

<論 文>

반복형태식을 이용한 多物體系의 動力學的 해석

신 상 훈* · 유 완 석**

(1988年 7월 8일 접수)

Dynamic Analysis of a Multibody System Using Recursive-Formula

S.H. Shin and W.S. Yoo

Key Words : Recursive Formula(반복형태식), Inward Iteration(내향반복), Outward Iteration(외향반복), Inverse Dynamics(역동력학), Tree Structure(분지형구조)

Abstract

Kinematic and dynamic equations of open-loop mechanical systems are derived using the velocity transformation. The velocities of a link are defined by the velocities of the previous link and relative velocities between the links. The velocities and angular velocities are expressed with joint velocities and 6×1 velocity transformation vector. Using the velocity relations, recursive formula are derived and compared to the previous results. The derived recursive formula are modified and applied to the dynamic simulation of a vehicle. The computational efficiency of the vehicle simulation with the derived recursive formula is much enhanced.

기 호 설 명

본 논문에서는 다음과 같은 규약을 사용한다.

(1) 대문자로 표시된 변수는 벡터나 행렬을 나타내며, 소문자로 표시된 변수는 스칼라를 나타낸다.

(2) 좌측 상단의 첨자는 어떤 양이 정의된 좌표계를 나타내며, 절대좌표계로 표시된 경우는 아무런 첨자도 사용하지 않을 것이다.

(3) 우측 또는 좌측하단의 첨자는 물체에 부착된 상대좌표계를 나타내며, 두 첨자가 함께 쓰여있을 때는 앞첨자의 좌표계에 대한 뒷첨자 좌표계의 상대량을 뜻한다.

예외의 몇 가지 경우에 대해선 *표시를 하였다.

B_{ij} : 속도변환을 나타내는 6×1 벡터

d_j : 직진조인트 j 의 조인트변수

* f_k : 링크 $k-1$ 이 링크 k 에 미치는 힘벡터

F_k : 링크 k 에 작용하는 힘의 합

I_{c_k} : 링크 k 의 질량중심 c_k 에 관한 질량 관성 모멘트

m_k : 링크 k 의 질량

N_k : 링크 k 에 작용하는 모멘트의 합

n : 링크의 갯수

* n_k : 링크 $k-1$ 이 링크 k 에 작용하는 모멘트 벡터

P_{ij} : 조인트 i 에서 조인트 j 까지의 거리

P_i : 절대좌표계의 원점으로부터 조인트 i 까지의 거리

q_j : 조인트 j 의 조인트변수

* iR : 좌표계 j 에 기준한 좌표계 k 의 3×3 회전 행렬

U_j : 조인트 j 의 조인트축 방향을 나타내는 절대성분 벡터

V_j : 링크 j 의 절대속도

* θ_j : 회전조인트 j 의 조인트변수

* Ω_j : 절대성분으로 표현된, 링크 $j-1$ 에 대한 링

*정회원, 부산대학교 대학원

**정회원, 부산대학교 공과대학 생산기계공학과

크 j 의 상대각속도 벡터

* ω_j : 링크 j 의 절대각속도벡터

* τ_k : 조인트 k 의 Z_k 축에 작용하는 조인트토크의 스칼라양

W^T : 행렬 W 의 전치(transpose) 행렬

W_i : 절대좌표계에 대한 좌표계 i 의 자세(orientation)를 나타내는 3×3 회전행렬

* iW : 좌표계 i 에 대한 절대좌표계의 자세를 나타내는 회전행렬($W_i^T = {}^iW$)

$\{W_i\}_{i=1}^n$: 행렬(또는 벡터) W_1, W_2, \dots, W_n 의 집합(set)

$\{i\}$: 링크 i 에 부착된 상대좌표계 $X_i - Y_i - Z_i$

$\{B\}$: 기본체의 질량중심에 고정된 좌표계

* $Q(K)$: 구하고자 하는 물리량(스칼라, 벡터)을 Q 라고 할 때에, $Q(K)$ 는 K 번째 분枝(tree)에 대한 값을 나타낸다.

1. 서 론

여러개의 물체로 이루어진系の 동력학을 다루는 분야인 다물체동력학(multibody dynamics)은 로봇분야, 우주항공분야 및 기계분야로 나누어져 연구가 진행되고 있다⁽¹⁾. 상호간에 많은 공통점을 가지고 있으나, 각 분야의 연구가 나누어져 진행되고 있을 뿐, 연관성을 다룬 논문은 많지 않다.

