

畫像處理技法을 利用한 變形率解析에 관한 研究

(第2報 : 走査 모아레법에 의한 變形率解析)

白 仁 煥* · 辛 玟 教**

A Study on the Strain Analysis by the Image Processing Technique (Part 2 : Strain Analysis by the Scanning Moiré Method)

I.H.Paik, M.K.Shin

Abstract

The scanning moiré method, in which the master grating is replaced by the scanning line of television camera and in which the moiré pattern is obtained by thinning out some scanning line, is discussed by the sampling theory. It is determined also by the sampling theory that relationship between the fringe pattern and the strain is as follow :

$$\epsilon_y = P_0 \left(\frac{\partial M}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial M}{\partial y} \cos \theta \right) - \frac{1}{N\lambda} + 1$$

The programs that analyze the strain by the scanning moiré method have been developed. For the simulation model in which we are able to calculate analytically the distribution of strains, the scanning moiré method is discussed. It is shown that the small strains and the large strains are analyzed from the same picture by the thinning out technique and that the accuracy of analysis is improved by change of the phase in the thinning out technique.

記 號 說 明

$f(\vec{r})$: 표본화할 화상	P_0, P'	: 변형전, 후의 모델 그릿드의 피치
$f(\vec{r}_{mn})$: 표본화 벡터 \vec{r}_{mn} 에서의 표본치	P	: 마스터 그릿드의 피치
$\bar{f}(\vec{r})$: 재생화상	P_m	: 모아레 무늬의 피치
$F(\vec{w}), \bar{F}(\vec{w})$: $f(\vec{r}), \bar{f}(\vec{r})$ 의 후리에 변환	\vec{r}	: 화상평면의 위치벡터
$g(\vec{r})$: 내삽함수	\vec{r}_{mn}	: 표본화 벡터 ($-\infty < m, n : \text{정수} < \infty$)
$G(\vec{w})$: $g(\vec{r})$ 의 후리에 변환	α_y	: 변형에 의한 모델 그릿드의 회전각
M	: 모아레 무늬의 차수	δ_{yy}, δ_{yx}	: y방향, x방향의 무늬 간격
N	: 주사선의 스텝질 지수	ϵ_y	: y방향 변형률

*정회원, 부산대학교 공과대학

**정회원, 한국해양대학

θ	: 미스얼라인먼트 량	\vec{w}_0, \vec{w}'	: 변형전, 후의 그릿드의 주파수 벡터
θ_m	: 모아레 무늬의 기울기	\vec{w}_m	: 모아레 패턴의 주파수 벡터
λ	: 미스매치 계수 ($P = \lambda P_0$)	\vec{w}_{mn}	: 상반 벡터 ($-\infty < m, n : \text{정수} < \infty$)
ϕ	: 그릿드의 위상	\vec{w}_{mn}	: N-1 본 속음질할 때의 상반 벡터

1. 序 論

2개의 규칙바른 격자상의 화상(그릿드)중에서 한쪽을 축소, 확대 또는 회전하여 어긋나게 겹치면 모아레 패턴이 발생한다. 따라서 한가지 그릿드(모델 그릿드)를 붙인 물체를 변형시켜서 얻어지는 화상을, 변형되지 않은 그릿드(마스터 그릿드)와 겹치면 모아레 무늬가 발생하며, 그 패턴을 해석함으로써 변형량이나 변형률의 분포상태를 측정할 수 있다^{1~3)}. 그 방법에는 마스터 그릿드와 변형전의 모델 그릿드의 피치를 변화시켜 모아레 무늬를 얻는 미스매치(mismatch)법, 모델 그릿드에 대하여 마스터 그릿드를 적당한 각도만큼 회전시켜 모아레 무늬를 얻는 미스얼라인먼트(misalignment)법, 또는 이들의 조합에 의한 방법 등이 있는데, 어느 방법이나 미소한 평면 변형에 대하여 모아레 무늬의 차수를 증가시켜 해석 정도를 높이기 위한 수단이다^{2,3)}. 또 입체적인 변형에 대하여 음영 모아레법⁵⁾, 반사 모아레법^{6,11)}, 토포 그래피법^{7,8)} 등이 적용되고 있다. 이들 방법에 의하여 모아레 패턴으로부터 변형률 분포를 해석하는 데는 대단한 수고가 따르므로 최근 컴퓨터에 의한 처리 기법의 개발이 요구되며, 사람 손으로는 해석이 불가능하였던 새로운 해석 방법 즉 시프트법⁹⁾, 주사 모아레법¹⁰⁾, 레이저 간섭법¹¹⁾ 등이 연구되고 있다.

본 연구에서는 TV 카메라의 주사선을 마스터 그릿드로 이용하고 적당한 속음질 처리를 함으로써 모아레 무늬를 발생시켜 변형률을 해석할 수 있는 주사 모아레법의 기본 이론을 고찰하고자 한다. 즉 화상의 표본화에 의한 모아레 패턴의 인식, 속음질에 의한 모아레 패턴의 변화, 모아레 패턴의 위상변화 등에 대하여 고

찰하고, 이 이론들을 이용하여 모아레 패턴으로 부터 변형률을 계산하는 기본식을 유도한다. 또 이 식을 이용하여 변형률을 계산하는 프로그램을 어셈블리 언어로 만들고, 이론적으로 계산이 가능한 시뮬레이션 모델을 설정하여, 전보¹³⁾에서 개발한 화상 처리 기법을 이용하여 주사 모아레법으로 변형률 분포를 해석한다. 또 이 결과와 이론적으로 계산한 변형률 분포를 비교 검토하며, 주사 모아레법의 특성을 고찰하고자 한다.

2. 모아레 무늬와 變形率 사이의 基本關係式

평면내에서의 변형에 대하여 1차원 모델 그릿드를 마스터 그릿드와 겹쳐서 얻어진 모아레 패턴으로 부터, 일반 모아레법으로 변형률을 해석하는 관계식을 구한다. 즉 Fig.1과 같이 변형전의 모델 그릿드를 x축, 그것에 수직인 직선을 y축으로 잡고, 마스터 그릿드를 θ 만큼 기울여서 변형된 모델 그릿드(α_y 만큼 회전되고 피치도 변화되어 있음)와 겹쳐서 모아레 패턴이 얻어졌을 때, y방향의 변형률(Euler의 공학변형률) ϵ_y 는 단순한 기하학적 관계로 부터 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$\epsilon_y = \frac{P' / \cos(\alpha_y - \theta) - P_0}{P' / \cos(\alpha_y - \theta)} \quad (1)$$

$$\epsilon_y = 1 - \frac{\delta_{yy} \cos \theta + M_{yy} \lambda P_0}{\delta_{yy} \lambda \sin \alpha_y} \quad (2)$$

$$\alpha_y = \tan^{-1} \frac{\delta_{yy} (\delta_{yx} \sin \theta + M_{yx} \lambda P_0)}{\delta_{yx} (\delta_{yy} \cos \theta - M_{yy} \lambda P_0)} \quad (3)$$

여기서 M_{yy}, M_{yx} 는 y방향, x방향의 무늬 지수차이며 ± 1 이다. 위의 식에 의하여 변형률을 구하려면 실험 결과로 부터 δ_{yy} 및 δ_{yx} 를 구해야 하는 데, 무늬 차수가 작은 경우에는 스프

라인 함수등에 의하여 보간을 취하더라도 오차가 심하며, 특히 변형이 적은 경우에는 δ_{yx} 를 구하는 것이 불가능할 때도 있다. 한편 미스매치 계수 λ 를 적절히 취하여 무늬 차수를 높이고 무늬 간격을 조절할 수는 있지만, 마스터 그릿드를 바꾸어야 하는 불편이 있다.

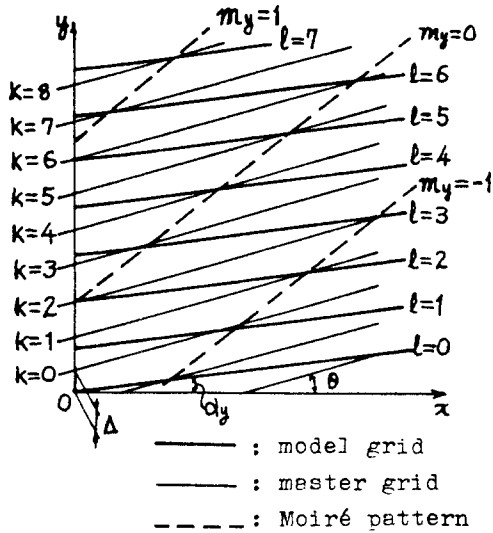


Fig. 1 Geometry of grating lines.

