
 論 文

大韓造船學會誌
 第25卷 第4號 1988年 12月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 25, No. 4, December 1988

水壓과 壓縮力을 받는 平板의 挫屈 및 最終強度 推定式

白 点 基*, 金 昌 烈**

Simple Formulae for Buckling and Ultimate Strength Estimation of Plates Subjected to Water Pressure and Uniaxial Compression

by

Jeom K. Paik* and Chang Y. Kim**

要 約

本 論文에서는 微小한 初期치짐을 가진 實際의인 板要素를 對象으로 水壓과 壓縮力을 同時에 받는 경우의 彈性挫屈 및 最終強度를 評價하기 위한 簡易推定式을 理論의으로 導出한다. 挫屈強度推定式의 導出에 있어서는 最小포텐셜에너지 原理를 適用하여 縱橫比와 水壓의 크기를 變化시킨 시리즈 計算을 遂行하고, 이 結果를 바탕으로 荷重과 縱橫比에 관한 連續函數로서 近似推定式을 導出한다. 한편, 最終強度推定式의 導出에 있어서는 膜應力分布를 explicit form으로 나타내기 위하여 水壓 또는 壓縮力을 단독으로 받는 板要素에 대한 彈性大變形 解析에 의하여 各各의 應力分布를 求하고, 이들의 線形合에 의하여 水壓과 壓縮力이 동시에 作用하는 경우의 全體의인 應力分布를 計算하며, Mises의 降伏條件을 適用하여 推定式을 導出한다.

本 提案式에 의한 挫屈 및 最終強度推定値는 比較的 작은 水壓作用下에서는 實驗이나 다른 解析 結果와 잘 一致하고 있으나, 큰 水壓作用下에서는 最終強度를 多少過大評價하는 傾向을 나타내고 있다. 이것은 水壓과 壓縮力이 同時에 作用하는 경우의 應力分布를 各各의 線形合에 의하여 求하고, 相關關係를 考慮하지 않은데 主要原因이 있다. 그러나, 實際船舶의 板要素에 作用하는 水壓의 크기는 슬래밍등에 의한 衝擊壓을 除外하고는 比較的작으므로, 本提案式은 實用的인 範圍內에서는 充分한 精度의 結果를 준다고 생각된다.

Abstract

This paper proposes simple formulae for buckling and ultimate strength estimation of plates subjected to water pressure and uniaxial compression.

For the construction of a formula for elastic buckling strength estimation, parametric study for actual ship plates with varying aspect ratios and the magnitude of water pressure is carried out by means of principle of minimum potential energy. Based on the results by parametric study, a new formula is approximately expressed as a continuous function of loads and aspect ratio.

本 論文은 1988年度 大韓造船學會 春季研究發表會에서 發表된 論文임.

接受日字: 1988年 7月 9日, 再接受日字: 1988年 8月 27日

* 正會員, 韓國機械研究所 大德船舶分所 船體構造室

** 正會員, 釜山大學校 工科大學 造船工學科

On the other hand, in order to get a formula for ultimate strength estimation, in-plane stress distribution of plates is investigated through large deflection analysis and total in-plane stresses are expressed as an explicit form. By applying Mises's plasticity condition, ultimate strength criterion is then derived.

In the case of plates under relatively small water pressure, the results by the proposed formulae are in good agreement compared with those by other methods and experiment. But present formula overestimates the ultimate strength in the range of large water pressure. However, actual ship plates are subjected to relatively small water pressure except for the impact load due to slamming etc.. Therefore, it is considered that present formulae can be applied for the practical use.

1. 緒 言

船體가 波浪荷重을 받으면 船體構造를 構成하는 板部材에는 一般의 內面荷重과 橫荷重이 作用하게 된다. 特히, 船體가 호강 모우멘트를 받는 境遇, 船底 外板에는 水壓과 同時에 壓縮力이 作用한다.

壓縮力下의 板의 舉動에 대한 水壓의 影響은 一般의 으로 從橫比에 따라 달라진다.

縱橫比가 1에 가까운 板의 境遇, 水壓만에 의한 처짐 波形과 壓縮力이 단독으로 作用했을 때의 처짐 波形은 서로 거의 一致하고 있으며, 水壓과 同時에 壓縮力이 作用하고 있으면 壓縮力の 增加와 함께 처음부터 처짐이 增加하게 되어 明確한 挫屈現象은 나타나지 않고 板의 內面剛性은 처음부터 서서히 低下하게 된다.

한편, 縱橫比가 1보다 큰 板의 境遇, 水壓만에 의한 처짐 波形과 壓縮力만에 의한 挫屈波形은 서로 다르고 水壓과 壓縮力이 同時에 作用하고 있는 境遇에는 水壓의 크기에 따라 舉動이 달라진다. 即, 比較의 작은 水壓이 作用하고 있을 때에는 壓縮力の 增加와 함께 처음에는 水壓에 의한 처짐 波形과 同一한 波形으로 처짐이 成長하다가 結局에는 固有의 挫屈波形이 나타나게 되며, 이것을 一種의 挫屈現象으로 定義한다면 挫屈荷重은 多少 增加한다.

이에 比해 比較의 큰 水壓이 作用하고 있을 때에는 壓縮力을 增加시켜도 처짐 波形은 水壓만에 의한 처짐 波形과 同一한 形態로 成長하게 되어 固有의 挫屈波形은 板이 最終強度에 到達할때까지 보통 나타나지 않는다.

또한, 水壓이 作用하고 있는 板의 壓縮最終強度는 水壓이 없는 境遇보다 相對的으로 塑性化가 빨리 進展되어 全般的으로 低下한다.

以上에서는 壓縮力下의 板의 挫屈 및 最終強度에 대한 水壓의 影響에 대해 簡單히 要約하였으나, 實際로

는 그 舉動이 대단히 複雜하고, 또한, 實船 panel에 作用하는 水壓의 크기도 比較의 작기 때문에 板의 挫屈 및 最終強度에 대한 影響도 比較의 작다고 생각되어 지금까지의 船體構造設計 및 安全性 評價時에는 水壓의 影響을 거의 無視해 왔다.

그러나, 經濟적이고 合理的인 構造設計 및 安全性 評價를 위해서는 보다 높은 精度로서 簡便하게 挫屈 및 最終強度를 評價할 수 있는 方法이 要求되고 있다.

지금까지 많은 研究者들에 의해 壓縮力下의 板의 大 처짐 舉動, 挫屈強度 및 最終強度에 대한 水壓의 影響을 明確히 하기 위한 理論的 實驗的 研究가 遂行되어 왔다[1~6]. 特히, 岡田등 [3~9]은 에너지 原理를 適用한 體系的인 理論研究와 並行하여 實驗을 遂行한 바 있다. 그러나, 아직도 이 問題가 充分히 解決되었다고는 말하기 어렵고, 特히 構造設計者가 實際設計 段階에서 높은 精度로서 簡便하게 挫屈 및 最終強度를 評價하기 위한 簡易 推定式 혹은 相關 關係式的 導出 등에 관한 研究는 거의 찾아볼 수 없다. 더우기, 實際的인 板要素에는 항상 初期처짐이 存在하고 있으며, 壓縮力만이 作用하고 있는 境遇에 비해 水壓과 壓縮이 同時에 作用하고 있는 境遇에는 微小한 初期처짐이라도 板의 大變形 舉動에 큰 影響을 미칠 可能性이 있으므로, 實用的인 觀點에서는 이들의 影響도 考慮한 必要가 있다.

本 研究에서는 微小한 初期처짐을 가진 實際的인 板要素가 水壓과 同時에 壓縮力을 받는 境遇에 대한 實用的인 挫屈 및 最終強度 推定式을 提案한다. 또한, 實際問題에 適用하여 本 研究에서 提案한 推定式的 精度와 有用性を 檢討한다.

