

# 修正部分行列 再 因數化法

論 文

37~11~1

## Modified Partial Matrix Refactorization

姜 基 文\* · 池 裕 亮\*\*  
(Kee - Moon Kang · You - Yang Chi)

### 要 約

본 연구는 반복적으로 재인수를 하는 경우에 유용한 PR법보다 계산속도가 빠르며 프로그램이 간단해지고 메모리의 크기도 비슷한 MPR법(Modified PR)을 제안한다. MPR법은 PR 1 법의 삼각화과정을 MT(Modified Trifactorization)법으로 대체하고 PR 2 법을 사용하지 않는 대신 수정된 행렬(Modified row / col) 중의 변경된 원소값을 계산하는 알고리즘을 PR 1 법에 추가한 것이다. MT법은 정보벡터를 종래의 삼각화 알고리즘에 활용하여 알고리즘을 단순화시킨 것으로서, MPR법의 부알고리즘이며, 고속으로 삼각화와 재인수화를 한다.

또 색인법(Indexing Scheme)과 모선번호최적배정법(Optimal Ordering)을 도입하여 고속분할조류계산(Fast Decoupled Load Flow, FDLF)과 상정해고해석을 한 실험결과는 MPR법이 PR법보다 고속임을 입증했다.

**Abstract** - Partial Matrix Refactorization (PR) has been available for refactorization repeatedly. But this paper aims to present Modified PR(MPR), which is faster in (re) factorization speed and simpler in program than PR, but storage is almost as big as that of PR. MPR substitutes refactorization process of PR1 for Modifide Trifactortzation (MT) and, instead of PR 2, adds to PR 1 the algoritm that calculates modified element values of modified row / cols. MT, which is sub-algoritm for MPR, simplifies the algorithm by applying information vectors to currently used Trifactorization, and trifactorizes and refactorizes in high speed. The test results of Fast Decoupled Load Flow (FDLF) and Contingency Analysis using Indexing Scheme and Optimal Ordering also prove that MPR is faster than PR.

### 1. 서 론

소행렬(Sparsity matrix)로 된 방정식

$$[A] [x] = [b] \quad (1)$$

의 형태는 함수행렬(Jacobian)을 이용하는 전력조

류산법<sup>[1] ~ [5]</sup>상정사고해석<sup>[6] ~ [9]</sup> 안전도해석<sup>[10]</sup>등의 전력계통·분야에서 쉽게 접하게 된다. (1)식의 해법은 [A]의 소특성을 유지시켜 주는 기법인 모선번호최적배정법(Optimal Ordering)<sup>[11] ~ [12]</sup>을 사용하여 [A]를 [L] [D] [U]로 삼각화한 다음

$$[Y] = [D]^{-1} [L]^{-1} [b] \quad (2)$$

$$[x] = [U]^{-1} [y] \quad (3)$$

의 과정(삼각화·직접법)으로 된다.

(2)식의 전진대입은 열에 의하여, (3)식의 후진대

\* 正 會 員：全北大 工大 電氣工學科 教授 · 博

\*\* 正 會 員：全北大 大學院 電氣工學科 博士課程

接受日字：1988年 2月 3日

1次修正：1988年 9月 28日

입은 행에 의하여 연산된다.<sup>13,14)</sup> 또 [A]의 원소값 일부가 수정되는 경우 재인수화를 해야한다. 전력계통에서 재인수화는 선로의 탈락/재투입, 선로정수의 변경, 변압기택의 변경등의 구조적 수정과, 전압-무효전력조정에서 모선형변경법, 발전기의 탈락/재투입등의 비구조적 수정으로 나누어 생각한다.

현존하는 재인수화법 중에서 대표적인 것은 보상법(Compensation)<sup>15)</sup>과 PR법(Partial Matrix Refactorization)<sup>14,16)</sup> 등이 있다.

보상법은 다음 식으로 재인수화한다.

$$[A'] = [A] + [M] \quad [\Delta A] \quad [M]^T = [A] + [\Delta Y] \quad (4)$$

여기서 [A]는 N(모선수) 차원의 정방행렬이며,  $[\Delta A]$ 는 m 차원의 정방행렬로서 [A]의 수정분, [M]는  $(N \times m)$  차원의 접속행렬이다.

이 방법은  $[\Delta A]$ 의 차수가 극히 작고 반복적으로 재인수화할 필요가 없는 경우에만 적합하다.

한편 반복적으로 재인수화가 요구되는 경우는 PR법이 유리하며, 이것은 PR 1 법과 PR 2 법으로 구분된다.

PR 2 법은 구조적 수정에 적합하며 수정된 행/열(modified row/column)의 위치에 무관하게 경로에 포함되는 행/열만을 계산하므로 보상법보다 고속이다. 또  $[\Delta A]$ 의 차원 m가 2 이상 되면 m번 반복계산을 한다.

그리고 PR 1 법은 비구조적 수정에 적합하다. 부언하면  $m \geq 2$  이상 되어도 삼각화과정 중에 기억시켜둔 인용벡터를 인용하므로 1회의 반복계산만 한다.

