論 文
37~3~2

위상보상기를 가진 인버터로 구동되는 영구자석형 동기전동기의 제어기 설계

The Controller Design of the Permanent Magnet Synchronous Drive Using a Inverter with Phase Compensator

柳 正 雄*·禹 廣 俊**
(Jeong-Woong Yu · Kwang-Joon Woo)

요 약

이 논문은 영구자석형 동기전동기의 부하 변동에 따르는 속도 및 위상제어 시스템을 컴퓨터 시뮬레이션한 것이다. 목적함수를 이용하여 PI 제어기의 최적이득을 구하였고, 부하와 속도의 변동에 위상제어기의 회전자 위치각을 보상하여 주었다. 이 결과 부하변동에 d축 성분의 전류를 0으로 유지하여 고효율로 운전할 수 있음을 보여 주었다.

Abstract- The computer simulation of speed and phase control system has been carried out in this study. The load of permanent magnet type synchronous motor is not constant in this system. The cost function method has been used in obtaining the optimal gain of PI controller and the rotor position angle of phase controller has been compensated depending on the load and speed variation. This analysis also shows that the current of d-axis component is zero under the variable a load conditions and the torque per unit current can be maximized.

1. 서 론

최근에는 고도의 정확성이 요구되는 공작기계나 로보트등의 구동시스템에 브러시리스 직류전동기(Brushless DC motor : BLM) 또는 영구자석형 동기전동기(Permanent synchronous motor : PMSM)가 많이 사용되고 있다.

그 이유는 이들 전동기가 직류전동기의 결점인 브러시와 정류자에 의한 기계적 정류를 전자회로에 의한 정류로 바꾸어 주므로써 직류전동기와 같은 특성을 갖고 있기 때문이다. 더구나 이들 전동기는 회전자의 관성모멘트가 적어 가속성이 양호하고 브러시의 마찰손이 없어 효율이 직류전동기에 비하여 우수한 장점을 갖기도 한다.

이 PMSM을 가변속제어 하기 위하여 인버터로 운전주파수를 연속적으로 변환해야 한다.

또한 전동기의 속도를 정확하게 제어하고, 고효율로 운전하기 위하여 속도제어 및 위상제어 페루우프가 있어야한다. 그런데 근래에 와서 PMSM에 대한 벡터제어방식을 채택하여 가변속제어 및 고효율로 운전할 수 있는 시스템에 대한 연구가 B.K Bose 등에 의해 많이 발표된바[1),2),3)] 있으나 전동기에 대한 상태식의 유도나 전체 시스템에 대한 제어기 설계에 대하여는 언급되지 않고 있어 이에 대한 확장이 요구되고 있다.

*正 會 員 : 忠北大 工大 電氣工學科 敎授
**正 會 員 : 檀國大 工大 電子工學科 敎授·工博
接受日字 : 1988年 1月 27日
1次修正 : 1988年 3月 10日

특히 인버터 점호 위상제어루우프 설계는 다음과 같은 이유로 속도 및 부하변동에 대하여 점호각 위상을 보상하여 줄 필요성이 생긴다. 즉 회전자 위치에 해당하는 정현파형을 검출한 그 신호에 따라 인버어터의 점호위치가 결정되므로 속도나 부하에 따라 검출기의 최적위치가 취부 정확하게 조절되어야 한다.

만약 최적위치로부터 어긋난 각도를 ε이라 하면 고정자 권선에 흐르는 전류 $i_s = \frac{1}{K_T}\frac{Te}{\cos\varepsilon}$로 표시되므로 ε의 증가에 전류가 증가하여 발열, 소손할 우려성이 생기고 효율이 저하된다.[2]

따라서 본 논문에서는 속도나 부하의 변화에 대한 위상을 보상하기 위하여 고정자 권선의 전류를 C.T로 검출하고 3 상을 2 상으로 변환한다. 이 변환된 d, q축 전류값에 의하여 $\alpha_r = \text{the}^{-1}\frac{i_d}{i_q}$를 계산하고, 이를 검출된 위치에 위상을 보상하게 한다.

이상과 같은 제어기를 설계하기 위하여 동기속도로 회전하는 전동기의 회전자를 기준축 d축으로 하고 전압, 전류, 토오크에 대한 PARK식을 구한다. 그러나 이 식은 비선형 상태방정식이므로 이를 선형화 하기 위하여 정격상태에서 최적이 되도록 공칭동작점(nominal operating point)을 설정하여 Tayler 급수로 전개한다. 이 전개식에서 2 차항 이상을 무시하여 선형화된 근사식을 얻는다. 이 선형화 된 식을 토대로 제어기를 성능이 비교적 좋은 비례 적분기(PI Contoller)로 구성하였다. 그리고 최적이득의 평가기준이 되는 평가함수(Cost function)를 설정하고 공액경사법(Conjugate gradient method)을 이용하여 최적 이득을 구하였다.[4],[5] 이 시스템의 대상인 영구자석형 동기전동기는 4 극 3 상 정격출력 500W, 정격회전수 1200rpm 것을 선정하고 부하나 속도가 변동할 때에 회전자의 위치각 θ_r에 부하전류에 의한 제어각 α_r를 보상하여 인버터의 점호위치를 결정하여 주면 d축 성분 즉, 자속성분의 전류가 항시 최소가 되어 효율을 개선시킬 수 있음을 시뮬레이션에 의해 그 타당성을 확인하였다.