2. 挫屈 및 最終強度 推定式的 導出理論

2.1. 導出 概念

本 研究에서는 微小한 크기의 初期처짐이 存在하는

周邊單純支持된 板이 水壓과 壓縮을 同時に 받는 境遇의 挫屈(彈性挫屈) 및 最終強度를 에너지 原理에 의해 評價하기로 한다.

먼저, 挫屈強度를 評價하기 위하여 初期처짐이 存在하지 않는 理想的인 平板과 微小한 初期 처짐이 存在하는 板에 대한 彈性大變形解析 結果를 比較·檢討하여 實用的이고 合理的인 座屈強度를 定義하고, 이 定義下에서 各種 縱橫比($a/b=1, 2, 3$ 및 ∞)를 가진 板의 挫屈強度를 最小포텐셜에너지 原理에 의해 求하여, 이 結果를 바탕으로 挫屈強度 推定式을 近似的인 連續函數로 나타내기로 한다.

또한, 最終強度에 대하여는 水壓의 形響을 簡單化하여 水壓에 의해 생기는 板의 面內應力을 初期應力으로 생각하고, 面內의 全體應力分布는 壓縮力에 의한 分布와 水壓에 의한 分布를 直接的으로 合하여 評價하며 面內應力分布를 適用하여 最終強度를 推定하기로 한다. 이렇게 하면 水壓에 의한 面內應力分布와 壓縮力에 의한 面內應力分布는 에너지原理에 의한 彈性大變形解析 結果로서 얻어지며, 또한, 比較的 簡單한 式으로 나타낼 수 있다.

2.2. 最小 포텐셜에너지 原理에 의한 彈性 大變形 解析 理論

船低外板과 같은 板要素에는 變動이 比較的 작은 임의의 크기의 水壓이 作用하고 있는 狀態에서 波浪荷重 등에 의해 일어나는 호깅 모우멘트가 作用하여 軸壓縮應力이 생기게 된다.

따라서, 本 研究에서는 均一하게 分布하고 있는 水壓이 作用하여 처짐이 생겨 있는 狀態에 壓縮應力이 附加作用한다고 생각한다.

以下에서는 板要素의 彈性大變形 擧動을 把握하기 위하여 本 研究에서 適用하는 最小포텐셜에너지 原理에 대해 要約한다.

板은 Fig. 1. a의 有限길이 板(길이×폭×두께= $a \times b \times t$, $\beta=a/b$:縱橫比)과 Fig. 1. b의 無限 길이 板(폭×두께= $b \times t$, $\beta=\infty$)을 對象으로 한다. 板의 굽힘 剛性은 $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ (E : 彈性係數, ν : poisson比)이고, 降伏應力은 σ_0 이다.

또한, 板의 境界條件은 有限길이 板은 四邊單純支持이고, 無限길이 板은 맞은편 單純支持로서, 連續板의 條件으로부터 各各의 境界는 變形後에도 直線을 維持한다고 假定한다.

Fig. 1에 나타내는 바와 같이 均一한 水壓, q 와 x 方向(縱方向)에 壓縮應力 σ_{av} 가 作用하는 板에 있어서, 變形이 發生한 후 平衡狀態에 있을 때의 全포텐셜에너지

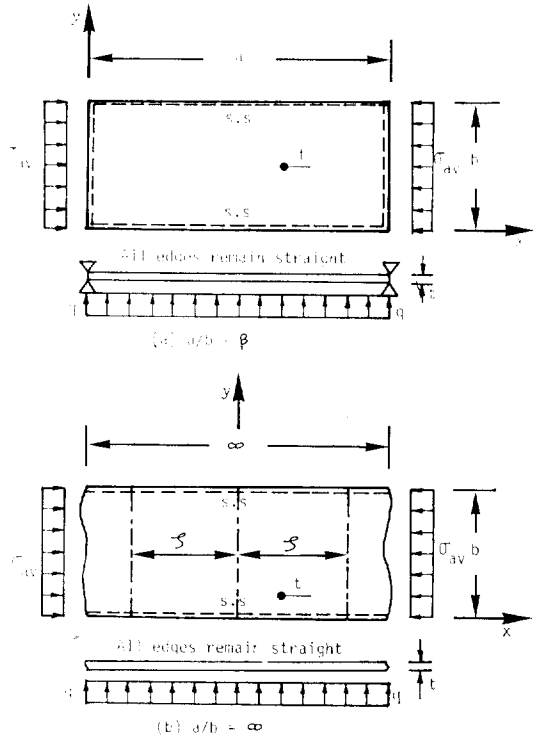


Fig. 1 Simply supported rectangular plates subjected to water pressure and uniaxial compression

지 Φ 는 다음과 같이 計算된다[7].

$$\Phi = U + V \tag{1}$$

여기서,

$$U = \frac{t}{2E} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1+\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy + \frac{D}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy$$

: 內部 strain energy \tag{2}

$$V = bt\sigma_{av}\delta - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_0^b qwdxdy$$

: 外力에 의한 포텐셜 에너지 損失 \tag{3}

$$\delta = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\partial u}{\partial x} dx = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left\{ \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx$$

: x 方向의 平均變位 \tag{4}

α_1, α_2 : x 方向의 積分 範圍를 나타내는 常數로서,

Fig. 1로 부터 有限길이 板은 $\alpha_1=0, \alpha_2=a$, 無限길이 板은 $\alpha_1=-\zeta, \alpha_2=\zeta$.

F : 應力 函數로서 다음식을 滿足한다.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \tau(=\tau_{xy}) = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

u : x 方向의 變位量

w : 板의 처짐

한편, 板의 舉動을 支配하는 適合條件式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \quad (6)$$

境界條件으로서는 周邊單純支持條件과 變形後에도 境界가 直線을 維持한다고 假定하고 있으며, 面內荷重條件으로서는 길이 方向에 壓縮力이 作用하고 있으므로 有限길이 板과 無限길이 板에 대한 各各의 條件은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(a) 境界條件

有限길이 板($\beta=a/b$):

$$\left. \begin{aligned} w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \text{ at } x=0, a \\ w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \text{ at } y=0, b \end{aligned} \right\} \quad (7. a)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x=a) - u(x=0) = \int_0^a \frac{\partial u}{\partial x} dx = \text{const.} \\ v(y=b) - v(y=0) = \int_0^b \frac{\partial v}{\partial y} dy = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (7. b)$$

v : y 方向의 變位量

無限길이 板($\beta=\infty$):

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \text{ at } y=0, b \quad (8. a)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x=\zeta) - u(x=-\zeta) = \int_{-\zeta}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial x} dx = \text{const.} \\ v(y=b) - v(y=0) = \int_0^b \frac{\partial v}{\partial y} dy = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (8. b)$$

(b) 面內荷重條件

有限 길이 板($\beta=a/b$):

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0 \text{ at } x=0, a, y=0, b \quad (9. a)$$

$$\left. \begin{aligned} t \int_0^b \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dy = -bt \sigma_{av} \\ t \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9. b)$$

無限 길이 板($\beta=\infty$):

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0 \text{ at } y=0, b \quad (10. a)$$

$$\left. \begin{aligned} t \int_0^b \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dy = -bt \sigma_{av} \\ t \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10. b)$$

다음으로, 有限길이 板 및 無限길이 板의 처짐式은 Fig. 1을 參照하여 各各式(7) 및 (8)을 滿足하는 다음식을 假定할 수 있다.

