

<論 文>

# 층간수직응력을 고려한 두꺼운 복합적층판의 적층방법

김 동 민\* · 홍 창 선\*

(1988년 5월 2일 접수)

## Stacking Method of Thick Composite Laminates Considering Interlaminar Normal Stresses

D. M. Kim and C. S. Hong

**Key Words** : Composite Laminates(복합적층판), Fiber Orientation(섬유방향), Interlaminar Stress(층간응력), Stacking Sequence(적층순서), Sublaminates(부적층판), Poisson's Ratio Symmetric Sublaminates(포와송 비 대칭부 적층판), Global-Local Variational Model(통합-세부 변분 모델)

### Abstract

Global-Local Laminate Variational Model is utilized to investigate the characteristics of interlaminar stresses in thick composite laminates under uniform axial extension. Various laminates with different fiber orientation and stacking sequences are analyzed to observe the behavior of interlaminar normal stresses. From this result, the interlaminar normal stress distribution along the laminate interfaces is examined and discussed with an existing approximation model. The repeated stacking of Poisson's ratio symmetric sublaminates is found to be the best stacking method of thick composite laminates to reduce the interlaminar normal stresses for the prevention of the free-edge delamination.

### 1. 서 론

비강도(specific strength)와 비강성계수(specific modulus)가 매우 큰 복합적층판은 등방성 재료와는 달리 각 층들의 프와송 비와 연계성질(coupling property)들이 섬유방향이 서로 다른 각 층마다 달라지게 된다. 이로 인해, 자유경계단을 가진 적층판의 자유경계단 근처에서는 층간응력들이 발생하여 삼차원 응력상태가 된다.

이 층간응력들은 층들의 재료주축(material principal axes)의 회전에 의한 섬유각도(fiber or-

ientation)와 층들을 쌓는 적층순서(stacking sequence)에 직접적인 연관을 가진다. 그리고 이들은 비교적 강도가 낮은 기지층(matrix layer)에 작용하며 자유경계단에서 매우 큰 값을 가지므로 층간 분리(delamination)를 유발하고<sup>(1,2)</sup> 제일층 파손(first ply failure) 등 다른 요인들에 의한 손상과 상호작용하여 구조물의 파손강도에 큰 영향을 미친다<sup>(3)</sup>. 또한, 층간응력들은 복합적층판의 경우 자유경계단으로부터 적층판의 두께 만큼의 폭에 작용한다고 알려져 있으며, 이론적으로는 자유경계단에서 특이값을 가진다<sup>(4)</sup>.

이러한 층간응력에 대한 해석은 해석적 방법<sup>(5,6)</sup>, 유한차분법<sup>(7)</sup> 및 유한요소법<sup>(8-10)</sup> 등에 의해 많이 수행되어 왔다. 그러나 적층판이 두꺼워질 경우,

\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

문제의 복잡성 및 경제성으로 인하여 해석상 어려움이 매우 많고, 실제 구조물에 사용되는 두꺼운 적층판(약 100장 정도)의 경우, 위에 열거한 방법으로는 해석이 거의 불가능하므로 층간응력을 고려한 적층방법에 대한 제시가 요구된다.

포와송 비의 불일치(mismatch)에 의해 크게 유발되는 층간수직응력은 정적인 하중을 받는 복합적층판의 경우, 적층판의 중립면 근처에서 층간분리가 많이 관찰되는데<sup>(11,12)</sup>, 이러한 층간수직응력을 고려한 적층방법은 Pagano와 Pipes<sup>(1)</sup>의 층간수직응력의 근사해를 이용한 적층순서 결정 방법이 있다. 그리고 이 근사해를 이용해 Hong<sup>(13)</sup>은 두꺼운 적층판은 층간응력에 대하여 가장 좋은 부적층판(sublinate)을 선택하여 이를 반복해서 적층함이 층간수직응력을 줄일 수 있는 좋은 방법임을 제시하였다. 그러나 이러한 일련의 작업에 앞서 삼차원 응력상태를 묘사할 수 있는 응력해석을 통해 층간수직응력의 거동에 대한 이해가 우선되어, 이를 바탕으로 근사해법에 대한 검증이 필요하다.

