

# 一般化 最小分散法을 基礎로한 豫測 制御器

## A Predictive Controller Based on the Generalized Minimum Variance Approach

韓 弘 錫\* · 梁 海 元\*\*  
(Hong-Seok Han · Hai-Won Yang)

### 요 약

본 논문에서 충분한 事前情報가 없는 경우에도 적용될 수 있는 離散時間 適應制御器를 제안한다. 遲延時間을 알 경우, GMV (Generalized Minimum Variance) 제어기가 만족스럽게 동작한다는 것은 잘 알려져 있다. GMV 제어기에 long-range prediction을 導入하므로써, 最適性은 喪失하여도 지연 시간에 대한 強韌性은 개선될 수 있다. 이러한 생각에서, GMV 법에 의해서 multi-stage cost를 최소화하는 예측제어 시스템을 제안한다. 또한, detuning control 加重指數는 온라인 同調法에 의하여 결정된다. 제안된 제어시스템의 強韌性, 計算效率, 및 性能은 GPC (Generalized Predictive Control) 시스템에 비하여 개선된 것으로 보인다.

**Abstract-**This paper presents a class of discrete adaptive controller that can be applied to a plant without sufficient a priori information. It is well known that the GMV (Generalized Minimum Variance) controller performs satisfactorily if the plant time delay is known. By introducing the long-range prediction into the GMV controller, robustness to the time delay can be improved, although optimality is lost. Such an idea motivates a predictive control system to be proposed here, where the system minimizes multi-stage cost via the GMV approach. Moreover, the detuning control weight is determined by an on-line tuning method. It is shown that robustness, computational efficiency, and performance of the resulting control system are improved as compared with those of the GPC (Generalized Predictive Control) system.

### 1. 서 론

제어대상에 대한 사전정보가 불충분할 경우에도 적용할 수 있는 일반적인 제어기를 개발하는 것이 적응제어의 당면과제이다. 이러한 목적으로 제안된 GPC 법<sup>1)</sup>은 기존의 다른 적응제어법보다 강인하다고 생각되지만, “일반적”인 제어법으로 되기에는 고려해야될 문제점이 있다. 특히, 제어 파라미터를

구하기 위한 계산노력이 많이 소요된다. 또한, 가중지수가 시행착오법에 의하여 선정되므로써 성능상의 문제 뿐만 아니라 적응제어의 관점에서 바람직하지 못하다. 본 논문의 주목적은 이러한 점들을 어느정도 개선할 수 있는 접근방법을 개발하려는 것이다.

본 논문의 접근방법은, 영 이득 예측자(zero-gain predictor)를 이용한 일종의 GMV 제어기인 “적분동작이 포함된 적응제어기”<sup>2)</sup>에 long-range prediction 및 multi-stage cost를 도입하는 것으로서 GPC 법에 비유하여 다음과 같이 요약될 수 있다. (1) 플랜트를 모델할 때 지연시간을 명백하게 나타낸다.

\* 正 會 員 : 明知大 大學院 電氣工學科 博士課程  
\*\* 正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 助教授 · 工博  
接受日字 : 1988年 4月 1日  
1次修正 : 1988年 6月 13日

이러 전달함수의 분자다항식에 포함시키는 GPC법에 비하여 프로세서의 기억용량 및 계산노력의 감소를 생각할 수 있다. (2) 예측자를 임, 출력의 증분에 대한 것으로 변형하여 포함하므로써, 자연스럽게 영이득 예측자가 구성된다. 따라서 GPC법에 비하여 제어파라미터의 개수를 하나 감소시킬 수 있다.

(3) 가중지수의 온라인동조법을 고려한다. GPC법에서 가중지수를 시행착오법에 의하여 구하는 것은 적응제어의 관점에서 바람직스럽지 못하다. 특히, 예측영역을 최소 지연시간에 가까이 선정하는 경우, 진동 또는 불안정한 제어가 될수도 있다. 따라서, 가중지수의 온라인 동조법<sup>2)</sup>을 도입하여 이러한 문제점을 해결하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서 시스템의 모델화 및 제어의 목적이 기술되고, 제3장에서 제어파라미터의 추계산법 및 출력의 최적 예측법이 연구되며, 제4장에서 제어측이 제안된다. 예제 플랜트가 시뮬레이션되어 제5장에서 그 결과가 검토되고, 제6장에서 결론지어 진다.