有限길이 板($\beta=a/b$):

$$w = \sum_{m=1}^M A_m \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y \quad (11)$$

無限 길이 板($\beta=\infty$):

$$w = \sum_{m=1}^M A_m \cos \frac{(m-1)\pi}{\zeta} x \sin \frac{\pi}{b} y \quad (12)$$

式(11) 및 (12)에 있어서 A_m 은 未知係數이고, m 은 板의 처짐 形狀과 解析精度 등을 考慮하여 適切한 有限個의 項數 M 을 採用하면 된다. 또한, 이들 式에서는 y 方向에 1半波의 처짐을 假定하고 있다.

따라서, 式(11) 또는 (12)를 式(6)의 適合條件式에 代入하여 얻어지는 應力函數 F 에 대한 4次 微分方程式을 式(9) 또는 (10)의 面內荷重條件을 考慮하여 풀면 應力函數 F 가 求解되고, 이것과 式(11) 또는 (12)를 式(1), (2), (3) 및 (4)에 代入하면 全포텐셜 에너지 Φ 가 計算된다.

Φ 는 式(11) 또는 (12)의 未知係數 A_m 의 函數로 되어 있는데 Φ 가 極値를 갖는 條件, 즉, $\delta\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial A_m} = 0$ ($m=1, \dots, M$)로 부터 3次連立方程式이 求解되고, 이것을 풀면 未知係數 $A_1 \dots A_m$ 이 얻어진다.

A_m 을 式(11) 또는 (12)의 처짐式과 應力函數 F 에 代入하면 板의 처짐이나 應力分布가 計算된다.

3. 挫屈強度推定式

3.1. 挫屈強度의 定義

앞에서 說明한 바와 같이 水壓과 同時에 壓縮力이 作用하는 板의 挫屈強度는 一般의 縱橫比에 따라 달라진다.

(1) 正四角形板($a/b=1$)

Fig. 2에는 縱橫比가 1인 正四角形板에 대하여 水壓의 크기를 變化시킨 境遇의 壓縮力과 처짐 關係를 나타내고 있다.

Fig. 2의 彈性大變形 解析結果는 式(11)의 M 을 1로 假定하고 2.2節에 나타낸 最小포텐셜에너지 原理를 適用하여 구한 것이다.

Fig. 2에 나타내는 바와같이 正四角形板에 있어서는

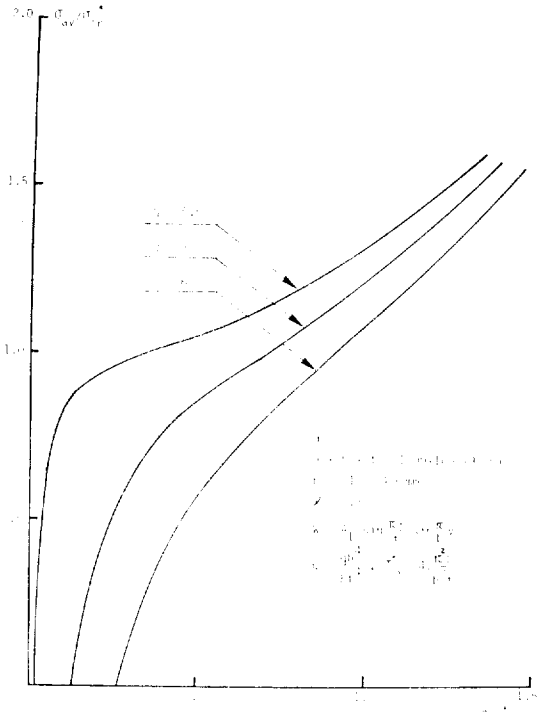


Fig. 2 Load-deflection curve for a square plate subjected to water pressure and uniaxial compression

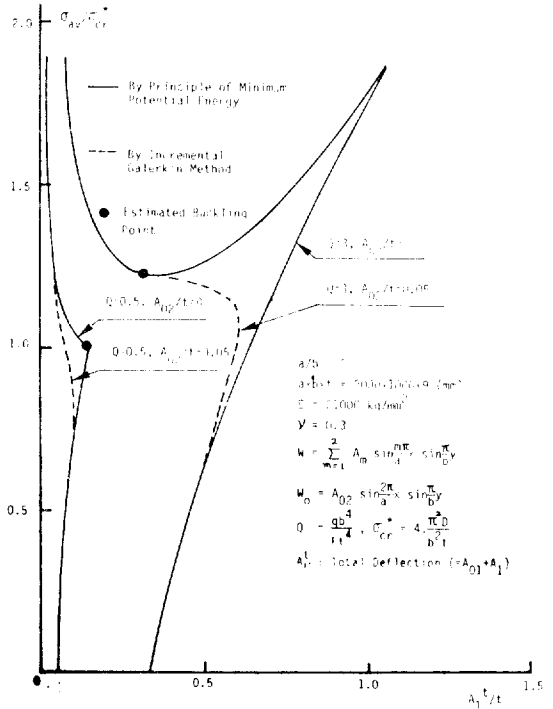


Fig. 4. a Load-deflection curve for a rectangular plate subjected to water pressure and uniaxial compression, $a/b=2$

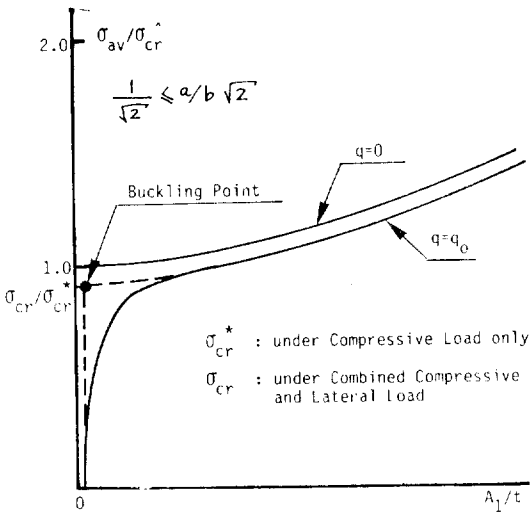


Fig. 3 Proposed buckling definition for a square plate subjected to water pressure and uniaxial compression

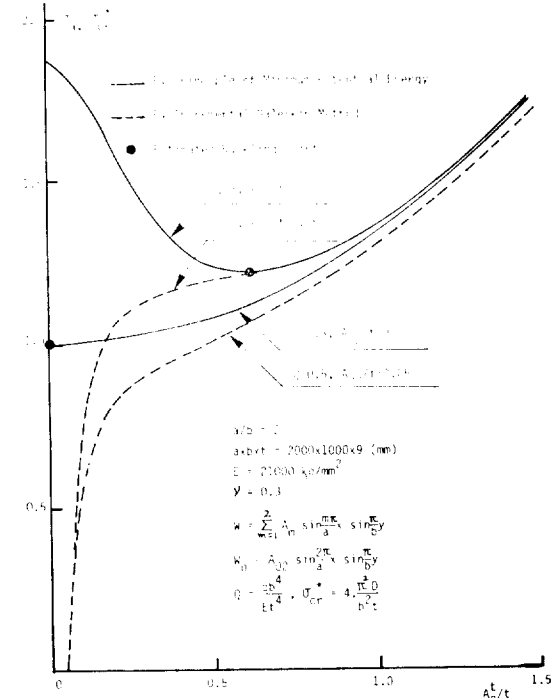


Fig. 4. b Load-deflection curve for a rectangular plate subjected to water pressure and uniaxial compression, $a/b=2$