2. PMSM의 운전 시스템 및 수학적 모델링

2.1 운전시스템과 정상상태식

본 구동 시스템은 그림 1 과 같으며 구성요소는 속도제어 폐루우프, 콘버터 제어정류기, 위상제어폐

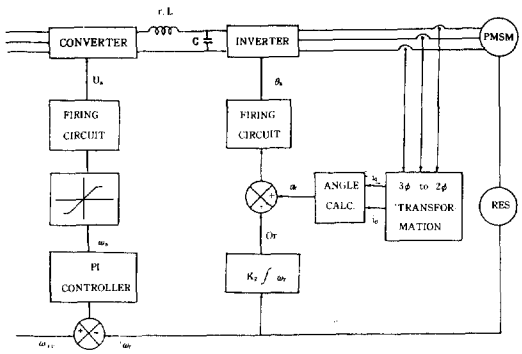

그림 1. VSI의 블럭도

Fig. 1. Biock diagram of VSI

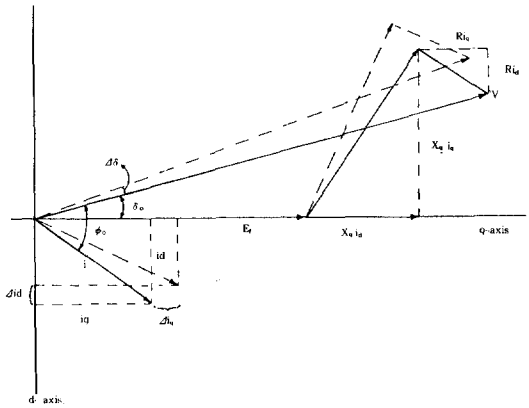

그림 2. PMSM의 페이저도

Fig. 2. Phasor diagram of PMSM

루우프 및 펄스폭 변조(PWM)에 의한 전압형 인버터(Voltage Source Inverter : VSI)로 구성되어 있다.

속도제어루우프는 기준속도 ω_{re}와 전동기에 직결된 검출기에 의해 구해진 회전자의 속도 ω_r와의 차를 비례적분기로 증폭시켜, 점호각에 따라 출력전압이 결정되는 제어정류기에 입력시킨다. 또한, 위상제어루우프는 속도에 비례하는 위치검출기의 정현파출력신호 θ_r에 앞절에서 기술한 α_r를 보상하여 그 값을 인버터의 게이팅신호(gating signal)로 한다.

그런데 대상인 동기전동기의 상태방정식 해석을 간략화하기 위하여 공극이 일정하고, 철손 및 자기포화, 전압과 전류의 고주파 등을 무시하여 방정식을 유도한다. 이때 동기속도로 회전하는 회전자의 자속축을 d축에 일치시키고 전동기에 대한 페이저도를 작성하면 그림 2 와 같다.[3]

이 때 정상상태식을 페이저도에서 d, q축 성분

의 공급전압의 식은 다음과 같이 표현되며

$$V_d = X_q i_q - R i_d \tag{1}$$

$$V_q = E_f + X_d i_d + R i_q \tag{2}$$

E_f는 고정자 권선에 유기되는 역기전력이고, X_d, X_q는 고정자 권선의 d, q축 성분의 리액턴스 값이다.

또한 고정자 권선에 흐르는 전류와 ω_r의 각속도로 회전하는 회전자 자속사이에서 발생하는 토오크는 식(3)으로 유도된다.

$$T_e = \frac{3}{\omega_r}\left\{\frac{E_f \cdot V}{X_d}\sin\delta - \frac{V^2}{2}\left(\frac{1}{X_d}-\frac{1}{X_q}\right)\sin 2\delta\right\} \tag{3}$$

여기서 δ는 토오크 각이고, 고정자권선의 저항 R은 리액턴스에 비하여 적기 때문에 이를 무시하였다.

2.2 PMSM의 운동방정식

임의의 부하상태하에서 d, q 一축 성분의 고정자 전류에 의한 쇄교자속수는 식(4), (5)와 같이 표현되고, d, q 축 성분의 공급전압의 상태방정식은 식(6), (7)로 표현된다.

$$\lambda_d = \lambda_f + L_d i_d \tag{4}$$

$$\lambda_q = L_q i_q \tag{5}$$

$$V_d = R i_d + \frac{d}{dt}\lambda_d - \lambda_q \tag{6}$$

$$V_q = R i_q + \frac{d}{dt}\lambda_q + \lambda_d \tag{7}$$

위의 식에서 λ_f는 회전자의 자속이고, L_d, L_q는 d, q축 성분의 인덕턴스를 실측한 값이다.[7), 8)]

한편, 고정자전류와 회전자자속사이의 발생 토오크 오크는

$$T_e = \frac{3}{2}P\{\lambda_f i_q + i_d i_q (L_d - L_q)\} \tag{8}$$

P : 자극 쌍수의, $K_T = \frac{3}{2}P$: 토오크 상수

로 표현되고, 전동기가 ω_r로 회전할 때의 운동방정식은

$$J\frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r + T_e = T_l \tag{9}$$

로 된다. 여기서 J는 관성모멘트, B는 점성 계수, T_l은 부하토오크이다.