로봇의 기구학 및 역동력학(inverse dynamics) 해석에서는 말단효과장치(end-effector)의 주어진 운동에 필요한 조인트토크를 구하는 경우가 많으므로, 링크의 좌표계에서 정의된 량들로 식을 유도하는 것이 편리하다. 그러나 기본체가 움직이는 기계나 자동차의 동력학적 해석을 위해서는 路面 및 장애물의 위치 및 형태에 따르는 타이어의 반력과 운행중 자동차의 자세(orientation) 등을 알기 위해서 절대좌표계를 사용하는 것이 편리할 때가 많다. 이런 이유에서 기계의 동력학적 해석프로그램^(2,3)에서는 직교좌표계를 사용하고 있으며, 시뮬레이션 효율을 높이기 위해서 속도변환을 이용하기도 한다^(4,5).

본 논문에서는 속도변환을 이용하여 기본체(base body)가 움직이는 경우에 대한 일반적인 운동방정식을 유도하고, 이를 적절히 변형시킴으로써 로봇분야에서 이미 유도된 식과 비슷한 반복형태의 식을 얻을 수 있음을 보임으로써, 기계의 동력학분야에서 사용하고 있는 속도변환의 방법이 기본체

가 고정되어 있는 경우가 대부분인 로봇분야에서도 적용될 수 있음을 보이고자 한다. 또한 유도된 반복형태식을 이용하여 개방연쇄계(open-loop system)로 이루어진 기계시스템의 동력학 시뮬레이션에 적합한 알고리즘을 만들고 자동차를 예제로 택하여 유도된 방법의 타당성과 효율성을 검토하였다.

2. 속도변환을 이용한 기구학

링크 사이에 상대자유도가 존재하는 경우의 각 링크들의 속도 및 가속도를 해석하기 위하여 Fig. 1과 같은系(system)를 생각한다. Fig. 1에서 오른쪽 링크를 각각 i, j, k 라 하면, 조인트 j 는 링크 i 와 링크 j 를 연결하며, 조인트 j 에서 링크 j 에 부착(fixed)된 좌표계 $X_j - Y_j - Z_j$ 를 설정하고, Z_j 축은 조인트축의 방향 U_j 와 일치하도록 잡는다. $X - Y - Z$ 좌표계는 절대좌표계이며, Fig. 1에서 정의된 모든 벡터는 절대좌표계에서 정의된 량이다. 절대좌표계의 원점으로부터 조인트 i , 조인트 j 까지의 거리벡터를 각각 P_i, P_j 라 하고 조인트 i 에서 조인트 j 까지의 거리를 P_{ij} 라 한다.

기계시스템에서 많이 사용되는 회전조인트(revolute joint)와 직진조인트(prismatic joint)의 형태 및 각 조인트의 조인트변수(joint variable)를 Fig. 2에 표시하였다.

링크 j 의 조인트변수를 q_j 라고 하면

$$q_j = \begin{cases} \theta_j : \text{회전조인트} \\ d_j : \text{직진조인트} \end{cases} \quad (1)$$

로 표시되며, ϵ_j 를 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon_j = \begin{cases} 0 : \text{회전조인트} \\ 1 : \text{직진조인트} \end{cases} \quad (2)$$

2.1 이동하는 分枝型 기본체 (Tree Structured Moving Base-Body)

Fig. 1과 같이 하나의 기본체에 여러 개의 개방연쇄계가 부착된 이러한系를 분지형구조(tree structure)라 하며, 폐쇄연쇄계(closed loop)의 경우에 대해서도 도식이론(graph theory)을 이용하여 가상적인 분지형 구조를 만들 수 있다⁽⁶⁾.

움직이는 기본체(base body)의 경우에 있어서는, 절대좌표계와 기본체 사이에 浮動조인트(floating joint)로 연결되어 있다고 생각한다.

기본체와 분지(tree)의 첫번째 링크와의 연결부

분에 대해서는 기본체에 고정된 좌표계 $X_0-Y_0-Z_0$ 와 링크에 고정된 좌표계 $X_1-Y_1-Z_1$ 을 정의하며, 이때 두 좌표계의 Z 축은 일치하도록 잡는다.

2.2 자세(Orientation)

Fig. 1의系에 대한 자세를 정의해 보면 다음과 같다.

평면운동을 하는 기본체의 자세를 나타내는 행렬은

$$W_B = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이다. 여기서 ϕ 는 $X-Y$ 좌표계에 대한 X_B-Y_B 좌표계의 상대각도를 나타내며, $c\phi = \cos\phi$, $s\phi = \sin\phi$ 를 뜻한다.