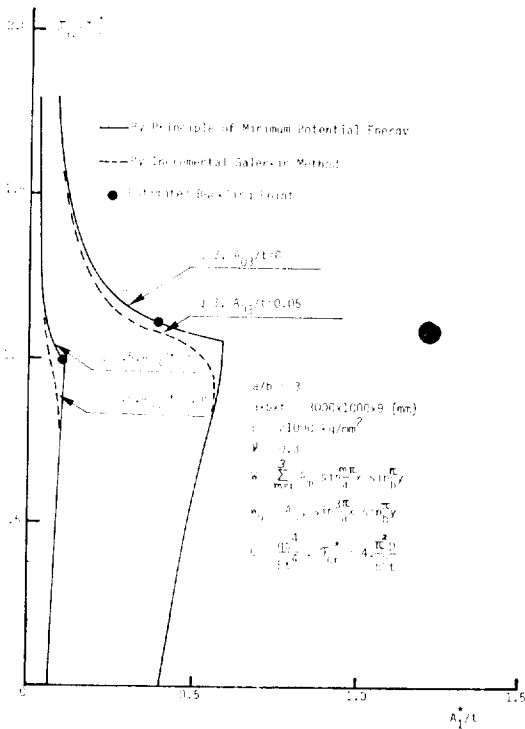


Fig. 5. a Load-deflection curve for a rectangular plate subjected to water pressure and uniaxial compression, $a/b=3$

水壓만에 의한 처짐波形과 壓縮力만에 의해 固有의 挫屈波形이 同一하기 때문에 水壓에 의한 처짐이 初期 처짐과 같은 影響을 미치게 되어, 壓縮力 σ_{av} 의 增加와 함께 처음부터 처짐이 서서히 增加하게 되며, 明確한 挫屈現象이 나타나지 않는다.

그러나, 本 研究에서는 水壓의 變化에 따른 壓縮 挫屈強度의 基準을 定하기 위하여 처짐이 比較의 急激히 增加하는 點을 一種의 挫屈 發生時點으로 假定하여 Fig. 3과 같이 挫屈強度를 定義하기로 한다.

(2) 直四角形板($a/b \geq \sqrt{2}$)

다음으로, Fig. 4 및 5에는 各各 $a/b=2$ 및 3인 板이 水壓과 壓縮力을 同時에 받는 境遇의 壓縮力과 처짐 關係를 나타내고 있다.

$a/b=2$ 의 境遇는 式(11)의 M 을 2로 假定하였으며, $a/b=3$ 의 境遇는 M 을 3으로 假定하였다.

Fig. 4 및 5의 實線은 初期처짐이 없는 平板에 대하여 2.2節의 最小 포텐셜에너지 原理를 適用하여 計算한 結果이고, 點線은 微小한 크기의 挫屈처짐 成分의 初期 처짐 ($A_{0m}/t=0.05$)을 가진 板에 대한 増分 Galerkin

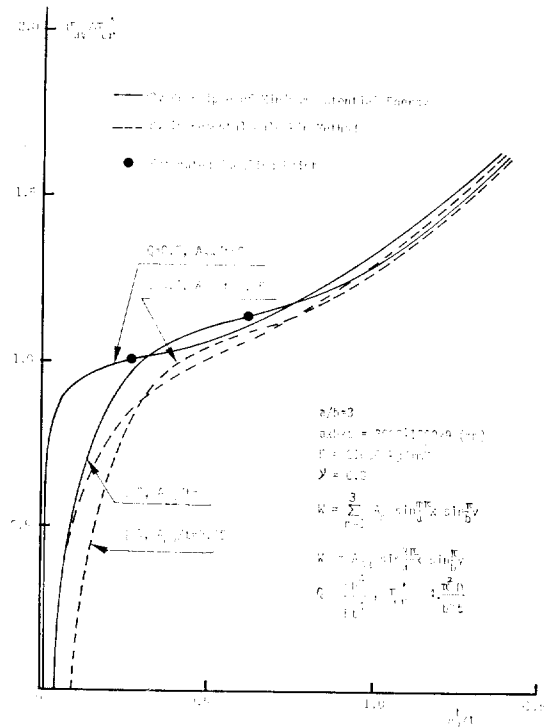


Fig. 5. b Load-deflection curve for a rectangular plate subjected to water pressure and uniaxial compression, $a/b=3$

法[8]에 의한 解析結果이다.

Fig. 4로부터 알 수 있는 바와 같이 $a/b=2$ 의 境遇는 壓縮力만에 의한 固有의 挫屈波形의 半波數가 짝수개(2개)인데 反해 水壓에 의한 처짐 波形의 半波數는 홀수개(1개)이므로, 水壓이 存在하는 境遇라도 挫屈 波形의 처짐 成分 A_2 (즉, 짝수 成分)는 挫屈이 發生할 때까지 나타나지 않으며, 明確한 極大値와 極小値를 나타내고 있다. 이에 비해, $a/b=3$ 의 境遇는 Fig. 5로부터 알 수 있는 바와 같이 固有의 挫屈波形의 半波數가 홀수개(3개)이고, 水壓에 의한 처짐 波形의 半波數도 홀수개(1개)이므로, 壓縮力의 增加와 함께 처음부터 挫屈 波形의 처짐 成分 A_3 가 나타나고 있다.

一般的으로 固有의 挫屈波形은 水壓에 의한 抵抗力 때문에 쉽게 생기지 못하고 있다가 水壓의 크기가 比較的 작은 境遇에는 壓縮力의 增加와 함께 固有의 挫屈 波形이 생기게 되며, 보통 挫屈荷重은 增加한다. 그러나, 水壓의 크기가 比較的 큰 境遇는 抵抗力이 相對的으로 크기 때문에 塑性化가 進展되어 板이 最終強度에 到達할 때까지 固有의 挫屈 波形은 나타나지 않는다.

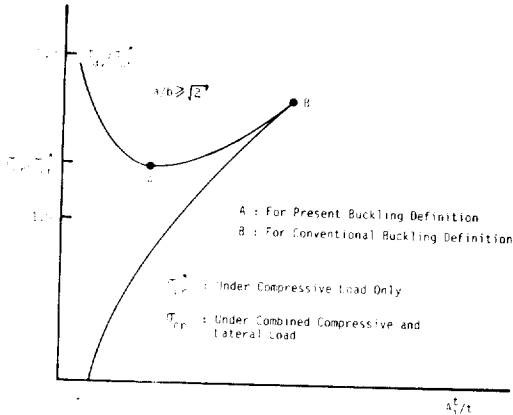


Fig. 6 Proposed buckling definition for a rectangular plate subjected to water pressure and uniaxial compression

挫屈波形이 나타나는 境遇는 Fig. 4 또는 5로 부터 알 수 있는 바와 같이 보통 2개의 極值(極大值 및 極小值)가 存在한다(水壓의 크기가 극히 작을 때는 極小值만 存在한다). 이들 極值를 나타내는 點은 最小 포텐셜에너지 原理에 있어서의 全포텐셜에너지 Φ 에 대한 2차 變分 $\delta^2\Phi$ 의 符號에 따라 評價 할 수 있고, $\delta^2\Phi > 0$ 이면 極小值, $\delta^2\Phi < 0$ 이면 極大值를 나타낸다.

지금까지의 研究에서는 Fig. 4 또는 5의 極大值를 나타내는 點을 一種의 挫屈發生時點으로 定義하여 水壓과 同時에 壓縮力을 받는 平板의 挫屈強度를 評價해 왔다.

그런데, 微小한 크기의 初期 처짐이 存在하는 境遇에는 Fig. 4 또는 5의 點線으로부터 알 수 있는 바와 같이 처짐成分은 壓縮力의 增加와 함께 極大值를 나타내는 點을 通過하지 않고 極小值를 나타내는 點의 近方에서 挫屈波形的 처짐 成分이 急激히 增加하고 있다.

實際의인 板에는 初期처짐이 必然的으로 存在하고 있으므로 實用的인 觀點에서는 極大值를 挫屈強度로 定義하는 것보다 極小值를 挫屈強度로 定義하는 것이 合理的이라 생각된다.

따라서, 本研究에서는 直四角形板에 대하여는 Fig. 6에 나타내는 바와 같이 極小值를 나타내는 點을 挫屈強度로 定義하기로 한다.