3. 走査 모아레 패턴의 發生 原理와 變形率 計算式의 誘導

3.1. 화상의 표본화¹²⁾

표본화란 연속적인 신호를 유한열로 이산화하는 것이다. 표본화 간격을 적당히 취하면 표본화된 신호를 재생할 때 원래의 신호를 얻을 수 있지만, 표본화 간격에 따라서는 원래의 신호와 전혀 다른 신호가 재생될 수 있다. 이러한 표본화의 성질을 이용하여 원래 그릿드의 상과는 다른 상을 얻어서 이용하는 것이 주사 모아레법의 원리이다.

지금 화상이 화상평면의 위치 벡터 \vec{r} 의 함수 $f(\vec{r})$ 로 주어졌을 때 이것을 표본화 격자(x축, y축 방향의 표본화 간격 X,Y)상의 점 \vec{r}_{mn} 으로 표본화하고 그 표본치를 $f(\vec{r}_{mn})$ 라 한다. 재생 신호 $\bar{f}(\vec{r})$ 는 내삽함수 $g(\vec{r})$ 를 써서 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\bar{f}(\vec{r}) = \sum_m \sum_n f(\vec{r}_{mn}) \cdot g(\vec{r} - \vec{r}_{mn}) \quad (4)$$

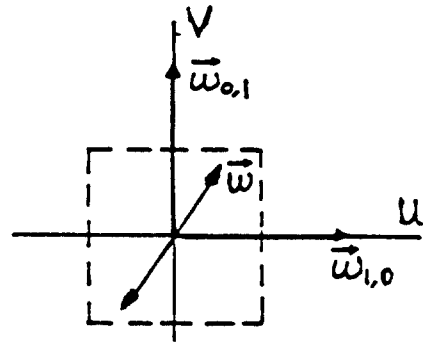
이것을 후리에 변환하면 다음과 같이 된다.

$$\bar{F}(\vec{w}) = \frac{G(\vec{w})}{Q} \sum_p \sum_q F(\vec{w} - \vec{w}_{pq}) \quad (5)$$

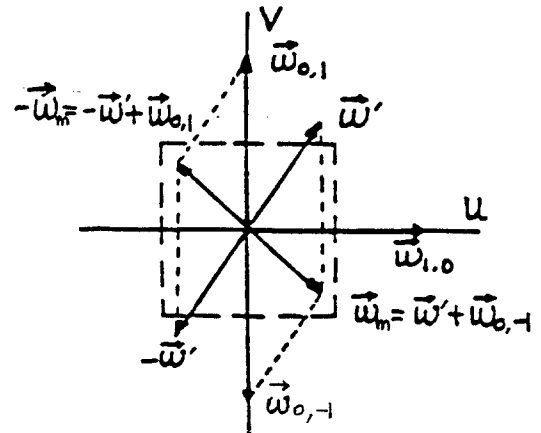
여기서 $G(\vec{w})$ 는 $g(\vec{r})$ 의 후리에 변환이며 다음 식으로 주어진다.

$$G(\vec{w}) = \begin{cases} Q = X \cdot Y : |w_x| < |\vec{w}_{1,0}|/2, \\ \quad \quad \quad |w_y| < |\vec{w}_{0,1}|/2 \\ 0 : \text{그 외의 경우} \end{cases} \quad (6)$$

$f(\vec{r})$ 의 주파수 스펙트럼 $F(\vec{w})$ 의 분포가 Fig.2(a)와 같이 $G(\vec{w})=Q$ 인 영역 즉 파선 구형의 안에 있는 경우는 원래 화상이 그대로 재생되지만, Fig.2(b)와 같이 $F(\vec{w})$ 가 G



(a) reconstruct original signal



(b) reconstruct new signal (Moiré pattern)

Fig. 2 Frequency spectra.

(\vec{w}) = Q 인 영역으로부터 벗어나면 에이리어징(aliasing)이 일어나며 화상은 그대로 재생되지 않는다.

3.2. 주사 모아레 패턴의 발생

모아레법에 이용하기 위하여 정확히 만들어진 모델 그릿드는 백흑의 2치형 신호이지만 변형률을 해석하는 데는 형상보다 주파수 스펙트럼 특성이 더 중요하므로 해석을 단순화하기 위하여 다음 식으로 표시되는 정현파상의 농도 분포를 가진 것으로 하여 고찰한다.

$$f(\vec{r}) = \cos 2\pi (\vec{w}' \cdot \vec{r}) \quad (7)$$

이것을 후리에 변환하면 다음 식으로 된다.

$$F(\vec{w}) = \frac{1}{2} \{ \delta(\vec{w} - \vec{w}') + \delta(\vec{w} + \vec{w}') \} \quad (8)$$

(8)식을 (5)에 대입하고 Fig. 2(b)를 참고로 하면 다음식이 얻어진다.

$$\bar{F}(\vec{w}) = \frac{G(\vec{w})}{2Q} \sum_p \sum_q \{ \delta(\vec{w} - \vec{w}' - \vec{w}_{pq}) + \delta(\vec{w} + \vec{w}' - \vec{w}_{pq}) \} \quad (9)$$

$$= \frac{1}{2} \{ \delta(\vec{w} - \vec{w}' - \vec{w}_{0,-1}) + \delta(\vec{w} + \vec{w}' - \vec{w}_{0,1}) \} \quad (9')$$

$$= \frac{1}{2} \{ \delta(\vec{w} - \vec{w}_m) + \delta(\vec{w} + \vec{w}_m) \} \quad (9'')$$

여기서 $\vec{w}_m = \vec{w}' + \vec{w}_{0,-1}$ 이다.

(9'')식을 후리에 역변환하면 다음 식으로 된다.

$$\bar{f}(\vec{r}) = \cos 2\pi (\vec{w}_m \cdot \vec{r}) \quad (10)$$

이것은 주파수 벡터 \vec{w}_m 인 정현파상의 화상이 재생되는 것을 보여주고 있으며 이것이 모아레 패턴인 것이다. 결국 변형된 그릿드의 주파수 벡터 \vec{w}' 가 재생 가능한 주파수 영역 ($G(\vec{w}) = Q$)으로부터 벗어났을 때 상반 벡터 w_{pq} 와의 합성 벡터가 구형 영역의 내부에 들어간 것만 모아레 패턴으로 재생되는 것이다.

3.3. 슁음질에 의한 모아레 패턴의 발생

만약 변형이 커서 주파수 벡터 \vec{w}' 가 Fig. 3과 같이 파선으로 된 구형내에 들어 갔다면(이때 상반 격자는 abcd이다) 그릿드가 그대로 재생되고 모아레 패턴은 발생하지 않는다. 그

러나 y방향의 표본화 간격을 N배로 하면(N-1분을 슁음질한 것임), 표본화 주파수는 1/N으로 되며, 상반격자가 y방향으로 1/N로 축소되어 a'b'c'd'로 된다. 따라서 이 상반 격자에 대응하는 영역(굵은 파선으로 그려진 작은 구형영역) 밖으로 \vec{w}' 가 나가게 되어 모아레 패턴이 발생되는 것이다.

N-1분 슁음질 하였을 때의 재생 화상의 후리에 변환식은 다음과 같이 된다.

$$\bar{F}(\vec{w}) = \frac{NQ(\vec{w})}{NQ} \sum_p \sum_q F(\vec{w} - N\vec{w}_{pq}) \quad (11)$$

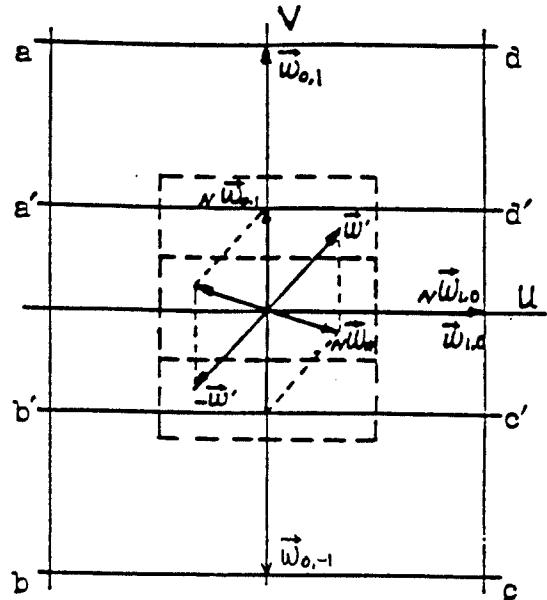
여기서 첨자 N을 붙인 것은, 앞의 표본화 관계식에서 $G(\vec{w})$, Q , \vec{w}_{pq} 에 대응하여 N-1분 슁음질한 경우의 것을 나타내는 것이다.

