
 論 文

大韓造船學會誌
 第25卷 第3號 1988年 9月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 25, No. 3, September 1988

전진속도를 고려한 3차원 물체의 동유체력해석

최진근*, 이기표**

On the Hydrodynamic Coefficients of a 3-dimensional Body with a Forward Speed

by

J.K. Choi* and K.P. Rhee**

Abstract

The three-dimensional boundary value problem for the unsteady motion of a ship which is translating and oscillating on the free surface of a deep water is formulated. Under the assumption that the forward speed is small and order of ϵ , all formulations are made up to the first order of ϵ .

For the numerical calculation, the three-dimensional source distribution method is applied, and the triangular elements are used to represent the hull surface.

The results for the added mass and the damping coefficient for Series 60, $C_B=0.7$ at $F_n=0$ and $F_n=0.2$ show good agreements with those of Inglis, Chang, and Inglis and Price.

1. 서 론

선체의 운동 응답을 예측하기 위하여서는 운동방향에 들어가는 유체동력학적 계수들을 알아야 하며, 이 계수들은 2차원 또는 3차원의 자유표면 경계치 문제의 해를 구함으로써 얻을 수 있다.

Hess and Smith(1962)[1]는 무한 유체층을 진행하는 3차원 물체의 속도 potential을 구할때 3차원 특이점 분포법을 도입하여 물체 표면을 사각형의 요소로 분할하여 수치해석 하였으며, Oortmerssen(1976) [2], Shin(1979)[3] 등은 전진속도가 없는 경우의 자유표면 경계치 문제를 사각형 요소를 이용하여 같은 방법으로 풀었다.

전진 속도가 있는 경우의 자유표면 경계치 문제는 Chang(1977)[4], Inglis(1980)[5] 등이 "Pulsating and Translating Wave Source"를 이용하여 계산하였으며, 이들 역시 사각형의 요소로 선체를 분할하였다. Huijsmans and Hermans(1985)[6]은 전진속도가 저속이라고 가정 한 후 Green 함수등의 계산을 간략화하여 perturbation으로써 이 문제를 풀었다.

본 논문에서는 전진 속도가 저속인 경우에 대하여 Huijsmans and Hermans과 같이 자유표면 경계치 문제를 수식화 하였으며, 선체표면은 삼각형 요소로 분할하여 계산하였다. 계산 예로써 비교를 위하여 계산 결과가 널리 알려져 있는 방형 계수 0.7인 Series-60 선형을 택하였다.

본 논문은 대한조선학회 1988년도 춘계연구발표회에서 발표된 내용임
 접수일자: 1988년 5월 4일, 재접수일자: 1988년 6월 1일

* 정희원, 서울대학교 대학원, (현) 대우조선(주)

** 정희원, 서울대학교 조선공학과

2. 문제의 수식화

2.1. 기본 가정

유체는 비점성, 비압축성이며, 유동은 비회전성 이어서 속도 potential의 도입이 가능하다.

또 파고가 작아서 선형파 이론을 적용시킬 수 있으며, 유기된 선체운동이 작아서 선형화 할 수 있다고 가정하였다.

2.2. 경계치 문제

Fig. 1에서와 같이 전진속도 U 로써 이동하는 선체고 경 좌표계에서의 전체 속도 potential은 다음과 같다.

$$\phi(\bar{x}, t) = -Ux + \phi_0(\bar{x}; U) + \phi^*(\bar{x}, t; U) \quad (1)$$

식 (1)의 우변에서, 첫째항과 둘째항은 시간에 관계 없는 속도장을 나타내며 셋째항은 시간에 따라 변하는 속도장을 나타낸다. 둘째항을 무시하고 셋째항을

$$\phi^*(\bar{x}, t; U) = \phi(\bar{x}, U)e^{-i\omega t} \quad (2)$$

라고 가정하면, ϕ 에 대한 경계치 문제는 다음과 같다. 지배방정식

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } D_e \quad (3)$$

자유표면 경계조건:

$$\begin{aligned} -\omega^2 \phi + 2i\omega U \phi_x + U^2 \phi_{xx} + g \phi_z \\ -i\omega \mu \phi - \mu U \phi_x = 0 \quad \text{at } z=0 \end{aligned} \quad (4)$$

단, μ : Rayleigh's fictitious viscous coeff.