3.2. 挫屈強度 推定式

여기서는, $a/b=1, 2, 3$ 및 ∞ 의 板에 대해 3.1節의 挫屈強度 定義下에서 2.2節의 最小포텐셜에너지 原理를 適用하여 水壓의 크기를 變化시킨 parametric study를 遂行하고, 이들 結果를 바탕으로 挫屈強度 推定式을 近似的인 連續函數로 나타낸다.

Fig. 7에서 10까지는 各各 $a/b=1, 2, 3$ 및 ∞ 의 板에 대한 挫屈強度 推定結果를 나타내고 있다 Fig. 10의 境遇는 처짐式으로서 式(12)의 M 을 2로 採用하였다. 이들 그림의 實線은 本研究에서의 挫屈強度 定義下에

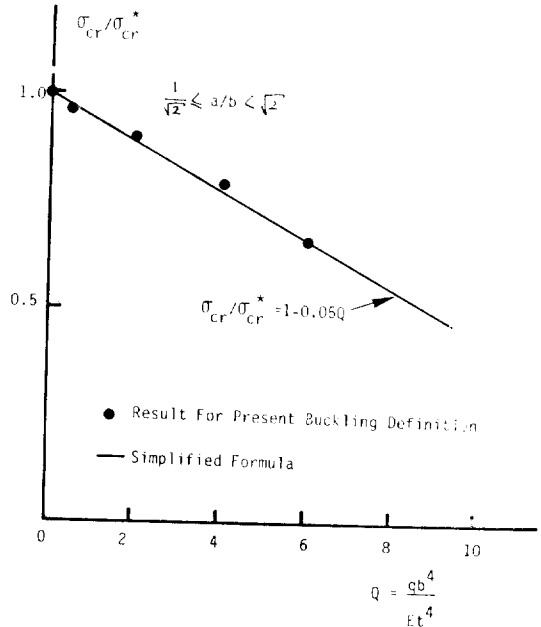


Fig. 7 Effect of water pressure on the buckling strength of a square plate subjected to uniaxial compression

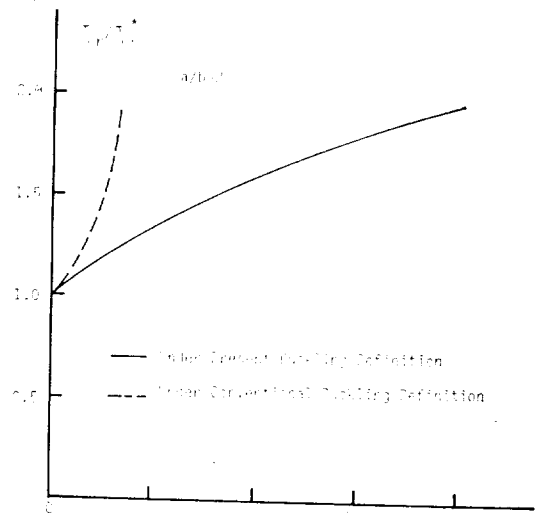


Fig. 8 Effect of water pressure on the buckling strength of a rectangular plate subjected to uniaxial compression, $a/b=2$

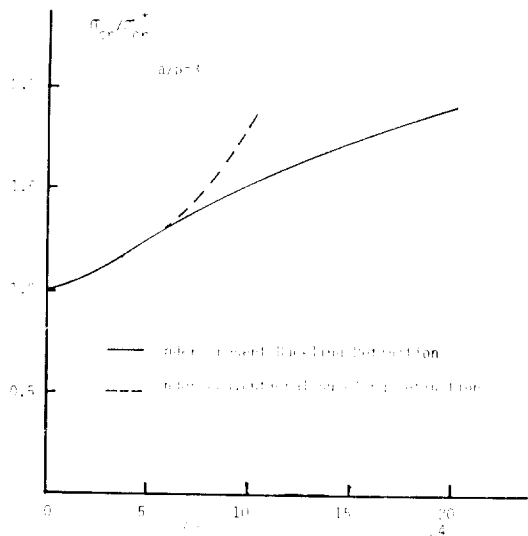


Fig. 9 Effect of water pressure on the buckling strength of a rectangular plate subjected to uniaxial compression, $a/b=3$

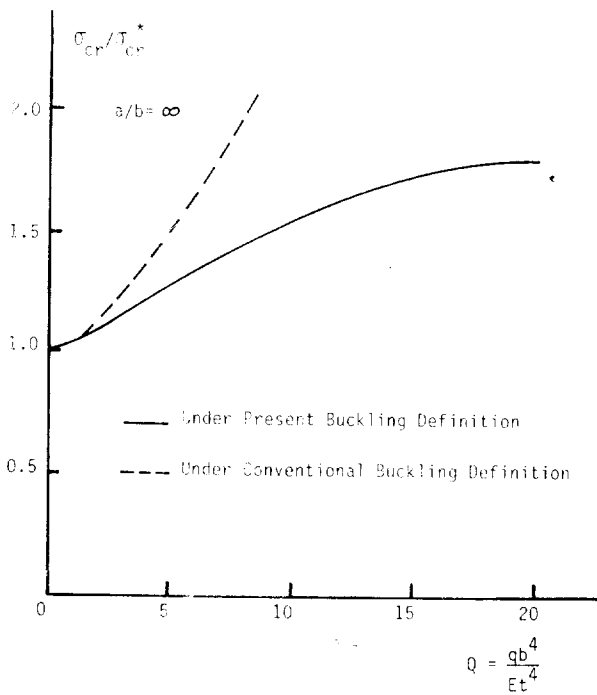


Fig. 10 Effect of water pressure on the buckling strength of an infinitely long plate subjected to uniaxial compression, $a/b=\infty$

서 推定한 結果이고, 點線은 極大值를 基準으로한 저급까지의 挫屈強度 定義下에서 推定한 結果이다.

이들 그림에 의하면 正四角形板의 挫屈強度는 水壓이 커질수록 거의 直線의으로 低下하고 있는데 反해, 直四角形板의 挫屈強度는 水壓의 增加와 함께 점차 增加하고 있다.

以上の 推定結果를 바탕으로 周邊單純支持된 板의 壓縮挫屈強度에 대한 水壓의 影響은 다음 式과 같이 近似的으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^*(1 - 0.056Q) \quad \text{: 正四角形板} \quad (13. a)$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^*(1 + \alpha Q)^{1/2} \quad \text{: 直四角形板} \quad (13. b)$$

여기서,

$$\alpha = 0.025\beta^2 - 0.155\beta + 0.360 \quad \text{: } \sqrt{2} \leq \beta < 4$$

$$= 0.14 \quad \text{: } 4 \leq \beta$$

$$\beta = a/b, \quad Q = \frac{qb^4}{Et^4}$$

σ_{cr}^* : 壓縮力이 單獨으로 作用할 때의 挫屈強度

σ_{cr} : 水壓과 壓縮力이 同時에 作用할 때의 挫屈強度

4. 最終強度 推定式

4.1. 最終強度의 定義

本 研究에서는 水壓과 壓縮力이 作用하는 板의 周邊에서의 應力分布를 檢討하여 板의 最終強度 推定式을 導出한다.

板에 임의 크기의 水壓이 作用하여 처짐이 생기면 面內應力(膜應力)이 發生한다. 이때의 周邊應力分布는 1半波의 처짐 成分이 支配의이므로 Fig. 11에 나타내는 마와 같이 모서리 部에 最大值(壓縮)가, 中央部에 最小值(引張)가 생긴다.