(8)식을 (11)식에 대입하고 후리에 역변환시켜서 다음 관계를 얻는다.

$$\bar{F}(\vec{w}) = \frac{NQ(\vec{w})}{2NQ} \sum_p \sum_q \{ \delta(\vec{w} - N\vec{w}_{pq} - \vec{w}') + \delta(\vec{w} - N\vec{w}_{pq} + \vec{w}') \} \quad (12)$$

$$= \frac{1}{2} \{ \delta(\vec{w} - (\vec{w}' + N\vec{w}_{0,-1})) + \delta[\vec{w} + (\vec{w}' + N\vec{w}_{0,-1})] \} \quad (12')$$

$$\bar{f}(r) = \cos 2\pi ((\vec{w}' + N\vec{w}_{0,-1}) \cdot \vec{r}) \quad (13)$$



abcd : original reciprocal lattice
a'b'c'd' : reciprocal after thinning out

Fig. 3 Frequency spectra after thinning out.

즉 $G(\vec{w})$ 는 슈음질 후의 상반격자에 대응하는 짧은 파선으로 된 구형내에서 NQ 값을 취하며, 구형 내에 $N\vec{w}_m = \vec{w}' + N\vec{w}_{0,-1}$ 과 $-N\vec{w}_m = -\vec{w}' + N\vec{w}_{0,1}$ 이 들어가게 되어 주파수 벡터 $\vec{w}' + N\vec{w}_{0,-1}$ 인 모아레 패턴이 발생한다. 이상과 같이 $N-1$ 본 슈음질하여 표본화한다는 것은, kN 번째 (k 는 정수)마다의 주사선으로 표본화하여 재생 신호를 얻고 그 중간의 $N-1$ 개의 주사선으로 표본화된 신호는 소거해 버린다는 것이다. 그런데 실제에 있어서 주사선을 슈어낸다는가 소거하는 것은 불가능하며, 또 kN 번째의 재생 신호만으로는 모아레 패턴으로 인식되지 않으므로 화상 처리 기법에 의하여 중간의 $N-1$ 개의 주사선 부분에 kN 번째의 재생 화상을 반복시킴으로써 모아레 패턴을 얻는 것이다.

3.4. 그릿드와 모아레 패턴의 위상

(7)식으로 주어지는 그릿드의 위상이 ϕ 만큼 어긋났다면 (14)식으로 표시되며, 이것을 후리에 변환시키면 (15)식으로 된다.

$$f(\vec{r}) = \cos\{2\pi(\vec{w} \cdot \vec{r}) + \phi\} \tag{14}$$

$$F(\vec{w}) = \frac{1}{2}\{\delta(\vec{w} - \vec{w}') \exp(j\phi) + \delta(\vec{w} + \vec{w}') \cdot \exp(-j\phi)\} \tag{15}$$

(15)식을 (5)식에 대입하면 다음과 같이 0 아닌 항 2개만 남는다.

$$\bar{F}(\vec{w}) = \frac{1}{2}\{\delta(\vec{w} - \vec{w}_m) \exp(j\phi) + \delta(\vec{w} + \vec{w}_m) \exp(-j\phi)\} \tag{16}$$

이것을 후리에 역변환시키면 다음 식으로 된다.

$$\bar{f}(\vec{r}) = \cos\{2\pi(\vec{w}_m \cdot \vec{r}) \pm \phi\} \tag{17}$$

이 식은 그릿드의 위상이 ϕ 만큼 어긋났을 때 재생 화상의 위상도 ϕ 만큼 어긋남을 보이며, 모아레 패턴의 위상도 ϕ 만큼 어긋났다는 것을 알 수 있다. 또 슈음질에서 슈음질 위상을 ϕ 만큼 변화시키면 모아레 패턴의 위상도 ϕ 만큼 변화하는 것을 알 수 있다. $N-1$ 본 슈음질에 있어서 kN 번째 주사선으로 표본화한다는 것을 기준으로 할 때, $kN + l$ 번째 (l 은 N 보다 작은 자연수) 주사선으로 표본화한다는

것은 $\phi = 2\pi l/N$ 만큼 위상이 변화하는 것이다. 이와 같은 방법으로 슈음질 위상을 변화시킬 수 있으며 중간위치의 모아레 패턴을 얻을 수 있으며, 모아레 패턴의 차수를 높여서 해석 정도를 높일 수 있다.

3.5. 변형률 계산식의 유도

Fig.1에서 나타낸 것과 같이 좌표계와 변형 상태를 취하여, 주파수 벡터 사이의 관계를 도시하면 Fig.4와 같이 된다. 변형된 그릿드의 주파수 벡터의 방향은 $\alpha_y + \frac{\pi}{2}$ 이며, $N-1$ 본 슈음질하였을 때의 표본화 벡터가 $N\vec{w}_{0,1}$ 일 때 다음 관계가 성립한다.

$$\vec{w}' = \frac{1}{P'}(\cos(\alpha_y + \frac{\pi}{2}), \sin(\alpha_y + \frac{\pi}{2})) \tag{18}$$

$$N\vec{w}_{0,1} = \frac{1}{NP}(\cos(\theta + \frac{\pi}{2}), \sin(\theta + \frac{\pi}{2})) \tag{19}$$

$$\vec{w}_m = \frac{1}{P_m}(\cos\theta_m, \sin\theta_m) \tag{20}$$

$$\vec{w}_m = N\vec{w}_{0,1} - \vec{w}' \tag{21}$$

(18)~(21)식과 (1)식으로부터 ϵ_y 를 구하는 식을 유도할 수 있다. 그러나 여기서는 모델 그릿드, 마스터 그릿드, 모아레 무늬 등의

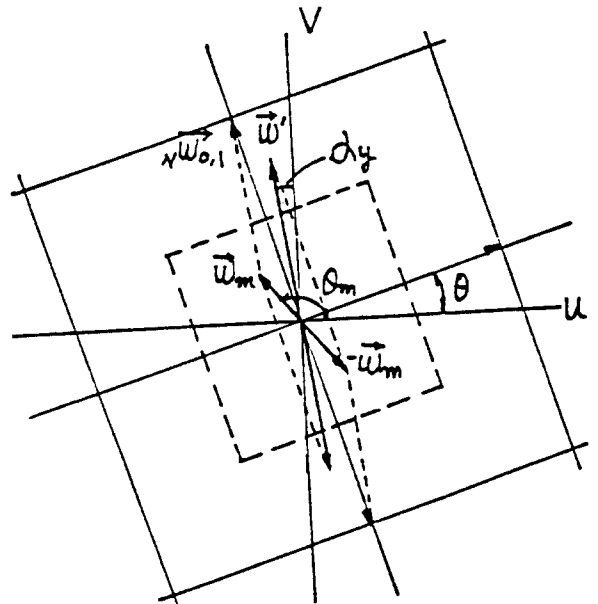


Fig. 4 Relation of frequency spectra.

연속적인 변화를 고려하여 증분량으로 표시된 관계식으로 부터 유도한다.