해저면 경계조건:

$$\phi_z = 0 \quad \text{at } z = -\infty \quad (5)$$

선체표면 경계조건:

$$\nabla \phi \cdot \bar{n} = V_j \quad \text{on } S \quad (6)$$

방사문제의 경우 식 (6)의 V_j 는 다음과 같다.

$$V_j = \sum_{j=1}^6 \{-i\omega n_j x_j + m_j x_j\} \quad (7)$$

단, x_j 는 j 방향의 운동변위이며, 특히 식 (1)에서 둘째항이 무시되는 경우 m_j 는 다음과 같다.

$$\{m_j\} = \{0, 0, 0, 0, Un_3, -Un_2\} \quad (8)$$

2.3. Green 함수와 적분방정식

식 (3)에서 식 (6)까지의 경계치 문제에 해를 줄수 있는 Green 함수는 Wehausen and Laitone(1960)[7] 등에 잘 알려져 있으며, 식 (9)로 주어진다.

$$\begin{aligned} G(\bar{x}, \bar{\xi}, U) &= \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + G^* \\ r &= [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2} \\ r' &= [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2]^{1/2} \\ G^* &= \frac{2g}{\pi} \left[\int_0^{\theta_0} \int_0^{\infty} Fdkd\theta + \int_{\theta_0}^{\pi/2} \int_0^{\infty} Fdkd\theta \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \int_{\pi/2}^{\pi} \int_{0, L_1}^{\infty} Fdkd\theta \Big], \quad \begin{matrix} L_1: \overset{k_2}{\curvearrowright} \overset{k_1}{\curvearrowright} \\ L_2: \overset{k_2}{\curvearrowleft} \overset{k_1}{\curvearrowleft} \end{matrix} \\ F(\theta, k) &= \frac{ke^{k(x+\zeta)+i(x-\xi)\cos\theta} \cdot \cos[k(y-\eta)\sin\theta]}{gk - (\omega + kU\cos\theta)^2} \\ \theta_0 &= \begin{cases} 0 & : \tau \leq \frac{1}{4} \\ \arccos\left(\frac{1}{4\tau}\right) & : \tau > \frac{1}{4} \end{cases} \\ k_{1,2} &= K \frac{1 - 2\tau\cos\theta \pm \sqrt{1 - 4\tau\cos\theta}}{2\tau^2 \cos\theta} \\ \tau &= \omega U/g, \quad K = \omega^2/g \quad (9) \end{aligned}$$

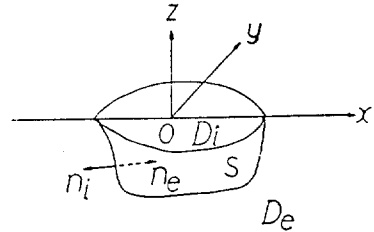


Fig. 1 Coordinate system

Fig. 1의 좌표계에서 Green 정리를 선체 밖의 유체 영역과 선체내부의 유체영역에 각각 적용한 후 더하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻게 된다,

$$\begin{aligned} 4\pi\phi &= \iint_S \gamma(\bar{\xi}) \frac{\partial}{\partial n_e} G(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\bar{\xi}} \\ &- \iint_S \sigma(\bar{\xi}) G(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\bar{\xi}} \\ &- 2i \frac{\omega U}{g} \iint_C \gamma(\bar{\xi}) G(\bar{x}, \bar{\xi}) d\eta \\ &+ \frac{U^2}{g} \int_C \gamma(\bar{\xi}) \frac{\partial}{\partial \xi} G(\bar{x}, \bar{\xi}) d\eta \\ &- \frac{U^2}{g} \int_C \sigma(\bar{\xi}) G(\bar{x}, \bar{\xi}) d\eta \end{aligned} \quad (10)$$

