

<論 文>

# 均一두께의 環狀핀에서 週期的 過渡應答 特性에 관한 研究

金 光 洙\*

(1987年 7月 24日 接受)

## A Study on the Periodic Transient Response Characteristics in Annular Fin with Uniform Thickness

Kwang Soo Kim

**Key Words :** Sustained Solution(持續解), Transcendental Equation(超越方程式), Truncation Error(切斷誤差), Amplitude Parameter(크기變數), Phase Difference(位相差), Heat Flow Rate(熱流動率)

### Abstract

This study presents an analysis of periodic heat diffusion in an annular fin with uniform thickness. When the temperature of the fin base is changed in the form of a sinusoidal function, the exact temperature solution can be obtained by Laplace transformation in terms of the dimensionless parameters in the infinite series. Local heat flux and average heat flux, local fin efficiency and average fin efficiency were obtained. Particularly, the table of eigenvalues that are the indispensable condition in solving the heat transfer problem of annular fin in a transient state with convection phenomena at the fin edge is provided. The tables of heat fluxes and average heat fluxes, fin efficiencies and average fin efficiencies are also provided from the computed results. Also, substituting the variations of dimensionless parameters into the these exact solutions, the characteristics of these response are investigated.

### 記 號 說 明

$A$  : 無次元 振幅크기變數 ( $A = \frac{T_{BM} - T_o}{T_o - T_\infty}$ )

$A_1$  : 無次元 變數 ( $A_1 = m^2 + S$ )

$B$  : 無次元 周波數變數 ( $B = \frac{\omega(r_b - r_a)^2}{\alpha}$ )

$B_i$  : Biot數 ( $B_i = \frac{h_b(r_b - r_a)}{k}$ )

$h$  : 對流熱傳達係數

$I_{n(x)}, K_{n(x)}$  : 修正 Bessel 函數

$J_{n(x)}, Y_{n(x)}$  : Bessel 函數

$k$  : 熱傳導係數

$m$  : 無次元 環變數 ( $m = \left(\frac{2h}{k\delta}\right)^{\frac{1}{2}}(r_b - r_a)$ )

$N$  : 常數 식(18)

$q_o$  : 環바탕의 熱流動率

$R$  : 無次元 길이變數 ( $R = \frac{r}{r_b - r_a}$ )

$r$  : 半徑

$S_A, S_B, T_A, T_B$  : 超越方程式 식(10)

$T$  : 溫度

\* 正會員, 서울産業大學 機械工學科

$T_B$  : 바탕溫度  
 $t$  : 時間

**그리스 文字**

$\alpha$  : 熱擴散係數  
 $\gamma$  : 常數 식 (9)  
 $\delta$  : 핀두께  
 $\eta$  : 핀效率 식 (18)  
 $\bar{\eta}$  : 平均 핀效率 식 (20)  
 $\theta$  : 無次元 溫度 ( $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty}$ )  
 $\Phi$  :  $\theta$ 에 대한 Laplace 變換 ( $\Phi = \int_0^\infty e^{-s\tau} \theta d\tau$ )  
 $\lambda_n$  : 固有值  
 $\rho$  :  $S = -m^2$ 에 中心을 둔 가상반지름  
 $\tau$  : 無次元 時間 ( $\tau = \frac{at}{(r_o - r_a)^2}$ )  
 $\bar{Q}$  : 無次元 熱流束 식 (13)  
 $\bar{Q}$  : 平均 熱流束 식 (15)  
 $\omega$  : 周波數

**下 添 字**

$A, a$  : 바탕  
 $B, b$  : 先端  
 $BM$  : 最大바탕  
 $ideal$  : 理想的  
 $N$  : 半徑方向의 任意位置  
 $O$  : 바탕平均  
 $\infty$  : 周圍

**1. 序 論**

傳熱現象을 促進시키기 위한 擴張表面에 대한 解析은 주로 定常狀態로 局限되어 많은 研究가 이루어졌다(1~4).

最近에는 迅速한 溫度變化에 따라 민감한 應答을 나타내는 溫度制御 計測器機 등을 設計하는 경우에는 製品에 대한 安定性을 위해 過渡狀態에 대한 광범위한 知識까지 要求되고 있는 實情이다.

특히 現象 핀에 대한 過渡熱傳達問題는 Chapman에 의해 研究가 試圖되었으며, 그는 핀 바탕의 溫度가 階段函數로 變化할 때 變數分離法으로 解析하였다.

Aziz(5)는 핀 바탕의 溫度가 調和函數일 때 複素數法으로 持續解를 얻었다.

Suryanarayana(6)는 直線 핀에 대해 핀 바탕의 溫度 및 熱流束이 階段函數, 調和函數로 變化할 때 Laplace變換法으로 各各의 精密解를 提示하였다.

손 등(7)은 핀 바탕의 溫度가 階段函數, 調和函數 및 指數函數型일 때 Laplace變換法에 의해 溫度分布 및 熱流束에 대한 精密解를 各各 구하였다.

그러나 이들의 研究에서는 핀 先端에서의 對流現象을 考慮하지 않았다.

서 등(8,9)은 핀 先端에서의 對流現象까지 考慮한 直線핀과 環狀 핀에 대해, 핀 바탕의 溫度 및 熱流束이 階段函數로 變化할 때 熱平衡積分法으로 溫度分布 및 熱流束에 대한 二次元 近似解를 구하였다. 하지만 二次元の 精密解는 一次元보다 解를 얻기가 難解할 뿐만 아니라 解의 形態도 複雜하다. 또한 핀의 設計에서는 주로 縱橫比가  $\frac{1}{10}$  이內이며, 이 때 Biot數를 算定하면 대개  $\frac{1}{10}$  以下이므로 特殊한 경우를 除外하고는 一次元の 解析結果로써 應用이 充分하였다(5~7,10~12).

특히 핀 周圍의 對流現象을 考慮하여 設定한 環狀핀에 대한 過渡熱傳達 方程式에서의 精密解에 대한 解析은 一次元으로 이루어졌다. 왜냐하면 Laplace變換法으로 二次元の 解를 구하고자 할 때, Laplace逆變換過程(7,13~15)이 難解하여 결국 解를 얻기가 困難하기 때문이다.

本 研究는 環狀핀에서 핀 바탕의 溫度가 週期的으로 變化할 때, 핀 周圍 뿐만 아니라 핀 先端에서의 對流現象을 考慮한 過渡 傳熱에 대한 解析이다.

解析方法으로는 Laplace變換法에 의해 溫度分布式을 얻고, 이로부터 熱流束과 平均 熱流束, 핀 效率과 平均 핀 效率에 대한 精密解를 各各 구하였다.