함수행렬을 이용하는 전력조류산법 중에서 해의 속도, 메모리의 크기, 수렴성등의 관점을 만족하는 산법은 FDLF이다.

이 산법에 색인법(Indexing Scheme)<sup>6,12)</sup>과 모선번호최적배정법을 도입하면 위 관점은 최상이 된다.

본 연구에서는 PR법보다 계산속도가 빠르며, 프로그램이 단순해지고 메모리의 크기도 비슷한 MPR법을 제안한다.

구조적, 비구조적수정에 무관한 MPR법은 PR 1 법의 삼각화과정을 MT법으로 대체하고 PR 2 법을 사용않는 대신 수정된 행/열 중의 변경된 원소값만을 계산하는 알고리즘을 PR 1 법에 추가한 것이다. 또 MT법은 정보벡터를 종래의 삼각화법에 적용하여 알고리즘을 단순화시킬 것으로서 MPR법의 부 알고리즘이며 고속으로 삼각화와 재인수화를 한다.

색인법과 모선번호최적배정법을 도입한 FDLF와 상정사고해석에 이 두 방법을 적용하여 그 유통성을 밝히고자 한다.

## 2. 수정삼각화법(MT법)

### 2.1 PR 1 법

FDLF의 기본 알고리즘<sup>6)</sup>은 다음과 같다.

$$\Delta P_p = P_p^{sp} - V_p \sum_{q \in p} V_q (G_{pq} \cos \theta_{pq} + B_{pq} \sin \theta_{pq}) \quad (5-a)$$

$$\Delta Q_p = Q_p^{sp} - V_p \sum_{q \in p} V_q (G_{pq} \sin \theta_{pq} - B_{pq} \cos \theta_{pq}) \quad (5-b)$$

$$[\Delta P/V] = [B'] \quad [\Delta \theta] \quad (6-a)$$

$$[\Delta Q/V] = [B''] \quad [\Delta V] \quad (6-b)$$

(1)식의 [A]와 (6)식의 [B'], [B'']는 같은 성질의 소행렬임을 알 수 있다. 수정방정식 (6)의 [B']와 [B'']를 종래의 삼각화법으로 삼각화한 다음 인용벡터 INXB(·), KOMB(·), [DD'], [UU'], [DD''], [UU''](2-3-2절 참조)를 활용하여 재인수화를 하는 PR 1 법의 알고리즘은 아래와 같다.

- 1) 수정된 행/열을 찾는다.
- 2) 복합경로를 구한다.
- 3) 복합경로에 포함되는 행/열에 인용벡터를 재입력(reload) 시킨다.
- 4) 모선형에 따라서 이들 값을 수정한다(일반형 인 경우는 바로 5) 단계로 간다.)
- 5) 종래의 삼각화법으로 재인수화한다.

### 2.2 PR 2 법

(i, j) 모선간에 접속된 한 선로사고에 관해서 논하기 위하여 우선 (4)식의  $[\Delta Y]$ 의 구성을 검토하면서  $[\Delta A]$ 의 차원 m을 조사한다.  $[\Delta Y]$ 를 구하는 방법은 두가지가 있다<sup>15)</sup>:

- 1) 관련모선수정법(Node-Oriented Modification)

보상법에서는  $[\Delta A]$ 가 3차원이므로 비경재적이

$[\Delta Y]$	$[M]$	$[\Delta A]$	$[M]^T$
i 1 j	$\begin{matrix} & \\ 1 & \\ & -1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \Delta y + y_c & -\Delta y \\ -\Delta y & y_c \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ & \\ & 1 \end{matrix}$
=			$\begin{matrix} i & \\ & j \end{matrix}$

$\Delta y$  : 선로어드미터스  
 $y_c$  : 선로총전용량

$y_c \neq 0$ 인 경우 보상법에서 사용한다.

- 2) 관련선로수정법(Branch-Oriented Modification)

A)  $y_c \neq 0$ 인 경우

$[\Delta Y]$	$[M]$	$[\Delta A]$	$[M]^T$
$\begin{matrix} i & 1 & 1 \\ & -1 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} & \Delta y & \\ & y_c & \\ & y_c & \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} i & \\ & j \end{matrix}$

라서 쓰지 않으며, PR 2 법에서  $[\Delta A]$ 는 스칼라량이며  $[B']$ 의 재인수화시 사용한다.

B)  $y_c=0$ 인 경우

$$[\Delta Y] = \begin{bmatrix} M \\ \Delta A \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & 1 \\ j & -1 \end{bmatrix} \quad [M]^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ i & j \end{bmatrix}$$

보상법과 PR 2 법에서 사용한다.

한 선로사고도  $y_c$ 의 값에 따라서  $[\Delta A]$ 의 차원  $m$ 은 1차 또는 3차가 된다.  $[B']$ 는  $y_c=0$ 이므로 2)의 B) 경우가 항상 만족되어 한 번의 계산으로 재인수화가 되지만,  $[B']$ 는  $y_c=0$ 이면 한 번,  $y_c \neq 0$ 이면 3번 반복계산해야 한다.