c : 수선면 둘레를 따른 적분 경로
여기서, $\sigma(\bar{\xi})$ 와 $\gamma(\bar{\xi})$ 는 각각 source strength와 dipole moment이다. 식 (10)은 선체표면과 수선(water line)상에 source와 dipole을 분포시킨 것으로 생각할 수 있으며, $\gamma=0$ 으로 놓으면 source만을 분포시킨 경우가 되어 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} -4\pi\phi &= \int_S \sigma(\bar{\xi}) G(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\bar{\xi}} \\ &+ \frac{U^2}{g} \int_C \alpha_n \sigma(\bar{\xi}) G(\bar{x}, \bar{\xi}) d\eta \quad \text{in } D_e \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $\alpha_n = \cos(\vec{\omega}\bar{x}, \bar{n}_e)$ 이다.

식 (11)의 ϕ 를 선체표면 경계조건인 식 (6)에 대입하면 다음과 같은 적분 방정식을 얻을 수 있다.

$$2\pi\sigma(\bar{x}) + \iint_S \sigma(\bar{\xi}) \frac{\partial}{\partial n_x} G(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\bar{\xi}}$$

$$+ \frac{U^2}{g} \int_{\xi \in S} \alpha_n \sigma(\xi) \frac{\partial}{\partial n_x} G(\bar{x}, \xi) d\eta = -4\pi V_j(\bar{x}) \quad (12)$$

따라서 식 (12)를 풀어서 σ 를 구하면, 식 (11)로부터 속도 potential ϕ 를 구할 수 있다.

2.4. Perturbation

전진속도 U 를 작은 값으로 가정하여 $U=0(\epsilon)$ 로 놓자. 단, $\epsilon \ll 1$ 이다. 먼저 U 가 작을 때의 Green 함수를 생각하면, $\tau < \frac{1}{4}$ 이므로 $\theta_0=0$ 이 된다. 또한 k_1 의 pole은 무한대로 가기 때문에 G^* 는 다음과 같이 표현된다.

$$G^* = \frac{2g}{\pi} \int_0^\pi d\theta \int_L^{\infty} F(\theta, k) dk \quad (13)$$

Path L ; $\overset{k_2}{\curvearrowright}$

이제, Green 함수를 U 에 대하여 Taylor 전개를 하면, $G=G_0+UG_1+O(U^2)$

$$G_0 = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} - \frac{2g}{\pi} \int_L dk \frac{ke^{k(x+\zeta)}}{gk-\omega^2} \int_0^\pi d\theta \cdot e^{ik(x-\xi)\cos\theta} \cdot \cos[k(y-\eta)\sin\theta]$$

$$G_1 = \frac{4g}{\pi} \int_L dk \frac{k^2 e^{k(x+\zeta)}}{(gk-\omega^2)^2} \int_0^\pi d\theta \cos\theta \cdot e^{ik(x-\xi)\cos\theta} \cdot \cos[k(y-\eta)\sin\theta] \quad (14)$$

이 되며, 다시 θ 적분을 먼저 수행하면 G_0 와 G_1 은 각각 다음과 같다.

$$G_0 = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + 2g \int_L \frac{ke^{k(x+\zeta)}}{gk-\omega^2} J_0(kR) dk \quad (15)$$

$$G_1 = 4ig\omega \cdot \cos\beta \int_L \frac{k^2 e^{k(x+\zeta)}}{(gk-\omega^2)^2} J_1(kR) dk \quad (16)$$

단, $R = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{\frac{1}{2}}$

$\beta = \arctan\left(\frac{y-\eta}{x-\xi}\right)$ 이다.

식 (15)의 G_0 는 전진속도가 없는 경우의 Green 함수와 같으며, 식 (16)의 G_1 은 전진속도가 작을 때의 그 영향을 나타낸다.

마찬가지로 σ 와 ϕ 도 각각 Taylor 전개를 하면,

$$\sigma(\bar{x}; U) = \sigma_0(\bar{x}) + U\sigma_1(\bar{x}) + O(U^2) \quad (17)$$

$$\phi(\bar{x}; U) = \phi_0(\bar{x}) + U\phi_1(\bar{x}) + O(U^2) \quad (18)$$

이 얻어지며, 이들을 식 (11), (12)에 대입하여 order 별로 정리하면 다음과 같다.