모델 그릿드선의 사이에 피치가 ΔP_0 인 등차수선을, 마스터 그릿드선의 사이에 피치가 $\Delta P (= \lambda \Delta P_0)$ 인 등차수선을 고려하고, 피치 P_m 인 모아레 무늬선 사이에 가상적인 표본화 벡터 $\Delta_N \vec{w}_{0,1}$ 에 의하여 재생되는 피치 ΔP_m 인 등차수 모아레 무늬선이 나타났다고 한다. 이렇게 하여 얻어진 변분 $\Delta P'$, ΔP_m 에 대응하는 주파수 벡터를 $\Delta \vec{w}'$, $\Delta \vec{w}_m$ 라고 하면 (18) ~ (21)식에 상사인 다음 관계식이 얻어진다.

$$\Delta \vec{w}' = \frac{1}{\Delta P'} \left(\cos(\alpha_y + \frac{\pi}{2}), \sin(\alpha_y + \frac{\pi}{2}) \right) \quad (22)$$

$$\Delta_N \vec{w}_{0,1} = \frac{1}{N \Delta P} \left(\cos(\theta + \frac{\pi}{2}), \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \right) \quad (23)$$

$$\Delta \vec{w}_m = \frac{1}{\Delta P_m} (\cos \theta_m, \sin \theta_m) \quad (24)$$

$$\Delta \vec{w}_m = \Delta_N \vec{w}_{0,1} - \Delta \vec{w}' \quad (25)$$

Fig. 4를 고려하여 (25)식을 만족하는 스칼라식으로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{\Delta P_m} \cos(\theta_m - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{N \Delta P} \cos \theta - \frac{1}{\Delta P'} \cos \alpha \quad (26)$$

$$\frac{1}{\Delta P_m} \sin(\theta_m - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{N \Delta P} \sin \theta - \frac{1}{\Delta P'} \sin \alpha \quad (27)$$

한편

$$\begin{aligned} \Delta P_m &= \{y(M + \Delta M) - y(M)\} \cos(\theta_m - \frac{\pi}{2}) \\ &= \frac{\partial y}{\partial M} \cdot \Delta M \cdot \sin \theta_m \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_m &= \{x(M + \Delta M) - x(M)\} \sin(\theta_m - \frac{\pi}{2}) \\ &= \frac{\partial x}{\partial M} \cdot \Delta M \cdot \cos \theta_m \end{aligned} \quad (28')$$

(28), (28'), (1)식을 (26)과 (27)에 대입하면 $\frac{\partial M}{\partial y}$, $\frac{\partial M}{\partial x}$ 는 다음 식으로 된다.

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\cos \theta \cdot \cos(\alpha_y - \theta) - (1 - \epsilon_y) N \lambda \cos \alpha_y}{N \lambda P_0 \cos(\alpha_y - \theta)} \quad (29)$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\sin \theta \cdot \cos(\alpha_y - \theta) - (1 - \epsilon_y) N \lambda \sin \alpha_y}{N \lambda P_0 \cos(\alpha_y - \theta)} \quad (30)$$

(29), (30)식으로 부터 ϵ_y , α_y 를 구하면 다음 식과 같이 된다.

$$\alpha_y = \tan^{-1} \frac{\sin \theta - N \lambda P_0 \frac{\partial M}{\partial x}}{\cos \theta - N \lambda P_0 \frac{\partial M}{\partial y}} \quad (31)$$

$$\epsilon_y = 1 - \frac{(\cos \theta - N \lambda P_0 \frac{\partial M}{\partial y}) \cos(\alpha_y - \theta)}{N \lambda \cos \alpha_y} \quad (32)$$

또는

$$\epsilon_y = 1 - \frac{\sin \theta - N \lambda P_0 \frac{\partial M}{\partial x} \cos(\alpha_y - \theta)}{N \lambda \sin \alpha_y} \quad (32')$$

한편 (29), (30)식으로 부터 α_y 를 소거하면

$$\epsilon_y = P_0 \left(\frac{\partial M}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial M}{\partial y} \cos \theta \right) - \frac{1}{N \lambda} + 1 \quad (33)$$

이것이 주사 모아레법에서 모아레 패턴으로 부터 변형률을 구하는 식이다.

위의 식에서 $\theta = 0$, $N \lambda = 1$ 이라 두면 $\epsilon_y = P_0 \frac{\partial M}{\partial y}$ 로 되어서, 모델 그릿드와 마스터 그릿드가 평행이고 피치가 같도록 취한 일반 모아레법에서의 식과 일치한다. 즉 변형전의 모델 그릿드 k본에 대하여 주사선 kN본을 맞추어 놓고 N-1본 스킵할하면, 모델 그릿드와 마스터 그릿드의 피치를 같게 취한 일반 모아레법과 일치한다고 할 수 있다.

또 (33)식으로 변형률을 구하기 위해서는 모아레 무늬의 x방향, y방향 기울기만 구하면 되는 잇점이 있다. 또 넓은 범위의 변형률 변화에 대하여서도 스킵할만 적당히 취하면 마스터 그릿드의 교환에 따른 번거로움 없이 변형률을 구할 수 있으며, 스킵할 위상을 변화시킴으로써 해석 정도를 높일 수 있다.

3.6. 주사 모아레법에서 변형률 측정의 한계

Fig. 3과 같은 상태에서는 그릿드의 주파수 벡터 \vec{w} 는 파선으로 된 사각형의 밖으로 나가므로 그릿드는 재생되지 않으며 지수 N인 스킵할의 상반벡터 $N \vec{w}_{0,-1}$ 와의 합성에 의하여

$\vec{w}_m = \vec{w}' + N\vec{w}_{0,-1}$ 인 모아레 패턴이 발생한다. 또 인장 변형률이 크게 되어 벡터의 끝점이 사각형의 변상에 놓일 때 재생 벡터의 끝점도 사각형의 변에 놓이게 되어 벡터 \vec{w}' 와 \vec{w}_m 의 크기가 일치한다. 즉 이때 그릿드와 모아레 패턴은 같은 간격으로 재생되는 것이다. 이것이 변형률을 계측할 수 있는 상한이다. 또 우리가 사용할 화상 처리 화면의 해상도가 수직 방향으로 400화소이기 때문에 \vec{w}' 의 수직성분이 1/400이하이면 모아레 무늬의 1주기분의 무늬간격이 측정되지 않는다. 따라서 \vec{w}' 의 수직성분을 w_y 라고 할 때 다음식을 만족할 경우에만 모아레 패턴이 관측된다.

$$\frac{1}{400} \leq |w_y| \leq \frac{1}{2N} \quad (34)$$

또 w_y 는 y방향의 무늬간격 Δy 의 역수와 같으므로 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{400} \leq \left| \frac{1}{\Delta y} \right| \leq \frac{1}{2N} \quad (35)$$

(33)식의 관계에서 주사선의 방향을 x축으로 잡으면 $\theta = 0$ 이므로 (35)식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{400} \leq \left| \frac{N\lambda}{N\lambda(1-\epsilon_y)+1} \right| \leq \frac{1}{2N} \quad (36)$$

4. 시뮬레이션 및 검토

주사 모아레법으로 변형률을 해석하기 위하여 유도된 (33)식을 실제문제에 적용하기 앞서서, 이론적으로 변형률 해석이 가능한 모델을 설정하여 주사 모아레법으로 모아레 패턴을 취득하고, 전장에서 개발한 화상처리기법으로 모아레 패턴의 중심선을 구하고, 변형률 해석 프로그램을 구성하여 변형률 분포를 해석하고, 이론적으로 계산한 변형률 분포와 비교 검토한다.

4.1. 시뮬레이션 모델

평행이고 등간격인 50분의 그릿드를 가진 $l \times l$ 인 정방형 시편이 어떤 힘을 받아서 평면 내에서 변형을 일으켜서, 각 점의 변위 u_y 가 다음 식으로 표시된다고 한다.

$$u_y = \frac{1}{2} v_y (1 - \cos \frac{2\pi x}{l}) \quad (37)$$

여기서

$$v_y = \begin{cases} -\frac{3}{2l}y^2 + y & : 0 \leq y \leq \frac{l}{3} \\ -\frac{1}{8l}(3y^2 - 2ly - l^2) & : \frac{l}{3} \leq y \leq l \end{cases}$$

이와 같이 변형을 받은 시편은 Fig. 5와 같이 나타난다. 즉 이 모델은 $l=400$ 화소 길이로 하였으며 모델 그릿드의 피치는 8화소 길이로 하여, (37)식의 변형을 만족하는 점들을 프로그램[SPD]에 의하여 화면에 그린 것이다.