PR 2 법의 재인수화는 최적배정된 모선번호 중에서 작은 것으로 단일경로를 구하고 식(4)의  $\Delta A$ (스칼라량),  $[M]$ ,  $[M]^T$ 를 구한 다음 PR2의 알고리즘을 수행한다.<sup>16)</sup>

$m \leq 4$ 인 경우, PR 2 법과 MID-보상법은 속도가 비슷하고,  $m \leq 6 \sim 8$ 인 경우는 PR2법이 PR1법보다 속도가 빠르다.<sup>16)</sup>

### 2.3 수정삼각화법(MT법)

#### 2.3.1 삼각화과정의 특성

(1)식의  $[A]$ 를 삼각화하는 일반식은 아래와 같다.<sup>7), 13)</sup>

$$d_{ii} = a_{ii} - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} d_{jj} u_{ji} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$u_{ik} = \left[ a_{ik} - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} d_{jj} u_{ji} \right] / d_{ii} \quad k = i+1, \dots, n \quad (8)$$

$$l_{ki} = \left[ a_{ki} - \sum_{j=1}^{i-1} l_{kj} d_{jj} u_{ji} \right] / d_{ii} \quad (9)$$

(7)식의  $u_{ji} = 0$ 이면  $d_{ii} = a_{ii}$ , (8)식의  $\sum h_j = 0$ 이 항상 성립되어  $u_{ik} = a_{ik}$ 이다. 바꾸어 말하면  $u_{ji} = 0$ 이면  $d_{ii}$ ,  $u_{ik}$ 의 값을 수정되지 않으며 생성항도 생기지 않는다.

또 (7)식의  $u_{ji} \neq 0$ 이면  $d_{ii} \neq a_{ii}$ , (6)식의  $\sum h_j \neq 0$ 이 항상 성립된다. 이 상태에서 (6)식의  $a_{ik} = 0$ 이면  $u_{ik} = -\sum h_j / d_{ii}$ 인 생성항이 생기고,  $a_{ik} \neq 0$ 이면  $u_{ik}$ 의 원래값이 수정된다.

간략히 말하면  $u_{ji} \neq 0$ 인 상태에서는  $d_{ii}$ 의 원래값이 수정되고 생성항이 생기거나  $u_{ik}$ 의 원래값이 수정된다.

또, 한개의 생성항이 발생할 때마다  $KOMA(\cdot)$ ,  $[LB']$ ,  $[UB']$ 의 크기는 1씩 증가되고 그 원소값

은 생성항의 발생위치에서부터 하나씩 뒤로 이동된다. 그 발생위치를  $m$ 라 하면 식(8), (9)의 정보를 활용하여  $KOMA(m) = K(u_{ik} \text{의 } k)$ ,  $LB'(m) = -\sum h_j / d_{ii}$ ,  $UB'(m) = -\sum h_j / d_{ii}$ 로 된다. 결국  $KOMA(\cdot)$ 는  $KOM(\cdot)$ 로 되며,  $INXA(\cdot)$ 도 원소값이 수정되어  $INX(\cdot)$ 로 된다.

#### 2.3.2 정보 및 인용벡터의 생성

설명의 편의상 기호설명을 한다.

1) 첫째 문자인  $[D]$ ,  $[U]$ ,  $[L]$ 는 각각 대각행렬, 상삼각행렬, 하삼각행렬이며,  $INX(\cdot)$ ,  $KOM(\cdot)$ 는  $[D]$ ,  $[U]$ ,  $[L]$ 를 1차원배열할 때 색인벡터와 열벡터임.

2) 이들 문자 뒤의 문자는 편의상 각 단계를 설명하기 위한 것임.

3) 어깨문자  $'$ ,  $''$ 는 식(6)의 부합수행렬과 같은 의미임.

삼각화 알고리즘을 설명하면서 인용 및 정보벡터의 생성을 알아본다.

#### 삼각화 알고리즘

1단계 : 선로데이터로부터 식(6)의  $[B']$ ,  $[B'']$ 을 구함.

2단계 : 최적배정된 모선번호와  $[B']$ ,  $[B'']$ 가 놓인 위치로  $INXA(\cdot)$ ,  $KOMA(\cdot)$ 를 만들면서 그 위치에 따라  $[DA']$ ,  $[UA']$ 과  $[DA'']$ ,  $[UA'']$ 로 분류함.

3단계 : 2단계의 벡터를 순서대로 각각  $INXB(\cdot)$ ,  $KOMB(\cdot)$ ,  $[DD']$ ,  $[UU']$ ,  $[DD'']$ ,  $[UU'']$ 로 기억시켜 PR1법의 인용벡터를 만듬.

4단계 : 모선형에 따라서  $[DA']$ ,  $[UA']$ 의 원소값을 수정하여  $[DB']$ ,  $[UB']$ 라 하고 또  $[LB']$  =  $[UB']$ 를 만듬.

5단계 :  $[B'] = [LB'] [DB'] [UB']$ 로 단지 위치에 따라 분류한 것을 종래의 삼각화 알고리즘으로 삼각화하는 도중 아래의 과정을 수행한다.