이 狀態에서 壓縮力을 作用시켜 처짐 增加시켜가면 周邊應力分布는 縱橫比 및 挫屈發生 與否에 따라 다스 달라진다. 正四角形板과 挫屈이 發生하지 않은 直四角形板에서는 Fig. 11.a에 나타내는 마와 같이 水壓에 의한 처짐 波形과 同一한 形狀으로 처짐이 成長하게 되므로 應力分布도 水壓에 의한 應力分布形狀을 그대로 維持하면서 成長해 간다. 이에 비해 挫屈이 發生한 直四角形 板에서는 Fig. 11.b에 나타내는 마와 같이 위 의 應力分布가 挫屈波長間에 反復되어 나타난다.

한편, 板의 內部에서는 最大 처짐이 생기는 位置에 있어서의 板두께 方向의 上下表面에 最大應力이 생기 게 된다.

一般的으로 內部的 最大應力值는 처짐發生으로 因하여 周邊의 最大應力值보다 크며, 內部的 最大應力이

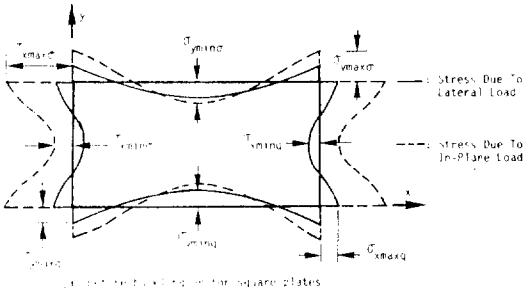


Fig. 11. a In-plane stress distribution of plates subjected to water pressure and uniaxial compression

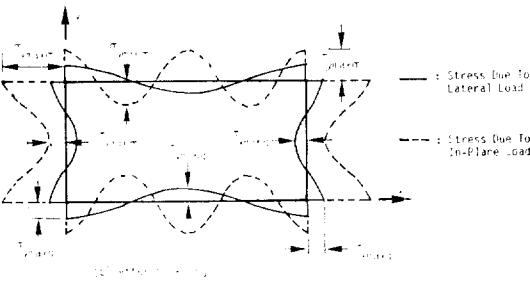


Fig. 11. b In-plane stress distribution of plates subjected to water pressure and uniaxial compression

降伏應力에 到達하게 되면 塑性化가 始作되고, 금형 剛性が 低下되어 처짐이 점차 增加하게 된다. 그러나, 周邊의 中央部에 생겨있는 引張應力이 板의 처짐에 대해 抵抗하게 되므로 板의 內部에 있는 表面이 다소 塑性化되더라도 바로 崩壞되지 않고 安定을 維持하게 된다. 荷重의 增加와 함께 引張應力이 생겨 있는 周邊의 中央部가 降伏하게 되면 더 이상 처짐 增加에 抵抗할 수 없게 되어 처짐이 急激히 增加하여 最終強度에 到達한다[9, 10].

以上的 觀點에서 本研究에서는 周邊의 引張應力이 생겨 있는 部分의 等價應力이 降伏應力에 到達할때를 最終強度로 定義하기로 한다.

4.2. 最終強度 推定式

4.1節의 定義下에서 板의 最終強度 推定式을 導出하기 위하여는 水壓과 同時에 壓縮力을 받는 板의 彈性 大變形 擧動을 解析하여 引張應力이 생겨 는 部分의 面內應力分布를 求하고, 塑性條件을 適用하여 最終強度를 評價하면 된다.

本 研究에서는 問題를 單純化하여 水壓만에 의한 面內應力分布와 壓縮力만에 의한 面內應力 分布를 獨立的으로 彈性大變形 解析을 通하여 求하고, 이들을 線

形的으로 合하여 全體의 面內應力分布를 近似的으로 評價하기로 한다. 또한, 實際로는 水壓이 作用하여 처짐이 생겨 있는 狀態에서 壓縮力이 付加作用하게 되므로 水壓에 의한 처짐은 一種의 初期처짐과 同一한 影響을 미치게 된다. 따라서, 壓縮力에 의한 面內應力 解析에서는 水壓에 의한 처짐을 初期처짐으로 생각하여 遂行하기로 한다. 이렇게 하면 水壓에 의한 面內應力과 壓縮力에 의한 面內應力의 相關關係를 無視하게 되는 셈이지만, 水壓의 크기가 比較的 작을때의 相關關係는 매우 작고, 또한 이 方法에 의하면 引張應力이 생겨 있는 部分의 應力值을 簡單한 式(explicit form)으로 나타낼 수 있는 利點이 있다.

먼저, 水壓에 의한 面內應力分布는 式(11)의 처짐식에 $M=1$ 을 代入하고, 2.2節의 最小포텐샬에너지 原理를 適用하여 計算할 수 있으며, x 및 y 方向의 最大應力과 最小應力은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Fig. 11 參照).

$$\sigma_{xmaxq} = \frac{E\pi^2}{8a^2} A_q^2 \tag{14. a}$$

$$\sigma_{ymaxq} = \frac{E\pi^2}{8b^2} A_q^2 \tag{14. b}$$

$$\sigma_{xminq} = -\sigma_{xmaxq} \tag{14. c}$$

$$\sigma_{yminq} = -\sigma_{ymaxq} \tag{14. d}$$

여기서,

σ_{xmaxq} : 水壓, q 에 의한 x 方向의 最大應力

σ_{ymaxq} : 水壓, q 에 의한 y 方向의 最大應力

σ_{xminq} : 水壓, q 에 의한 x 方向의 最小應力

σ_{yminq} : 水壓, q 에 의한 y 方向의 最小應力

A_q : 水壓, q 에 의한 처짐 成分

$$A_q = \left[-\frac{1}{2}k_2 + \frac{1}{2}(k_2^2 + \frac{4}{27}k_3^3)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[-\frac{1}{2}k_2 - \frac{1}{2}(k_2^2 + \frac{4}{27}k_3^3)^{1/2} \right]^{1/3}$$

$$k_1 = \frac{4t^2}{3(1-\nu^2)} \cdot \frac{(1+b^2/a^2)^2}{(1+b^4/a^4)}$$

$$k_2 = -\frac{256qb^4}{Et\pi^6(1+b^4/a^4)} \tag{15}$$

다음으로, 壓縮力에 의한 面內應力 分布는 前述한 마와 같이 水壓에 의한, 처짐成分, A_q (式 (15))를 初期처짐으로 생각하고, 固有의 처짐成分만을 考慮하여 評價할 수 있다. 즉, 式(11)의 合記號 Σ 를 없앤 처짐식과 2.2節의 最小포텐샬에너지 原理를 適用하면 x 및 y 方向의 最大應力과 最小應力은 다음과 같이 구할수 있다(本研究에서는 單純化를 위하여 水壓에 의한 처짐成分을 固有의 처짐成分의 初期值로 假定한다).

$$\sigma_{xmaxq} = \sigma_{cy} + E \frac{m^2\pi^2}{8a^2} A_m(A_m + 2A_q) \tag{16. a}$$

$$\sigma_{y\max} = E \frac{\pi^2}{8b^2} A_m (A_m + 2A_q) \tag{16. b}$$

$$\sigma_{x\min} = \sigma_{xV} - E \frac{m^2 \pi^2}{8a^2} A_m (A_m + 2A_q) \tag{16. c}$$

$$\sigma_{y\min} = -E \frac{\pi^2}{8b^2} A_m (A_m + 2A_q) \tag{16. d}$$

여기서,

- $\sigma_{x\max}$: 壓縮力, σ_{aV} 에 의한 x 방향의 最大應力
- $\sigma_{y\max}$: 壓縮力, σ_{aV} 에 의한 y 방향의 最大應力
- $\sigma_{x\min}$: 壓縮力, σ_{aV} 에 의한 x 방향의 最小應力
- $\sigma_{y\min}$: 壓縮力, σ_{aV} 에 의한 y 방향의 最小應力
- m : 처짐 波形的 半波數로서, 正四角形板이나 挫屈發生前의 直四角形板에 대하여는 $m=1$, 挫屈發生後의 直四角形板에 대하여는 $m=m_0$.
- m_0 : 壓縮力이 單獨으로 作用하는 境遇의 挫屈半波數로서 다음식을 滿足하는 定數로서 決定된다.