4.2. 변형률의 이론적 계산

각 점의 변위가 (37)식으로 표시될 때, Lagrange 변형률은 다음 식으로 된다.

$$\epsilon_L = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \begin{cases} \frac{1}{2l}(-3y+l)(1 - \cos \frac{2\pi x}{l}) & : 0 \leq y \leq \frac{l}{3} \\ \frac{1}{8l}(-3y+l)(1 - \cos \frac{2\pi x}{l}) & : \frac{l}{3} \leq y \leq l \end{cases} \quad (38)$$

이것은 변형전의 좌표로 표시된 변형률이므로 $Y = y + u_y$ 로 좌표 변환하면 변형후의 좌표로 표시되는 변형률(Euler의 변형률)은 $\epsilon_y = \partial u_y / \partial Y$ 로 구해진다. 즉

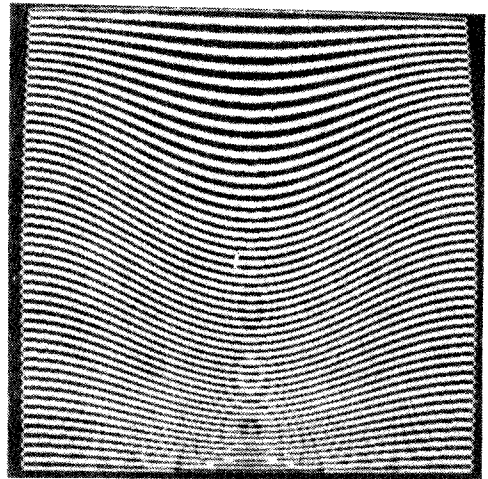


Fig. 5 Strained model.

$$\epsilon_y = \frac{\epsilon_L}{1 + \epsilon_L} \quad (39)$$

(38), (39)식으로 부터 계산하여 [프로그램 SDMM] 얻은 변형률 분포를 그림으로 나타낸 것이 Fig. 6이다.

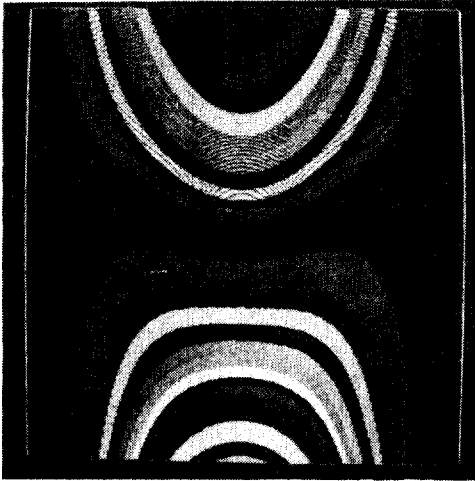


Fig. 6 Distribution of strain (analytical).

4.3. 스투밍아웃 (thinning out) 프로그램

스투밍아웃은 화상을 취득할 때 카메라의 주사선을 몇 개씩 소거하여 특수한 화상을 얻기 위한 방법이지만, 카메라에서 주사선을 소거한다는 것은 실제로는 불가능하다. 그래서 카메라로 정상적인 화상을 취득하고, 얻어진 디지털 화상의 행 (row) 데이터 또는 열 (column) 데이터를 적절히 처리하여, 주사선을 소거한 것과 같은 효과를 가지도록 화상처리를 함으로써 스투밍아웃 하는 것이다. 즉 디지털 화면에서 하나의 행 데이터를 스투밍아웃 한다는 것은 그 행의 데이터를 지워 버리고 그 자리에 바로 앞의 행 데이터를 넣어주는 것인데 이것은 카메라로 화상을 취득할 때 해당 행의 주사선을 스투밍아웃 하는 것과 동일한 효과를 나타낸다.

스투밍아웃 지수 N으로 표본화하여 (N-1)행을 스투밍아웃하는 프로그램 [SCANX]의 알고리즘은 다음과 같다.

1) 처리하고자 하는 영역을 설정한다. 이때 영역의 데이터는 BASIC의 POKE함수로 입력한다.

2) 첫째 행의 데이터를 메모리 버퍼에 옮겨 놓는다.

3) 스투밍아웃하고자 하는 N-1개의 행에 메모리 버퍼에 넣어둔 데이터를 반복하여 전송한다. 이렇게 하면 처음 N개의 행이 동일한 화상으로 나타난다.

4) 그 다음의 행 데이터를 메모리 버퍼에 옮기고 3)의 처리를 반복한다.

5) 영역의 마지막 행까지 처리가 완료되면 끝낸다.

이상의 처리 과정은 열 데이터를 스투밍아웃할 때도 동일하게 적용된다 [SCANY].

4.4. 주사 모아레 패턴의 취득

변형된 시편을 적당한 배율로 카메라에서 잡으면 Fig. 7(a)와 같은 그림이 된다. 즉 컴퓨터로 그려진 변형된 모델 (Fig. 5)을 카메라에서 1:1로 잡은 것이다. 이것은 모아레 패턴으로 인식되지 않으며 그대로는 변형률을 계산하기 어려운 상태이다. 그래서 전절에서 구한 프로그램으로 스투밍아웃 (스투밍아웃 지수 4, 6, 8)하여 Fig. 7과 같은 모아레 패턴을 얻을 수 있다.

한편 스투밍아웃할 때 영역 데이터 중에서 첫행의 좌표치를 변화시키면 모아레 패턴의 위상이 바뀌게 된다. 즉 스투밍아웃 지수가 N일때 첫행의 좌표치에 n (n < N, 정수)을 더하면 위상이 2π n/N만큼 늦어진 모아레 패턴이 얻어진다. 예를 들면 N=4일 때 영역 좌표의 첫째 행에 2를 더하면 π 만큼 위상이 늦어진 모아레 패턴 [Fig. 7(b)의 우변]이 얻어져서 처음의 모아레 패턴 [Fig. 7(b)의 좌변]을 반전시킨 것과 같아진다. 이와 같이 위상의 변화를 이용하여 모아레 패턴의 차수를 증가시키거나 각각에서 구한 것을 평균하면 변형률 해석의 정도를 높일 수 있다.

4.5. 변형률 해석 프로그램

Fig. 7(b)의 모아레 패턴을 화상 처리법으로 중심선을 구하여, 이 화상으로부터 (33)식에 의하여 변형률을 구하고 등변형률 분포도를 나타낸다.

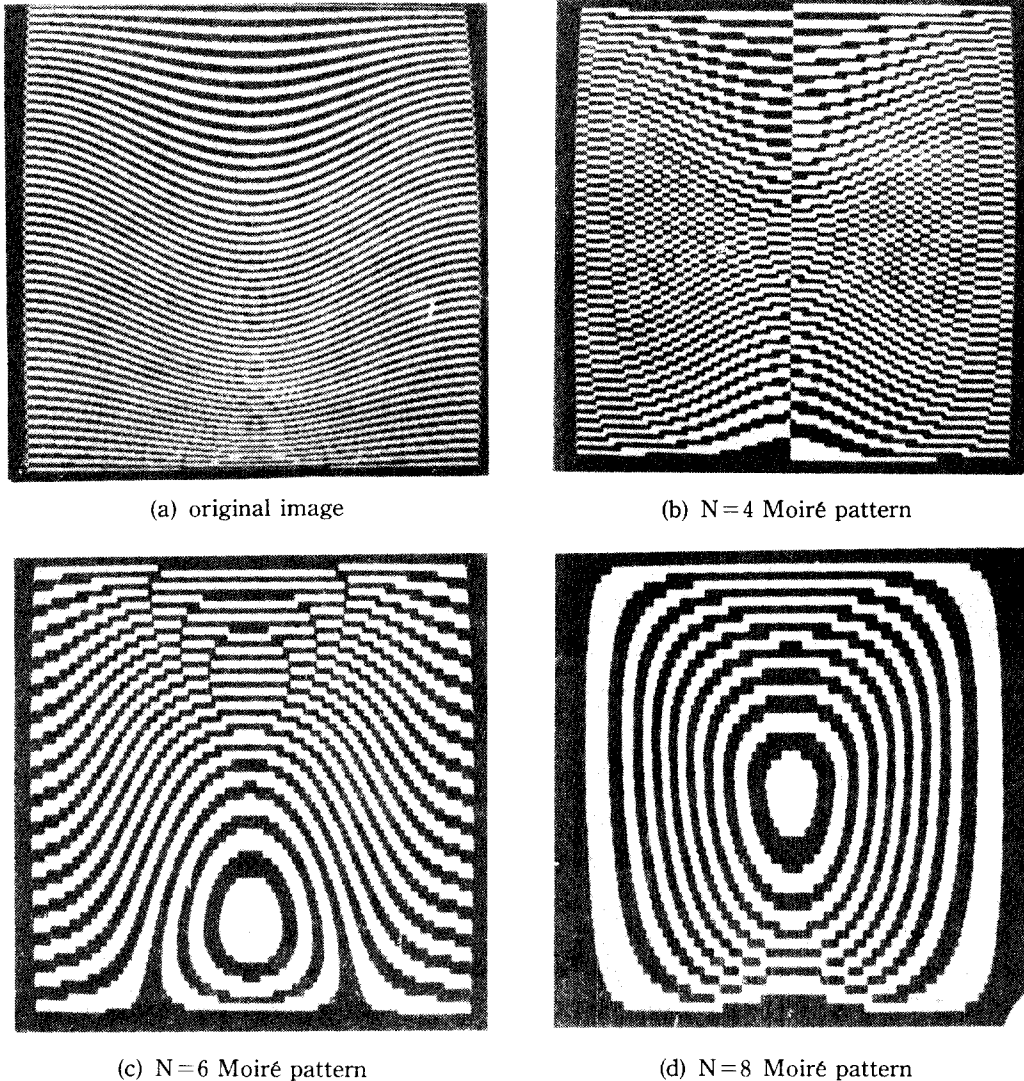


Fig. 7 Original image and Moiré patterns.