1)  $d_{ii}$ 의 원소값이 수정되는 위치에서  $d_{ii}$ 의  $i$ ,  $u_{ji}$ 의  $j$ 와  $i$ (1차원 배열, 그림 2의  $U_i$ )의 세 값을  $FA(\cdot)$ ,  $FB(\cdot)$ ,  $FC(\cdot)$ 로 기억시켜 정보벡터를 만든다.

2) 생성항의 발생으로  $KOMA(\cdot)$  등의 크기와 원소값을 수정할 때 인용벡터 중  $[UU']$ ,  $[UU'']$ 도 함께 수정하여 MT용 인용벡터  $[UR']$ ,  $[UR'']$ 를 만든다. 또 생성항의 발생위치에는 0.0으로 기억시킨다. 그리고  $[UC'] = [UR']$ ,  $[UC''] = [UR'']$ 도 만들어 MT법에서 사용한다.

결국  $[B'] = [L'] [D'] [U']$ 로 삼각화된다.

한편 MT법에서는  $[B'] = [LC'] [DA'] [UC']$ 로 위치에 따라서 분류한 것을 모선형에 따라 이들 값을 수정한 다음 MT법의 알고리즘으로 삼각화하여  $[B'] = [L'] [D'] [U']$ 를 얻는다.

그림1은 IEEE 14모선-20선로 계통도이며 그림2는 그림1의 선로데이터로부터  $[B']$ 를 구하여  $[DA']$ ,  $[UA']$ 로 분류한 것 ( $*u_i$ )를 제외하고 남은 것에 i값을 재배정(과 삼각화한 것을 나타낸다. 그림3은 그림1의 복합경로이다. 또 표1은 PR 1법과 MPR 법에 쓰이는 각종 벡터이다.

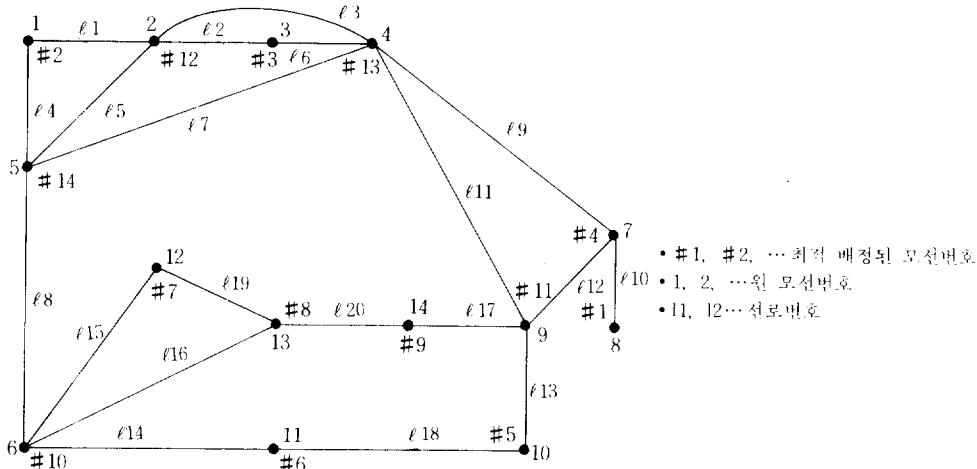


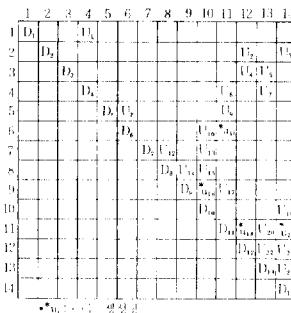
그림1 14모선-20선로 계통도.

Fig.1 14Bus-20line model system diagram.

표 1 PR 1법과 MPR법에 쓰이는 벡터

Table1 Vectors for PR 1 &amp; MPR.

A) 색인벡터		B) 열벡터		C) 정보벡터		
INX(1)= 1	INXA(1)= 1	KOM(1)= 0	KOMA(1)= 4	FA(1)= 4	FB(1)= 1	FC(1)= 1
INX(2)= 2	INXA(2)= 2	KOM(2)= 12	KOMA(2)= 12	FA(2)= 6	FB(2)= 5	FC(2)= 8
.	.	.	.	.	.	.
INX(7)= 12	INXA(7)= 11	KOM(11)= 11	KOMA(10)= 10	FA(8)= 10	FB(8)= 9	FC(8)= 16
.	.	.	KOMA(11)= 8	FA(9)= 11	FB(9)= 4	FC(9)= 6
.	.	.	.	.	.	.
INX(13)= 24	INXA(13)= 20	KOM(2)= 14	KOMA(2)= 0	FA(2)= 14	FB(2)= 13	FC(2)= 24
INX(14)= 25	INXA(14)= 21	KOM(2)= 0	.	.	.	.

그림2  $[B']$ 의 소한 구조도Fig.2 Sparsity structure of the matrix factors of  $[B']$ .

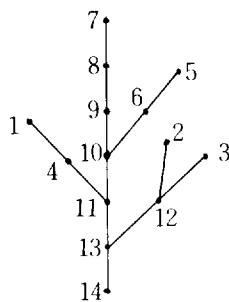


그림3 모델계통의 복합경로

Fig3 Composite paths of model system.