메니플레이터의 운동학(manipulator kinematics)에서는 이웃하는 두 링크사이의 자세를 나타내기 위해서 Denavit-Hartenberg의 표기를 이용한 3×3 회전행렬을 사용한다⁽⁶⁾.

$${}^i R = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 \\ s\theta_i \cdot ca_{i-1} & c\theta_i \cdot ca_{i-1} & -sa_{i-1} \\ s\theta_i \cdot sa_{i-1} & c\theta_i \cdot sa_{i-1} & ca_{i-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 θ_i 와 a_{i-1} 는 각각 관절각(joint angle)과 링크뒤틀림(link twist)을 나타낸다⁽⁶⁾. 또한 위의 회전행렬은 다음과 같은 성질을 갖는다.

$${}^n R = {}^1 R_2 {}^2 R_3 \cdots {}^{n-1} R \quad (5)$$

연쇄(chain)에 대한 첫번째 조인트축의 조건⁽⁶⁾

$$\omega_0 = \omega_0 = 0$$

및

$$\begin{cases} \epsilon_1 = 0 \text{ 일 때 } d_1 = 0 \\ \epsilon_1 = 1 \text{ 일 때 } \theta_1 = 0 \end{cases}$$

을 만족하도록 좌표계 $\{0\}$ 을 정의하고, 식 (4)를 이용하여 좌표계 $\{B\}$ 에 대한 좌표계 $\{0\}$ 의 자세 ${}^B R$ 를 구한다.

마지막 링크의 좌표계 $\{n\}$ 에 대한 끝단좌표계 $\{n+1\}$ 의 자세는

$${}^{n+1} R = I_{3 \times 3} \quad (7)$$

가 되도록 정한다.

위에서 구한 식 (3)~(7)을 이용하여, 어떤 분지(tree)의 i 번째 링크의, 절대좌표계에 대한 자세(orientation)를 구해보면

$$W_i = W_B {}^B R {}^i R \quad (8)$$

가 된다.

위의 방법을 적용하면, 조인트 i 의 조인트축 방향을 나타내는 단위벡터 U_i 는

$$U_i = W_i {}^i Z_i = W_i [001]^T \quad (9)$$

가 되며, 상대좌표계 $\{i\}$ 에서 구한 ${}^i P_j$ 는

$$P_{ij} = W_i {}^i P_j \quad (10)$$

와 같이 절대성분으로 표현될 수 있다.

2.3 각속도

Fig. 1에 표시된系에서 링크 i 에 대한 링크 j 의 상대각속도 Ω_j 는 다음과 같이 표시된다.

$$\Omega_j = (1 - \epsilon_j) \dot{q}_j U_j \quad (11)$$

즉 회전조인트일 때는 ($\epsilon_j = 0$, $\dot{q}_j = \dot{\theta}_j$) $\Omega_j = \dot{\theta}_j U_j$ 이며 직진조인트일 때는 $\Omega_j = 0$ 이다. 링크 j 의 절대각속도 ω_i 와 링크 i 에 대한 링크 j 의 상대각속도 Ω_j 의 합으로 표시할 수 있으므로

$$\omega_j = \omega_i + \Omega_j \quad (12)$$

로 표시된다. 또한 링크 k 의 각속도는

$$\begin{aligned} \omega_k &= \omega_j + \Omega_k \\ &= \omega_j + \Omega_j + \Omega_k \end{aligned} \quad (13)$$

로 표시된다.

기본체의 절대각속도를 ω_B 라 하면, 링크 k 의 절대각속도 ω_k 는

$$\omega_k = \omega_B + \sum_{j=1}^k \Omega_j \quad (14)$$

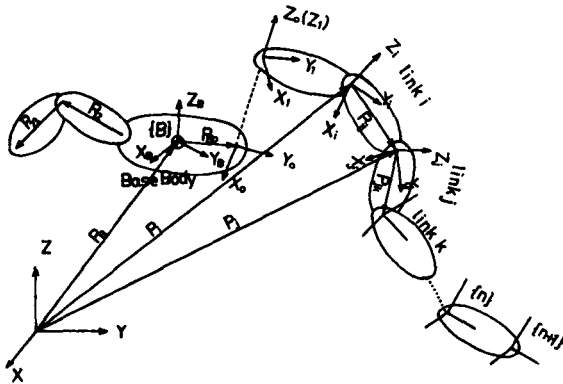


Fig. 1 Definition of joint axes

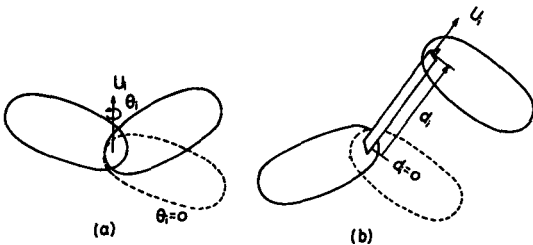


Fig. 2 Joint variable q_i

(a) Revolute joint

(b) Prismatic joint

으로 표시된다.