특히 핀 周圍 뿐만 아니라 핀 先端에서의 對流現象을 考慮한 過渡 傳熱問題에서 必須의인 先決課題인 固有值들을 구하는 프로그램을 開發하여, 이로부터 半徑比와 Biot數에 따른 固有值들을 表로 나타내었다.

또한 精密解로부터 관련 無次元變數들의 變化가 環狀 핀에 대한 傳熱 應答特性에 미치는 影響을 알아보기 위해 電算處理 結果로써 分析하였으며, 그중 熱流束과 平均 熱流束, 핀 效率과 平均 핀 效率에 대한 結果를 表로 나타내었다.

**2. 理論解析**

環狀 핀의 形狀은 Fig. 1과 같고, 解析에 앞서

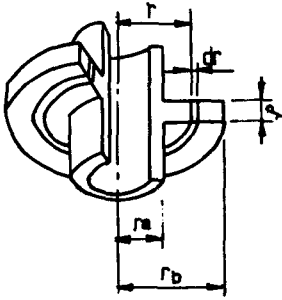


Fig. 1 The coordinate system of an annular fin

핀의 傳熱은 一次元<sup>(5~7,10~12)</sup>이고, 핀 材質의 熱物性値는 溫度變化에 無關하게 一定하며, 핀 自體의 內部熱源은 없고, 핀에서의 幅射熱傳達은 考慮치 않는다고 假定한다.

핀 바탕의 溫度( $T_b$ )가 Fig. 2와 같이 週期的으로 變化할 때, 핀에 대한 熱擴散方程式과  $T_b$ 는 다음과 같이 各各 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}) - \frac{2h}{k\delta} (T - T_\infty) = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

初期 및 境界條件은

$$t \leq 0 \text{ 일 때 } T = T_\infty \quad (2a)$$

$$t > 0 \text{ 일 때 } r = r_a \text{ 에서 } T = T_B \quad (2b)$$

$$r = r_b \text{ 에서 } -k \frac{\partial T}{\partial r} = h_b (T - T_\infty) \quad (2c)$$

이다. 이 때 式(2b)에서  $T_B$ 는

$$T_B = T_o + (T_o - T_\infty) A \cos \omega t, \quad 0 < A < 1 \quad (3)$$

이며 여기서  $A = \frac{T_{BM} - T_o}{T_o - T_\infty}$ 이다.

$$\Phi(R, S)$$

$$= \frac{(1+A) \{ [\sqrt{A_1} K_1(\sqrt{A_1} R_B) - B_i K_o(\sqrt{A_1} R_B)] I_o(\sqrt{A_1} R) + [\sqrt{A_1} I_1(\sqrt{A_1} R_B) + B_i I_o(\sqrt{A_1} R_B)] K_o(\sqrt{A_1} R) \}}{S \{ I_o(\sqrt{A_1} R_A) [\sqrt{A_1} K_1(\sqrt{A_1} R_B) - B_i K_o(\sqrt{A_1} R_B)] + K_o(\sqrt{A_1} R_A) [\sqrt{A_1} I_1(\sqrt{A_1} R_B) + B_i I_o(\sqrt{A_1} R_B)] \}} - \frac{AB^2}{(S^2 + B^2)} \frac{1}{S} \frac{\{ [\sqrt{A_1} K_1(\sqrt{A_1} R_B) - B_i K_o(\sqrt{A_1} R_B)] I_o(\sqrt{A_1} R) + [\sqrt{A_1} I_1(\sqrt{A_1} R_B) + B_i I_o(\sqrt{A_1} R_B)] K_o(\sqrt{A_1} R) \}}{I_o(\sqrt{A_1} R_A) [\sqrt{A_1} K_1(\sqrt{A_1} R_B) - B_i K_o(\sqrt{A_1} R_B)] + K_o(\sqrt{A_1} R_A) [\sqrt{A_1} I_1(\sqrt{A_1} R_B) + B_i I_o(\sqrt{A_1} R_B)]} \quad (8)$$

이며 여기서  $A_1 = m^2 + S$ 이다.

式(8)을 Laplace 逆變換公式<sup>(10)</sup>에 代入하여 整理하면  $\theta(R, \tau)$ 는 다음 式으로 表示할 수 있다.

$$\theta(R, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{r-i\infty}^{\tau+i\infty} e^{s\tau} \Phi(S, \tau) ds = Res(O) + \sum_{n=1}^{\infty} Res(-m^2 - \lambda n^2) = (1+A) \left\{ \left[ \frac{I_o(mR) + \gamma K_o(mR)}{I_o(mR_A) + \gamma K_o(mR_A)} \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \right.$$

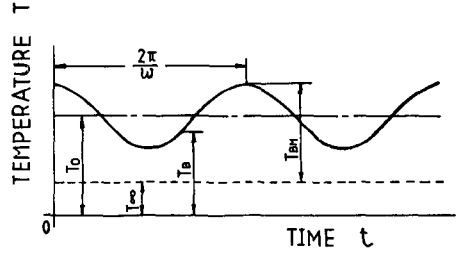


Fig. 2 The sinusoidal base temperature

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty}, \quad R = \frac{r}{r_b - r_a}, \quad \tau = \frac{at}{(r_b - r_a)^2} \text{를 利}$$

用하고  $m = \left( \frac{2h}{k\delta} \right)^{1/2} (r_b - r_a)$ 로 定義하여 式(1), (2)

및 (3)을 無次元化하면 다음과 같다.

즉 一次元<sup>(5~7,10~12)</sup>이고,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \frac{\partial \theta}{\partial R}) - m^2 \theta = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (4)$$

$$\tau \leq 0 \text{ 일 때 } \theta = 0 \quad (5a)$$

$$\tau > 0 \text{ 일 때 } R = R_A \text{ 에서 } \theta = 1 + A \cos B\tau \quad (5b)$$

$$R = R_B \text{ 에서 } \frac{\partial \theta}{\partial R} = -B_i \theta \quad (5c)$$