### 2. 3. 3 수정삼각화법(MT법)

MT법은 종래의 삼각화 알고리즘에 정보 벡터를 적용하여 그 알고리즘을 크게 단순화시킨 것으로서 PR1법과는 달리 삼각화와 세인수화를 하는데 쓰이며 MPR법의 부알고리즘이 된다.

이 방법의 특징은 다음과 같다.

$d_{ii}$ 가 수정될 위치를 찾는 시간,  $d_{ii}$ 가 수정되지 않는 경우에도  $d_{ii}$ 의 수정 여부를 검색하는 시간, 하나의 생성향이 발생할 때마다 KOMA(·), [UB'], [LB']의 크기와 원소값을 수정하고, 또 INXA(·)의 값을 수정하는 시간등은 전혀 소비되지 않으므로 매우 고속이 된다. 또  $d_{ii}$ 의 수정여부를 검색하고, 여러 인용벡터의 크기와 값을 수정하는 알고리즘을 생략할 수 있어 프로그램이 단순해진다.

반면에 세 정보벡터의 크기([U']의 크기 × 3 배)는 추가되고 KOMB(·)의 크기([U']의 크기)와 INXB(·)의 크기(N)는 감소되어 결국 약간의 메모리가 증가된다.

### 3. MPR법(수정 PR법)

#### 3. 1 변경된 원소값 계산 알고리즘

(4)식을 다시 쓰면

$$[A'] = [A] + [\Delta Y] \quad (4-a)$$

$$= [A] + [M] [\Delta A] [M]^T \quad (4-b)$$

로 되고 [A]를 인용벡터로 표현하면

$$[A] = [LR] [DD] [UR] \text{로 된다.}$$

여기서 어깨문자 [, ], [ ]는 단지 [B'], [B"]과 일반형인 경우를 구분한다. 또 i,j는 원래의 모주선번호, IM, JN은 최적배정된 모선번호이고 작을 것을 JN라 한다.

#### 3. 1. 1 일반형인 경우

식 (4-a)의 [A]의  $a_{ii}$ 가 수정되는 경우  
[A'] = [A] +  $\Delta Y_{ii}$ 로 표현되며 아래와 같다.

i)  $i=j$ 인 경우

$$DA(JN) = DD(JN) \pm \Delta Y_{ii} \quad (10)$$

ii)  $i \neq j$ 인 경우

$$UC(K) = UR(K) \pm \Delta Y_{ii} \quad (11)$$

여기서 K는 KOM(K) = IM되는 K의 값이고 +는 증기, -는 감소분을 나타낸다. 또  $a_{ii}$ 의 수정 갯수가 m가 2 이상이면 m번 반복계산한다.

#### 3. 1. 2 전력계통의 경우

구조적 수정인 (i,j) 모선간에 접속된 선로사고는 식 (4-b)로 표현된다. 한 선로사고에 대하여 자기아드미터스 DD(IM), DD(JN)과 상호아드미터스 UC(K)가 수정된다.

식 (4-b)의  $\Delta A$ 는 선로아드미터스이다.

수정된 선로정수(원소값)는 규준외변압기택의 값  $TA(i\text{측}), TB(j\text{측}),$  선로총전용량  $Yc(l),$  선로임피던스  $r(l) + jx(l)$  등이다. l는 선로번호이다.

$$\begin{aligned} TT1 &= TA(l)^2 & TT2 &= TB(l)^2 \\ TT3 &= TA(l) \times TB(l) & RB1 &= -1.0/X(l) \\ WK &= r(l)^2 + X(l)^2 & YYI &= X(l)/WK \\ DYI &= YYI - Yc(l) & YYR &= -r(l)/WK \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)를 먼저 계산하고  $JN > IM$ 이면 TT1, TT2 와 JN, IM을 각각 교환한다.

$$DA'(JN) = DD'(JN) \mp RB1$$

$$DA'(IM) = DD'(IM) \pm RB1$$

$$DA''(JN) = DD''(JN) \pm DYI/TT2$$

$$DA''(IM) = DD''(IM) \pm DYI/TT1$$

$$UC'(K) = UR'(K) \mp RB1$$

$$UC''(K) = UR''(K) \mp YYI/TT3 \quad (14)$$

여기서 복호동순이며 위 쪽은 선로탈락, 아래 쪽은 선로재투입의 경우다. 식 (14)는 병렬회선을 고려한 것이다.

또, 비구조적 수정은 PR1법과 같다.

그림 4는 MPR 법의 알고리즘을 순서도로 나타낸 것이다.

또, MPR법의 수치해석의 예는 부록으로 취급한다.