2.4 속도

링크 j 의 절대속도 V_j 는

$$V_j = V_i + \omega_i \times P_{ij} + \nu_j \quad (15)$$

로 표시된다. 여기서 V_i 와 ω_i 는 링크 i 의 절대속도 및 절대각속도이며, ν_j 는

$$\nu_j = \varepsilon_j U_j \dot{q}_j \quad (16)$$

로 정의되며, 회전조인트의 경우 ($\varepsilon_j=0$)에는 0이며, 직진조인트의 경우 ($\varepsilon_j=1$, $\dot{q}_j = \dot{d}_j$)에는 $U_j \dot{d}_j$ 이다. 또한 링크 k 의 절대속도 V_k 는

$$\begin{aligned} V_k &= V_j + (\omega_j \times P_{jk} + \nu_k) \\ &= [V_i + (\omega_i \times P_{ij} + \nu_j)] + (\omega_j \times P_{jk} + \nu_k) \\ &= V_i + \omega_i \times P_{ij} + (\omega_i + \Omega_j) \times P_{jk} + \nu_j + \nu_k \\ &= V_i + \omega_i \times (P_{ij} + P_{jk}) + \Omega_j \times P_{jk} + \nu_j + \nu_k \\ &= V_i + \omega_i \times P_{ik} + \Omega_j \times P_{jk} + \nu_j + \nu_k \end{aligned} \quad (17)$$

로 표시되며, 기본체의 절대속도를 V_B 라 하면, 링크 k 의 속도 V_k 는

$$V_k = V_B + \omega_B \times P_{Bk} + \sum_{j=1}^k (\Omega_j \times P_{jk} + \nu_j) \quad (18)$$

로 표시된다. 식 (14)와 식 (18)을 함께 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_k \\ \omega_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_B + \omega_B \times P_{Bk} \\ \omega_B \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^k \begin{bmatrix} \Omega_j \times P_{jk} + \nu_j \\ \Omega_j \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} V_B + \omega_B \times P_{Bk} \\ \omega_B \end{bmatrix} \\ &\quad + \sum_{j=1}^k \begin{bmatrix} (1-\varepsilon_j) U_j \times P_{jk} + \varepsilon_j U_j \\ (1-\varepsilon_j) U_j \end{bmatrix} \dot{q}_j \\ &= B_{Bk} + \sum_{j=1}^k B_{jk} \dot{q}_j \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 B_{jk} 는 6×1 벡터이며, 회전조인트일 때는,

$$B_{jk} = \begin{bmatrix} U_j \times P_{jk} \\ U_j \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (20)$$

이고, 직진조인트일 때는

$$B_{jk} = \begin{bmatrix} U_j \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (21)$$

이다.

2.5 가속도 및 각가속도

속도를 나타내는 식 (19)를 미분하여 링크 k 의 가속도 \dot{V}_k 및 각가속도 $\dot{\omega}_k$ 를 구하면, 움직이는 기본체에 대하여

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_k \\ \dot{\omega}_k \end{bmatrix} = \dot{B}_{Bk} + \sum_{j=1}^k (B_{jk} \ddot{q}_j + \dot{B}_{jk} \dot{q}_j) \quad (22)$$

로 표시되며

$$\dot{B}_{Bk} = \begin{bmatrix} \dot{V}_B + \dot{\omega}_B \times P_{Bk} + \omega_B \times \dot{P}_{Bk} \\ \dot{\omega}_B \end{bmatrix} \quad (23)$$

이고, B_{jk} 의 시간에 대한 미분량인 \dot{B}_{jk} 는

$$\dot{B}_{jk} = \begin{bmatrix} \{\omega_j \times (1-\varepsilon_j) U_j\} \times P_{jk} + (1-\varepsilon_j) U_j \\ \times \dot{P}_{jk} + \omega_j \times \varepsilon_j U_j \\ \omega_j \times (1-\varepsilon_j) U_j \end{bmatrix} \quad (24)$$