그리고 토오크 각 δ의 변화율을 고정자권선에 공급한 주파수 ω_s와 회전자의 속도 ω_r와의 차이로 정의한다.

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_s \tag{10}$$

위와 같이 상태식을 유도하고 식(4), (5)를 식(6), (7)에, 식(9)를 식(10)에 대입한 식과 식(8)을 정리하면 비선형 방정식(11)을 얻을 수 있다.

$$X(t) = f(X, U, t) \tag{11}$$

여기서 상태변수 및 제어 입력변수 벡터는

$$X(t) = [i_q,\ i_d,\ \omega_r,\ \delta]^{Tr} \tag{12}$$

$$U(t) = [V_q,\ V_d,\ T_l,\ \omega_s]^{Tr} \tag{13}$$

이고, T_r은 전치행열을 뜻한다.

2.3 비선형 상태방정식의 선형화

초기상태의 공칭동작점 $X_o(t)$, 공칭제어입력 $U_o(t)$와 부하변화에 대한 미소변동을 $\triangle X(t)$, $\triangle U(t)$라 하면, $X(t) = X_o(t) + \triangle X(t)$, $U(t) = U_o(t) + \triangle U(t)$로 표현할 수 있다.

이 때에 비선형 상태방정식 (11)을 선형화하기 위하여 정격상태 즉, 공칭 동작점(nominal operating point) 주위에서 상태변수의 미소 변동에 대한 운동방정식을 Tayler 급수로 전개하고, 2차항 이상을 무시하면,

$$f(X_o + \triangle X,\ U_o + \triangle U,\ t) = f(X_o,\ U_o,\ t) + D_1[f(X_o, U_o, t)]\triangle X + D_2[f(X_o, U_o, t)]\triangle U \tag{14}$$

가 되고

$$\left.\begin{aligned} D_1[f(X_o, U_o, t)]\triangle X &= \left.\frac{\partial f}{\partial X}\right|_{[X_o, U_o]} \\ D_2[f(X_o, U_o, t)]\triangle U &= \left.\frac{\partial f}{\partial U}\right|_{[X_o, U_o]} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

이다.

따라서 식(11)로 표시된 비선형 상태 방정식을 식(14), (15)에 대입하여 정리하면 식(16)과 같이 표현된다.

$$\triangle X(t) = F\triangle X(t) + G\triangle U(t) \tag{16}$$

여기서

$$\triangle X(t) = [X_1(n),\ X_2(n),\ X_3(n),\ X_4(n)]^{Tr} \tag{16}$$

$$= [\triangle i_q,\ \triangle i_d,\ \triangle\omega_r,\ \triangle\delta]^{Tr} \tag{17}$$

$$\triangle U(t) = [\triangle V_q,\ \triangle V_d,\ \triangle T_l,\ \triangle\omega_s]^{Tr} \tag{18}$$

$$F=D_1[f(X_o, U_o, t)]$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R}{L_q} \\ -\frac{R}{L_d} & \frac{L_q}{L_d} \\ \frac{K_T i_q (L_d-L_q)}{J} & \frac{K_T\lambda_f + i_d(L_d-L_q)}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{\lambda_f + L_d i_d}{L_q} & -\frac{V\cdot\sin\delta_o}{L_q} \\ \frac{L_q i_q}{L_d} & \frac{V\cdot\cos\delta_o}{L_d} \\ -\frac{B}{J} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$G=D_2[f(X_o, U_o, t)]$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} \quad (20)$$

2.4 속도 제어 루우프

전압형 인버터의 출력 파형이 3상 정현파라 하면,

$$\left.\begin{aligned} U_a(t) &= U_s\cos\omega_s t \\ U_b(t) &= U_s\cos\left(\omega_s t-\frac{3}{2}\pi\right) \\ U_c(t) &= U_s\cos\left(\omega_s t+\frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

로 되고,
전동기의 회전자가 동기속도 ω_s로 회전하는 d, q축 성분으로 변환하면

$$\left.\begin{aligned} V_q(t) &= U_s \\ V_d(t) &\triangleq 0 \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

으로 된다.

즉, 고정자의 d축 전압은 정상 상태뿐만 아니라 과도상태에서도 항상 0이 되며 고정자의 q축 전압은 기본파의 최대 크기이다.

또한 회전속도 변화에 대한 콘버어터의 출력전압을 일정전압 주파수 방식으로 채택하면

$$\triangle U_s(t) = K_b\triangle\omega_s(t) \quad (23)$$

이며, K_b는 F/V 변환기의 이득이다.