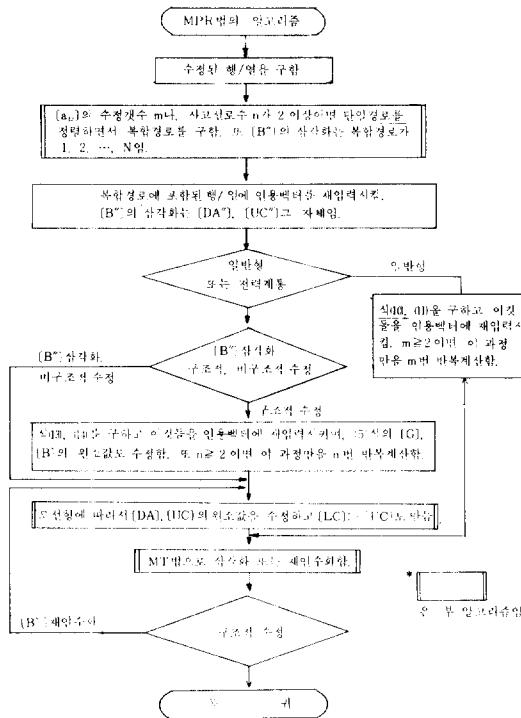


그림4 MPR 법의 알고리즘에 대한 순서도  
Fig.4 Flow chart of MPR's algorithm.

### 3. 2 MPR법과 PR법의 비교

- 1) MPR법은 삼각화와 재인수화를 하고 PR법은 재인수화만 한다.
- 2) MPR법은 구조적, 비구조적 수정에 구애받지 않으나 PR법은 전자를 PR2법으로, 후자를 PR1법으로 한다.
- 3) MPR법은 PR법보다 속도가 빠르다. 한 선로사고에 대해서도  $y_C \neq 0$ 이면 PR2법은  $\Delta A$ 의 차수  $m$ 가 3이 되어 3회 반복계산한다. 또  $m \geq 6 \sim 8$ 인 경우 PR1법이 PR2법보다 우수하다. MPR법은 MT법의 사용으로 PR1법의 약3배 속도이다. (표 2 참조) 따라서 PR법보다 MPR법이 빠르며 사고선로수  $n (= 3m) \geq 2$  이상이면 훨씬 빨라짐을 알 수 있다.
- 4) MPR법은 PR법보다 프로그램이 단순해지고 메모리의 크기는 비슷하다. MPR법은 MT법을 부 알고리즘으로 하므로 단순해지고(MT법의 특징) PR2법의  $[M]$ ,  $[M]^T$ 등의 알고리즘을 생략 하므로 메모리의 크기는 비슷하다.

## 4. MPR법의 적용 예

### 4. 1 FDLF에의 적용

색인법과 모선번호최적배정법을 도입한 FDLF는 해의 속도, 메모리의 크기, 수렴성이 최상이 된다.

또  $(P-V)$  모선 중에서 임의의 모선  $K$ 가  $i$ 번째 반복계산에서  $Q_K$ 가 제한치를 벗어난 경우 전압-무효전력조정을 한다.

#### 4. 1. 1 $(Q-V)$ 감도행렬법

우선  $(P-V)$  형모선 상태에서 수정방정식을 분대 감도행렬  $S_K$ 로 전압  $V_K$ 를 수정하고  $Q_K$ 를 상(하)한 차로 고정하여  $(i+1)$  번째 반복계산을 한다.<sup>6)</sup>

#### 4. 1. 2 모선형변경법

$(B')$ 의 재인수화를 MPR법으로 하고 아래와 같이  $\Delta Q_K$ 와  $V_K$ 의 값을 주고 수정방정식을 분다.

1)  $(P-V)$  형모선을  $(P-Q)$  형모선으로 변경

$$\Delta Q_K = Q_K^{\max} (\text{또는 } Q_K^{\min}) - Q_L + STCN - QW$$

$V_K$ 의 초기치 :  $= V_p^{sp}$  (발전기 모선의 지정값)

단,  $Q_L$ ,  $STCN$ ,  $QW$ 는  $K$ 모선의 무효전력부하, 전력용존데서, 식 (5-b)의 우변 둘째항의 값

2)  $(P-Q)$  형모선을  $(P-V)$  형모선으로 변경

$$\Delta Q_K = 0.0$$

$$V_K = V_p^{sp}$$

### 4. 2 상정사고해석에의 적용

수정방정식의 해가 실시간(real-time) 처리되어야 하는 이 해석은 선로사고와 발전기사고로 나누어 생각한다.

선로사고는  $(B')$ ,  $(B'')$ 의 재인수화와 식(5)의  $[G]$   $(B)$  및 선로정수의 수정이 선행되고 발전기 사고는  $(B'')$ 의 재인수화와 모선네이터의 수정이 선행된다.

$[G]$ ,  $(B)$ 의 수정은 앞 절의 식 (12)~(14)의 계산 과정에서 비슷하게 계산된다.

또 선로사고와 발전기사고가 겹친 경우는 선로사고와 발전기사고에서 구한 두 복합경로를 정렬(sort) 한 후 구조적 수정의 알고리즘을 수행하면 된다.

## 5. 사례 연구

본 연구에 사용한 전력계통은 IEEE 14모선-20선로, 동 30모선-41선로, 동 57모선-80선로<sup>17)</sup> 등이며 이를 계통에 약간의 수정(초기치와 변압기택값)을 가하여 계통변경도 시도했으며 실험에 사용

표 2 삼각화와 재인수화 수행시간

Table 2 The CPU time of trifactorization &amp; refactorization.