0-th order

$$-\frac{1}{2}\sigma_0(\bar{x}) - \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_0(\xi) \frac{\partial}{\partial n_x} G_0(\bar{x}, \xi) dS_\xi = -i\omega n_j x_j \quad (19)$$

$$\phi_0(\bar{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_0(\xi) G_0(\bar{x}, \xi) dS_\xi \quad (20)$$

1st order

$$-\frac{1}{2}\sigma_1(\bar{x}) - \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_1(\xi) \frac{\partial}{\partial n_x} G_0(\bar{x}, \xi) dS_\xi = \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_0(\xi) \frac{\partial}{\partial n_x} G_1(\bar{x}, \xi) dS_\xi + \bar{m}_j x_j \quad (21)$$

$\{\bar{m}_j\} = \{0, 0, 0, 0, n_3, -n_2\}$

$$\phi_1(\bar{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_0(\xi) G_1(\bar{x}, \xi) dS_\xi - \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_1(\xi) G_0(\bar{x}, \xi) dS_\xi \quad (22)$$

식 (19), (20)으로 주어지는 0-th order 문제는 전진속도가 없는 경우의 자유표면 경계치 문제의 해와 동일하다.

2.5. 동유체력

선형화된 동압력은 다음과 같다.

$$P = -\rho\Phi_1^* + \rho U\Phi_x^* \quad (23)$$

식 (23)의 P 를 다음과 같이 가정하자.

$$P = p_0(\bar{x})e^{-i\omega t} + U p_1(\bar{x})e^{-i\omega t} + O(U^2) \quad (24)$$

식 (23)으로 부터 p_0 와 p_1 은 각각 다음과 같다.

$$p_0 = i\omega\rho\phi_0 \quad (25)$$

$$p_1 = i\omega\rho\phi_1 + \rho \frac{\partial\phi_0}{\partial x} \quad (26)$$

따라서 각 order에 해당하는 동유체력은 다음과 같다.

$$A_{0kj} + i \frac{D_{0kj}}{\omega} = \iint_S \phi_{0j} \cdot n_k dS \quad (27)$$

$$A_{1kj} + i \frac{D_{1kj}}{\omega} = \iint_S \left[\phi_{1j} - \frac{i}{\omega} \frac{\partial\phi_{0j}}{\partial x} \right] \cdot n_k dS \quad (28)$$

여기서, A_{kj} 와 D_{kj} 는 각각 j 방향운동에 의한 k 방향의 부가질량과 감쇠계수이다.

3. 계산 결과 및 고찰

G_0 는 전진속도가 없을 때의 Green 함수로 Shin.(1979)[3] 등 여러가지 형태가 주어져 있으며, G_1 은 Gauss-Laguerre Quadrature를 이용하여 수치 적분하였다. Huijsmans and Hermans(1985)[6]의 논문에는 G_1 의 허수부를 계산한 결과가 있으며, Table 1에 이들을 비교하였다. G_1 은 거리가 멀어질수록 피적분 함수의 진동이 심해지므로 부정확해짐을 알 수 있다.

식 (19)와 식 (21)의 적분방정식을 풀기 위하여 선체표면을 Webster(1975)[8]처럼 삼각형으로 분할하였으며, control point로는 삼각형의 도심을 택하였다. Green 함수의 $\frac{1}{r}$ 과 $\frac{1}{r'}$ 항은 삼각형에 대하여 적분하

2 x 71 elements

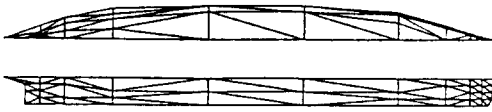


Fig. 2 Series 60 ($C_b=0.7$)