로 되며, 여기서 $P_{jk} = P_k - P_j$ 이므로 $\dot{P}_{jk} = V_k - V_j$ 이다. \dot{B}_{jk} 를 정리해 보면, 회전조인트의 경우에는

$$\dot{B}_{jk} = \begin{bmatrix} (\omega_j \times U_j) \times P_{jk} + U_j \times \dot{P}_{jk} \\ \omega_j \times U_j \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (25)$$

으로 표시되고, 직진조인트인 경우는

$$\dot{B}_{jk} = \begin{bmatrix} \omega_j \times U_j \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (26)$$

이 된다. 위의 결과를 정리하면, 가속도와 각가속도는

$$\begin{aligned} \dot{V}_k &= \dot{V}_B + \dot{\omega}_B \times P_{Bk} + \omega_B \times \dot{P}_{Bk} \\ &\quad + \sum_{j=1}^k \{ \{ \omega_j \times (1-\varepsilon_j) U_j \} \times P_{jk} \\ &\quad + (1-\varepsilon_j) U_j \times \dot{P}_{jk} + \omega_j \times \varepsilon_j U_j \} \dot{q}_j \\ &\quad + \sum_{j=1}^k \{ (1-\varepsilon_j) U_j \times P_{jk} + \varepsilon_j U_j \} \ddot{q}_j \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_k &= \dot{\omega}_B + \sum_{j=1}^k \{ \omega_j \times (1-\varepsilon_j) U_j \} \dot{q}_j \\ &\quad + \sum_{j=1}^k (1-\varepsilon_j) U_j \ddot{q}_j \end{aligned}$$

로 표시된다.

3. 반복형태식 (Recursive Formula)의 유도

식 (14), 식 (18), 식 (20)을 이용하여 회전조인트의 경우에 대한 반복형태식을 만들어 보면 다음과 같다.

3.1 각속도

식 (14)에서 k 대신 $k+1$ 을 대입하고, 회전조인트의 경우 $\Omega_j = \dot{\theta}_j U_j$ 임을 고려하면,

$$\begin{aligned} \omega_{k+1} &= \omega_B + \sum_{j=1}^{k+1} \Omega_j \\ &= \omega_B + \sum_{j=1}^k \Omega_j + \Omega_{k+1} \\ &= \omega_k + U_{k+1} \dot{\theta}_{k+1} \end{aligned} \quad (28)$$

로 된다.

3.2 속도

속도의 식 (18)에 k 대신 $k+1$ 을 대입하고 회전조

인트임을 고려하면

$$\begin{aligned}
 V_{k+1} &= V_B + \omega_B \times P_{Bk+1} + \sum_{j=1}^{k+1} (\Omega_j \times P_{jk+1}) \\
 &= V_B + \omega_B \times (P_{Bk} + P_{kk+1}) \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{k+1} \{\Omega_j \times (P_{jk} + P_{kk+1})\} \\
 &= V_B + \omega_B \times (P_{Bk} + P_{kk+1}) \\
 &\quad + \sum_{j=1}^k \{\Omega_j \times (P_{jk} + P_{kk+1})\} \\
 &\quad + \Omega_{k+1} \times (P_{k+1k} + P_{kk+1}) \\
 (\because P_{k+1k} &= -P_{kk+1} \text{임을 고려하면}) \\
 &= V_B + \omega_B \times P_{Bk} + \sum_{j=1}^k (\Omega_j \times P_{jk}) \\
 &\quad + \omega_B \times P_{kk+1} + \sum_{j=1}^k (\Omega_j \times P_{kk+1}) \\
 &= V_k + (\omega_B + \sum_{j=1}^k \Omega_j) \times P_{kk+1} \\
 &= V_k + \omega_k \times P_{kk+1} \tag{29}
 \end{aligned}$$

가 된다.

3.3 각가속도 및 가속도

각가속도 및 가속도의 경우에 대해서도 위와 같은 방법으로 반복형태의 식을 구해보면

$$\dot{\omega}_{k+1} = \dot{\omega}_k + U_{k+1} \ddot{\theta}_{k+1} + \omega_{k+1} \times U_{k+1} \dot{\theta}_{k+1} \tag{30}$$

$$\dot{V}_{k+1} = \dot{V}_k + \dot{\omega}_k \times P_{kk+1} + \omega_k \times \dot{P}_{kk+1} \tag{31}$$

으로 표시된다. 위의 식 (28), 식 (29), 식 (30) 및 식 (31)로 표시된 반복형태의 식은 참고문헌 (6)의 결과와 같은 형태이다.