2. 시스템의 모델화 및 제어의 목적

미지의 플랜트가 이산시간 CARIMA(Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving-Average) 모델

$$A(q^{-1}) Y(t) = B_0(q^{-1}) U(t-d) + Z(t) \quad (2.1)$$

로 표현될 수 있다고 하자. 여기서  $Y(t), U(t), Z(t)$ , 및  $d$ 는 각각 출력, 입력, 외란 및 시간지연이고,  $A(q^{-1})$ 는 단위시간지연 연산자  $q^{-1}$ 의  $n_a$ 차 모닉 다항식이며,  $B_0(q^{-1})$ 는 선두항이 영이 아닌 다항식이다. 또한 지연시간  $d$ 는 미지이거나 변하는 것으로, 그 범위가

$$1 \leq d_0 \leq d \leq d_u$$

이라 한다. GPC법에서 지연시간  $d$ 가 다항식  $B(q^{-1})$ 에 포함되도록  $B(q^{-1})$ 의 차수를 충분히 크게 선정하는데 비하여, 위와 같이 명백하게 표현되므로써 프로세서의 기억용량 및 계산노력이 경감된다.

플랜트에 작용하는 외란은 부하외란 등을 고려할 때, 일반적으로 그 평균이 영이 아닌 외란일 것이므로, stationary increment를 갖는 모델

$$D(q^{-1}) Z(t) = \xi(t) \quad (2.2)$$

로 표현될 수 있다고 가정한다. 여기서  $\xi(t)$ 는 평균이 영인 랜덤 프로세스이고,

$$D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

이다. 이들 관계로부터 식(2.1)의 변형된 모델

$$\bar{A}(q^{-1}) Y(t) = B(q^{-1}) \bar{U}(t-d_0) + \xi(t) \quad (2.3)$$

이 얻어진다. 여기서,

$$\begin{aligned} \bar{A}(q^{-1}) &= D(q^{-1}) A(q^{-1}), \\ \bar{U}(t) &= U(t) - U(t-1), \end{aligned}$$

이고  $B(q^{-1})$ 는  $nb$ 차 다항식으로서

$$b_i = 0, \quad i < d - d_0$$

미래의 기준치  $\{W(t+k), k=1, \dots, T_0\}$ 를 안다고 할 때, 제어의 목적은  $t+T_0$ 의 시각에서 출력  $Y(t+T_0)$ 가 기준치  $W(t+T_0)$ 에 접근하게 되는 입력  $\{U(t+i), i=0, \dots, T_0-d_0\}$ 을 구하는 것이다. 여기서  $T_0$ 는 예측영역으로서

$$T_0 \geq d_u$$

로 주어진다. 이러한 제어의 목적은 dead best control을 포기하고 일종의 평균치 제어를 선택하는 것이다. 즉, 지연시간보다 예측영역이 클 경우, costing horizon내에서 영이 아닌 계단응답을 최소한 한 개 이상 얻으므로써 지연시간에 대하여 강인한 제어를 실현하고자 하는 것이다. 따라서, 예측영역이  $T_0 = d_u$ 로 선정되나, 보다 평활한 제어를 실현하려는 등의 목적으로  $T_0 > d_u$ 로 선정할 수 있다. 오차 신호를

$$V(t+k) = Y(t+k) - W(t+k), \quad k = d_0, \dots, T_0$$

또는

$$\begin{aligned} V(t-k) &= \underline{Y}(t+k) - \underline{W}(t+k), \quad k = d_0, \dots, T_0 \quad (2.4) \\ \underline{Y}(t-k) &= Y(t+k) - Y(t), \\ \underline{W}(t-k) &= W(t+k) - Y(t) \end{aligned}$$

라 하고, 가중지수를  $\{m_i, i=0, 1, \dots, T_0-d_0\}$ 라 할 때, 제어의 목적은 자승평가함수

$$J(d_0, T_0) = \epsilon \left\{ \sum_{k=d_0}^{T_0} V(t+k)^2 + \sum_{i=0}^{T_0-d_0} m_i \bar{U}(t+i)^2 \right\} \quad (2.5)$$

를 최소로 하는  $\bar{U}(t+i)$ 을 구하는 것과 같다. 여기서  $\epsilon$ 는 기대치를 나타낸다. 지연시간  $d$ 를 알 경우, 예측영역을  $T_0 = d (=d_0 = d_u)$ 로 선정하므로써, 평가함수는 single-stage cost가 되어 GMV의 그것으로 된다.