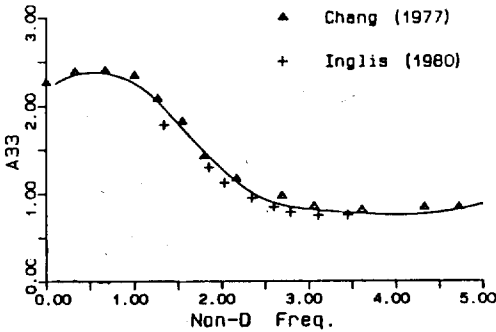


Fig. 3 Heave added mass $Fn=0.0$

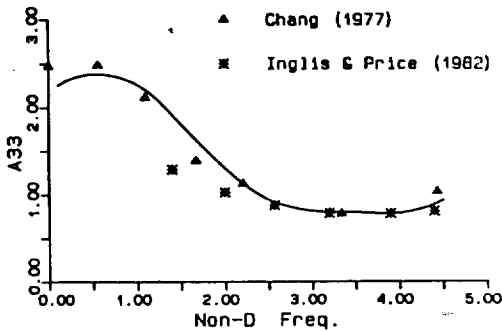


Fig. 4 Heave added mass $Fn=0.2$

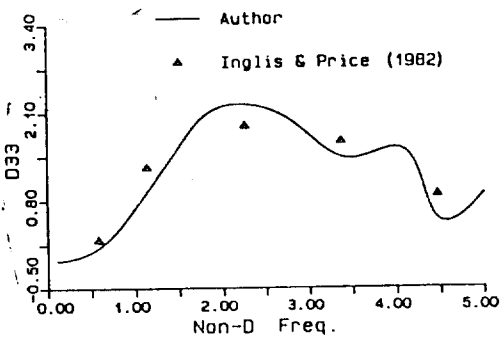


Fig. 5 Heave damping coeff. $Fn=0.2$

였으며 나머지 항은 도심에서의 값에 면적을 곱하여 근사계산하였다.

선체를 삼각형으로 분할한 그림을 Fig. 2에 나타냈

으며, Fig. 3에서 Fig. 17까지의 동유체력 계산결과에 사용된 무차원화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega; & \sqrt{g/L} \\ A_{ij}; & \rho V \\ D_{ij}; & \rho V \sqrt{g/L} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} i=1, 2, 3 \quad j=1, 2, 3$$

$$\begin{aligned} A_{ij}; & \rho V L \\ D_{ij}; & \rho V \sqrt{g/L} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} i=1, 2, 3, \quad j=4, 5, 6 \\ \text{or } i=4, 5, 6, \quad j=1, 2, 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} A_{ij}; & \rho V L^2 \\ D_{ij}; & \rho V L \sqrt{g/L} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} i=4, 5, 6, \quad j=4, 5, 6$$

Fig. 3에서 Fig. 5까지는 상하동요에 의한 동유체력을 나타낸 것으로 다른 사람들의 계산결과와 비교하였다. $Fn=0$ 인 경우 매우 잘 일치하며, $Fn=0.2$ 인 경우에는 약간의 오차가 있는데 이는 전진속도의 영향을 선형범위 내에서 첫째 차수까지만 고려한데서 기인한 것이다. 한편, 무차원화된 진동수가 5.5 부근에 irregular frequency 현상이 있으며, 그 영향이 무차원화된 진동수가 4.0 부근부터 나타나기 시작한다. Fig. 3과 Fig. 4를 비교하면 상하동요의 경우 전진속도의 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

Fig 6에서 Fig. 8은 종동요에 의한 동유체력으로 역시 $Fn=0.2$ 인 경우 같은 이유에서 약간의 오차가 보인다. 특히, Fig. 8에는 $Fn=0.2$ 에서의 종동요 부가질량