(33)식에서 미스얼라인먼트(misalignment) θ 가 0이고 변형전 모델 그릿드의 피치 P가 8 화소이고 미스매치 계수 λ ($P = \lambda P_0$)가 1/8이므로 다음 식으로 표시된다.

$$\epsilon_y = 8 \frac{dM}{dy} - \frac{8}{N} + 1 \quad (40)$$

또 Fig. 8은 3분 슈음질(슈음질 지수 $N=4$) 한 것이고, 모아레 패턴의 무늬 차수의 변화가 1이므로 $dM=1$ 이며 그 무늬사이의 화소수 Δy 를 헤아리면 dM/dy 를 구할 수 있으므로 (40)식은 다음과 같이 된다.

$$\epsilon_y = \frac{8}{\Delta y} - 1 \quad (41)$$

이 식으로 변형률 분포를 계산하는 기본 알고리즘은 다음과 같다.

1) 하나의 열에 대하여 y방향으로 스캔링 하면서 Δy 를 구한다. 하나의 무늬와 만나는 점(이것을 무늬점이라고 해둔다)에서의 Δy 는 그 점 앞의 무늬 간격(화소수)과 그점 뒤의 무늬 간격의 평균치로 한다. 이때 처음의 무늬점에 대해서는 그 점 뒤의 무늬 간격만을 취하며 마지막 무늬점에 대해서는 그 점 앞의 무늬 간

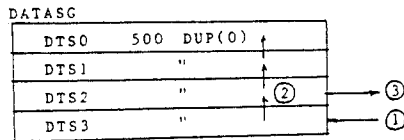
격으로 한다.

2) (41)식에 의하여 무늬점에서의 변형률을 계산하고 데이터 세그먼트의 데이터 버퍼에 저장한다.

3) 무늬점이 아닌 점에서의 변형률은 인접한 두 무늬점의 변형률을 이용하여 직선 보간법으로 계산하고 그 결과들을 메인 메모리의 데이터 버퍼에 저장한다.

4) 하나의 열에 대한 처리가 끝나면 결과를 화상 메모리에 전송하여 저장하며 다음 열에 대하여 반복 처리하고 영역 내의 전 화면에 대한 변형률 계산을 행한다.

그런데 변형률 계산에서 사용하는 Δy 는 모아래 무늬의 중심선 사이의 간격으로서 중심선 데이터에 국소적인 오차가 들어갈 때 변형률 계산에 큰 영향을 미치므로, 인접한 열에서 구한 결과들을 평균하여 국소 오차를 줄일 수 있도록 수정하였으며, 데이터의 유통은 Fig. 8과 같으며 프로그램의 알고리즘은 다음과 같다.



- ①: save Δy and strain at fringe points [CSAM]
- ②: transfer data in data buffer [TRDT]
- ③: save strain to display memory [DSAM]

Fig. 8 Data buffer and date transfer

1) 하나의 열에 대한 Δy 의 계측과 무늬점에 대한 변형률 계산은 기본 알고리즘과 같으며, 그 결과들은 데이터 세그먼트의 데이터 버퍼 DTS3에 넣는다(①).

2) 먼저 제1열에 대하여 계산하고(①), 데이터 버퍼의 데이터를 이송하고(②), 무늬점이 아닌 점들에 대한 변형률을 구하여 화상 메모리에 변형률 값을 옮겨 넣는다(③).

3) 제2열에 대하여 2)의 과정으로 처리한다.

4) 제3열에 대하여 계산하고(①), 데이터를 이송한다(②).

5) 제4열에 대하여 계산하고(①), 4개의 데

이터 버퍼에 들어있는 무늬점의 변형률을 평균하고, 그 값으로부터 보간에 의하여 무늬점 이외의 점들에 대한 변형률을 구하여 화상 메모리의 제3열에 넣고(③), 데이터를 이송한다(②).

6) 제5열 이후는 5)의 과정을 반복하여 마지막 열까지 처리한다.

7) 이 과정을 마쳐도 마지막 열의 변형률 분포는 계산되지 않았으나 ③의 처리만으로 계산을 끝낼 수 있다.

이상의 알고리즘에 따라서 어셈블리 언어로 프로그램을 만들었다[SAN]. 이 프로그램으로 구한 변형률 값(백분율로 표시한 값이다)은 화상 메모리에 들어 있으므로 직관적으로 알 수는 없다. 그러나 필요에 따라서 어떤 점의 변형률 값을 읽어내어 프로그램 모니터에 표시할 수 있으며[APS], 변형률을 몇 개의 단계로 나누어서 특정한 색을 부여하여 변형률 분포를 화면에 그릴 수 있으며[DALL], 또 어떤 변형률의 등분포 곡선을 그릴 수 있으며[DANN], 변형률 계산과 동시에 그 분포를 나타낼 수 있는 프로그램도 포함하고 있다[SAM].

주사 모아레법으로 변형률을 해석하는 프로그램의 내용은 Fig. 9와 같으며 프로그램에 대

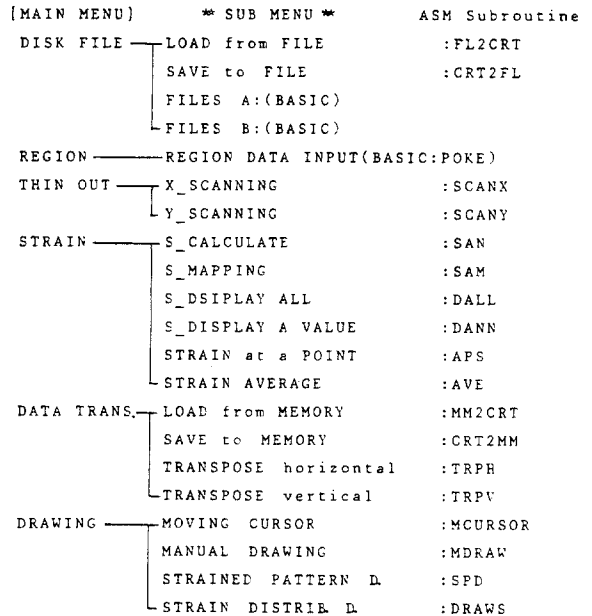


Fig. 9 Contents of program.

한 검정은 결과의 고찰에서 논한다.

4.6. 결과 및 고찰

(1) 프로그램에 대한 고찰

먼저 프로그램의 처리 과정이 타당한가를 검토하기 위하여 Fig. 10(a)와 같은 변형된 모델 그릿드의 중심선에 대하여 변형률을 계산하고 변형률 분포를 나타낸다. 이때 변형전의 모델 그릿드의 피치는 8화소 길이이므로 변형후의 선의 간격이 Δy 화소 길이로 될 때 변형률은 다음 식으로 계산된다.

$$\epsilon_y(\%) = \frac{\Delta y - 8}{\Delta y} \times 100 = 100 - \frac{800}{\Delta y} \quad (42)$$

본 프로그램에서는 무늬점 상하의 화소수를 계산에 이용하므로 다음 식으로 된다.

$$\epsilon_y(\%) = 100 - \frac{1600}{2\Delta y} \quad (43)$$

시뮬레이션 모델은 좌우대칭이므로 왼쪽 절반만 계산한다.