따라서 식(22)와 (23)을 식(18)과 (20)에 대입하여 정리하면 식(24)가 된다.

$$G'=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{J} & 0 \\ \frac{K_b}{L_q} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{Tr} \quad (24)$$

$$U=[\triangle T \quad \triangle\omega_s]$$

위와 같이 아나로그의 값으로 표현된 식(16)과 (24)를 디지탈 상태방정식으로 나타내면 아래와 같다.

$$X[(n+1)T]=\phi(T)X(nT)+\theta(T)U(nT) \quad (25)$$

여기서

$$\phi(T)=\exp FT=\{a_{ij}\} \quad (26)$$

$$\theta(T)=\int_0^T F(T-\tau)\,G(\tau)\,d\tau=\{b_{ij}\} \quad (27)$$

이고, T는 샘플링 주기, n은 정수이다.

한편, 속도 제어기로써 비례·적분기(PI controlle troller)를 사용했을 때 전달함수는

$$G(S)=\frac{1}{S}K_i+K_p \quad (28)$$

로 표시되고 후향 차분방정식(Backward difference method)으로 식(28)을 Z변환하면

$$G(Z)=\frac{(K_p+K_iT)Z-K_p}{Z-1} \quad (29)$$

이고, K_i, K_p는 적분기 및 비례기의 이득이다.

따라서 속도 제어기의 출력은

$$\triangle\omega_s(Z)=\frac{(K_p+K_iT)Z-K_p}{Z-1}(\triangle\omega_{re}-\triangle\omega_r) \quad (30)$$

가 된다.

또한 새로운 함수 $\triangle\alpha(z)$를 식(31)과 같이 정의하고 식(31)을 차분 방정식으로 표시하면 식(32)와 같이 이 된다.[10]

$$\triangle\alpha(Z)=\frac{\triangle\omega_{re}(Z)-\triangle\omega(Z)}{Z-1} \quad (31)$$

$$\alpha(n+1)=\triangle\alpha(n)+\triangle\omega_{re}(n)-\triangle\omega(n) \quad (32)$$

여기서 새로운 상태변수 $\triangle\alpha(n)=x_5$로 설정하고, 속도 명령의 변화가 없으면 $\triangle\omega_{re}=0$ 이므로 식(32)는

$$x_5(n+1)=x_5(n)-x_3(n) \tag{33}$$

이고, 식 (30)에 식 (33)을 대입하여 차분방정식으로 표시하면

$$\begin{aligned}\triangle\omega_s(n)=&K_iTX_5(n)+(K_p+KiT)\{-X_3(n)\}\\&+(K_p+KiT)\ \triangle\omega_{re}(n)\end{aligned} \tag{34}$$

이 된다.

따라서 속도 제어루우프를 포함한 상태방정식은

$$X_c(n+1)=A_cX_c(n)+B_cU_c(n) \tag{35}$$

으로 나타낼 수 있고

상태변수와 입력변수는

$$\begin{aligned}&X_c(n)=[X_1(n),\ X_2(n),\ X_3(n),\ X_4(n),\ X_5(n)]^{Tr}\\&U_c(n=[\triangle T_l,\ \triangle\omega_{re}]^{Tr}\end{aligned} \tag{36}$$

이다. 여기서

$$A_c=\begin{Bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}+b_{12}(-K_p-K_iT) & a_{14} & b_{12}K_iT\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}+b_{22}(-K_p-K_iT) & a_{24} & b_{22}K_iT\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}+b_{32}(-K_p-K_iT) & a_{34} & b_{32}K_iT\\ a_{41} & a_{42} & a_{43}+b_{42}(-K_p-K_iT) & a_{44} & b_{42}K_iT\end{Bmatrix} \tag{37}$$

$$B_c=\begin{Bmatrix}b_{11} & b_{21} & b_{31}\\ b_{12}(K_p+K_iT) & b_{22}(K_p+K_iT) & b_{32}(K_p+K_iT)\\ b_{41} & 0\\ b_{42}(K_p+K_iT) & 1\end{Bmatrix}^{Tr} \tag{38}$$

이다. 이 때에 A_c, B_c의 각 요소값은 식(26), (27)로부터 얻어진다.

2.5 위상제어 루우프

고정자 전류를 C·T로 검출하고, 검출된 3상 전류를 i_a, i_b, i_c라고 할 때 식 (39)에 의하여 2상으로 변환할 수 있다.[10]

$$\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta_r & \cos\left(\theta_r-\frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta_r+\frac{2}{3}\pi\right)\\ \sin\theta_r & \sin\left(\theta_r-\frac{2}{3}\pi\right) & \sin\left(\theta_r+\frac{2}{3}\pi\right)\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_a\\ i_b\\ i_c\end{bmatrix} \tag{39}$$

여기서 θ_r은 회전자의 위치각이다.