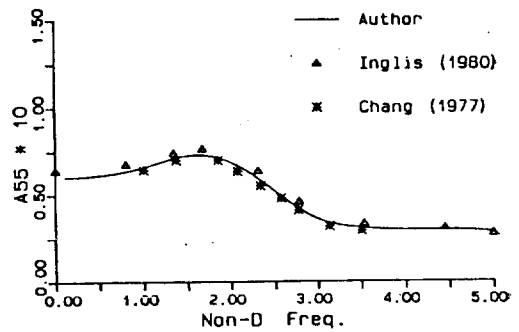


Fig. 6 Pitch added mass $Fn=0.0$

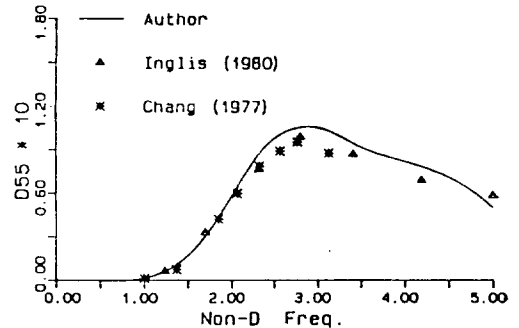


Fig. 7 Pitch damping coeff. $Fn=0.0$

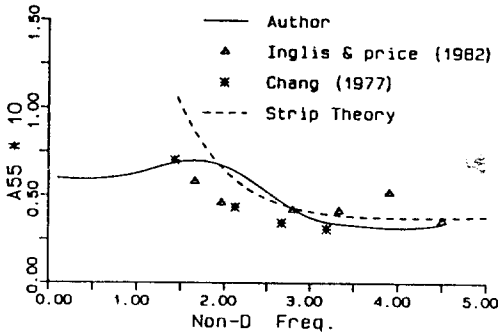


Fig. 8 Pitch added-mass $F_n=0.2$

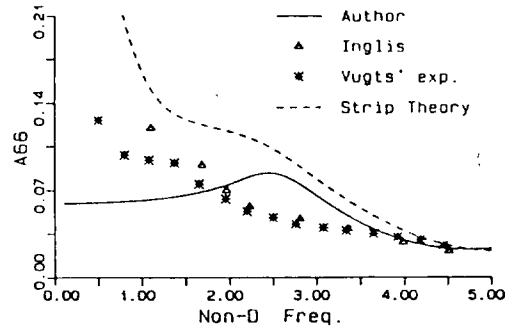


Fig. 11 Yaw added-mass $F_n=0.2$

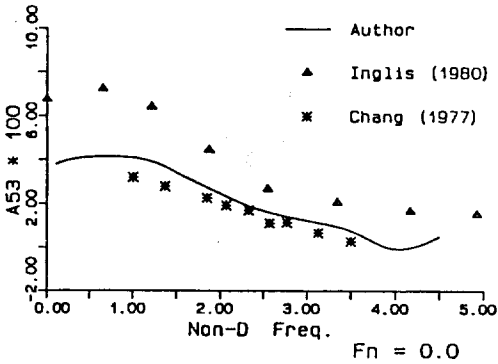


Fig. 9 Pitch-heave coupled added mass $F_n = 0.0$

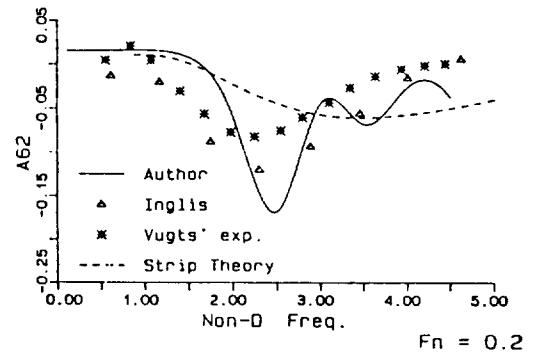


Fig. 12 Yaw-sway coupled added-mass $F_n = 0.2$

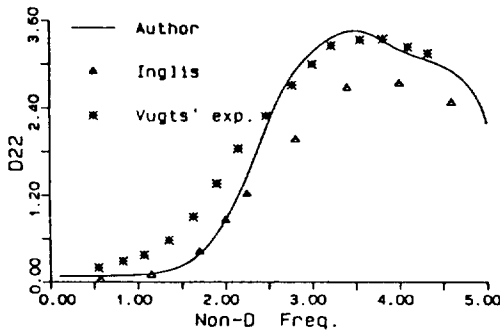


Fig. 10 Sway damping coeff. $F_n=0.2$

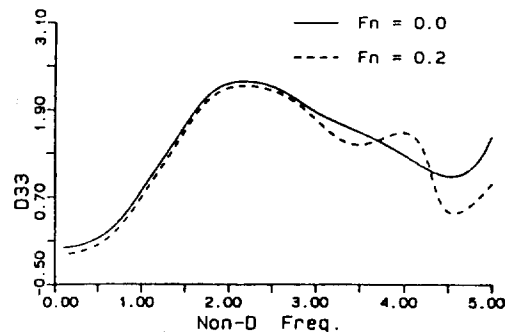


Fig. 13 Heave damping coeff.