본 연구에서는 두꺼운 복합적층판에 대한 응력해석을 할 수 있는 통합-세부 변분 모델(Global-Local Variational Model)<sup>(14)</sup>을 이용하여, 이 방법으로 섬유각도와 적층순서가 다른 여러 유한폭을 가진 복합적층판의 층간응력해석을 수행하여 층간수직응력의 거동을 살펴 보았다. 그리고 0, 90, 45, -45도 층들로 이루어진 준등방성(quasi-isotropic) 복합적층판에 대한 응력해석 결과로 층간수직응력의 근사해<sup>(1)</sup>에 의한 결과와 상호 비교하며 근사해의 한계성을 검토 설명하였다. 또한, 층간분리에 큰 영향을 주는 층간수직응력을 고려한 두꺼운 복합적층판에 대한 최적의 적층방법으로 포와송 비에 대하여 대칭인 부적층판을 반복하는 적층방법을 제시하였으며, 통합-세부 변분 모델을 이용한 해로 이 적층방법에 의한 적층판의 층간수직응력의 거동을 살펴 보았다. 그리고 이 적층방법에 의한 적층판과 다른 적층순서를 가진 적층판의 층간수직응력을 서로 비교하여, 이 적층방법에 의한 적층판의 층간수직응력의 감소를 조사하여 그 유용성을 보였다.

## 2. 층간수직응력의 거동

### 2.1 복합적층판의 응력해석

Fig. 1과 같이  $x$ 축 방향으로 무한히 긴 완전접착

(perfectly bonded)된 대칭적층판에 하중을 가할 때, 하중이 가해지는 곳에서 멀리 떨어진 단면에서의 응력상태는  $x$ 와는 무관한  $y$ 와  $z$ 만의 함수가 된다. 그러므로, 대칭적층판임을 고려하면  $x$ 방향으로 일정변형을  $\epsilon$ 이 가해진 준삼차원(quasi-three-dimensional) 모델링이 가능하며, 전체단면의 1/4에 대한 해석을 수행하면 된다. 이 단면이 Fig. 1에 표시된 준삼차원 모델링 단면이다. 이 문제에 대한 좌표계와 응력, 변위 성분은 Fig. 1에 나타난 것과 같으며, 적층판의 두께  $h$ 와 폭  $b$ 의 비는 1:4이다.

층간수직응력의 거동을 살펴보기 위한 준삼차원 해석은 통합-세부 변분 모델<sup>(14)</sup>을 이용하였다. 통합-세부 변분 모델은 두꺼운 적층판을 경제적으로 해석할 수 있도록 Fig. 1의 준삼차원 모델링 단면을 Fig. 2와 같이 자세한 응력해석을 요구하는 세

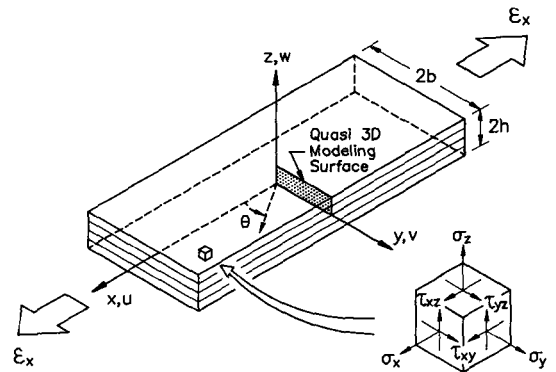


Fig. 1 Laminate geometry and stresses

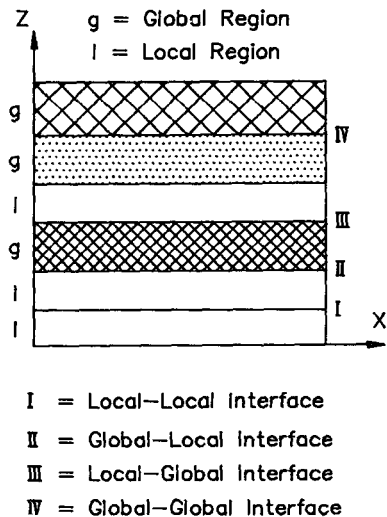


Fig. 2 Laminate division for laminate analysis by Global-Local Model

부영역 ( $l$ : local region)과 유효탄성계수를 도입하는 통합영역 ( $g$ : global region)의 두 개의 영역으로 나눈다. 그리고, 세부영역에서는 Reissner의 범함수를 도입하여 응력의 함수로 묘사하고, 통합영역에서는 포텐셜 에너지를 도입하여 변위의 함수로 묘사한다.

이러한 해석방법은 다른 해석방법에 의한 해와 비교할 때 세부영역에서 좋은 결과를 주며, 층간수직응력의 거동을 살펴보기 위하여 섬유방향과 적층순서가 다른 여러 가지 복합적층판에 대한 해석을 이 방법으로 수행하였다. 이때 사용된 재료는 Graphite/Epoxy 복합재료로 재료상수는 Table 1과 같다.