또 상변환된 d축 성분 전류 i_d와 q-축 성분전류 i_q사이의 각은 그림 2 에서

$$\alpha_r=\tan^{-1}\frac{i_d}{i_q} \tag{40}$$

가 되고, 좌표변환 및 식(40)의 계산에 한 샘플링 시간이 지연된다고 가정하여 부하전류의 미소변화에 대한 식 (40)의 차분방정식은

$$\triangle\alpha_r(n+1)=\triangle\alpha_r(n) \tag{41}$$

으로 표시할 수 있다. 여기서 새로운 상태변수를 $\triangle\alpha_r(n)\triangleq X_6(n)$으로 정의하고 고정자 권선에 공급되는 전압의 위상을 $(\theta_r+\triangle\alpha_r)$이 되도록 결정하면 발생토오크가 최대로 된다. 이 위상제어 루우프를 실현하기 위하여 식(39), (40)을 컴퓨터로 계산하여 부하에 대한 위상보상 회로를 그림 1. 과 같이 구성할 수 있다. 따라서 부하변화에 따른 인버터의 점호각 θ_s는 식(42)로 되고 점호각 θ_s의 미소변화분을 Z-변환하여 차분방정식으로 표현하면 식(43)이 된다.

$$\theta_s=K_2\int\omega_r dt+\alpha_r(t) \tag{42}$$

$$\triangle\theta_s(n+1)=\triangle\theta_s(n)+K_2T\omega_r(n)+\alpha_r(n) \tag{43}$$

위의 식에서 K_2는 설정동작점에서 부하전류가 최소로 되는 검출기의 위치각 즉 회전자의 위치각으로 전류와의 위상차가 90°일때를 1로 기준으로 하고 어긋난 각에 따라 감소하는 것으로 하였다.

그리고 새로운 상태변수 $\triangle\theta_s(n)\triangleq X_7(n)$으로 정의하면 식(43)은

$$X_6(n+1)=X_6+K_2TX_3+K_3 \tag{44}$$

으로 된다.

이상과 같이 속도및 위상제어루우프를 포함한 전시스템의 상태벡터는 식(36), (44)를 정리하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X_{c\theta}(n+1)\triangleq A_{c\theta}(n)+B_{c\theta}U_{c\theta}(n) \tag{45}$$

여기서

$$\begin{aligned}X_{c\theta}(n)=&[X_1(n),\ X_2(n),\ X_3(n),\ X_4(n),\ X_5(n),\\&X_6(n),\ X_7(n)]^{Tr}\\=&[\triangle i_q,\ \triangle i_d,\ \triangle\omega_r,\ \triangle\delta,\ \triangle\alpha,\ \triangle\alpha_r,\\&\triangle\theta_s]^{Tr}\end{aligned} \tag{46}$$

$$U_{c\theta}(n)=[\triangle T_l,\ \triangle\omega_{re}]^{Tr} \tag{47}$$

$$A_{c\theta}=\begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}+b_{12}(-K_p-K_iT) & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23}+b_{22}(-K_p-K_iT) & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}+b_{32}(-K_p-K_iT) & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43}+b_{42}(-K_p-K_iT) & a_{44} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_2T & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{matrix} b_{12}K_iT & 0 & 0 \\ b_{22}K_iT & 0 & 0 \\ b_{32}K_iT & 0 & 0 \\ b_{42}K_iT & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix}\Bigg\} \tag{48}$$

$$B_{c\theta}=\begin{Bmatrix} b_{11} & b_{21} & \\ b_{12}(K_p+K_iT) & b_{22}(K_p+K_iT) & \\ b_{31} & b_{41} & 0\ 0\ 0 \\ b_{32}(K_p+K_iT) & b_{42}(K_p+K_iT) & 1\ 0\ 0 \end{Bmatrix}^{Tr}$$

이다. (49)

3. 안정 영역내에서 최적이득 설계

본 장에서는 식 (37)에 대하여 안정도를 보장하는 K_p, K_i의 계수공간을 구하고, 그 영역내에 존재하는 K_p, K_i쌍 중 주어진 평가함수를 만족하는 최적이득을 구한다.

전동기의 동작점이 결정되면 식 (26), (27)에 의하여 식 (37)의 각 계수값이 주어지므로 임의의 K_p, K_i에 대해 행열 A_c의 고유치를 구할 수 있다.

제어기를 포함한 폐루프 시스템이 안정하기 위해서는 식 (35)의 모든 고유치가 단위원내에 존재해야 하므로 K_p, K_i를 안정 영역의 한계치로 설정한다. 주어진 동작점에 대해 안정한 이득 공간이 구해지면 최적이득 설계는 요구되는 평가함수를 고려하여 K_p, K_i를 구하는 문제로 귀착된다.

최적이득을 주는 평가함수는 제어 입력을 제한하면서 즉, 부하 토오크의 변화나 기준 입력의 변화에 대해 최적의 과도상태를 갖도록 다음 식으로 정의한다.

$$J\triangleq T_o\sum_{i=0}^{N-1}[Q_1X_3^2(i)+Q_2\triangle\omega_s^2(i)]+Q_3X_3^2(n) \tag{50}$$

여기서 T_o는 샘플링 주기이며 Q_i는 가중치를 나타낸다. 식(50)의 우변 1항은 t=0에서 (N−1) T_o까지의 과도상태를, 두번째항은 최종치를 나타낸다.