데이터	[B']과 [B'']의 삼각화 수행시간 [sec]			[B'']의 재인수화 수행시간 [sec]		
	MPR법	PR 1법	MPR/PR1(%)	MPR법	PR 1법	MPR/PR1(%)
D 14	0.02	0.03	66.7	0.0	0.03	0
D 30	0.05	0.07	71.4	0.01	0.03	33.3
D 57	0.33	0.47	70.2	0.07	0.22	31.7

\* D ○○ : ○○은 모선수

\* [B'']의 재인수화시 복합경로는 1, 2, ..., N

표 3 전압-무효전력조정

Table 3 Voltage-reactive power control.

데이터	방법 행렬법	Q-V감도		모선형 변경법	비교	
		변경법	비교법		비교	비교
D 14	발산(3.5)	3.5(3.5)	VS = 1.0			
D 14-1	3 ( 3 )	3 ( 3 )	원 데이터			
D 30	5 ( 5 )	4.5(4.5)	"			
D 57	5 ( 3.5 )	4.5(3.5)	"			
D 57-1	5 ( 3.5 )	4.5(3.5)	변압기탭 모두 1.0			

\* ( )는 전압-무효전력조정 않음

D ○○-△ : ○○ 모선수

△ 수정데이터

VS = P-Q모선의 전압초기치 :

표 4 조류계산 수행시간

Table 4 The CPU time of load flow calculation.

데이터	조정방법 CPU	Q-V 감도행렬			모선 변경		
		계산법 상태	정상 (재투입)	선톤타락 사고/ 정상(%)	상태	선톤타락 (재투입)	사고/ 정상(%)
D14-0	해를구함	0.81	0.32	39.5	0.79	0.31	39.2
	전체계산	1.38	0.87		1.36	0.86	
D30-0	해를구함	1.74	0.68	39.1	1.67	0.63	37.7
	전체계산	2.78	1.71		2.71	1.67	
D57-0	해를구함	4.07	1.77	43.5	3.91	1.65	42.2
	전체계산	6.09	3.76		5.91	3.73	

\* 전체계산시간은 조류계산 결과를 프린트하고 요약하는 시간으로.  
고정시간.

한 컴퓨터는 FRIM-750이다.

PR법에 의한 재인수화는 다른 방법보다 우수함을 밝혔으므로<sup>16</sup> 상정사고해석은 MPR법만으로 실행했다.

아래의 표는 이들의 실험결과를 나타낸 것이다.

## 6. 결론

본 연구를 재인수화하는 PR법의 계산속도를 높이기 위하여 두 방법을 제안하고 색인법과 모선번호회적배정법을 도입하여 FDLF와 상정사고해석에 적용한 사례연구로 그 유용성을 밝히고자 하였다. 제안한 두 방법과 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 정보베티를 종래의 삼각화법에 적용하여 알고리즘을 단순화시킨 MT법은 MPR법의 부알고리즘이며 고속으로 삼각화와 재인수화를 한다([B']와 [B'']의 삼각화 시간 약 28% 감소되고 재인수화 시간은 약 1/3로 감소, 표 2 참조).

- 구조적, 비구조적 수정에 무관하도록 PR 1법의 삼각화과정을 MT법으로 대체하고, PR2법을 사용치 않는 대신 수정된 행/열 중의 변경된 원소값만을 계산하는 알고리즘을 PR1법에 추가한 MPR법은 PR법보다 프로그램이 단순해지고, 메모리의 증가도 없고 고속이다.

- 모선형변경법에 의한 전압-무효전력조정은 MPR법의 도입으로 Q-V 감도행렬법보다 수렴성이 향상되고 신뢰도와 해의 속도가 약간 향상 되었다.

- 다중선로사고와 발전기사고까지 겹친 상정사고해석을 MPR법으로 하면 해의 속도를 크게 높일 수 있을 것이다(상정사고시 해를 구하는 시간은 정상상태에서의 그것의 약 43%임).

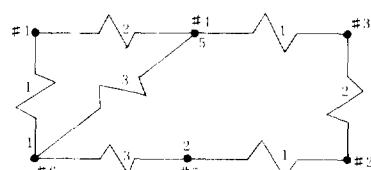


그림5 수치해석용 모델계통

Fig.5 Model system for numerical analysis.

	#1	#2	#3	#4	#5	#6
#1	3 DD1		-2 UR1			-1 UR2
#2		3 DD2	-2 UR3		-1 UR4	
#3			3 DD3	-1 UR5	0.0 *UR6	
#4				6 DD4	0.0 *UR7	-3 UR8
#5					4 DD5	-3 UR9
#6						7 DD6

6-a

	1	2	3	4	5	6
1	7 D1	-3 Y <sub>12</sub>			-3 Y <sub>15</sub>	-1 Y <sub>16</sub>
2		4 D2	-1 Y <sub>23</sub>			
3			3 D3	-2 Y <sub>34</sub>		
4				3 D4	-1 Y <sub>45</sub>	
5					6 D5	-2 Y <sub>56</sub>
6						3 D6

6-b

그림6 인용벡터와 [A]의 구조도

Fig.6 Structures of quotation vectors &amp; [A].