### 3. 출력의 최적 예측

평가함수 (2.5)에 포함된 출력  $Y(t+k)$  또는  $\underline{Y}(t+k)$ 는 최적 예측치로 대신되도록 영이득 예측법에 의해서 다음과 같이 구해진다. 플랜트 파라미터와 제어 파라미터와의 관계가 Diophantine equation<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} 1 &= E(k, q^{-1}) \bar{A}(q^{-1}) \cdots q^{-k} F_0(k, q^{-1}), \\ k &= d_0, \dots, T_0 \\ G(k, q^{-1}) &= E(k, q^{-1}) B(q^{-1}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

으로 주어질 때,

$$F_0(k, q^{-1}) = 1 + D(q^{-1}) F(q^{-1})$$

인 것을 이용하여 구해진  $\underline{Y}(t+k)$ 의 최적예측은

$$\begin{aligned} \underline{Y}^*(t+k) &= G(k, q^{-1}) \bar{U}(t+k-d_0) + F(k, q^{-1}) Y(t), \\ k &= d_0, \dots, T_0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

이다. 여기서  $\underline{Y}^*(t+k) = Y^*(t+k) - Y(t)$ 이고,  $E(k, q^{-1})$ ,  $F(k, q^{-1})$  및  $G(k, q^{-1})$  등은 다음에 제안되는 제어파라미터의 축차계산법에서 k번째 계산된 다항식들로서, 그 차수는 각각

$$n_e = k-1, n_f = na-1, \text{ 및 } n_g = nb+k-1$$

이다. 영 이득 예측자 (3.2)는 d, c성분이 제거된 데이타에 의해 잔류편차가 없는 예측이 되게 한다. 또한  $F(k, q^{-1})$ 의 차수가 GPC법에서 na 인 것에 비해서 한 개 적어지므로 계산노력을 경감시킨다.

식 (3.2)에서  $k=d_0, \dots, T_0$ 에 대한 각각의  $G(k, q^{-1})$ ,  $F(k, q^{-1})$ 를 구하는 것은 많은 계산노력을 요하므로, 다음과 같은 방법을 강구한다.

제어파라미터의 축차계산법 : Diophantine equation (3.1)이 주어졌을 때, 제어파라미터  $G(k, q^{-1})$ ,  $F(k, q^{-1})$ ,  $k=d_0, \dots, T_0$ 는 다음과 같이 구해진다. (부록참조)

1) 추정된  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$ 로부터 예측영역 1에서의 제어파라미터

$$\begin{aligned} G(1, q^{-1}) &= g_0(1) + g_1(1)q^{-1} + \dots + g_{n_g}(d_0)q^{-n_g} \\ F(1, q^{-1}) &= f_0(1) + f_1(1)q^{-1} + \dots + f_{n_f}(1)q^{-n_f} \end{aligned} \quad (3.3)$$

을 구한다.

2) 제어파라미터 (3.3)을 초기치로하여 다음의 축차계산법

$$G(k+1, q^{-1}) = G(k, q^{-1}) + [1 + f_0(k)]q^{-k}G(1, q^{-1}),$$

$$\begin{aligned} F(k+1, q^{-1}) &= \sum_{i=0}^{n_f-1} \{f_{i+1}(k) + [1 + f_0(k)]f_i(1)\}q^{-i} \\ k &= 1, \dots, T_0-1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

에 의하여  $T_0$ 까지의 제어파라미터를 계산한다.

위 식에서  $f_i(k)$ 는 k번째 축차계산에서의 다항식  $F(k, q^{-1})$ 의 제i차항의 계수를 나타낸다.