Fig. 10(b)는 무늬점 상하의 화소 길이만을 취하여 계산하고 무늬점과 무늬점 사이는 직선 보간으로 계산한 것인데 분포 상태가 불규칙적인 부분이 많다. Δy 는 정수 변량(integer value)이므로 한 화소의 오차에 대하여 크게 좌우되며 특히 압축의 경우에는 심하다. 또 변형률의 변화는 연속적이지만 화소수가 변화하는 경계에서는 Δy 가 불연속으로 되며, 인장 변형률이 점차로 증가하는 영역에서도 Δy 가 증가-감소-증가로 변화하다가 점차 압축 변형률이 커짐에도 불구하고 Δy 가 감소-증가-감소하는 부분이 발생한다. 이러한 현상으로 인하여 변형률 분포는 불연속성이 나타나며 분포에 노이즈가 나타난다.

Fig. 10(c)는 이와 같은 불연속성을 제거하기 위하여 인장 변형 부분에서는 감소하는 불연속량이 있을 때 그 앞의 값으로 대체하여 단조 증가 상태로 계산하였으며, 압축 변형률로서 감소하는 경우는 단조 감소 조건으로 변형률을 계산하여 얻은 그림이다. 노이즈는 제거되었으나 계단상의 분포로 되었다. 이것은 자연스러운 변화를 강제로 통제한 것과 무늬 중간점의 보간으로 인하여 발생하는 것이다.

그래서 중간점에 대한 보간을 취하지 않고 Fig. 10(d)와 같이 무늬점에서만 응력을 계산하였으며 변형된 모델 그릿드의 중심선을 이용하지 않고 각 화소선을 이용하여 계산을 하고 나서 각각의 결과를 화상 처리법(OR)에 의하여 합성한 것이 Fig. 10(e)이다. 앞의 두가지 문제점은 해결되었으나, Fig. 10(f)에서 이론적인 계산으로 얻은 분포와 대비해 보면 변형률 값이 아주 달라져 있음을 알 수 있다.

Fig. 10(g)는 무늬점 상, 하, 좌2, 우1로 8개의 화소 길이에 대하여 평균을 취하고 보간 방법으로 계산한 결과이다. 이것은 Fig. 10(b)의 경우보다는 분산이 줄어 들었지만 보간에 의한 오차 요인 때문에 분포 상태가 좋지 않다.

Fig. 10(h)는 Fig. 10(e)를 구할 때와 같은 각 화소선에 대하여 Fig. 10(g)와 같이 계산을 행하고 이들 분포 상태를 평균하여 나타낸 것이다. 이 결과를 이론 계산으로 나타낸 분포와 대비한 것이 Fig. 10(i)이다. 이 결과는 노이즈도 아주 적어졌으며 분포상태도 양호함을 알 수 있다. 결국 본 프로그램의 알고리즘은 타당하다고 볼 수 있으며 프로그램이 어셈블리 언어로 구성되어 있기 때문에 처리속도도 아주 빠르고, 주사 모아레법에서 얻은 데이터로 변형률 분포를 계산하는데 유용한 것이다.

(2) 모아레 무늬에 대한 변형률 계산의 검토

속음질 지수 $N=4$ 로 속음질하여 얻은 모아레 무늬로부터 변형률을 계산하는 과정에 대하여 고찰한다.

Fig. 11(a)의 왼쪽 부분이 모아레 패턴이며, 그것을 화상 처리 기법으로 세선화 처리하여 얻은 것이 Fig. 11(a)의 오른쪽 부분이다. 인장 변형과 압축 변형이 공존하는 화상에서 동일한 속음질 지수로 속음질하여 얻은 것으로서 윗부분과 아랫부분이 서로 다른 특성을 가진 모아레 패턴이므로 세선화 과정에서 소거되고 일부분 노이즈로 남게 되었다. 이 노이즈를 소거한 후에 인장 영역과 압축 영역을 따로따로 변형률을 계산하여 분포를 나타낸 것이 Fig. 11(b)이다.

Fig. 11(c)는 하나의 모아레 패턴으로 부터

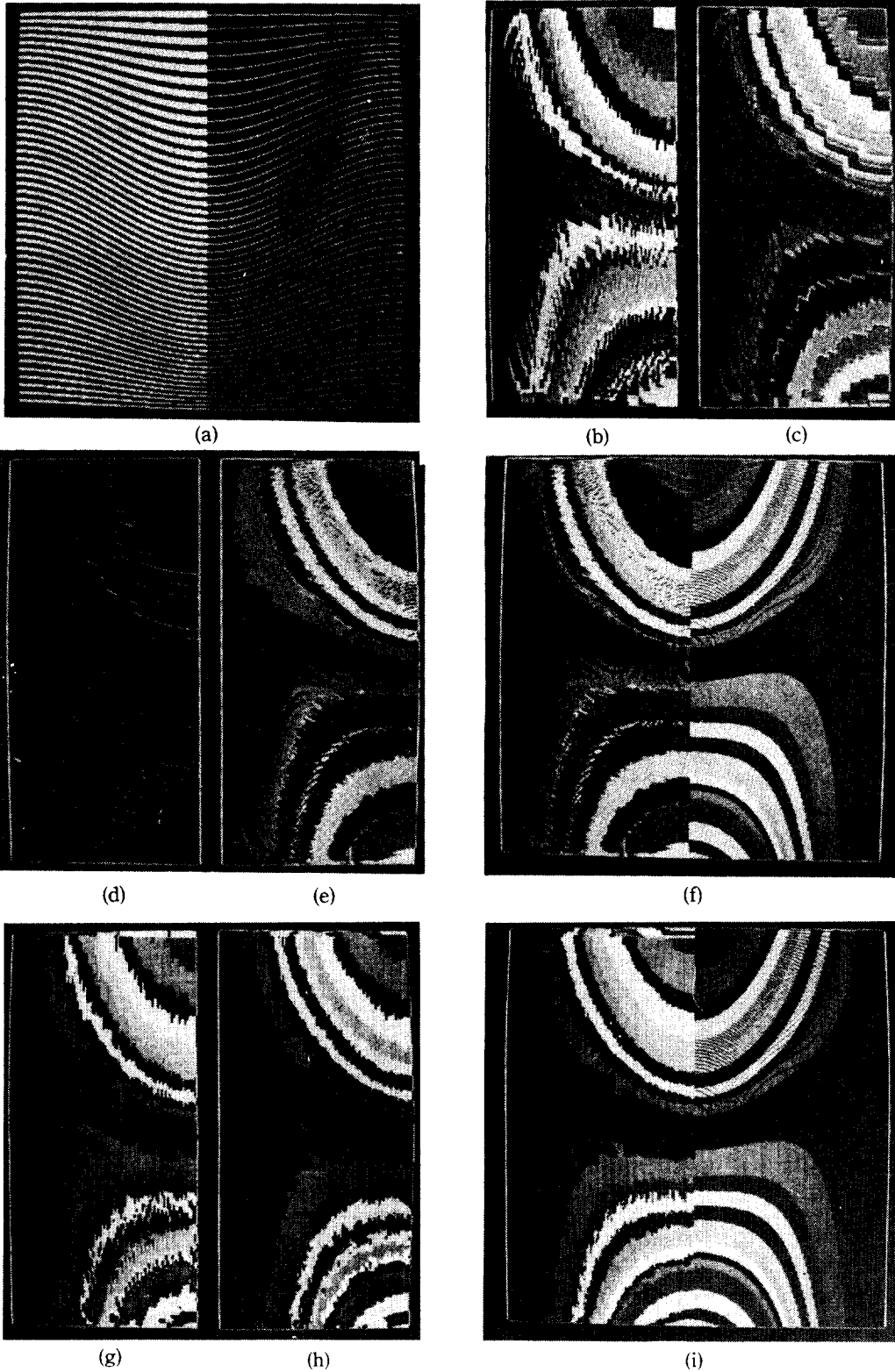
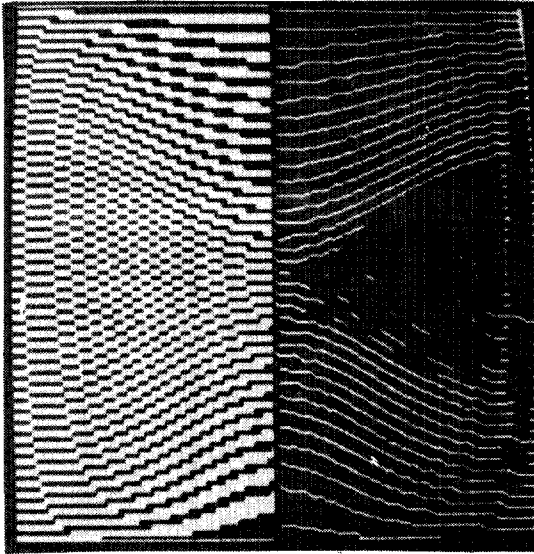


Fig. 10 Distribution of strains(calculated from strained line).