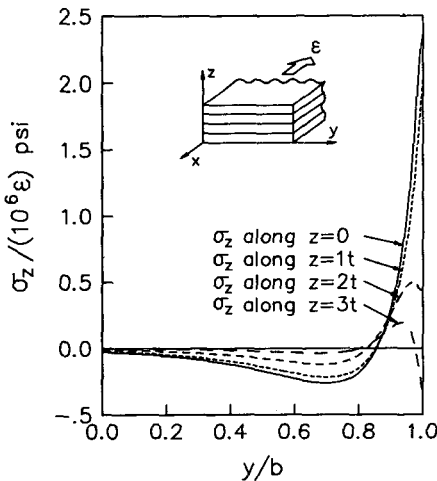
**Table 1** Material properties

$E_{11} = 20 \times 10^6$ psi
$E_{22} = E_{33} = 2.1 \times 10^6$ psi
$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.85 \times 10^6$ psi
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.21$

이들 중에 0, 90, 45, -45 층들로 이루어진 준등방성 복합적층판의 적층순서의 차이에 의한 층간수직응력의 변화를 보여주는 [45/-45/0/90]<sub>s</sub>, [45/0/-45/90]<sub>s</sub>, [0/45/90/-45]<sub>s</sub> 적층판에 대한 결과가 Fig. 3~Fig. 5에 나타나 있다.

**2.2** 층간수직응력의 거동

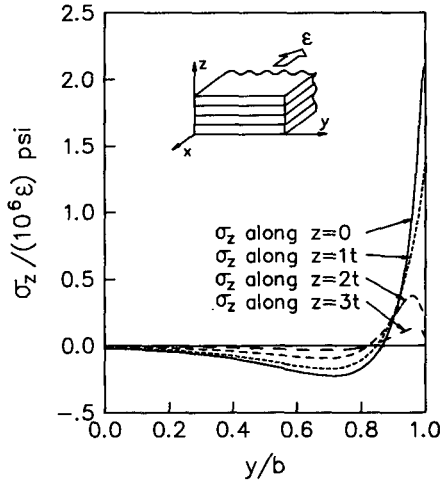
Fig. 3~Fig. 5에서 보는 바와 같이, 같은 섬유



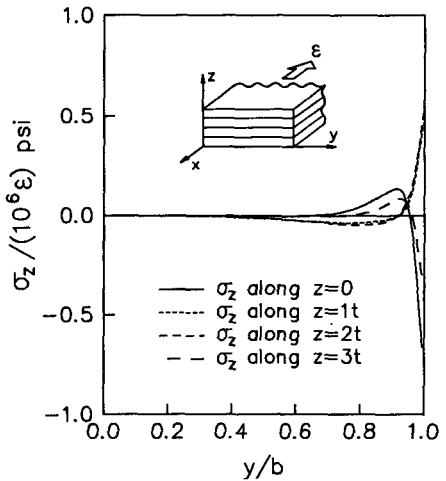
**Fig. 3** Interlaminar normal stress distribution along various interfaces for [45/-45/0/90]<sub>s</sub> laminate

방향을 가진 적층판의 경우도 그들의 적층순서를 달리함에 따라 층간수직응력의 분포가 달라진다. [45/-45/0/90]<sub>s</sub> 적층판과 [45/0/-45/90]<sub>s</sub> 적층판은 층간수직응력이 양의 값으로 존재하며 [0/45/90/-45]<sub>s</sub> 적층판에 비해 비교적 큰 값을 가짐을 보여준다.

Fig. 3과 Fig. 4에서 보는 바와 같이 층간수직응력은  $y=0$ 인 면에서 영이고 자유경계단을 향하여 두 가지의 다른 형태로 존재함을 볼 수 있다. 적층판의 한층의 두께를  $t$ 라고 둘 때, Fig. 3과 Fig. 4의  $z=0$ 와  $z=t$ 를 따라서는 극대값이나 극소값이



**Fig. 4** Interlaminar normal stress distribution along various interfaces for [45/0/-45/90]<sub>s</sub> laminate



**Fig. 5** Interlaminar normal stress distribution along various interfaces for [0/45/90/-45]<sub>s</sub> laminate

층간면에 하나 존재하고, 자유경계단 근처에서 큰 기울기로 그 절대값이 증가하였다. 같은 그림에서  $z=2t$ 와  $z=3t$ 를 따라서는 층간수직응력이 극대값과 극소값을 각각 하나씩 가지고 있다. 이러한 분포는 같은 적층판 내에서 다른 층간면에 비해 층간수직응력이 비교적 작은 층간면에서 자주 보였다.

또한, Fig. 3, 4와 Fig. 5를 비교해 볼 때, 적층순서에 따라 층간수직응력이 급격히 증가하는 영역도 서로 달라짐을 알 수 있다. 비교적 층간수직응력의 값이 작은 [0/45/90/-45]<sub>s</sub> 적층판이 자유경계단에 더욱 가까운 지점에서 층간수직응력의 기울기가 큰 값을 가지기 시작함을 볼 수 있다.