$$a/b \leq \sqrt{m_0(m_0+1)}$$

A_m : 壓縮力, σ_{aV} 에 의한 m 波數의 처짐成分으로서, 다음식과 같이 計算된다[11].

$$A_m = -\frac{c_2}{3c_1} + d_1 + d_2 \tag{17}$$

여기서,

$$d_1 = \left[-\frac{d_4}{2} + \left(\frac{d_4^2}{4} + \frac{d_3^2}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3}$$

$$d_2 = \left[-\frac{d_4}{2} - \left(\frac{d_4^2}{4} + \frac{d_3^2}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3}$$

$$d_3 = \frac{c_3}{c_1} - \frac{c_2^2}{3c_1^2}$$

$$d_4 = \frac{2c_2^2}{27c_1^3} - \frac{c_2c_3}{3c_1^2} + \frac{c_4}{c_1}$$

$$c_1 = E \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 \right\}$$

$$c_2 = 3EA_q \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 \right\}$$

$$c_3 = 2EA_q^2 \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 \right\} - 16 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \sigma_{aV} + \frac{16E}{t} \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 \right\}$$

$$c_4 = -16A_q \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \sigma_{aV}$$

따라서, 水壓과 同時에 壓縮力이 作用하는 境遇의 最大應力, $\sigma_{x\max}$ 및 $\sigma_{y\max}$ 과 最小應力, $\sigma_{x\min}$ 및 $\sigma_{y\min}$ 은 式(14) 및 (16)을 直接 合하여 다음과 같이 計算할 수 있다.

$$\sigma_{x\max} = \sigma_{x\max\sigma} + \sigma_{x\max q} \tag{18. a}$$

$$\sigma_{y\max} = \sigma_{y\max\sigma} + \sigma_{y\max q} \tag{18. b}$$

$$\sigma_{x\min} = \sigma_{x\min\sigma} + \sigma_{x\min q} \tag{18. c}$$

$$\sigma_{y\min} = \sigma_{y\min\sigma} + \sigma_{y\min q} \tag{18. d}$$

式(18)의 應力值中에서 最大應力值는 항상 板의 모서리 部分에서 생기지만, 最小應力은 挫屈發生의 與否나 挫屈半波數(縱橫比)에 따라 달라진다.

本研究에서는 塑性條件으로서 Mises의 條件을 適用한다. 이 境遇, 2軸方向에 모두 壓縮應力이 作用할 때 보다 1軸方向에 壓縮, 他軸에 引張이 作用할 때에 塑性化가 먼저 일어나게 되므로, 이때가 最終強度 狀態가 된다.

따라서, 最終強度 推定式은 다음식과 같이 나타낼 수 있다[12].

$$\Gamma_u = \sigma_{x\max}^2 - \sigma_{x\max}\sigma_{y\min} + \sigma_{y\min}^2 - \sigma_0^2 \tag{19}$$

여기서, σ_0 : 降伏應力

式(19)로 부터 板의 最終強度 狀態는 다음과 같이 評價할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_u < 0 &: \text{最終強度 前} \\ \Gamma_u = 0 &: \text{最終強度 到達} \\ \Gamma_u > 0 &: \text{最終強度 後} \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

式(19)는 壓縮力, σ_{aV} 와 水壓, q 에 대한 高次方程式이므로, 實際計算에서는 引의크기의 水壓下에서 壓縮力을 增分的으로 變化시켜 $\Gamma_u=0$ 를 滿足할때의 σ_{aV} 를 壓縮最終強度值로서 구하면 된다.

5. 數值計算例 및 考察

여기서는, 本研究에서 提案한 板의 彈性挫屈 및 最終強度 推定式의 精度와 有用性을 確認하기 위하여 適用例를 보이기로 한다.

5.1. 彈性挫屈強度 推定

Fig. 12에는 $a/b=1, 2, 3$ 및 ∞ 의 板이 均一한 水壓과 同時에 壓縮力을 받는 境遇의 壓縮挫屈強度에 대한 水壓의 影響을 나타내고 있다.

Fig. 12의 點線은 本研究에서 提案한 挫屈強度 推定式, 式(13)을 適用하여 計算한 結果이고, 實線과 記號 \bullet 는 3.1節에서 나타난 挫屈強度 定義下에서 最小포텐셜에너지 原理를 適用하여 計算한 結果이다.

이 그림에 의하면 正四角形 板은 水壓이 커질수록 挫屈強度가 低下하는데 反해, 直四角形 板은 水壓이 커질수록 挫屈強度가 점차 增加하고 있으며, 本研究에서 提案한 推定式과 理論解析結果는 잘 一致하고 있다는 것을 알 수 있다.

5.2. 最終強度 推定

(1) $a/b=1$ 의 板

Fig. 13에는 正四角形板의 壓縮最終強度에 대한 水

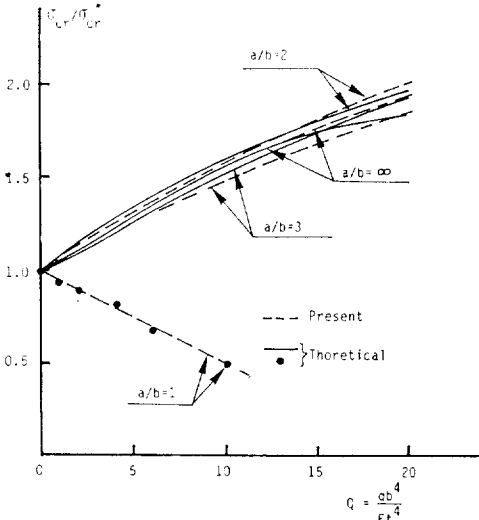


Fig. 12 Comparison between theoretical results and present formula for the buckling strength of plates subjected to water pressure and uniaxial compression

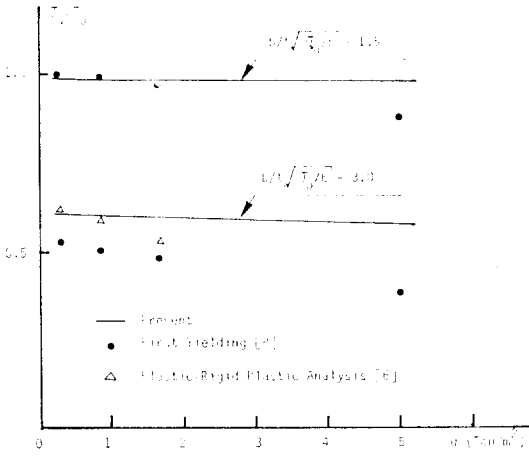


Fig. 13 Effect of water pressure on the ultimate strength of a square plate subjected to uniaxial compression

壓의 影響을 나타내고 있다. 實線은 本研究에서 提案한 最終強度 推定式, 式(19)를 適用하여 計算한 結果이고, 記號 ●의 結果는 増分 Galerkin法[8]에 의한 初期降伏點을 나타낸 것이다. 또한, 記號 △는 岡田 등 [6]에 의한 彈性大變形解析과 塑性 解析을 組合하여 구한 結果이다. 이들 結果를 比較해 보면, 本研究의 提案式은 水壓의 크기가 比較的 작은 境遇는 서로 잘 對應하고 있으나, 水壓이 增加함에 따라 最終強度를 다소 過大評價하고 있다는 것을 알 수 있다.