### 4. 제 어 측

식 (3.2)의 최적예측은 다음과 같이 벡터형태로 기술된다.

$$\underline{Y}^* = \underline{G}\bar{U}^* + \underline{H}\underline{U} + \underline{F}\underline{Y} \quad (4.1)$$

여기서

$$\begin{aligned} \underline{Y}^* &= [\underline{Y}^*(t+d_0), \dots, \underline{Y}^*(t+T_0)]^T \\ \bar{U}^* &= [\bar{U}(t), \dots, \bar{U}(t+T_0-d_0)]^T \\ \underline{Y} &= [\bar{Y}(t), \dots, \bar{Y}(t-na+1)]^T \\ \bar{U} &= [\bar{U}(t-1), \dots, \bar{U}(t-nb-d_0+1)]^T \end{aligned}$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} g_0 & & & & & \\ g_1 & & g_0 & & & \\ \cdot & & \cdot & & & 0 \\ \cdot & & \cdot & & & \\ \cdot & & \cdot & & & \\ g_{T_0-d_0} & & g_{T_0-d_0-1} & & \dots & g_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} g_1(d_0) & g_2(d_0) & \dots & g_{nb+d_0-1}(d_0) \\ g_2(d_0+1) & g_3(d_0+1) & \dots & g_{nb+d_0}(d_0+1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{T_0-d_0-1}(T_0) & g_{T_0-d_0-2}(T_0) & \dots & g_{nb+T_0-1}(T_0) \end{bmatrix}$$

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} f_0(d_0) & f_1(d_0) & \dots & f_{na-1}(d_0) \\ f_0(d_0+1) & f_1(d_0+1) & \dots & f_{na-1}(d_0+1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_0(T_0) & f_1(T_0) & \dots & f_{na-1}(T_0) \end{bmatrix}$$

이고, T는 전치를 나타낸다.  $G(k, q^{-1})$ 는 플랜트 스텝 응답의 파라미터이므로 그 계수간에는

$$\begin{aligned} g_i(k) &= g_i, \quad i=0, \dots, k-1 \\ g_i &= 0, \quad i < d-d_0 \end{aligned}$$

의 관계가 있으며, 이로부터 식 (4.1)의 행렬  $\underline{G}$ 와 같이 인수를 생략하고 나타낼 수 있다.

식 (4.1)의 관계를 이용하여 평가함수 (2.5)를 다시 쓰면

$$J(d_0, T_0) = \epsilon \{ (\underline{Y}^* - \underline{W})^T (\underline{Y}^* - \underline{W}) + \underline{U}^T \underline{M} \underline{U} \} + t \quad (4.2)$$

여기서,

$$\mathbf{W} = [W(t_0), \dots, W(t_0 + T_0)]^T$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_0 & & & \\ & m_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 0 \\ & 0 & & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & m_{T_0-d_0} \end{pmatrix}$$

이고, 이 평가함수의 최소화는  $\partial J(d_0, T_0) / \partial \mathbf{U}^* = \mathbf{0}$  을 만족하는 해

$$\mathbf{U}^* = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{M})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{W} + \mathbf{H} \mathbf{U} + \mathbf{F} \mathbf{Y}) \tag{4.3}$$

에 의해서 달성될 수 있다. 여기서 제어측(4.3)의 detuning weight  $m_k$ 는 설계자에 의하여 선정되는 지수이다. 일반적으로, 이 값이 적절히 선정되기에는 대략적인 플랜트의 특성을 사전에 알아야 된다는 문제가 있다. 이와 같은 사실은 제어계에 대한 정보가 거의 없다고 할 때, 특히  $d \geq T_0$  일 경우에는 제어불능이 될 수도 있다. 또한, 주위의 상황변화에 대한 대비 및 보다 평활한 제어를 달성하기 위해서도 가중지수는 항상 적절한 값으로 유지되어야 할 것이다. 이러한 문제를 개선하기 위하여  $m_k = m$  또는  $\mathbf{M} = m\mathbf{I}$  라 하고, GMV법에서와 같이 가중지수  $m$ 의 온라인 동조법<sup>2)</sup>

$$m = \left| \frac{\sum_{i=0}^{d_0-1} g_i(T_0) / \sum_{i=0}^{n_0-1} f_i(T_0)}{\dots} \right| \tag{4.4}$$

을 적용한다.