함으로 전력계통의 기타 분야에 본 MPR법을 적용하면 해의 속도를 크게 향상시킬 수 있을 것으로 확단된다.

#### 〈부록 - MPR법의 수치해석〉

그림5는 수치해석용 모델계통도이며 그림 6-a는 이것에 대한 인용벡터의 구조도이며 6-b는 원래 모선번호로 된 [A]의 구조도이다. #1, #2, …는 원래 모선번호 NO(+) - 최적배정된 모선번호를 나타낸다. 또 저항값별 속의 숫자는 선로 이드미티스를, 구조도 속의 숫자는 각 요소의 값을 나타낸다.

$$A, \text{일반형 } [A'] = [A] + [\Delta A] [M]^T$$

$a_{45}$ 가 수정되어 0가 된 경우

$$a_{45} + Y_{45} = -1 + Y_{45} = 0 \quad \therefore Y_{45} = 1$$

$$\text{NO}(4) = 3 = \text{JN}, \text{NO}(5) = 4 = \text{IM}$$

따라서 3행 중에서 KOM(K)의 K값을 구하면

$$\text{KOM}(5) = 4 = \text{IM}, \quad \text{KOM}(6) = 5 \neq \text{IM}$$

$$\therefore \text{UC}(5) = \text{UR}(5) + Y_{45} = -1 + 1 = 0$$

$$B, \text{전력계통 } [A'] = [A] + [M] (\Delta A) [M]^T$$

(1, 5) 모선간에 접속된 선로방향의 경우

$$\text{NO}(1) = 6 = \text{IM}, \quad \text{NO}(5) = 4 = \text{JN}$$

$$\Delta A(4) = \text{DD}(4) + (-3) = 6 - 3 = 3$$

$$\Delta A(6) = \text{DD}(6) + (-3) = 7 - 3 = 4$$

또 4번째 행 중에서

$$\text{KOM}(7) = 5 \neq \text{IM}, \quad \text{KOM}(8) = 6 = \text{IM}$$

$$\therefore \text{UC}(8) = \text{UR}(8) - (-3) = -3 - (-3) = 0$$

#### 참 고 문 헌

- 宋吉永, 電力系統工學, 東明社, 1977. pp. 27~97.
- W.F. Tinney, C.E. Hart, "Power flow solution by Newton's method", IEEE Trans. on PAS, vol PAS-86, pp. 1449~1460, Nov. 1967.
- B. Stott, "Decoupled Newton load flow", ibid., vol. PAS-91, pp. 1955~1957, Sept. / Oct. 1972.
- B. Stott, O. Alsac, "Fast decoupled load flow", ibid. vol. PAS-93, pp. 859~869, Sept. / Oct. 1974.
- 朴永文, 白榮植, "電力潮流計算의改善에 관한研究", 大韓電氣學會誌, 第26卷 第2號, pp. 78~83, 1977.
- 金俊鉉, 黃甲珠, "效果의인 電力潮流計算 프로그램에 관한研究", 大韓電氣學誌, 第29卷 第12號, pp. 52~56, 1980.
- R.R.Shoultz, "Application of a fast linear AC power flow model to contingency simulation and optimal control of power systems", Ph.D. thesis, Univ. of Texas, July. 1974.
- 朴永文, 金載哲, "새로운 상정사고 해석 알고리즘", 大韓電氣學會誌, 第33卷 第6號, pp. 30~38, 1984.
- N.M. Peterson, W.F. Tinney, D.W. Bree, "Iterative linear AC power flow solution for fast approximate

- outage studies”, Trans. on PAS, vol. PAS-91, pp. 2048~2053, Sept. /Oct. 1972.
- 10) A.J. Wood, B.F. Wollenberg, Power generation, operation, and control, John Wiley & Sons, 1984, pp. 355~389.
- 11) W.F. Tinney, M.S. Mayer, “Solution of large sparse system by ordered triangular factorization”, IEEE Trans. on AC, vol. AC-18, pp 333~346, no.4, Aug. 1973.
- 12) 高橋一弘, 電力システム工學, コロナ社, 昭和52, pp. 37~90.
- 13) I.S.Duff, A.M. Erisman, J.K. Reid, Direct methods for sparse matrices, Oxford, 1986, pp. 149~176, pp. 41~63.
- 14) W.F. Tinney, V. Bandwajn, “Sparse vector methods”, IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-104, pp. 295~301, Feb. 1985.
- 15) O. Alsac, B. Stott, W.F. Tinney, “Sparsity-oriented compensation methods for modified network solution”, ibid, vol. PAS-102, pp. 1050~1058, May. 1983.
- 16) S.M. Chan, V. Brandwajn, “Partial matrix refactoring”, IEEE Trans. on PWRS, vol. PWRS-1, pp 193~200, Feb. 1986.
- 17) M.A. Pai, Computer techniques in power system analysis, McGraw-Hill, 1979, pp. 208~216.