4. 운동방정식의 유도

4.1 로봇아암의 逆動力學 (Inverse Dynamics)

한 개의 링크에 작용하는 힘들을 Fig. 3에 표시하였다. 링크 k 의 질량중심의 위치를 c_k 라고 하면, 질량중심의 가속도 \dot{V}_{c_k} 는

$$\dot{V}_{c_k} = \dot{V}_k + \dot{\omega}_k \times P_{kc_k} + \omega_k \times \dot{P}_{kc_k} \tag{32}$$

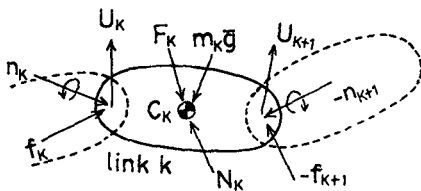


Fig. 3 Force equilibrium of a link

로 표시되며, 여기서 P_{kc_k} 는 링크 k 의 좌표계의 원점에서 질량중심 c_k 까지의 거리이다. 링크 k 에 작용하는 外力의 합 F_k 와 모멘트의 합 N_k 는

$$F_k = m_k \dot{V}_{c_k} \tag{33}$$

$$N_k = I_{c_k} \dot{\omega}_k + \omega_k \times I_{c_k} \omega_k \tag{34}$$

로 표시된다.

좌표계 $\{k\}$ 에서 측정된 관성모멘트 ${}^k I_{c_k}$ 와 I_{c_k} 에 대한 관계는, 회전운동에너지가 스칼라 량이므로

$$I_{c_k} = {}^k W^T {}^k I_{c_k} {}^k W \tag{35}$$

라는 관계식을 얻는다.

Fig. 3에서 한 개의 링크에 대한 힘의 평형을 고려하면

$$F_k = f_k - f_{k+1} + m_k \bar{g} \tag{36}$$

이므로

$$f_k = f_{k+1} + F_k - m_k \bar{g} \tag{37}$$

이다. 링크에 대한 모멘트의 평형을 고려하면

$$\begin{aligned}
 N_k &= n_k - n_{k+1} - P_{kc_k} \times f_k \\
 &\quad + (P_{kk+1} - P_{kc_k}) \times (-f_{k+1}) \\
 &= n_k - n_{k+1} + P_{kc_k} \times (f_{k+1} - f_k) \\
 &\quad - P_{kk+1} \times f_{k+1} \tag{38}
 \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}
 n_k &= n_{k+1} + N_k + P_{kc_k} \times (f_k - f_{k+1}) \\
 &\quad + P_{kk+1} \times f_{k+1} \tag{39}
 \end{aligned}$$

을 얻는다.

회전조인트와 직진조인트, 모두에 이용될 수 있는, 좀더 일반적인 경우에 대하여 정리해 보면 다음과 같다.

$$(1) \text{ 外向반복 (outward iteration)} \tag{40}$$

$$\omega_{k+1} = \omega_k + (1 - \epsilon_{k+1}) U_{k+1} \dot{q}_{k+1}$$

$$V_{k+1} = V_k + \omega_k \times P_{kk+1} + \epsilon_{k+1} U_{k+1} \dot{q}_{k+1}$$

$$\dot{\omega}_{k+1} = \dot{\omega}_k + (1 - \epsilon_{k+1}) U_{k+1} \ddot{q}_{k+1} + \omega_{k+1}$$

$$\times (1 - \epsilon_{k+1}) U_{k+1} \dot{q}_{k+1}$$

$$\dot{V}_{k+1} = \dot{V}_k + \dot{\omega}_k \times P_{kk+1} + \omega_k \times \dot{P}_{kk+1}$$

$$+ \omega_{k+1} \times \epsilon_{k+1} U_{k+1} \dot{q}_{k+1} + \epsilon_{k+1} U_{k+1} \ddot{q}_{k+1}$$

$$\dot{V}_{c_{k+1}} = \dot{V}_{k+1} + \dot{\omega}_{k+1} \times P_{k+1c_{k+1}} + \omega_{k+1}$$

$$\times \dot{P}_{k+1c_{k+1}}$$

$$F_{k+1} = m_{k+1} \dot{V}_{c_{k+1}}$$

$$N_{k+1} = I_{c_{k+1}} \dot{\omega}_{k+1} + \omega_{k+1} \times I_{c_{k+1}} \omega_{k+1}$$

$$(2) \text{ 内向반복 (inward iteration)} \tag{41}$$

$$f_k = f_{k+1} + F_k - m_k \bar{g}$$

$$n_k = n_{k+1} + N_k + P_{kc_k} \times (f_k - f_{k+1})$$

$$+ P_{kk+1} \times f_{k+1}$$

$$\tau_k = n_k^T U_k$$

4.2 기계시스템의 동력학

식 (40)과 (41)은 주어진 경로로 로봇아암을 움직이기 위해 조인트에 필요한 힘과 토크를 구하는 역동력학(inverse dynamics)에서 쓰이는 식이다.