따라서 최적 이득 설계는 식(35)의 상태방정식에 대해 평가함수의 식(50)을 최소화하는 K_p, K_i의 최적화 기법으로 공액경사법(Conjuagte gradient descent method ; CGD)을 사용하였다.

먼저 식 (34)와 (50)으로부터 확장 상태변수 X_7을 정의한다.

$$X_7(n+1)\triangleq X_7(n)+T_o\{Q_1X_3(n)+Q_2\{K_iT_oX_5(n)-(K_p+K_iT_o)X_3(n)+(K_p+K_iT_o)\triangle\omega_{re}(n)\}^2\} \tag{51}$$

$X_c(n)$에 새로운 변수 $X_7(n)$을 확장시킨 상태변수 벡터 $X_e(n)$은 다음식이 된다.

$$X_e(n)=[X_1(n),\ X_2(n),\ X_3(n),\ X_4(n),\ X_5(n),\ X_6(n),\ X_7(n)]^{Tr} \tag{52}$$

따라서 $X_e(n)$에 대한 비선형 함수는

$$X_e(n+1)=f\{X_e(n),\ Z\} \tag{53}$$

여기서, $Z\triangleq[K_p,\ K_i]^{Tr}$ 이다.

이때 CGD에 의한 최적치 Z의 계산 알고리즘은 다음과 같다.

스텝 1 : 안정이득 공간내의 초기치 Z_o을 선정한다.

스텝 2 : 경사벡터 g_i, 공액경사벡터 d_i를 계산한다.

$$g_i=\sum_{j=0}^{N-1}f_z[X_e(j),\ Z]^{Tr}\lambda(j+1) \tag{54}$$

$$d_o=-g_o\ (i=1) \tag{55}$$

$$d_i=-g_i+\beta_id_{i-1}\quad (i>1) \tag{56}$$

여기서

$$f_z(X_e,\ Z)_{i,j}\triangleq\frac{\partial f_i(X_e,\ Z)}{\partial Z_j} \tag{57}$$

$$\lambda(n-1)=f_x[X_e(n-1),\ Z]^{Tr} \tag{58}$$

$$\lambda(N)=\nabla_xJ\{X_e(n)\}|_{x(n)}=X_e(n) \tag{59}$$

$$f_x\triangleq(X_e,\ Z)_{i,j}=\frac{\partial f_i(X_e,\ Z)}{\partial X_{ej}} \tag{59}$$

$$\beta_i=\frac{\|g_i\|^2}{\|g_{i-1}\|^2} \tag{60}$$

스텝 3 : 스텝크기 α_i를 계산한다.

$$\alpha_i\triangleq\min(Z_i+\alpha_i)$$

스텝 4 : Z_{i+1}을 계산한다.

$$Z_{i+1}=Z_i+\alpha_id_i$$

스텝 5 : SG(i+1), j(j+1)을 계산하여 기준치 이내로 수렴하여 계산을 완료하고 그 때의 Z_{i+1}을 최적이득으로 한다. 그렇지 않으면 스텝 2로 돌아가 반복 계산한다.

4. 시뮬레이션 결과와 분석

대상 전동기는 영구자석형 동기전동기로 사양은 4극 3상, 정격전압 V=200(V). 정격전류 I= 4(A) 정격출력 500(W) rmp=1200이다.

공칭 동작점을 정격상태로 설정 하였을 때 전동기의 각 정수는 다음과 같다.

$R=0.405[\Omega]$	$L_d=13.5\times10^{-3}$[H]
$J=0.11$[kg. m. sec^2]	$L_q=23.5\times10^{-3}$[H]
$B=0$	$\omega_r=251.2$[rad/sec]
$V=200$[V]	$i_d=-0.1465$[A]
$\lambda_f=0.375$[Wb]	$i_q=4.197$[A]
$K_b=3$[V/rps]	$N=4$, $\delta_0=17.33°$

위의 것에 따라 상태방정식 (16)의 F, G′는 식 (19), (20)에 의하여 계산하면 다음과 같다.

$$F=\begin{bmatrix} -8.645\times10^{-1} & -4.885\times10^{-2} \\ 3.2619\times10^{-2} & -8.790\times10^{-1} \\ -8.709\times10^{-2} & -1.559\times10^{-2} \\ -4.802\times10^{4} & 5.4598\times10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 9.293\times10^{-2} & -2.764\times10 \\ -4.065\times10^{-1} & -6.111\times10 \\ 9.6698\times10^{-1} & -8.175 \\ 9.9188\times10^{-3} & 9.7916\times10^{-1} \end{matrix}\Bigg]$$

$$G'=\begin{bmatrix} -1.258\times10^{2} & -9.714\times10^{-1} \\ 2.792\times10^{-2} & -7.914\times10^{-1} \\ -9.203\times10^{-2} & -2.743\times10^{-2} \\ -4.572\times10^{-4} & -9.214\times10^{-3} \end{bmatrix}$$

샘플링 주기는 인버터의 출력주파수를 최고 60 Hz로 하고 전압 및 전류의 고조파 성분을 고려하여 0.01(sec)로 선택하였으며, K_p, K_I의 안정영역은 식 (35)의 모든 고유치가 단위 원내에 존재할 수 있는 영역으로 그림 3의 곡선으로 둘러 쌓인 내부이고 (−)영역의 한계치는 $K_I=-34.4$이다.