제어영역  $T_u$ 를

$$1 \leq T_u < T_0 \tag{4.5}$$

로 선정하여

$$U(t+k-1) = 0, \quad k > T_u \tag{4.6}$$

라 놓을 수 있다. 제어영역  $T_u$ 는 평활한 제어 및 계산노력의 강감을 목적으로 적용되는 것이다. 간단한 플랜트의 제어시에  $T_u = 1$ 로 선정하여 평활한 제어 및 제어측의 스칼라 계산이 되지만, 개루프 불안정한 시스템이나 진동하는 시스템의 제어에는 불안정한 극 또는 진동하는 극의 수와 같게 선정하는 것이 바람직스럽다.

지연시간  $d$ 를 알 경우, 예측영역을  $T_0 = d (= d_0 = d_u)$ , 제어영역을  $T_u = 1$ 로 각각 선정할 때, 제어측(4.3)은

$$U(t) = U(t-1) + \frac{g_0(d_0)}{[g_0(d_0)^2 + m]} \{W(t+d_0) - [G(d_0, q^{-1})g_0(d_0)]U(t) - F(d_0, q^{-1})Y(t)\} \tag{4.7}$$

으로 된다. 이 경우 가중지수는 식(4.4)에서  $m = |g_0(d_0)/f_0(d_0)|$ 으로 주어지므로, 이 제어측은 GMV 제어법으로 된다. 지연시간  $d$ 는 일반적으로 미지이거나 변하는 것이므로, 속응화를 위하여 예측영역  $T_0$ 를 지연시간  $d_0$ 에 가까이 선정할 경우,  $d = T_0$ 인 경우와 만나게 될 수 있다. 따라서, GMV법에서와 같이 가중지수  $m$ 의 온라인 동조법(4.4)의 적용에 의하여 시스템의 성능이 개선된다고 할 수 있다.

제어측(4.3)에 의하여 구해진 입력  $U(t-i)$ ,  $i = 0, \dots, T_0 - d_0$ 으로서  $T_0 - d_0$  구간동안 feedforward control을 실현할 수 있겠으나, 새로운 데이터를 이용한 보다 적극적인 제어가 될 수 있도록 receding control<sup>3)</sup>을 시행하는 것이 바람직할 것이다.

### 5. 결과 및 검토

본 논문에서 제안된 제어기의 성능을 확인하기 위하여 다음과 같이 시뮬레이션을 시행하였다. GMV 제어 시스템의 지연시간 선정에 대한 강인성 부족은 잘 알려진 사실이므로, 여기서는 GPC시스템과 성능을 비교 검토하기로 한다. 예제 시스템으로서, 부하외란이 존재하는 미지의 이산시간 플랜트

$$(1 - 1.1q^{-1} + 0.24q^{-2})Y(t) = (0.5 + 1.0q^{-1})U(t-d) + Z(t)$$

$$(1 - q^{-1})Z(t) = \xi(t)$$

$$d = \begin{cases} 1, & t \leq 250 \\ 2, & t > 250 \end{cases}$$

를 선정하여

$$(1 + a_1q^{-1})Y(t) = (b_0 + b_1q^{-1})U(t-1) + Z(t)$$

로 모델화하고, 550샘플동안 시뮬레이션하였다. 제어파라미터의 추정은 표준 최소자승법이 이용되었고, 이 때 forgetting factor는 0.99이었다. 예측영역은  $T_0 = 2$  및  $T_0 = 8$ 로 선정하고, 각각에 대해서 시뮬레이션하였다. 제어영역  $T_u$ 는 처음 150샘플동안은 1로 하고, 다음 100샘플 구간마다 교대로 2, 1, 2로 하였다. 가중지수  $m$ 은 GPC시스템의 경우 시행착오법에 의하여 0.9로 선정하였고, 본 논문의 시스템에서는 온라인으로 동조되게 하였다. 제어측에는 receding horizon control이 적용되었다. 목표치는 preprogrammed set-point로서 구형파이다.