式(5b), (5c)에서  $B = \frac{\omega(r_b - r_a)^2}{a}$ ,

$$B_i = \frac{h_b(r_b - r_a)}{k} \text{이다.}$$

式(4), (5)를 Laplace變換하면

$$\frac{d^2 \Phi}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dR} - (m^2 + S) \Phi = 0 \quad (6)$$

$$\tau \leq 0 \text{ 일 때 } \Phi = 0 \quad (7a)$$

$$\tau > 0 \text{ 일 때 } R = R_A \text{ 에서 } \Phi = \frac{1}{S} + \frac{AS}{S^2 + B^2} \quad (7b)$$

$$R = R_B \text{ 에서 } \frac{d\Phi}{dR} = -B_i \Phi \quad (7c)$$

이다. 式(6), (7)에 대한 解  $\Phi(R, S)$ 는

$$\begin{aligned}
 & \frac{e^{-(m^2+\lambda_n^2)\tau} \lambda_n \{ \lambda_n [ Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) ] + B_i [ J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) ] \}}{ \{ (m^2 + \lambda_n^2) [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ] \}} \\
 & - A(1 - \cos B\tau) \left[ \frac{I_0(mR) + \gamma K_0(mR)}{I_0(mR_A) + \gamma K_0(mR_A)} \right] \\
 & - 2AB \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \{ \lambda_n [ Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) ] + B_i [ J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) ] \}}{ \{ (m^2 + \lambda_n^2) [ (m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2 ] [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ] \}} \\
 & \quad \{ (m^2 + \lambda_n^2) \sin B\tau - B \cos B\tau \} \\
 & - 2AB^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \{ \lambda_n [ Y_1(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) ] + B_i [ J_0(\lambda_n R_B) Y_0(\lambda_n R) - Y_0(\lambda_n R_B) J_0(\lambda_n R) ] \}}{ \{ (m^2 + \lambda_n^2) [ (m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2 ] [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ] \}} \\
 & \quad \{ e^{-(m^2+\lambda_n^2)\tau} \} \tag{9}
 \end{aligned}$$

여기서  $\gamma = \frac{I_1(mR_B) + \frac{B_i}{m} I_0(mR_B)}{K_1(mR_B) - \frac{B_i}{m} K_0(mR_B)}$

$$\begin{aligned}
 S_A &= J_1(\lambda_n R_A) Y_1(\lambda_n R_B) - Y_1(\lambda_n R_A) J_1(\lambda_n R_B), \quad S_B = J_0(\lambda_n R_A) Y_0(\lambda_n R_B) - Y_0(\lambda_n R_A) J_0(\lambda_n R_B) \\
 T_A &= Y_1(\lambda_n R_A) J_0(\lambda_n R_B) - J_1(\lambda_n R_A) Y_0(\lambda_n R_B), \quad T_B = J_0(\lambda_n R_A) Y_1(\lambda_n R_B) - Y_0(\lambda_n R_A) J_1(\lambda_n R_B) \tag{10}
 \end{aligned}$$

이며, 固有值  $\lambda_n$ 은 다음 超越方程式의 正의 根들이다.

$$\lambda_n [ J_0(\lambda_n R_A) Y_1(\lambda_n R_B) - Y_0(\lambda_n R_A) J_1(\lambda_n R_B) ] + B_i [ Y_0(\lambda_n R_A) J_0(\lambda_n R_B) - J_0(\lambda_n R_A) Y_0(\lambda_n R_B) ] = 0 \tag{11}$$

環 바탕의 平均 溫度는  $T_o$ 이므로 環 바탕( $R=R_A$ )에서 任意時間  $\tau$ 에 대한 熱流束은 다음과 같이 定義할 수 있다<sup>(7,10)</sup>.

$$Q = \frac{q_o}{2\pi k R_A \delta (T_o - T_\infty)} = - \left( \frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=R_A} \tag{12}$$

여기서  $q_o$ 는 環 바탕에서의 熱流動率을 나타내며 式(9)를 式(12)에서 代入하면

$$\begin{aligned}
 Q &= (1+A) \left\{ m \left[ \frac{\gamma K_1(mR_A) - I_1(mR_A)}{I_0(mR_A) + \gamma K_0(mR_A)} \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^2 e^{-(m^2+\lambda_n^2)\tau} (\lambda_n S_A + B_i T_A))}{(m^2 + \lambda_n^2) [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ]} \right\} \\
 & - Am(1 - \cos B\tau) \left[ \frac{\gamma K_1(mR_A) - I_1(mR_A)}{I_0(mR_A) + \gamma K_0(mR_A)} \right] \\
 & - 2AB \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^2 (\lambda_n S_A + B_i T_A)) [ (m^2 + \lambda_n^2) \sin B\tau - B \cos B\tau ]}{(m^2 + \lambda_n^2) [ (m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2 ] [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ]} \\
 & - 2AB^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^2 (\lambda_n S_A + B_i T_A)) e^{-(m^2+\lambda_n^2)\tau}}{(m^2 + \lambda_n^2) [ (m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2 ] [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ]}
 \end{aligned} \tag{13}$$

가 된다.

또한 한 週期( $\frac{2\pi}{B}$ )당 平均 熱流束에 관한 式은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(5,10)</sup>.

$$Q = \frac{B}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{B}} Q d\tau \tag{14}$$

式(13)을 式(14)에 代入하면

$$\begin{aligned}
 \bar{Q} &= m \left[ \frac{\gamma K_1(mR_A) - I_1(mR_A)}{I_0(mR_A) + \gamma K_0(mR_A)} \right] + 2(1+A) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^2 e^{-(m^2+\lambda_n^2)\tau} (\lambda_n S_A + B_i T_A))}{(m^2 + \lambda_n^2) [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ]} \\
 & + 2AB^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^2 (\lambda_n S_A + B_i T_A)) [ e^{-(m^2+\lambda_n^2)\frac{2\pi}{B}} - 1 ]}{[(m^2 + \lambda_n^2)^2] [ (m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2 ] [ \lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A) ]} \tag{15}
 \end{aligned}$$

이 된다.

여기서 環效率를 考慮하면

$$\eta = \frac{q_o}{q_{ideal}} \tag{16}$$

이며  $q_o$ 는 式(12)로써 表現될 수 있다.

式(16)에서 理想的인 熱流動率  $q_{ideal}$ 에 관한 式<sup>(8-10)</sup>은

$$q_{ideal} = 2\pi (T_B - T_\infty) [ h(r_o^2 - r_b^2) + h_b r_b \delta ] \tag{17}$$

이다. 따라서 式(3), (16), (17)과 式(12)를 利用 하면, 任意時間  $\tau$ 에 대한 瞬効率을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = \frac{Q}{N(1 + A \cos B\tau)} \quad (18)$$

여기서  $N = (\frac{1}{2}(1 + \frac{R_B}{R_A})m^2 + B_i \frac{R_B}{R_A})$ 이며  $Q$ 는 式

$$\begin{aligned} \bar{\eta} = & \frac{m}{N} \left[ \frac{\gamma K_1(mR_A) - I_1(mR_A)}{I_0(mR_A) + \gamma K_0(mR_A)} \right] \\ & + \frac{2B^2}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\lambda_n^2(\lambda_n S_A + B_i T_A)]}{(m^2 + \lambda_n^2) [(m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2] (\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A))} \\ & - \frac{AB^3}{\pi N} \int_0^{\frac{2\pi}{B}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\lambda_n^2(\lambda_n S_A + B_i T_A)] [e^{-(m^2 + \lambda_n^2)\tau} d\tau]}{(m^2 + \lambda_n^2) [(m^2 + \lambda_n^2)^2 + B^2] (\lambda_n (R_B S_B - R_A S_A) + B_i (R_B T_B - R_A T_A)) [1 + A \cos B\tau]} \end{aligned} \quad (20)$$

가 된다.

