Arun Kumar, "Analysis of Surplus and Deficit Using Runs," J. of Hydrol., Vol.49, pp. 193~208, 1981.
- 12) 李舜鐸, 河川流量的 模擬發生에 關한 推計學的 研究 博士學位論文, 高麗大學校 大學院 土木工學科 1974.
- 13) 姜瑄遠, 安慶洙, 金陽洙, 月流出量에 대한 Run-length 의 解析.
- 14) 姜瑄遠, 安慶洙, Runs 의 特性에 의한 持續時間別 貯水不足量의 推定.
- 15) Yevjevich, V., Stochastic Processes in Hydrology, Water Resou. Pub. Fort Collins, Colorado pp.174~211, 1972.
- 16) 安慶洙, "流出量에 대한 Runs 의 特性 및 Run-hydrograph 에 關한 研究" 博士學位論文, 仁荷大學校 大學院, 1987.
- 17) Feller, W., "An Introduction to Probability Theory and Its Applications," Wiley & Sons, New York, 1957.
- 18) Zekaisen, "Run-sums of Annual Flow Series," J. of Hydrol., Vol.35, pp.311~324, 1977.
- 19) Yevjevich, V., & J.T.B. Obysekera, "Correlation Between Sample First Autocorrelation Coefficient and Extreme Hydrologic Runs," J. of Hydrol., Vol.79, pp.171~186, 1985.
- 20) Clarke, R.T., Mathematical Model in Hydrology, Food and Agriculture Organization of the United Nations, Rome, 1973.
- 21) 중앙기상대, 한국강수량자료, Vol.1~Vol.3, 1985.
- 22) 建設部, 한국水文調査書 水位編, 1962.
- 23) 尹龍男, 工業水文學, 淸文閣, pp.420~450, pp. 512~520.