예측영역  $T_0 = 2$ 일 경우에, 그림1은 GPC 시스템이 시뮬레이션 된 결과 그래프이고, 그림2는 본 논문에서 제안된 알고리즘을 사용한 결과이다. 계산노력

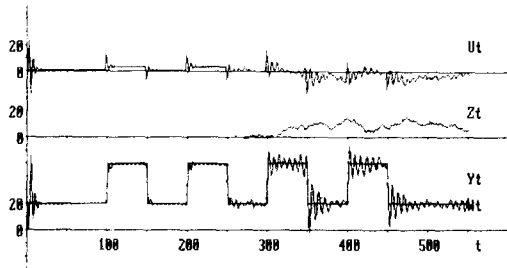


그림 1 GPC 시스템의 시뮬레이션 결과( $T_0=2$ )  
 Fig.1 Simulation results of the GPC system( $T_0=2$ ).

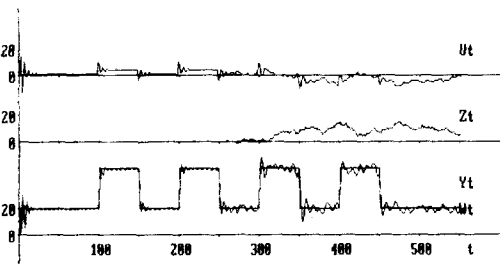


그림 2 본 논문에서 제안된 시스템의 시뮬레이션 결과( $T_0=2$ )  
 Fig.2 Simulation results of the proposed system ( $T_0=2$ ).

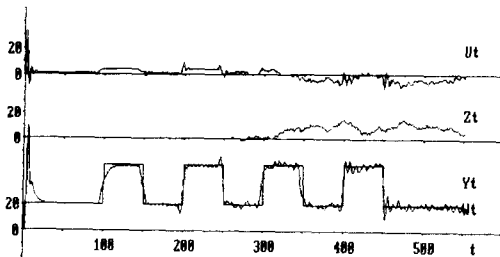


그림 3 GPC 시스템의 시뮬레이션 결과( $T_0=8$ )  
 Fig.3 Simulation results of the GPC system( $T_0=8$ ).

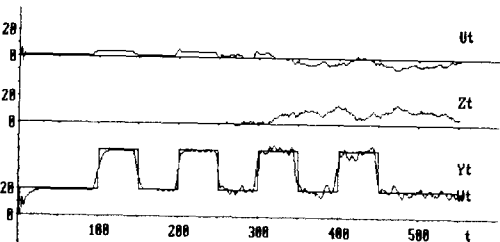


그림 4 본 논문에서 제안된 시스템의 시뮬레이션 결과( $T_0=8$ )  
 Fig.4 Simulation results of the proposed system ( $T_0=8$ ).

은 본 논문의 시스템이 약 10%정도 경감되었지만, 예측영역과 제어영역 및 계의 차수가 커짐에 따라 그 백분율도 증가될 것이다. 본 논문 시스템은 비교적 만족할만한 성능을 보였지만, GPC시스템의 경우는 오버슈트유트가 약간 보이고 특히 250샘플부터는 진동이 있었다. 이는 250샘플부터 부하외란이 작용하고, 또한 지연시간 $d$ 가 예측영역 $T_0$ 와 같아져 행렬 $G$ 의 요소가  $g_0(T_0)$  외는 영이되어 가중지수가 작아지기 때문이다. 그러나 그림2에서는 250샘플이후에도 그림1보다 진동이 상대적으로 작으며, 따라서 가중지수의 온라인 동조법에 의한 본 논문의 제어기에서는 속응성을 향상시키기 위하여 예측영역  $T_0$ 가 상대적으로 작게 선정될 수 있음을 의미한다.

예측영역  $T_0=8$ 일 경우에, 그림3은 GPC 시스템의 결과 그래프이고, 그림4는 본 논문에 대한 그래프이다. 이 경우, 예측영역의 증가로 인하여 행렬  $G$ 의 영이 아닌 요소 수가 증가되므로 가중지수  $m$ 의 기여도는 감소된다. 따라서, 두 방법이 비슷한 결과를 보인다. 또한  $T_0=2$ 인 경우에 비하여 평활한 제어는 이루어지지만 속응성은 감소되었다. 이러한 점은 이를 제어 알고리즘이 일종의 평균치 제어(mean control)로 간주될 수 있기 때문이며, 따라서 예측영역의 적절한 선정이 요구된다.