이제 식 (40)과 (41)을 변형시켜, 기계시스템의 動的인 과도응답특성을 구하는 방정식을 유도하고자 한다.

(1) 기본체에 대한 힘과 모멘트

m 개의 분지를 가진 기본체에 대한 힘과 모멘트를 고려하면 Fig. 4와 같다.

$P_{B0}(k)$ 를 k 번째 분지(tree)에 대한 좌표계 $\{B\}$ 와 좌표계 $\{0\}$ 사이의 거리라 하고, f_B 와 n_B 를 각각 기본체에 미치는 힘과 모멘트라 하면, 기본체에 작용하는 힘의 합은

$$F_B = f_B - \sum_{k=1}^m [f_i(k)] + m_B \bar{g} \quad (42)$$

이며, 질량중심에 대한 모멘트 합은

$$N_B = n_B - \sum_{k=1}^m [n_i(k) + P_{B0}(k) \times f_i(k)] \quad (43)$$

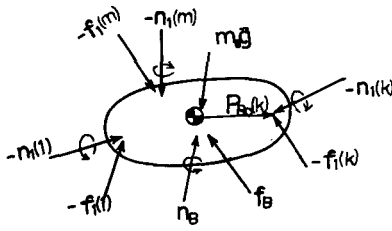


Fig. 4 F.B.D of a base-body

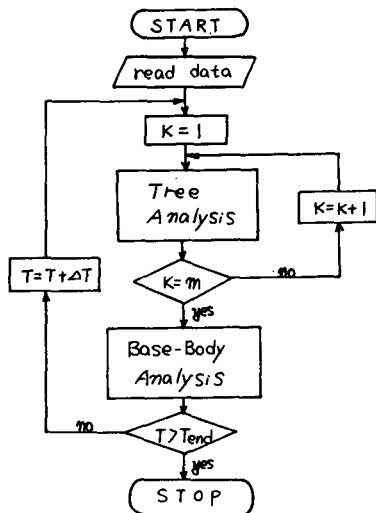


Fig. 5 Simulation algorithm

이다. 여기서 $f_i(k)$ 와 $n_i(k)$ 는 기본체가 k 번째 분지의 첫번째 링크에 미치는 힘과 모멘트이다.

(2) 시뮬레이션 알고리즘(simulation algorithm)

분지(tree)의 수를 m 이라 하고, 기본체를 제외한, 어떤 분지에 대한 링크 수를 n 이라 할 때—예를 들면 Fig. 1에서 왼쪽과 오른쪽의 분지를 각각 A, B라 하면 $m=2$, $n_A=2$, $n_B=n$ 이다—회전조인트와 직진조인트의 조합으로 이루어진 平面多物體系(planar multibody system)에 대한 시뮬레이션 과정을 Fig. 5에 나타내었다.

(1) Tree Analysis

step 1. compute ${}^B R(k)$, $\left\{ {}_i^{i-1} R(k) \right\}_{i=1}^{n+1}$

$$\left\{ W_i(k) \right\}_{i=1}^{n+1}, \left\{ U_i(k) \right\}_{i=1}^n$$

using eqs (3)~(9)

step 2. compute $P_{B0}(k)$, $\left\{ P_{i+1}(k) \right\}_{i=0}^n$

$$\left\{ P_{ic_i}(k) \right\}_{i=1}^n$$

using eq (10)

step 3. compute $\left\{ \omega_i(k) \right\}_{i=1}^n$

using eq (40), where $\omega_0 = \omega_B$

step 4. compute $\left\{ V_i(k) \right\}_{i=1}^n$

using eq (40), and $V_0 = V_B + \omega_B \times P_{B0}$

step 5. compute $\left\{ f_i(k) \right\}_{i=1}^{n+1}$ & $\left\{ n_i(k) \right\}_{i=1}^{n+1}$

from model

step 6. compute $\left\{ F_i(k) \right\}_{i=1}^n$ & $\left\{ N_i(k) \right\}_{i=1}^n$