을 strip theory로 계산한 결과와 같이 비교하였다. 여기서 무차원화된 진동수가 작은 경우 strip theory 결과는 2차원동유체력계수의 특성 때문에 매우 커지는 반면 본 논문에 의한 결과는 유한한 값으로 수렴하고 있다.

Fig. 9는 상하동요에 의한 종동요 방향의 연성부가 질량으로 Chang의 결과와 잘 일치한다.

Fig. 10에서 Fig. 12는 $F_n=0.2$ 에서의 수평 동요와 선수동요 또는 이들의 연성 동유체력으로써 다른 이론 계산 또는 실험치와 비슷한 결과를 주고 있다.

Fig. 13에서 Fig. 17까지는 여러가지 계수에 대하여 전진속도가 있는 경우와 없는 경우를 비교하였다. Fig. 13, Fig. 14, Fig. 16에서 보인 상하동요, 종동요, 수평동요 모두에 있어서 전진속도의 영향이 작은 것을 알 수 있으며, 일반적으로 6×6 의 동유체력 계수 행렬 중 대각선 항들의 경우에 전진속도의 영향이 작다. Fig. 15와 Fig. 17에는 상하동요—종동요, 선수동요—수평동요의 연성계수들에 나타난 전진속도의 영향을 살펴 볼 수 있으며, 이 경우 전진속도의 영향이 두드러지게 나타남을 알 수 있다.

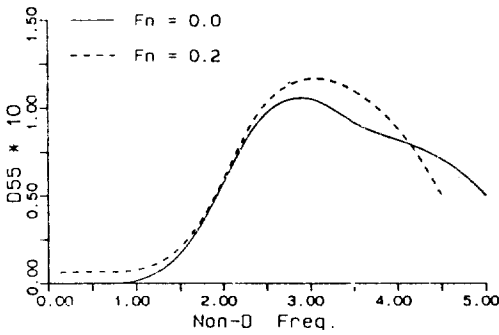


Fig. 14 Pitch damping coeff.

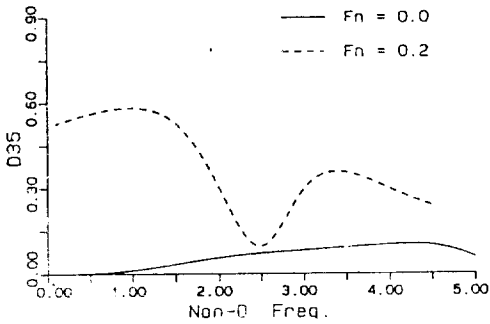


Fig. 15 Heave-pitch coupled damping coeff.

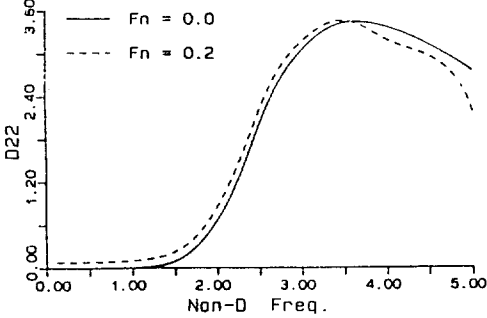


Fig. 16 Sway damping coeff.