### 3. 층간수직응력의 근사해

#### 3.1 근사해에 의한 층간수직응력의 자유경계단에서의 값

Fig. 1과 같이 적층판에 하중이 가해질 경우  $y=0$ 인 단면에서 프와송 비의 불일치로 면내응력 (in-plane stress) 성분  $\sigma_y$ 가 각 층마다 다른 값으로 유기된다. 이  $\sigma_y$ 는  $y$ 방향으로 어떤 분포를 가지며 자유경계단에서는 영이 된다. 이  $\sigma_y$ 와 모멘트 평형을 이루기 위해서 적층판의 층간면에서 층간수직응력  $\sigma_z$ 가 존재하게 되는데, 이들의 관계는 다음 식으로 표시된다.

$$\int_{z_k}^h \sigma_y(z) z dz = \int_0^b \sigma_z(y) y dy \quad (1)$$

여기서,  $z_k$ 는 그 층간면까지의  $z$ 좌표를 나타낸다.

또  $z$ 방향으로의 힘의 평형을 만족하기 위해서, 임의 층간면을 따른 층간수직응력의  $y$ 방향으로의 합력은 영이 된다.

$$\int_0^b \sigma_z(y) dy = 0 \quad (2)$$

위의 식 (1)과 (2)로부터 층간수직응력은 층간면을 따라 짝힘(couple)으로 존재함을 알 수 있다.

Pagano와 Pipes<sup>(1)</sup>는 위의 두 식을 이용하고 층간수직응력이 자유경계단으로부터 적층판의 두께만큼의 폭을 가진 영역에서 존재한다고 가정하여, 임의 층간면의 자유경계단에서의 층간수직응력 값인  $\sigma_m$ 을 다음 식으로 표시하였다.

$$\sigma_m = \frac{45}{14h^2} \int_{z_k}^h \sigma_y(z) z dz \quad (3)$$

#### 3.2 준삼차원 해석 해와의 비교

Fig. 6에 준등방성 적층판의 자유경계단에서의

두께 방향으로 층간수직응력의 분포를 그렸다. 실선은 앞의 근사해에 의한 해석값이고, 점선은 통합-세부 변분 모델에 의한 해를 자유경계단에서 한 층의 두께 만큼의 폭에 대해 평균응력을 취한  $\bar{\sigma}_z$  값의 적층판의 두께 방향으로의 분포이다. 층간수직응력의 평균응력  $\bar{\sigma}_z$ 를 취한 이유는 이론적으로는 층간수직응력이 자유경계단에서 특이값을 가지며, 적층판 두께의 영향이 파손발생응력에 미치는 영향을 고려하기 위해서이다<sup>(15)</sup>.

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{t} \int_{b-t}^b \sigma_z(y) dy \quad (4)$$

여기서,  $t$ 는 적층판의 한 층의 두께이다.

Fig. 6에서 보는 바와 같이, 근사해에 의한 층간수직응력의 결과로 적층순서를 결정하는 데에 사용하기에는 유용하나, 그 절대값을 평가하기에는 적당치 못함을 알 수 있다. 그 이유는 Fig. 3~Fig. 5에서와 같이 적층순서에 따라 층간응력이 존재하는 경계영역도 달라지고, Fig. 3과 Fig. 4의  $2t$ 와  $3t$ 에서의 층간수직응력의 분포와 같이 참고문헌 (1)에서 가정한 전형적인 층간수직응력의 분포를 가지지 못하기 때문이다.

### 4. 층간수직응력을 고려한 복합적층판의 적층방법

Fig. 3과 Fig. 4에서 보는 바와 같이, 복합적층판의 임의 층간면의 자유경계단에서의 층간수직응

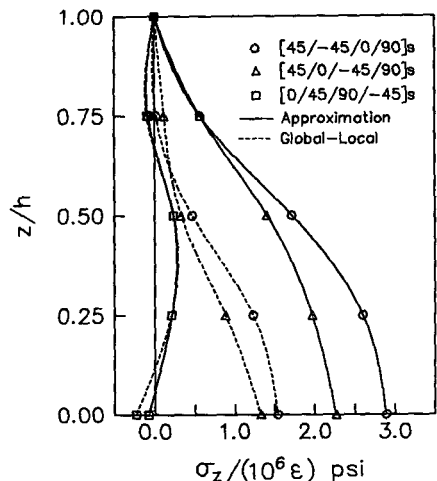


Fig. 6 Through-the-thickness distribution of interlaminar normal stresses by a approximation model and Global-Local Model for quasi-isotropic laminates

력의 절대값이 다른 층간면에 비해 큰 층간면일 경우, 적층판의 중앙에서 자유경계단을 향한 층간면을 따른 층간수직응력의 분포는 극소값이나 극대값을 가진 후, 자유경계단 근처에서 큰 기울기로 절대값이 증가하는 형태를 보였다. 이 경우 층간수직응력의 자유경계단에서의 값은 그 층간면까지의  $\sigma_z$ 에 의한 모멘트와 비례관계가 있게 된다.