위와 같은 플랜트의 시뮬레이션 외에도 여러 개의 시스템을 시뮬레이션하였을 때, GPC법에 비해서 다음과 같은 점을 확인하였다. 제어성능은 예측영역이 최소로 선정되었을 경우에 상당히 개선되었으며, 예측영역이 충분히 크게 선정될 경우는 약간 개선되었다. 이는 주로 가중지수의 온라인 동조에 의한 효과이다. 이와 같은 사실로부터, 예측영역  $T_0$ 를 최소 예측영역(최소 지연시간 $d_0$ ) 가까이 선정할 경우에도 GPC법 보다 강인하며, 특히  $T_0 < d_0$ 일 경우에도 최소한 GMV법 보다는 강인하다 할 수 있다. 한편, 개루프 불안정한 시스템이나 진동이 심한 시스템은 예측영역을 크게 선정할 경우, 폐루프의 특성이 개루프의 것과 같아져가므로 바람직하지 못한 결과가 얻어질 수 있었다. 또한 제어영역을 크게 선정할 경우도 성능이 민감해짐에 따라 바람직하지 못한 결과가 얻어질 수 있었다. 따라서 만족한 성능을 얻기 위해서는 예측영역을 적절히 선정할 것이 요구된다.

## 6. 결 론

본 논문은 제어대상에 대한 사전정보가 불충분한 경우에도 적용될 수 있는 이산시간 적응제어기를 제

안하였다. GMV제어법의 일종인 “적분동작이 포함된 적응제어기”의 single-stage cost대신에 multi-stage cost를 채용함으로써 지연시간의 선정에도 강인한 제어를 실현하였다. 즉, 지연시간에 비해서 예측영역을 적절하게 선정하므로써, costing horizon내에 시스템의 체단응답이 한 개 이상 들어오도록 하려는 것이다. 그 결과 제어기는 GPC법에 비하여 어느 정도 개선된 상인성, 계산효율, 및 성능 등을 보이며, 이와 같은 효과는 예측영역을 최소 지연시간 가까이 선정할수록 현저히 나타난다.

**부 록 : 제어 파라미터의 축차계산법**  
식 (3.1)의 Diophantine equation

$$1 = E(k, q^{-1}) \bar{A}(q^{-1}) + q^{-k} F_0(k, q^{-1}), k=1, \dots, T_0 \quad (A.1)$$

$$G(k, q^{-1}) = E(k, q^{-1}) B(q^{-1}), k=1, \dots, T_0 \quad (A.2)$$

이 주어질 때, 다항식  $G(k, q^{-1})$ ,  $F(k, q^{-1})$ 를 축차적으로 계산하는 방법을 고안한다. 식 (A.1)에서  $F_0(q^{-1}) = 1 + \bar{F}(q^{-1})$ ,  $\bar{F}(q^{-1}) = D(q^{-1}) F(q^{-1})$ 인 관계가 얻어지므로, 등가식 (A.1)은

$$1 = q^{-k} + E(k, q^{-1}) \bar{A}(q^{-1}) + q^{-k} \bar{F}(k, q^{-1}), k=1, \dots, T_0 \quad (A.1a)$$

로 쓸 수 있다. 등가식 (A.1a)로부터

$$E(1, q^{-1}) = 1 \quad (A.3)$$

$$F(1, q^{-1}) = q[1 - A(q^{-1})] \quad (A.4)$$

의 관계가 얻어진다. 또한,  $k+1$ 번째 등가식 (A.1a)에서  $k$ 번째의 것을 빼면

$$q^{-k} = [E(k+1, q^{-1}) - E(k, q^{-1})] A(q^{-1}) + q^{-k} [q^{-1} F(k-1, q^{-1}) - F(k, q^{-1})] \quad (A.5)$$