以上에서 誘導한 精密解의 適用範圍는 既存 研究 結果를 利用하면,  $h \geq h_b$ 일 때  $\frac{m^2}{B_i} \geq 20$ 에서 有用한 것으로 나타났다.

(13)으로 表示된다.

또한 한 週期당 平均 瞬効率에 관한 式<sup>(10)</sup>을 利用하면 다음과 같다.

$$\bar{\eta} = \frac{B}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{B}} \eta d\tau \quad (19)$$

관련 積分公式<sup>(17-18)</sup>을 適用하여  $\bar{\eta}$ 를 整理하면

### 3. 結果 및 討論

관련 無次元變數들로서 週期的 過渡 應答特性에 미치는 영향을 檢討하기 위하여는 먼저 精密解를

Table 1 The first ten roots of equation (11)

Bi No.	$\frac{R_A}{R_B}$	$\lambda_n$									
		$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$	$\lambda_8$	$\lambda_9$	$\lambda_{10}$
Bi=0.001	0.2	1.13046	4.55708	7.75686	10.92492	14.08169	17.23312	20.38160	23.52829	26.67379	29.81849
	0.4	1.29995	4.62553	7.80173	10.95821	14.10809	17.25496	20.40021	23.54449	26.68813	29.83135
	0.5	1.36159	4.64612	7.81429	10.96724	14.11513	17.26073	20.40510	23.54872	26.69187	29.83469
	0.6	1.41432	4.66284	7.82435	10.97443	14.12072	17.26531	20.40897	23.55208	26.69484	29.83734
	0.8	1.50134	4.68997	7.84056	10.98600	14.12972	17.27267	20.41520	23.55748	26.69960	29.84160
Bi=0.01	0.2	1.13960	4.55909	7.75803	10.92574	14.08233	17.23364	20.38205	23.52867	26.67413	29.81879
	0.4	1.30769	4.62750	7.80289	10.95903	14.10873	17.25548	20.40065	23.54487	26.68847	29.83165
	0.5	1.36885	4.64807	7.81545	10.96806	14.11577	17.26125	20.40554	23.54911	26.69221	29.83499
	0.6	1.42118	4.66479	7.82550	10.97525	14.12136	17.26583	20.40941	23.55246	26.69517	29.83765
	0.8	1.50756	4.69190	7.84171	10.98682	14.13036	17.27319	20.41564	23.55786	26.69993	29.84190
Bi=0.1	0.2	1.22562	4.57914	7.76971	10.93401	14.08874	17.23887	20.38647	23.53250	26.67751	29.82181
	0.4	1.38128	4.64711	7.81446	10.96726	14.11511	17.26070	20.40507	23.54869	26.69184	29.83466
	0.5	1.43810	4.66756	7.82699	10.97627	14.12215	17.26647	20.40995	23.55293	26.69558	29.83801
	0.6	1.48677	4.68416	7.83702	10.98345	14.12774	17.27104	20.41382	23.55629	26.69854	29.84066
	0.8	1.56717	4.71108	7.85319	10.99501	14.13673	17.27840	20.42005	23.56168	26.70330	29.84492
Bi=1.0	0.2	1.78101	4.77088	7.88465	11.01603	14.15248	17.29101	20.43057	23.57072	26.71123	29.85198
	0.4	1.88041	4.83432	7.92822	11.04880	14.17863	17.31271	20.44909	23.58686	26.72552	29.86481
	0.5	1.91528	4.85321	7.94038	11.05768	14.18560	17.31844	20.45395	23.59108	26.72925	29.86814
	0.6	1.94456	4.86846	7.95009	11.06474	14.19113	17.32299	20.45781	23.59443	26.73221	29.87079
	0.8	1.99176	4.89299	7.96570	11.07609	14.20002	17.33028	20.46400	23.59980	26.73695	29.87504

**Table 2** The computed temperature distributions, heat fluxes, average heat fluxes and fin efficiencies by various values at  $Bi=0.00$  and  $Bi=0.01$

$\frac{R_A}{R_B}$		$Bi$ No.					0.00			0.01			0.00		
		$m$	$A$	$B$	$B\tau$	$R_N$	$\theta$			$\theta$			$\bar{Q}$	$\bar{Q}$	$\eta$
							0.2	0.6	1.0	0.2	0.6	1.0	0.0	0.0	0.0
0.2	0.5	0.1	0.2	0	0	1.0924	1.0008	0.9782	1.0867	0.9886	0.9618	0.7649	0.6629	0.8499	
				$\pi/2$	0.9167	0.8456	0.8281	0.9117	0.8351	0.8140	0.5924	0.7899			
				$\pi$	0.7289	0.6684	0.6535	0.7250	0.6602	0.6425	0.5056	0.8427			
				$3\pi/2$	0.9047	0.8235	0.8036	0.9000	0.8137	0.7903	0.6781	0.9041			
				$2\pi$	1.0924	1.0008	0.9782	1.0867	0.9886	0.9618	0.7649	0.8499			
				0	1.0666	0.9509	0.9220	1.0616	0.9403	0.9075	0.9424	0.6939		1.0471	
		$\pi/2$	0.9539	0.9121	0.9013	0.9485	0.9006	0.8858	0.3058	0.4077					
		$\pi$	0.7547	0.7183	0.7097	0.7501	0.7085	0.6967	0.3266	0.5443					
		$3\pi/2$	0.8674	0.7570	0.7304	0.8632	0.7482	0.7185	0.9482	1.2643					
		$2\pi$	1.0666	0.9509	0.9220	1.0616	0.9403	0.9075	0.9424	1.0471					
		0	1.3651	1.2500	1.2218	1.3579	1.2349	1.2013	0.9593	0.6936	0.8527				
		$\pi/2$	0.9257	0.8621	0.8465	0.9205	0.8512	0.8318	0.5280		0.7040				
	$\pi$	0.4563	0.4191	0.4100	0.4538	0.4139	0.4030	0.3112	0.8299						
	$3\pi/2$	0.8956	0.8070	0.7853	0.8912	0.7976	0.7724	0.7425	0.9900						
	$2\pi$	1.3651	1.2500	1.2218	1.3579	1.2349	1.2013	0.9593	0.8527						
	0	1.3005	1.1253	1.0813	1.2953	1.1142	1.0657	1.4032	0.7506		1.2473				
	$\pi/2$	1.0188	1.0285	1.0295	1.0124	1.0149	1.0113	-0.1883		-0.2511					
	$\pi$	0.5209	0.5438	0.5505	0.5164	0.5346	0.5386	-0.1364		-0.3637					
	$3\pi/2$	0.8025	0.6406	0.6022	0.7993	0.6339	0.5929	1.4177		1.8903					
	$2\pi$	1.3005	1.1253	1.0813	1.2953	1.1142	1.0657	1.4032		1.2473					

언어야 한다.