한편 K_p, K_I의 최적이득의 값은 평가함수인 식 (50)으로부터 가중치를 변화시켜 가며 C. G. D 알고리즘으로 구한 값은 $K_p=0.264$, $K_I=-0.035$이고, 이 때에 가중치는 $Q_1=1$, $Q_2=5$, $Q_3=1$ 이었다.

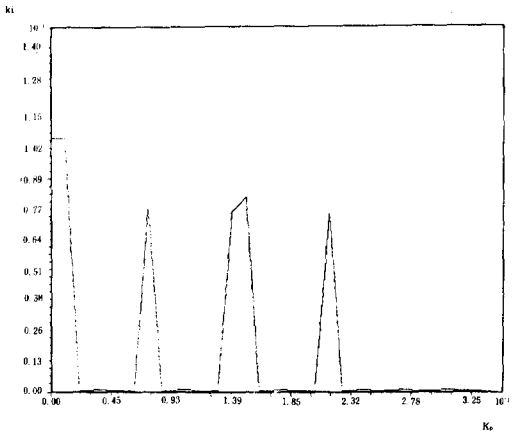

그림 3. K_p, Ki의 안정 영역
Fig. 3. Stable region of K_p, K_I

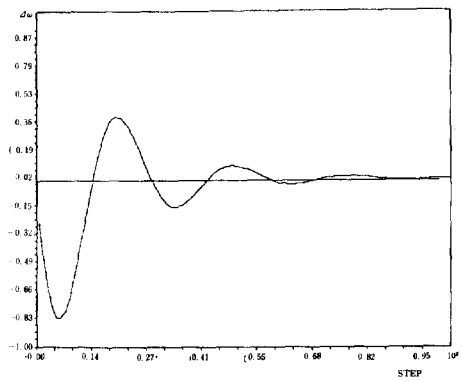

그림 4. a) $\triangle T_l=1$로 하였을 때 속도의 과도응답
Fig. 4. a) Transint response of speed for unit step change in load torque ($K_p=0.04$, $K_I=0.0001$, 0.03sec/step)

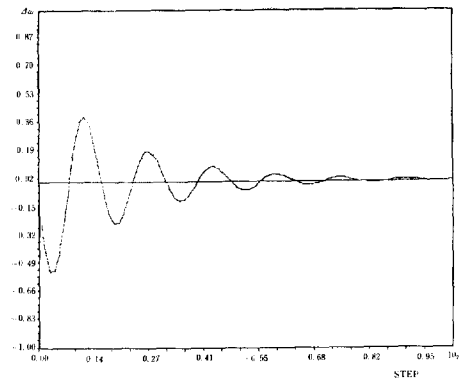

그림 4. (b) $\triangle T_l=1$로 하였을 때 속도의 과도응답
Fig. 4. (b) Transient response of speed for unit step change in lood torque ($K_p=0.264$, $K_I=-0.035$, 0.03sec/step)

그림 4.(a), (b)는 앞에서 구한 최적이득값의 특성을 알기 위하여 부하토오크를 단위스텝으로 변화시켰을 때의 속도에 대한 과도응답으로 그림 (a)는 안정영역내의 임의의 이득 $K_p=0.04$, $K_I=0.0001$에 대한 경우이고 (b)는 최적이득 $K_p=0.264$, $K_I=0.035$의 경우로 그림 (b)가 그림 (a)보다 오우버슈우트(over-shoot) 및 정착시간(settling time)이 개선되었음을 보여주고 있다.

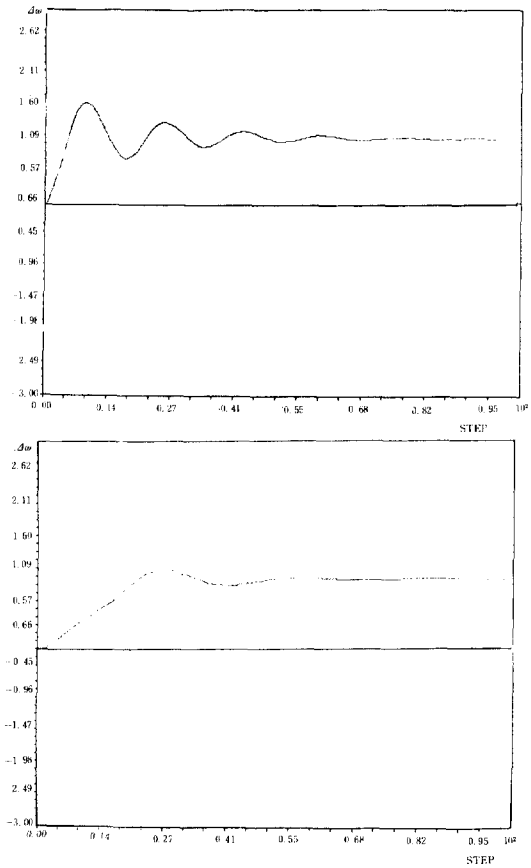

그림 5. (a)$\triangle\omega_s=1$로 하였을 때 속도의 과도응답

Fig. 5. (a)Transient response of speed for step change in speed ($K_p=0.04$, $K_I=0.0001$, 0.03sec/step)