이것은 本研究의 推定式에서는 水壓에 의한 應力分布과 壓縮力에 의한 應力分布의 相關 關係를 考慮하지 않고, 獨立의으로 取扱한데 그 原因이 있다고 생각된다. 그러나, 얇은 판 일수록 初期降伏後에도 相對的으로 큰 引張膜應力이 作用하여 最終的인 板의 崩壞에 抵抗함으로써 最終強度는 初期降伏點보다 相當히 上昇하게 되며, 또한, 實際船舶에 作用하는 水壓의 크기도 슬래밍 時의 衝擊壓을 除外하고는 比較的 작은 값이므로 本研究의 推定式 結果는 實用的인 範圍內에서는 充分한 精度로서 適用可能하다고 생각된다.

(2) a/b=3의 板

다음으로, Fig. 14에는 a/b=3의 板이 水壓과 同時에 壓縮力을 받는 境遇의 壓縮最終強度를 나타내고 있다.

이 그림에서 實線은 本研究에서 提案한 推定式에 의한 結果이며, 一點 斜線은 藤田 등 [2]이 彈性大變形解析과 塑性解析을 組合하여 求한 結果이다. 또한, 記號 ●는 吉誠 등[1]에 의한 實驗結果이다. 實驗에서는 y 方向의 面內變位 條件을 自由로 하였기 때문에 最終強度值은 連續板에서와 같이 周邊이 直線을 維持하는 板에 비해 다소 작은 값을 나타내었다.

本研究에서 提案한 最終強度推定式은 水壓의 크기가 比較的 작은 範圍內에서는 다른 結果와 比較하여 잘 對應하고 있으며, 特히 實驗結果가 非荷重 作用方向의 面內變位 條件을 自由로 하여 最終強度值가 다소 低下되었다는 點을 勘案할 때 本推定式의 結果는 매우 높은 精度를 가지고 있다고 말할 수 있다.

이에 비해 比較的 큰 水壓이 作用하는 境遇는 前項 (1)에서 說明한 바와 같은 理由에서 最終強度를 다소 過大評價하고 있으나, 實際的인 船舶의 板要素에 作用하는 水壓의 크기는 보통 比較的 작은 값을 생각할

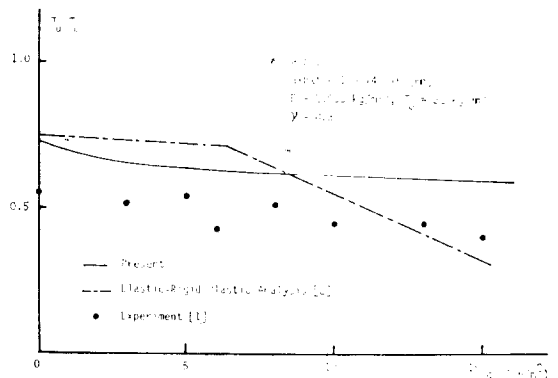


Fig. 14 Effect of water pressure on the ultimate strength of a rectangular plate subjected to uniaxial compression, a/b=3

때 본推定式은 實用的인 範圍內에서 充分히 適用可能하다고 생각된다.

6. 結 言

本研究에서는 水壓과 同時에 壓縮力을 받는 周邊單純支持된 板의 彈性挫屈強度 및 最終強度 推定式을 提案하였고, 適用例를 通하여 精度와 有用性을 檢討하였다.

挫屈強度 推定式의 導出에 있어서는 微小한 初期처짐을 가진 實際的인 板의 彈性大變形 舉動을 調査하여 實用的이고 合理的인 挫屈強度를 새로 定義하였고, 이 定義下에서 最小포텐셜에너지 原理를 適用한 Parametric Study를 遂行하고, 이들 解析 結果를 바탕으로 挫屈強度 推定式을 近似的인 連續函數로 나타내었다.

한편, 最終強度 推定式의 導出에 있어서는 水壓에 의해 생기는 板의 面內應力을 初期應力으로 생각하고, 面內的 全體應力은 이거과 壓縮力에 의한 面內應力과의 線形합으로 나타 내었으며, 實際的인 板에서는 水壓이 作用하여 面內應力과 처짐이 생겨 있는 狀態에서 壓縮力이 附加 作用하게 되므로, 壓縮力에 의한 面內應力은 水壓에 의한 처짐을 初期처짐으로 생각하여 評價하였다. 또한, 板周邊의 應力狀態가 降伏條件을 滿足 할때를 最終強度 狀態로 定義하여, Mises의 塑性條件에 의해 最終強度 推定式을 導出하였다.

本研究에서 提案한 彈性 挫屈強度 推定式은 理論解析結果와 잘 一致하고 있으며, 높은 精度로서 板의 挫屈強度를 推定할 수 있다. 한편, 最終強度推定式은 比較的 작은 水壓이 作用할 때는 實驗 또는 다른 解析結果와 잘 一致하고 있으나, 水壓의 크기가 比較的 큰 境遇는 最終強度를 다소 過大評價하고 있다. 이것은 本研究에서의 最終強度推定式을 簡單한 式(Explicit Form)으로 나타내기 위해 水壓에 의한 面內應力과 壓縮力에 의한 面內應力의 相關關係를 考慮하지 않은데에 그 原因이 있다고 생각된다. 그러나, 實際的인 船舶에 作用하는 水壓의 크기는 슬래밍時의 衝擊壓을 除外하고는 比較的 작으므로 本 研究에서 提案한 最終強度 推定式은 實用的인 範圍內에서 充分한 精度를 주고 있다고 생각된다.

參 考 文 獻

[1] 吉識, 山本, 近藤, “橫壓와 同時에 緣壓縮應力을 받는 矩形板의 壓屈”, 日本造船學會 論文集,

第118號, 1965.

- [2] 藤田, 野本, 仁保, 吉江, “組合せ 荷重을 受ける 平板의 最終強度(第2報) — 壓縮と 水壓을 受ける 矩形板一”, 日本造船學會論文集, 第146號, 1979.
- [3] 岡田, 福本, “水壓 および 壓縮을 受ける 矩形板의 座屈について(第1報) — (第4報)”, 日本關西造船協會誌, 第134號(1969), 第143號(1972), 第146號(1972), 第154號(1974).
- [4] 岡田, 福本, “船低外板의 座屈強度에 關する基礎的研究(第1報), (第2報)”, 日本關西造船協會誌 第167號(1977), 第173號(1979).
- [5] 岡田 外, “水壓을 受ける 細長平板의 壓縮強度(第1報) — (第3報)”, 日本造船學會論文集, 第146號(1979), 第148號(1980), 第149號(1981).
- [6] 岡田 外, “水壓을 受ける 周邊支持平板의 壓縮強度(第1報) — (第3報)”, 日本關西造船協會誌, 第177號(1980), 第181號(1981), 第187號(1982).
- [7] S.P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, “Theory of Plates and Shells”, McGraw-Hill, New York, 1959.
- [8] Y. Ueda, S.M.H. Rashed and J.K. Paik, “An Incremental Galerkin Method for Plates and Stiffened Plates”, Computers & Structures, Vol. 27, No. 1, 1987.
- [9] 上田, S.M.H. Rashed, 白点基, “組合せ 荷重을 受ける 矩形板および防撓板의 座屈 および 最終強度의 相關關係(第1報) — 2軸力と 剪斷을 受ける場合一”, 日本造船學會論文集, 第156號, 1984.
- [10] 白点基, “理想化 構造要素法による 船體構造의 最終強度 解析에 關する研究”, 大阪大學 博士學位論文, 1987.
- [11] 白点基, 金 建, “複雜한 形狀의 初期처짐을 가진 實船 Panel의 壓壞強度 簡易推定法”, 大韓造船學會誌, 第24卷 第1號, 1988.
- [12] 白点基, “板要素의 挫屈 및 最終強度에 關한 研究(第1報), 一初期不整이 없는 面內荷重下의 平板”, 1987年度 大韓造船學會 春季研究發表會, 1987.