따라서 핀 바탕의 溫度가 變化할 때에 適用되는 半徑比( $\frac{R_A}{R_B}$ ) 및 Biot數( $Bi$ )에 따른 固有值들은 구하는 問題가 必須的으로 先決되어야 하므로, 관련 프로그램을 開發하여 이로부터 固有值들을 찾아 내었으며 式(11)에서 얻은 처음 10個의 固有值들을 Table 1에 表記하였다.

특히 式(11)에서  $Bi=0.00$ 일 때의 固有值들은 핀先端에서의 對流現象을 考慮치 않았던 既存 研究 結果<sup>(19,7)</sup>와  $10^{-5}$ 까지 正確히 一致되었으므로 관련 프로그램에 대한 正當性을 確認하였다.

解析結果는 級數項으로 表現되었기 때문에 式(11)로부터 구한 固有值들을 電算處理로써 順次的으로 收斂시켜 精密解에 대한 結果를 얻었다. 이 때 切斷誤差는 溫度分布에서는  $10^{-7}$ , 熱流束에서는  $10^{-5}$ 으로 各各 制限시켰으며 이 때의 熱流束으로써 핀 效率를 나타내었다.

Table 2는 관련 無次元變數들으로써 핀 先端의 對流現象을 考慮치 않을 때( $Bi=0.00$ )와 이를 1% 考慮할 때( $Bi=0.01$ ), 溫度分布( $\theta$ ), 熱流束( $Q$ ), 平均 熱流束( $\bar{Q}$ ) 및 핀 效率( $\eta$ )에 대한 結果이다.

이로부터  $Bi=0.01$ 일 때,  $\theta$ 에 대하여는 핀先端( $R_N=1.0$ )에서 2% 內外로 낮게 招來되었으며, Table 2와 3으로부터  $\bar{Q}$ 에 대해 3% 內外로 높게,  $\eta$ 에 대해 4% 內外로 낮게 나타났다.

이 結果,  $Bi=0.01$  以外인 경우 또는 관련 無次元變數들의 範圍가 Table 2보다 큰 경우에는 위의 結果보다 差가 더욱 크게 招來되므로, 最適設計를 위하여는 핀先端에서의 對流現象까지 考慮할 必要性이 提起되었다.

따라서 Biot數를 考慮할 때, 관련 無次元變數들의 變化가 傳熱 應答特性에 미치는 影響을 살펴보기 위해 주어진 變數들의 범위내에서 다음과 같이 考察하기로 한다.

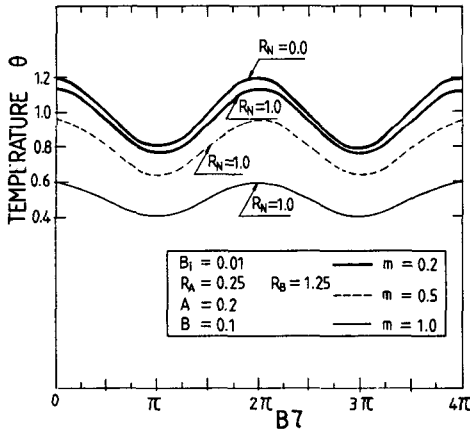


Fig. 3 The temperature distributions by various values of  $m$  and  $Br$

3.1 溫度分布

無次元變數들을 式(9)에 代入하여 얻은 結果를 Fig. 3부터 Fig. 6에 各各 圖示하였다. 여기서  $R_N$ 은 圓 바탕에서 圓 先端까지 半徑方向의 任意位置를 表示한 것으로  $R_N=0$ 이면 圓 바탕을,  $R_N=1.0$ 이면 圓 先端을 各各 나타낸다.

Fig. 3은 圓 變數( $m$ )가  $\theta$ 에 미치는 영향을 살펴본 것으로,  $m$ 이 적을수록 높은  $\theta$ 를 얻었으며 振動의 크기도 增加되는 傾向으로 나타났다. 왜냐하면 定義로부터  $m$ 은 定常狀態에서의 圓 變數<sup>(6,10)</sup>이며 振動成分은  $A, B$ 로 各各 表現되므로,  $m$ 이 커질수록 定常狀態 成分이 增加하므로 結局 振動成分의 크기가 減少되기 때문이다. 또한  $R_N=1.0$ 에서는  $\theta$  뿐만 아니라 振動의 크기도 가장 적게 나타

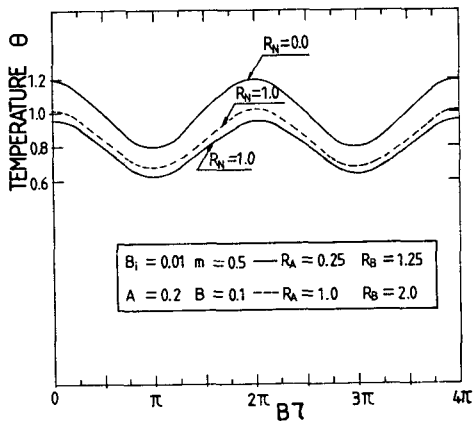


Fig. 4 The temperature distributions by various values of  $\frac{R_A}{R_B}$  and  $Br$

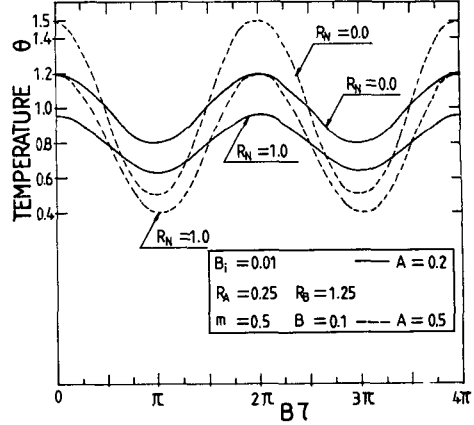


Fig. 5 The temperature distributions by various values of  $A$  and  $Br$

났다.