을 얻는다. 이 식에서  $E(k+1, q^{-1}) - E(k, q^{-1})$ 는  $K$ 차 다항식이므로

$$E(k+1, q^{-1}) - E(k, q^{-1}) = S(k, q^{-1}) + e_k(k+1)q^{-k} \quad (A.6)$$

로 쓸 수 있다. 여기서  $S(k, q^{-1})$ 는  $k-1$ 차 다항식이며,  $e_k(k+1)$ 는  $E(k+1, q^{-1})$ 의  $k$ 차 항의 계수이다. 식 (A.6)의 관계로부터 식 (A.5)는

$$q^{-k} = S(k, q^{-1}) A(q^{-1}) + e_k(k+1)q^{-k} A(q^{-1}) + q^{-k} [q^{-1} F(k-1, q^{-1}) - F(k, q^{-1})] \quad (A.7)$$

로 된다.  $q^{-1}=0$ 을 대입하므로써  $S(k, q^{-1})=0$ 이 되고, 따라서 위 식은 식 (A.4)로부터

$$1 = e_k(k+1)[1 - q^{-1} F(1, q^{-1})] + q^{-1} F(k+1, q^{-1}) - F(k, q^{-1}) \quad (A.8)$$

로 된다. 이 식을  $F(k+1, q^{-1})$ 에 대하여 정리하면,

$$F(k+1, q^{-1}) = q[1 + f_0(k)] - e_k(k+1) + q[F(k, q^{-1}) - f_0(k)] + e_k(k+1)F(1, q^{-1}) \quad (A.9)$$

이다. 여기서  $f_0(k)$ 는 다항식  $F(k, q^{-1})$ 의 선두항의 계수이다. 이 식의 좌변 다항식  $F(k+1, q^{-1})$ 에는  $q$ 의 항이 포함되지 않으므로

$$e_k(k+1) = 1 + f_0(k) \quad (A.10)$$

이고, 또한 양변 계수간의 대응관계로부터 다항식  $F(k, q^{-1})$ 의 계수는

$$f_i(k+1) = f_{i-1}(k) + [1 + f_0(k)] f_i(1), i=0, \dots, na-1, k=1, \dots, T_0-1 \quad (A.11)$$

에 의하여 갱신될 수 있다. 한편, 식 (A.6) 및 식 (A.2)의 관계로부터 각각

$$E(k+1, q^{-1}) = E(k, q^{-1}) + [1 + f_0(k)] q^{-k}, k=1, \dots, T_0-1 \quad (A.12)$$

$$G(1, q^{-1}) = B(q^{-1}) \quad (A.13)$$

이 얻어지므로, 다항식  $G(k, q^{-1})$ 는

$$G(k+1, q^{-1}) = G(k, q^{-1}) + [1 + f_0(k)] q^{-k} G(1, q^{-1}), k=1, \dots, T_0-1 \quad (A.14)$$

에 의하여 갱신될 수 있다.

따라서 추정된  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  및 식 (A.3), (A.4)로부터 예측영역 1에서의 제어파라미터가 구해질 경우,  $G(1, q^{-1})$ 와  $F(1, q^{-1})$ 를 초기치로 하는 축차계산 알고리즘은 다음과 같다.

$$G(k+1, q^{-1}) = G(k, q^{-1}) + [1 + f_0(k)] q^{-k} G(1, q^{-1}), k=1, \dots, T_0-1 \quad (A.15)$$

$$F(k+1, q^{-1}) = \sum_{i=0}^{na-1} \{f_{i+1}(k) + [1 + f_0(k)] f_i(1)\} q^{-i}, k=1 \dots T_0-1 \quad (A.16)$$

**참 고 문 헌**

- 1) Clarke, D.W., et al, "Generalized predictive control-part I," Automatica, vol.23, no.2, pp.137-148, 1987.
- 2) Han, H.S. and H.W. Yang, "Adaptive controllers with integral action," KIEE Trans., vol.37, no. 4, pp. 220-225, 1988.
- 3) Ydstie, B.E., "Extended horizon adaptive control," IFAC 9th World Congress, Budapest, Hungary.
- 4) Goodwin, G.C. and K.S. Sin, "Adaptive filtering, prediction, and control," Prentice Hall, 1984.