그러므로  $\sigma_y$ 에 의한 모멘트가 증가하는 방향으로의 적층은 피해야 하는데, 이를 고려할 때 두꺼운 적층판은 부정층판을 반복하여 쌓는 것이 유리한 방법이 된다. 그리고, 반복할 부정층판은 층간수직응력을 고려해서 가장 좋은 부정층판을 선택하여야 한다. 그러한 부정층판은 프와송 비 대칭부적층판 (Poisson's ratio symmetric sublaminate)임을 알 수 있었다. 이는  $\sigma_y$ 에 의한 모멘트가 중첩되는 것을 방지하기 위한 적층방법에 대한 고찰에서 비롯되었다.

프와송 비 대칭부적층판이란, 예를 들면  $[\theta_n/\phi_m/-\theta_n]$  부정층판과 같이 부정층판의 중립면에 대하여 프와송 비가 대칭인 것으로, 대칭부적층판에 비해 보다 넓은 의미를 포함하고 있다. 프와송 비는 섬유방향에 대하여 우함수이기 때문에  $\theta$ 층과  $-\theta$ 층의 프와송 비는 같다. 그러므로  $[\theta_n/\phi_m/-\theta_n]$  부정층판은 부정층판의 중립면에 대하여 대칭부적층판은 될 수 없으나, 프와송 비는 부정층판의 중립면에 대하여 대칭이 된다. 이러한 부정층판을 프와송 비 대칭부적층판이라 정의한다. 여러 가지 섬유방향을 가진 층들로 두꺼운 복합적층판을 쌓을 때도, 프와송 비 대칭부적층판을 많이 얻을 수 있다.

이 적층방법에 의한 영향을 보여주기 위해서 선택된 적층판은  $\theta$ 층 4장,  $-\theta$ 층 4장, 그리고 90도층 4장의 12장으로 이루어진 대칭적층판으로, 이는 부정층판을 이용한 적층방법의 영향을 가장 잘 비교할 수 있기 때문이다. 또한  $\theta$ 를 0도, 15도, 25도로 선택한 것은 Table 1에 주어진 재료상수를 사용할 경우,  $\theta$ 가 0도일 때는 연계성질의 불일치가 존재하지 않는 적층판이고,  $\theta$ 가 15도일 때는 연계성질의 불일치가 최대가 되어 층간전단응력  $\tau_{xz}$ 의 영향이 제일 크게 나타나는 적층판이 되며,  $\theta$ 가 25도인 경우는 90도 층에 대해 프와송 비의 불일치가 제일 큰 섬유방향이기 때문이다.

Fig. 7은 Pagano와 Pipes의 근사해법에 의한 층간수직응력의 자유경계단에서의 값  $\sigma_m$ 을 적층판의

두께 방향으로 그린 것으로,  $\sigma_m$ 의 두께 방향으로의 분포가  $\theta$ 의 값에 관계없이 같은 모양을 유지한다. 그림에 나타난  $\sigma_m$  max 값은  $[(\pm\theta)_2/90_2]_s$  적층판의  $z=0$ 에서의 층간수직응력의 값이다.  $[(\pm\theta)_n/90_n]_s$  적층판의 층간수직응력의 최대치는  $[\pm\theta/90]$  부정층판을 반복해서 쌓은  $[\pm\theta/90]_{ns}$  적층판의 층간수직응력 최대치의  $n$ 배가 되고, 프와송 비 대칭부적층판인  $[\theta/90/-\theta]$ 를 반복한  $[\theta/90/-\theta]_{ns}$  적층판의 층간수직응력 최대치의  $8n$ 배가 된다.

또한 Fig. 7을 볼 때, 프와송 비 대칭부적층판을 반복하여 쌓을 경우,  $\sigma_y$ 에 의한 모멘트가 부정층판들의 경계에서는 모두 영이 되어 중립면으로 누적되어 증가하질 못한다. 그러므로, 두꺼운 적층판을 쌓을 때는 프와송 비 대칭부적층판을 잘 선택하여 이를 반복적층하면, 층간수직응력이 특히 큰 값을 가지는 층간면이 없어지게 된다.

Fig. 8~Fig. 10은 앞의 적층판들에 대한 통합-세부 변분 모델에 의한 해를 Fig. 6에서와 같이 자유경계단에서 한 층의 두께 만큼의 폭에 대해 평균응력을 취한  $\bar{\sigma}_z$  값의 적층판의 두께 방향으로의 분포이다. 이들을 볼 때  $\theta$ 에 관계없이 층간수직응력의 두께 방향으로의 분포는 비슷한 형태를 보이고 있으며, 프와송 비 대칭부적층판을 반복한 적층판에서는 층간수직응력의 큰 감소를 볼 수 있다.