이와같은 結果는  $Bi$ 가  $\theta$ 에 미치는 영향과도 同一하였다. 즉  $Bi$ 가 클수록 Fig. 3에서의  $m$ 이 增加할 때와 같이 定常狀態와 비슷한 傾向을 나타내어 낮은  $\theta$ 를 招來하였으며, 이러한 現象은  $R_N=1.0$ 에서 더욱 현저히 나타났다.

왜냐하면 同一 圓 材質에서  $Bi$ 가 클수록 對流現象의 增加로 인해 圓 表面에서 낮은  $\theta$ 를 나타내기 때문이다.

Fig. 4는  $R_A/R_B$ 가  $\theta$ 에 미치는 영향을 圖示한 것으로,  $R_A/R_B$ 가 클 때 높은  $\theta$ 를 얻을 수 있으며  $R_N$ 이 커질수록  $\theta$ 는 낮게 招來되었다. 이러한 現象은  $R_A/R_B$ 가 클 때에는 圓 길이 가 오히려 짧아지게 되어 圓 바탕의 높은 溫度를 가급적 빨리 받기 때문

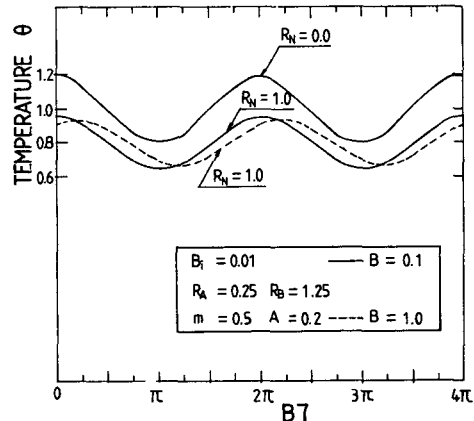


Fig. 6 The temperature distributions by various values of  $B$  and  $Br$

이다.

Fig. 5는 振動成分의 크기變數( $A$ )가  $\theta$ 에 미치는 영향을 알아본 것이다. 이 結果  $A$ 가 0.2보다는 0.5일 때가 더욱 振幅이 크며, 흰 바탕의 溫度 역시 높게 나타났다. 왜냐하면  $A$ 는 振動成分의 크기를 나타내므로  $A$ 가 커질수록 흰 바탕의 溫度가 상승하기 때문이다.

Fig. 6은 振動成分의 周波數變數( $B$ )가  $\theta$ 에 미치는 效果를 살펴본 것으로,  $B$ 가 클수록 位相差는 增加된 반면 振動成分의 크기는  $R_M$ 이 커짐에 따라 오히려 減少되었다.

### 3.2 熱流束 및 平均 熱流束

式(13), (15), (18)과 (20)을 利用하여  $Bi = 0.01$ 일 때  $R_A/R_B$ ,  $m$ ,  $A$  및  $B$ 에 대한  $\bar{Q}$ ,  $\bar{Q}$ ,  $\eta$ 와  $\bar{\eta}$ 를 Table 3에 表記하였다.

Fig. 7은  $m$ 이  $\bar{Q}$ 에 미치는 영향을 살펴본 것이다. 이 結果  $m$ 이 클수록 높은  $\bar{Q}$ 을 招來하였으며,  $B$ 가 적을수록 振動成分의 크기 및 位相差는 작게 되어 결국 定常狀態에서의  $\bar{Q}$ 와 비슷한 傾向을 나타내었다.

특히  $m=0.2$ 에서  $B=1.0$ 일 때의  $\bar{Q}$ 를 한 週期에 대해  $\bar{Q}$ 를 살펴보면,  $B\tau$ 가  $\pi/2$ 와  $\pi$  근처에서 負의  $\bar{Q}$ 를 招來하였다. 이러한 現象은 Table 3으로부터 同一  $R_A/R_B$ 일 때  $m$ 이 적을수록 그리고  $A$ ,  $B$ 가 클수록 負의  $\bar{Q}$  發生確率은 높은 것으로 나타났다. 여기서 負의  $\bar{Q}$ 가 나타나는 原因은 흰先端에서 흰바탕까지 熱慣性力에 의한 逆方向의 熱流動이 誘發되기 때문이다.

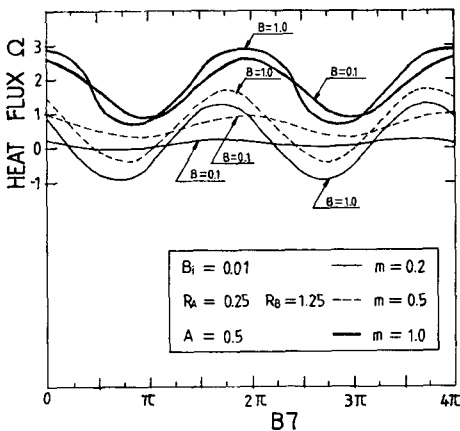


Fig. 7 The heat fluxes by various values of  $m$ ,  $B$  and  $B\tau$

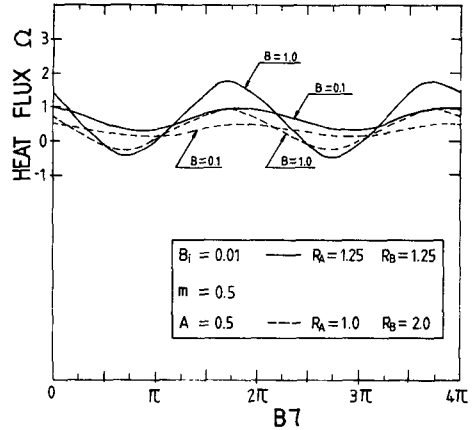


Fig. 8 The heat fluxes by various values of  $\frac{R_A}{R_B}$ ,  $B$  and  $B\tau$

本 研究結果,  $Bi$ 에 따른 對流現象이  $\bar{Q}$ 에 미치는 영향에 대해서는  $Bi$ 가 클수록  $\bar{Q}$ 가 높으며 同一  $R_A/R_B$ 일 때 振動의 크기도 크게 나타났다.