계산에 사용한 computer는 UNIX board를 부착한 PC-XT였으며, 한 진동수를 계산하는데 필요한 시간은 75분이었다. 이 시간중 43분이 전진속도가 없는 경우의 계산에 소모되며, 전진속도의 영향을 계산하기 위해 추가로 쓰인 시간은 32분이다. Chang(1977)[4]은 전진속도가 있는 경우의 계산은 전진속도가 없을 때의 약 3배가 걸린다고 하였으나, 이에 비하면 짧은 시간에 전진속도가 작은 경우의 계산을 수행할 수 있음을 보여주고 있다. 계산 시간이 단축된 이유는 식 (19)와 식 (21)에서 보듯 0-th order와 1st order에서의 풀어야 할 연립방정식의 좌변행렬이 동일하여 한번

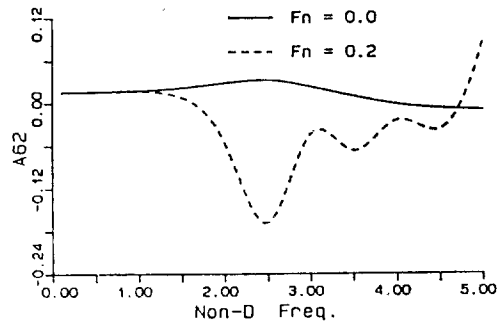


Fig. 17 Yaw-sway coupled added-mass

역행렬을 구하면, 한꺼번에 계산할 수 있기 때문이다.

4. 결 론

전진속도가 작다고 가정하고 그 첫째 order 까지를 고려하여 동유체력을 계산하였다. 그 결과 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 동유체력 행렬의 대각선 항들에 있어서 전진속도의 영향은 작으며, 전진속도의 영향은 연성계수들에서 두드러진다.
- (2) 전진속도가 작다고 가정하였으나, Series-60($C_B = 0.7$)의 경우 $F_n=0.2$ 일때에도 다른 사람들의 이론결과와 대체로 잘 일치한다.
- (3) 본 논문의 방법을 이용하면, 전진속도의 영향을 계산하는데 추가로 필요한 시간은 비교적 짧다.

본 연구에서는 Series-60에 대하여 계산을 수행하였으나, 보다 여러가지의 선형에 대하여 계산을 함으로써 이를 비교 검토해야 할 것이다. 또한 선체를 분할하는 방법상의 차이와 삼각형 요소의 크기에 따른 계산결과와의 차이에 대한 연구가 필요하다.

Table 1 Imaginary part of $G_1/4$ ($x+\zeta=-1.0$, wave No.=1.0)

R	Huijsmans & Hermans	Author
0.01	.7142 E-02	.71763E-02
0.1	.7100 E-01	.71336E-01
0.5	.31171 E+00	.31325E+00
2.0	.50836 E+00	.50998E+00
10.0	-.46203 E+00	-.54331E+00
100.0	.14721 E+00	.2141 E+01

참 고 문 헌

- [1] Hess, J.L. and Smith, A.M.O., "Calculation of Non-Lifting Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Bodies", Douglas Aircraft Co. Report No. E.S. 40622, 1962.
- [2] Van Cortmerssen, G., "The Motion of A Moored Ship in Waves", N.S.M.B. Publication No. 510, Netherlands Ship Model Basin, Wageningen, The Netherlands, 1976.
- [3] Shin, Y.S., "Three-Dimensional Effect of the Hydrodynamic Coefficients and Wave Exciting Forces Used in Predicting Motions of Ships", Ph.D. Thesis, University of Michigan, 1979.
- [4] Chang, M.S., "Computations of Three-Dimensional Ship Motions with Forward Speed", Proc. of 2nd Int'l Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, 1977.
- [5] Inglis, R.B. and Price, W.G., "A Three-Dimensional Ship Motion Theory— Comparison between Theoretical Prediction and Experimental Data of the Hydrodynamic Coefficients with Forward Speed", *RINA*, Vol. 124, 1982.
- [6] Huijsmans, R.H.M. and Hermans, A.J., "A Fast Algorithm for Computation of 3-D Ship Motions at Moderate Forward Speed," Proc. of 4th Int'l Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics, 1985.
- [7] Wehausen, J.V. and Laitone, E.V., "Surface Waves", *Encyclopedia of Physics*, Vol. 9, 1960.
- [8] Webster, W.C., "The Flow about Arbitrary Three-Dimensional Smooth Bodies", *JSR*, Vol. 19, 1975.
- [9] Inglis, R.B., "A Three-Dimensional Analysis of the Motion of a Rigid Ship in Waves", Ph.D. Thesis, Dept. of Mech. Eng., University College, London, 1980.