Fig. 8~Fig. 10의 결과를 Fig. 7의 근사해와 비교하여 볼 때,  $[\pm\theta/90]_{2s}$  적층판의 분포는 많이 다른 형태를 보여주고 있는데, 특히  $z=2t(0.33h)$

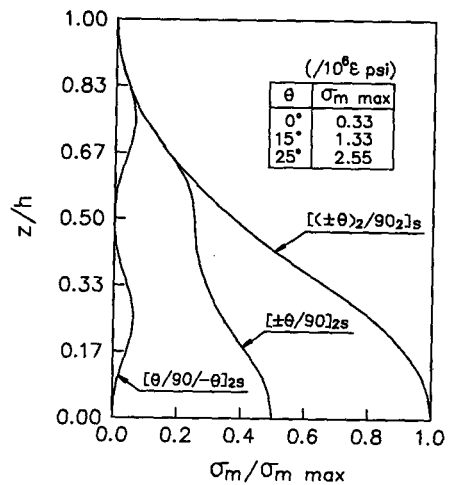


Fig. 7 Reduction of interlaminar normal stress by the repeated stacking of sublaminates and Poisson's ratio symmetric sublaminates

에서의 층간수직응력의 값이 다른 층간면에서의 그 값과 비교할 때, 상대적으로 많은 차이가 남을 볼 수 있다.  $\theta$ 가 0도일 때의 적층순서를 달리한 앞의 적층판들의  $z=2t$ 에서의 층간수직응력을  $y$ 방향으로 그린 것이 Fig. 11에 나타나 있다. 그림의 층간수직응력의 분포는  $\theta$ 가 15도, 25도일 때도 유사하게 나타났다.

Fig. 11에서 보는 바와 같이 다른 적층판과는 달리  $[0_2/90]_{2s}$  적층판의  $z=2t$ 에서의 층간수직응력

의  $y$ 방향으로의 분포는 극소값과 극대값을 각각 하나씩 가지는 형태로 Fig. 3과 Fig. 4의  $z=2t$ 와  $3t$ 에서와 같은 분포를 가졌다. 이 경우 근사해법에서 가정한 층간수직응력의 전형적인 분포와는 다르며, 층간수직응력의 자유경계단에서의 값은 매우 작아진다.  $[(\pm\theta)_2/90_2]_s$  적층판의  $z=3t, 4t, 5t$ 에서도 이와 같은 층간수직응력의 분포를 보였다.

Fig. 12와 Fig. 13은 0, 90, 45, -45도 층들로 이루어진 준등방성 복합적층판을 부적층판을 반복

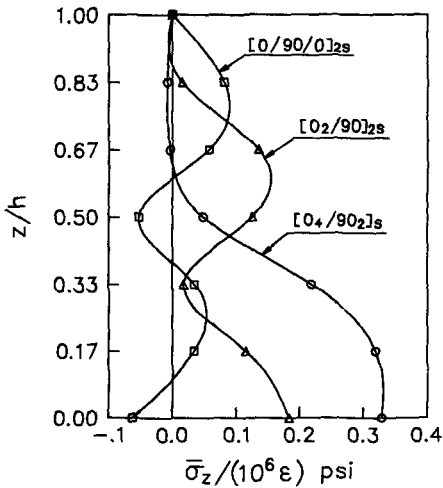


Fig. 8 Reduction of interlaminar normal stress by the repeated stacking of sublaminates and Poisson's ratio symmetric sublaminates for (0/90) laminate family

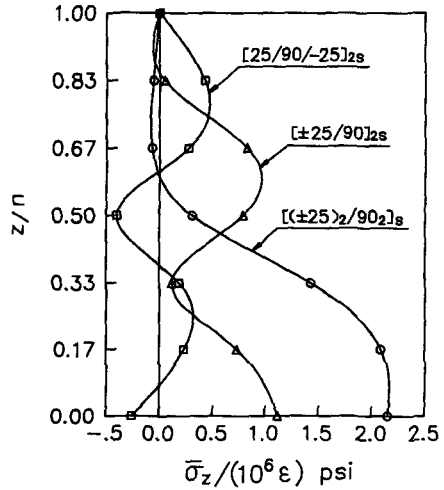


Fig. 10 Reduction of interlaminar normal stress by the repeated stacking of sublaminates and Poisson's ratio symmetric sublaminates for  $(\pm 25/90)$  laminate family