그림 5. (b)$\triangle\omega_s=1$로 하였을 때 속도의 과도응답

Fig. 5. (b)Transient response of speed for unit step change in speed ($K_p=0.264$, $K_I=-0.035$, 0.03sec/step)

그리고 그림 5.(a), (b)는 위와 같은 이득의 값으로 부하토오크의 변화를 0으로 하고 기준속도의 변화

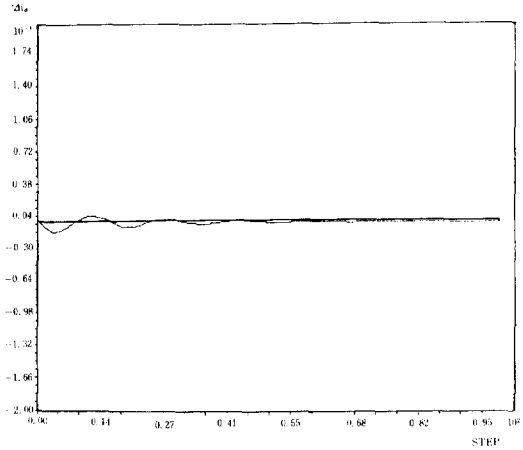

그림 6. $\triangle T_l=1$로 하였을 때 i_d의 과도응답

Fig. 6. Transient response of i_d for unit step change in load torque ($K_p=0.264$, $K_I=0.035$, 0.03sec/step)

를 1로 단위계단 증가시켰을 때 속도의 과도응답으로 오우버슈우트 및 정착시간 등이 상당히 개선되었음을 보여주고 있다.

한편 그림 6.은 부하를 단위 스텝으로 변화시켰을 때 부하전류의 d축 성분 i_d의 변화분에 대한 과도응답으로 변화분이 0으로 수렴됨을 보여준것은 식(8)로부터 고효율로 전동기를 운전할 수 있음을 뜻한다.

5. 결 론

본 논문에서는 영구자석형 동기전동기가 속도 및 부하가 변화하는 경우에도 효율이 양호하게 운전할 수 있는 방법을 연구 제시하였다. 즉 회전자의 위치각과 부하전류를 각각 검출하여 이에 따라 전원을 공급하는 인버터의 최적 점호각을 정하여 주므로써 자속성분 전류인 i_d가 항상 최소가 되어 고효율로 운전하기 위한 제어기의 한 모델을 제시하였다.

또한 이를 설계하기 위하여 이 제어시스템의 수학적인 모델을 정하였고, 평가함수를 설정하여 C·G.D알고리즘에 의해 제어기의 최적이득을 구하였다. 이로써 제어기의 응답특성이 양호함을 시뮬레이션을 통하여 입증하므로써 제어기를 최적으로 설계할 수 있는 이론적 근거를 제시하였다.

참 고 문 헌

1) B.K. Bose, "Mirocomputer Based control apparatus for aload commutated inverter synchronous machine drive system," U.S. patent 4,276,505, June 30, 1981.

2) J.Leimgruder, "stationary and dynamic behavior of a speed controlled synchronous motor with cos ϕ or commutation limit controll, "conf. R. c. IFAC symp.on control in power elec. and electrical drives, pp.463-473, 1977.

3) Prasad Enjeti: "parameter estimation and dynamic performance of permanent megnet synchronous motor", IEEE, IAS conf. 1985, pp.627-633.

4) 전태원: "마이크로 프로세서에 관한 유동전동기 구동 시스템의 최적이득에 관한 연구". 서울대학교, 박사학위 논문. 1987. 8

5) Lawrence Hasdorff: "Gradent optimization and nonlinear control", Jhon Wiley and Sons, 1976. pp. 39-82.

6) Soon chan Hong: "Microprocessor-Based High-Efficiency drive of a dcmotor", IEEE.Transactions on industrial electronics, vol.IEEE-34, No.4, Nov.1987.

7) Miller T.J.E: "Methods of testing permanent magnet synchronous motor", IEEE IAS conf. 1981. pp. 494-499.

8) Sugiyama T,Nishiwaki T, Takeda S, Abs S: "Measurments synchronous machine parameters operating conditions", IEEE Trans, 1982, PAS-101, pp.894--904.

9) G.R Siemon: "Stabilty of a synchronous motor drive using a current source inverter with power factor control", IEEE Transactions on power Apparatus and systems, vol. PAS-98, No. 5, Sept / Oct. 1987.

10) Tian-Hua Liu: "Microprocessor-based motion controll of a permanent magnet synchronous motor", IEEE IECON '86, pp.563-568, vol. 2.