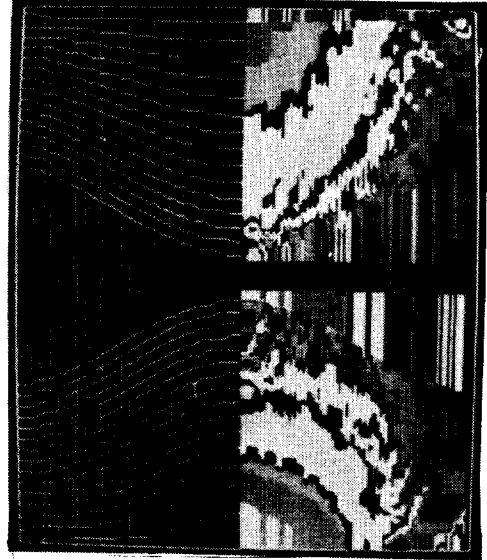
계산하여 얻은 변형률 분포를 이론적인 분포와 대비한 것이며, Fig. 11(d)는 위상을 변화시켜 얻은 2개의 모아레 패턴에 대하여 각각으로부터 변형률을 구한 후에 평균하여 얻은 것이다.

Fig. 11(c)에서 변형률 분포에 부분적인 분산이 나타나는 것은 변형된 모델을 그릴 때 계산에 의하여 정확한 2치화 정보로 그렸기 때문

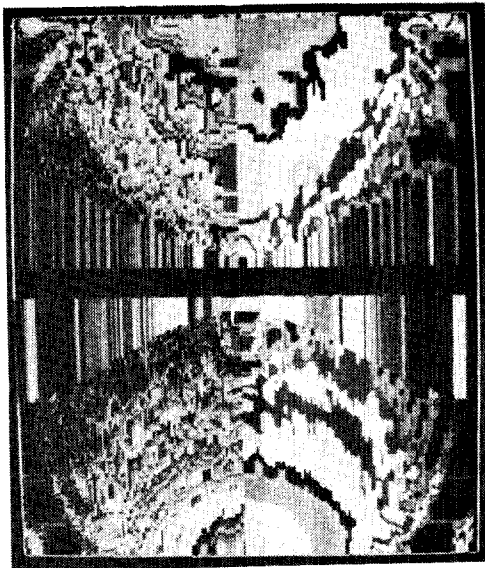
에 속음질 과정에서 계단으로 된 모아레 무늬가 얻어졌으며 그것을 세선화하는 과정에서 평균화 처리를 행하였지만 완전한 곡선으로 되지 않고 계단적으로 변화하는 부분이 남아 있었기 때문에 일어나는 오차가 포함된 때문이다. 카메라로 잡은 화상에 대한 모아레 패턴은 상당히 개선될 것이다.



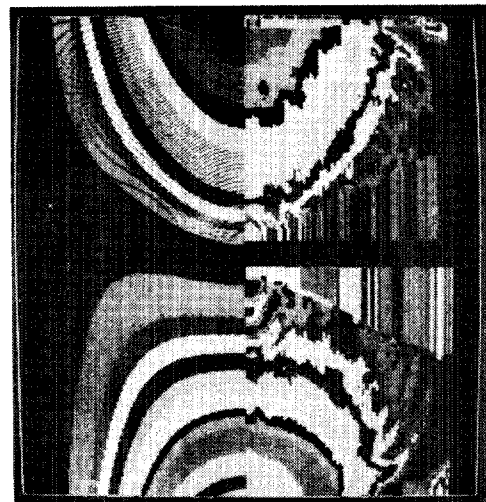
(a) Moiré pattern (N=4) and center line



(b) center line and distribution of strain



(c) strain calculated from 1 pattern



(d) strain averaged from 2 pattern

Fig. 11 Distribution of strains (calculated from Moiré pattern).

Fig. 11(c)와 Fig. 11(d)를 비교해 보면, 변형률 분포의 부분적인 분산이 위상 변화에 의하여 얻은 모아레 패턴들로 부터 구한 변형률 분포를 평균함으로써 개선된다는 것을 알 수 있다.

Fig. 11(d)에서 모아레 패턴으로 부터 구한 변형률 분포는 부분적인 분산을 포함하고 있으나 전체적인 분포의 윤곽은 이론적인 계산 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 결국 본 연구에서 전개한 주사 모아레법의 이론과 변형률 해석 프로그램의 알고리즘은 양호하다고 사료된다.

5. 結 論

카메라의 주사선을 마스터 그릿드로 이용하고, 변형된 모델 그릿드를 카메라로 잡을 때 주사선을 적당히 속음질함으로써 모아레 패턴이 발생하는 원리를 표본화 이론으로 고찰하였으며, 이때 속음질에 의하여 얻어진 모아레 패턴으로 부터 변형률을 해석하는 식을 구하였다.

$$\epsilon_y = P_0 \left(\frac{\partial M}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial M}{\partial y} \cos \theta \right) - \frac{1}{N\lambda} + 1$$

이 식을 이용하여 변형률을 해석하는 프로그램을 개발하였으며, 이론적으로 변형률 해석이 가능한 시뮬레이션 모델을 설정하여 주사 모아레법으로 변형률 분포를 구하였으며, 이론적으로 계산한 변형률 분포와 비교 검토하여 잘 일치함을 확인하였다. 또 주사 모아레법에서는 속음질 위상을 변화시킴으로써 해석 정도를 향상시킬 수 있으며, 속음질 지수를 적당히 바꿈으로써 넓은 범위의 변형률 해석이 가능함을 알았다.

參 考 文 獻

1. F.P.Chiang, "Moiré Methods of Strain Analysis", Exp. Mech., 19, pp. 290-308(1979).
2. C.A.Sciammarella, "The Moiré Method-A Review", Exp. Mech., 22, pp. 418-433(1982).
3. Daniel Post, "Sharpening and Multiplication of Moiré Fringes", Exp. Mech., 7, pp. 154-159(1976).
4. Morse, R.S., A.J.Durelli and C.A. Sciammarella, "Geometry of Moiré Fringes in Strain Analysis", Proc. Am. Soc. Civil Engrs., V, 86, No. EM4, pp. 105-126(1960).
5. F.P.Chiang, "A Shadow-moiré Method with Two Discrete Sensitivities", Exp. Mech., 15, pp. 382-385(1975).
6. F.P.Chiang and G.Jaisingh, "A New Optical System for Moiré Methods", Exp. Mech., 14, pp. 459-462(1974).
7. H.Takasaki, "Moiré Topography", Applied Optics, 9-6, pp. 1457-1472(1970), 12-4, pp. 845-850(1973).
8. K.MURAKAMI, Y.MURAKAMI, "A Study on the Moiré Topography", Bulletin of the JSME. V, 12, No. 152, pp. 196-202(1978).
9. R.C.Sampson and D.M.Campbell, "The Grid-Shift Technique for Moiré Analysis of Strain in Solid Propellants", Exp. Mech., 7, pp. 449-457(1967).
10. Y.Morimoto and T.Hayashi, "Deformation Measurement During Powder Compaction by a Scanning-moiré Method", Exp. Mech., 24, pp. 112-116(1984).
11. Daniel Post, "Moiré Interferometry at VPI & SU", Exp. Mech., 24, pp. 203-210(1983).
12. K.Patorski, S.Yokozeki, T.Suzuki, "Moiré Profile Prediction by Using Fourier Series Formalism", Japanese J. of Applied-Physics, 15-3, pp. 443-456(1976).
13. 白仁煥, 辛玟教, "畫像處理技法을 利用한 變形率解析에 관한 研究-第1報: 마이크로 컴퓨터를 利用한 畫像處理技法의 開發", 韓國舶用機關學會誌, 12-3, pp. 167-180(1988).