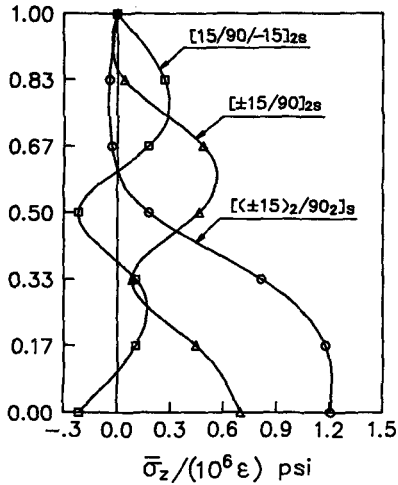


Fig. 9 Reduction of interlaminar normal stress by the repeated stacking of sublaminates and Poisson's ratio symmetric sublaminates for  $(\pm 15/90)$  laminate family

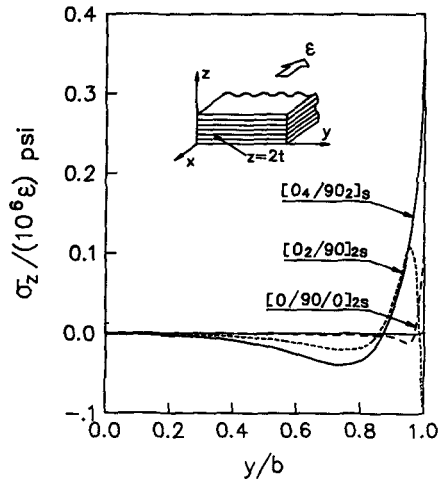


Fig. 11 Interlaminar normal stress distribution for (0/90) laminate family along  $z=2t$  interface

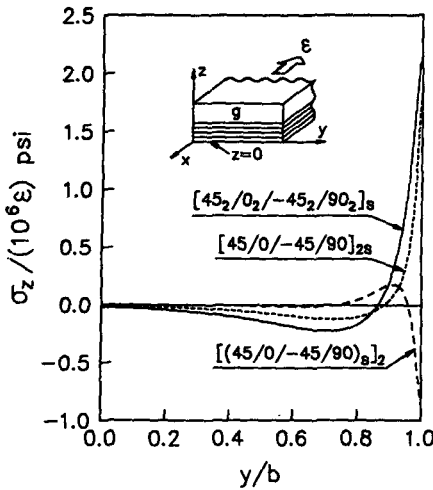


Fig. 12 Interlaminar normal stress distribution for (45/0/-45/90) laminate family along mid-plane

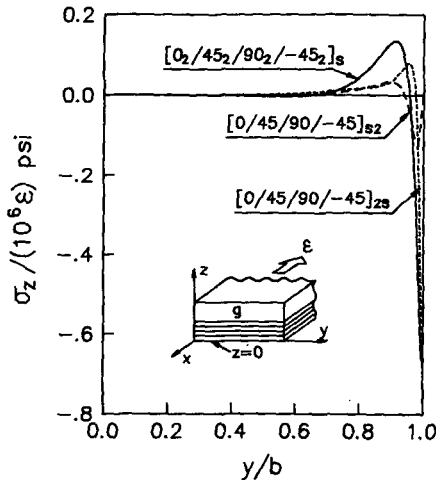


Fig. 13 Interlaminar normal stress distribution for (0/45/90/-45) laminate family along mid-plane

함에 따른 영향을 보여주는 그림으로,  $g$ 로 표시한 영역은 적층판의 위의 4장을 통합영역으로 취한 것을 나타낸다. 해석결과를 볼 때  $[45/0/-45/90]_s$  적층판은 다른 준등방성 적층판에 비해 중립면( $z=0$ )에서 층간수직응력이 양의 값으로 매우 큰 값을 가지는데, 이도 부적층판과 대칭부적층판을 이용함에 따라 층간수직응력의 값을 매우 감소시킬 수 있음을 보여준다.  $[0/45/90/-45]_s$  적층판은 중립면에서 층간수직응력 값이 음의 값을 가지는 적층판으로, 이 적층판에 대한 부적층판과 대칭부적

층판을 이용함에 따른 층간수직응력의 절대치의 감소가 Fig. 13에 나타나 있다.

이상의 결과들로 미루어, 두꺼운 복합적층판을 쌓을 때는 포와송 비 대칭부적층판을 반복하여 쌓는 것이 층간수직응력을 고려할 때, 가장 유리한 방법임을 알 수 있다.

### 5. 결 론

복합적층판의 층간응력을 통합-세분 변분 모델을 사용하여 해석하였으며, 층간수직응력의 근사해법에 대한 고찰을 하고 층간수직응력을 줄이기 위해 포와송 비 대칭부적층판을 이용한 적층방법을 제시하였다. 이러한 과정을 통하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

(1) 층간응력이 존재하는 경계영역은 적층판과 적층순서에 따라 많이 달라진다.