또한 Fig. 7에서  $m=0.5$ ,  $B=1.0$ 일 때 한 週期에 대해  $\bar{Q}$ 를 살펴보면,  $B\tau$ 가  $\pi/2$ 와  $\pi$  근처에서 負의  $\bar{Q}$ 를 各各 나타내었다. 따라서 이러한 現象은  $Bi$ 와  $m$ 이 적을수록 그리고  $A$ ,  $B$ 가 클수록 發生確率은 높으며, 本 研究結果 負의  $\bar{Q}$  發生範圍는 同一  $R_A/R_B$ 일 때  $Bi \leq 0.1$ ,  $m \leq 0.5$ ,  $A \geq 0.2$  및  $B \geq 1.0$ 으로 나타났다.

Table 3과 Fig. 8로부터 흰 形狀에 關係되는  $R_A/R_B$ 가  $\bar{Q}$ 에 미치는 영향을 살펴 보면,  $R_A/R_B$ 가 적을수록 振動成分의 크기도 增加되었으며 높은  $\bar{Q}$

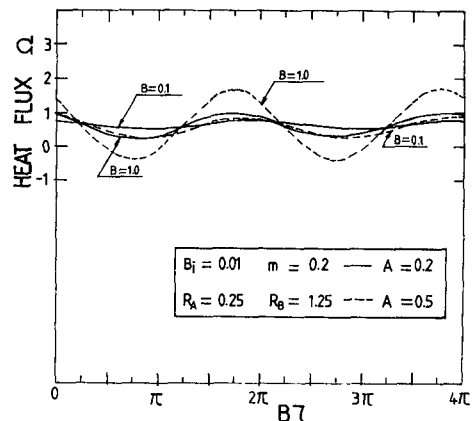


Fig. 9 The heat fluxes by various values of  $A$ ,  $B$  and  $B\tau$



Table 3 The computed heat fluxes and fin efficiencies by various values of  $\frac{R_A}{R_B}$ ,  $m$ ,  $A$ ,  $B$  and  $Br$  at  $Bi=0.01$

Bi No.	m	A	B	$Br \sqrt{R_A/R_B}$	$Q$		$\bar{Q}$		$\eta$		$\bar{\eta}$	
					0.2	0.5	0.2	0.5	0.2	0.5	0.2	0.5
0.01	0.2	0.2	0.1	0	0.1986	0.0945	0.1664	0.0795	0.9735	0.9840	0.9549	0.9706
				$\pi/2$	0.1076	0.0494			0.6331	0.6171		
				$\pi$	0.1261	0.0608			0.9270	0.9505		
				$3\pi/2$	0.2171	0.1059			1.2768	1.3241		
				$2\pi$	0.1986	0.0945			0.9735	0.9840		
		1.0	0	0.4402	0.1950	0.1932	0.0908	2.1578	2.0308	0.9562	0.9718	
			$\pi/2$	-0.2350	-0.1581			-1.3822	-1.9761			
			$\pi$	-0.1192	-0.0399			-0.8765	-0.6236			
			$3\pi/2$	0.5294	0.3084			3.1139	3.8548			
			$2\pi$	0.4402	0.1950			2.1578	2.0308			
	0.5	0.1	0.1	0	0.2530	0.1197	0.1724	0.0823	0.9921	0.9975	0.9437	0.9625
				$\pi/2$	0.0256	0.0070			0.1503	0.0869		
				$\pi$	0.0717	0.0356			0.8433	0.8900		
				$3\pi/2$	0.2991	0.1483			1.7596	1.8543		
				$2\pi$	0.2530	0.1197			0.9921	0.9975		
		1.0	0	0.8569	0.3709	0.2395	0.1102	3.3606	3.0911	0.2291	0.3311	
			$\pi/2$	-0.8309	-0.5117			-4.8878	-6.3961			
			$\pi$	-0.5415	-0.2163			-6.3707	-5.4063			
			$3\pi/2$	1.0799	0.6545			6.3524	8.1811			
			$2\pi$	0.8569	0.3709			3.3606	3.0911			
	0.2	0.1	0.1	0	0.8040	0.4125	0.6831	0.3584	0.8375	0.8893	0.8350	0.8873
				$\pi/2$	0.6261	0.3268			0.7826	0.8274		
				$\pi$	0.5319	0.2794			0.8311	0.8843		
				$3\pi/2$	0.7099	0.3741			0.8873	0.9472		
$2\pi$				0.8040	0.4215	0.8375			0.8893			
1.0		0	0.9762	0.4984	0.7022	0.3669	1.0168	1.0515	0.8352	0.8875		
		$\pi/2$	0.3441	0.1471			0.4301	0.3724				
		$\pi$	0.3584	0.2025			0.5601	0.6407				
		$3\pi/2$	0.9765	0.5511			1.2206	1.3953				
		$2\pi$	0.9762	0.4984			1.0168	1.0515				
0.5	0.1	0.1	0	1.0081	0.5281	0.7058	0.3702	0.8401	0.8913	0.8334	0.8861	
			$\pi/2$	0.5632	0.2914			0.7040	0.7377			
			$\pi$	0.3278	0.1729			0.8196	0.8753			
			$3\pi/2$	0.7728	0.4096			0.9659	1.0369			
			$2\pi$	1.0081	0.5181			0.8401	0.8913			
	1.0	0	1.4384	0.7203	0.7536	0.3916	1.1987	1.2157	0.7252	0.7883		
		$\pi/2$	-0.1417	-0.1580			-0.1772	-0.4000				
		$\pi$	-0.1059	-0.0196			-0.2647	-0.0990				
		$3\pi/2$	1.4393	0.8521			1.7991	2.1572				
		$2\pi$	1.4384	0.7203			1.1987	1.2157				

를 招來하였다.

Fig. 9는  $A$ 가  $\Omega$ 에 미치는 영향을 알아본 것으로, Table 3과 Fig. 9로부터  $A=0.2$ 보다  $A=0.5$ 일 때의  $\Omega$  및 한 週期당 平均 熱流束( $\bar{Q}$ )이 높게 나타났다. 또한  $A$ 가 클수록 振動成分의 크기는 크게 나타나는 반면,  $B$ 가 적을수록 振動成分의 크기 및 位相差는 작아지게 되어 점차 定常狀態의  $\Omega$ 을 얻을 수 있었다.

### 3.3 瞬効率 및 平均 瞬効率

任意時間 및 任意角度(rad)에 따른  $\eta$  보다는 한 週期당 平均 瞬効率( $\bar{\eta}$ )에 대한 考察이 보다 效果的이다. 따라서 Table 3으로부터  $\bar{\eta}$ 를 考慮하면,  $R_A/R_B$ 가 클수록 그리고  $m$ 이 적을수록  $\bar{\eta}$ 가 높게 나타났다. 또한  $Bi$ 가 적을수록  $\bar{\eta}$ 가 높았다.

## 4. 結 論

本 研究를 통해 얻은 結果는 다음과 같다.

(1) 瞬 周邊 뿐만 아니라 瞬 先端에서의 對流現象을 考慮한 環狀핀에서, 瞬 바탕의 溫度가 週期的으로 變化하는 過渡 傳熱問題를 Laplace 變換法에 의해 溫度分布, 熱流束, 平均 熱流束, 瞬 効率, 平均 瞬 効率에 대한 精密解를 各各 구하였으며, 위의 精密解들에 대한 適用範圍는  $\frac{m^2}{Bi} > 20$ 으로 나타났다. 또한 精密解를 얻기 위한 必須 先決課題인 固有值를 구하는 프로그램을 開發하여 半徑比와 Biot數에 따라 固有值들을 表로 나타내었다.

(2) 瞬 先端( $R_N=1.0$ )이 斷熱일 때( $Bi=0.00$ )와 瞬 先端에서의 對流現象을 1% 考慮할 때( $Bi=0.01$ )를 比較한 結果,  $Bi=0.01$ 일 때 溫度分布에 대하여는  $R_N=1.0$ 에서 2% 內外로 낮게, 熱流束에 대해 3% 內外로 높게, 瞬 効率에 대해 4% 內外로 낮게 나타났다. 따라서  $Bi \geq 0.01$ 일 때 또는 관련 無次元變數들의 範圍가 Table 2보다 클 때에는 瞬 先端에서의 對流現象을 考慮할 必要性이 提起되었다.

(3) 溫度分布에 대하여는  $R_A/R_B$ 가 클수록 반면에  $Bi$ 와  $m$ 이 적을수록 높은  $\theta$ 를 얻었다.

振動成分의 크기는  $Bi$ 와  $m$ 이 적을수록 그리고  $A$ 는 클수록 크게 나타나는 반면,  $B$ 가 커지면 位相差는 增加하나 振動成分의 크기는  $R_N$ 이 커짐에 따라 오히려 減少되었다.

(4) 熱流束에 대하여는  $R_A/R_B$ ,  $Bi$ 와  $m$ 에 대한 傾向은 (3)項과는 正 반대 現象을 招來하였다.

振動成分의 크기는  $R_A/R_B$ 가 적을수록 그리고  $Bi$  및  $A$ 가 클수록 크게 나타나는 반면,  $B$ 가 적을수록 振動成分의 크기 및 位相差는 減少되었다.

또한 負의  $\Omega$ 은  $Bi$ 와  $m$ 이 적을수록 그리고  $A$ ,  $B$ 가 클수록 發生確率에 높으며, 이 때 發生範圍는 同一  $R_A/R_B$ 에서  $Bi \leq 0.1$ ,  $m \leq 0.5$ ,  $A \geq 0.2$  및  $B \geq 1.0$ 으로 나타났다.

(5) 瞬効率에 대하여는  $R_A/R_B$ 가 클수록 반면에  $Bi$ 와  $m$ 이 적을수록 높은  $\eta$ 를 招來하였다.

## 後 記

本 研究는 韓國科學財團의 研究費支援에 의해 遂行된 課題의 일부로서 關係者 여러분께 深深한 謝意를 表합니다.

## 參 考 文 獻

- (1) Brown, A., 1965, "Optimum Dimensions of Uniform Annular Fins", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 8, pp. 662~665.
- (2) Guneri, S. and Maday, C. J., 1975, "A Least Weight Circular Cooling Fin", Journal of Engineering for Industry, ASME, Vol. 97, pp. 1190~1193.
- (3) Heggs, P. J., Ingham, D. B. and Manzoor, M., 1981, "The Effects of Nonuniform Heat Transfer from an Annular Fin of Triangular Profile", Journal of Heat Transfer, ASME, Vol. 103, pp. 184~185.
- (4) Mikk, I., 1981, "Convective Fin of Minimum Mass", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 23, pp. 707~711.
- (5) Aziz, A., 1975, "Periodic Heat Transfer in Annular Fins" Journal of Heat Transfer, ASME, Vol. 97, No. 2, pp. 302~303.
- (6) Suryanarayana, N. V., 1968, "Transient Response of Straight Fins", Journal of Heat Transfer, ASME, Vol. 90, pp. 175~176.
- (7) 손병진, 박희용, 이홍주, 이관수, 1982, "균일두께의 원통핀에서 과도온도분포에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제 6권, 제 3호, pp. 247~255.
- (8) 서정일, 조진호, 조중철, 1984, "열평형적분법에 의한 2차원 과도열전도 문제에 대한 해석", 한국과학기술 연구보고서.
- (9) 조중철, 서정일, 조진호, 1987, "2차원 열전도문제에 대한 열평형적분법의 응용", 대한기계학회논문집, 제11권, 제 4호, pp. 616~628.

- (10) Yang, J. W., 1972, "Periodic Heat Transfer in Straight Fins", *Journal of Heat Transfer*, ASME, Vol. 94, No. 3, pp. 310~314.
- (11) Lau, W. and Tan, C. W., 1973, "Errors in One-Dimensional Heat Transfer Analysis in Straight and Annular Fins", *Journal of Heat Transfer*, ASME, Vol. 95, No. 3, pp. 549~551.
- (12) 김광수, 서정일, 1982, "쌍곡선 단면을 가진 반경 원에서의 열전달에 관한 연구", *공기조화·냉동공학*, 제11권, 제3호, pp. 9~17.
- (13) Izumi, R., Koyama, H. and Arai, H., 1969, "On the Heat Exchanger with Heat Storage Materials", *Trans. JSME*, Vol. 35, No. 276, pp. 1723~1731.
- (14) Izumi, R., Koyama, H. and Asaba, T., 1970, "On the Heat Exchanger with Heat Storage Materials (Continued)", *Trans. JSME*, Vol. 36, No. 289, pp. 1543~1550.
- (15) 서정일, 김광수, 이정만, 1985, "열교환주기가 짧은 축열식 열교환기의 전열해석에 관한 연구", *대한기계학회논문집*, 제9권, 제1호, pp. 127~134.
- (16) Arpaci, V.S., 1966, *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley, pp. 140~141, 346, 390~399.
- (17) Selby, S.M., 1978, *CRC Standard Mathematical Table (25th ed.)*, The Chemical Rubber Co., pp. 354~357.
- (18) Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I. M., 1980, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, pp. 148.
- (19) Irey, P. K., 1969, "Errors in the One-Dimensional Fin Solution", *Journal of Heat Transfer*, ASME, Vol. 90, No. 1, pp. 175~176.