(2) 층간수직응력의 자유경계단을 향한 폭방향으로의 분포는 크게 두 경우로 나누어진다. 첫번째는 층간면 내에서 극소값이나 극대값이 하나 존재하고 자유경계단 근처에서 큰 기울기로 그 절대값이 증가한 경우이고, 두번째는 극소값과 극대값을 각각 하나씩 가진 후에 자유경계단 근처에서 큰 기울기를 가지는 경우이다.

(3) 층간수직응력의 근사해로 얻은 층간수직응력의 절대치가 다른 층간면에서의 값보다 상대적으로 큰 층간면에서는 결론 (2)의 첫번째 형태로 층간수직응력이 존재한다. 그러므로 근사해를 이용하여 적층순서를 결정하는 것은 유용하다.

(4) 층간수직응력을 고려한 최적의 적층방법은 포와송 비 대칭부적층판을 반복하여 쌓는 방법이다. 이렇게 할 경우 층간수직응력이 존재하는 경계영역도 매우 좁아진다.

(5) 자유경계단으로부터 한 층의 두께 만큼의 폭에 대한 층간수직응력의 평균치를 취하여 그 절대값의 최대치로 비교할 경우,  $[(\pm\theta)_2/90_2]_s$  적층판의 층간수직응력은  $[\pm\theta/90]_2$  적층판의 1.5~2배가 되고,  $[\theta/90/-\theta]_2$  적층판의 4~5배가 된다.

(6) 부적층판을 반복적층할 경우 층간전단응력의 거동에 대한 보다 깊은 연구가 필요하며, 위의 일련의 결과에 대한 실험적 연구가 요구된다.

## 참 고 문 헌

- (1) N. J. Pagano and R. B. Pipes, 1973, "Some Observations on the Interlaminar Strength of Composite Laminates", *Int. J. Mechanical Science*, Vol. 15, pp. 679~688.
- (2) R. Y. Kim and S. R. Soni, 1986, "Failure of Composite Laminates due to Combined Interlaminar Normal and Shear Stresses", "Composite '86: Recent Advances in Japan and the United States" Proc. Japan-U.S. CCM-III, Tokyo, pp. 341~350.
- (3) F. W. Crossman and A.S.D. Wang, 1982, "The Dependence of Transverse Cracking and Delamination on Ply Thickness in Graphite/Epoxy Laminates", *Damage in Composite Materials*, ASTM STP 775, pp. 118~139.
- (4) I.S. Raju and John H. Crews, Jr., 1981, "Interlaminar Stress Singularities at a Straight Free Edge in Composite Laminates", *Computers & Structures*, Vol. 14, pp. 21~28.
- (5) S.S. Wang and I. Choi, 1982, "Boundary-Layer Effects in Composite Laminates: Part 2-Free-Edge Stress Solutions and Basic Characteristics", *J. Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 549~560.
- (6) Christos Kassapoglou and Paul A. Lagace, 1987, "Closed Form Solutions for the Interlaminar Stress Field in Angle-Ply and Cross-Ply Laminates", *J. Composite Materials*, Vol. 21, pp. 292~308.
- (7) R. B. Pipes and N. J. Pagano, 1970, "Interlaminar Stresses in Composite Laminates Under Uniform Axial Extension", *J. Composite Materials*, Vol. 4, pp. 538~548.
- (8) A. S. D. Wang and F. W. Crossman, 1977, "Some New Results on Edge Effect in Symmetric Composite Laminates", *J. Composite Materials*, Vol. 11, pp. 92~106.
- (9) Robert L. Spilker, 1980, "Edge Effects in Symmetric Composite Laminates: Importance of Satisfying the Traction-Free-Edge Condition", *J. Composite Materials*, Vol. 14, pp. 2~20.
- (10) J. D. Whitcomb, I. S. Raju and J. G. Goree, 1982, "Reliability of the Finite Element Method for Calculating Free Edge Stresses in Composite Laminates", *Computers & Structures*, Vol. 15, pp. 23~37.
- (11) S. R. Soni, 1982, "Stress and Strength Analysis of Composite Laminates at Delamination", "Progress in Science and Engineering of Composites", ICCM-IV Tokyo, pp. 251~260.
- (12) D. M. Kim, 1986, "Interlaminar Stress and Delamination Analysis of Laminated Composites by a Global-Local Variational Model", M. S. Thesis, KAIST.
- (13) C. S. Hong, 1987, "Suppression of Interlaminar Stresses of Thick Composite Laminates using Sub-laminate Approach", 32th International SAMPE Symposium April 6~9, pp. 558~565.
- (14) S. R. Soni and N. J. Pagano, 1983, "Global-Local Laminate Variational Model", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 19, pp. 207~228.
- (15) R. Y. Kim and S. R. Soni, 1984, "Experimental and Analytical Studies On the Onset of Delamination in Laminated Composites", *J. Composite Materials*, Vol. 18, pp. 70~80.