using eqs (36), (38)

step 7. compute $\left\{ \dot{V}_{ci}(k) \right\}_{i=1}^n$ & $\left\{ \dot{\omega}_i(k) \right\}_{i=1}^n$

$$\text{using eqs } \dot{V}_{ci} = \frac{F_i}{m_i},$$

$$\dot{\omega}_i = I_{ci}^{-1} (N_i - \omega_i \times I_{ci} \omega_i)$$

step 8. compute $\left\{ \dot{V}_i \right\}_{i=1}^n$

using eq (40)

$$\text{and } \dot{V}_0 = \dot{V}_B + \dot{\omega}_B \times P_{B0} + \omega_B \times (\omega_B \times P_{B0})$$

step 9. compute $\left\{ \ddot{q}_i \right\}_{i=1}^n$

If ($\varepsilon=0$) then

$$\ddot{\theta}_{i+1} = {}^{i+1}W [\dot{\omega}_{i+1} - \dot{\omega}_i - \omega_{i+1} \times U_{i+1} \dot{\theta}_{i+1}] \times {}^{i+1}Z_{i+1}$$

otherwise ($\varepsilon=1$)

$$\begin{aligned} \ddot{d}_{i+1} = & {}^{i+1}W [\dot{V}_{i+1} - \dot{V}_i - \dot{\omega}_i \times P_{ii+1} - \omega_i \\ & \times (\omega_i \times P_{ii+1}) - 2\omega_i \\ & \times U_{i+1} \dot{d}_{i+1}] \cdot {}^{i+1}Z_{i+1} \end{aligned}$$

step 10. integrate $\{\dot{q}_i\}_{i=1}^n$
 $\rightarrow \{q_i\}_{i=1}^n \rightarrow \{a_i\}_{i=1}^n$

(2) Base-Body Analysis

step 1. compute F_B & N_B
 using eqs (42), (43)

step 2. $\dot{V}_B = \frac{F_B}{m_B}$, $\dot{\omega}_B = I_{c_B}^{-1} (N_B - \omega_B \times I_{c_B} \omega_B)$

step 3. integrate \dot{V}_B , $\dot{\omega}_B$
 $\rightarrow V_B, \omega_B \rightarrow (X_B, Y_B), W_B$

5. 예 제

본 논문에서 유도된 운동방정식의 유용성을 알아보기 위해 Fig. 6과 같은 모델에 대한 동력학적 해석을 하였다.

결과의 비교검토를 위하여 참고문헌(7)과 같은 모델을 택하였다. 중력의 방향은 아래로 향하고 있으며, 수평방향으로 일정한 속도(4m/s)로 움직이면서 6m 지점에서 장애물을 통과한다. 서스펜션 및 타이어의 모델, 장애물의 형태와 기타 모델링에 필요한 모든 조건은 참고문헌(7)과 같게 하였다.

5.1 좌표계의 설정

자동차의 차시를 움직이는 기본체로 하고, 각각의 서스펜션은 차시와 직진조인트로 연결되어 있으며 서스펜션의 重心에 조인트軸을 설치하였다. Fig. 7에 설정된 좌표계를 나타내었다.

5.2 해석결과 및 고찰

Fig. 8~Fig. 10은 서스펜션 슈퍼엘리먼트 기법을 이용한 참고문헌(7)의 프로그램인 YJCM과 본 논문의 방법을 이용한 프로그램인 YSSH의 결과를

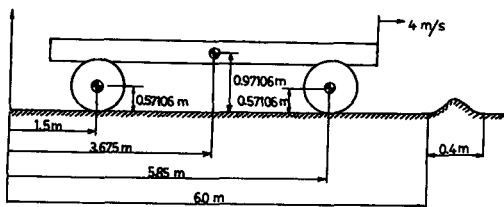


Fig. 6 Initial configuration of vehicle model

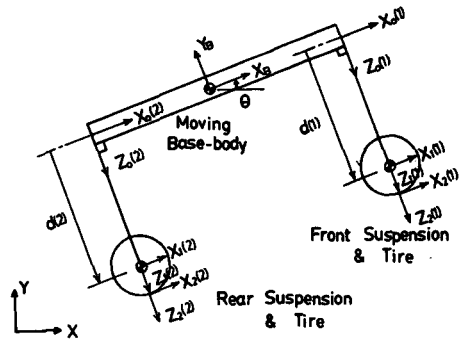


Fig. 7 Frame assignment

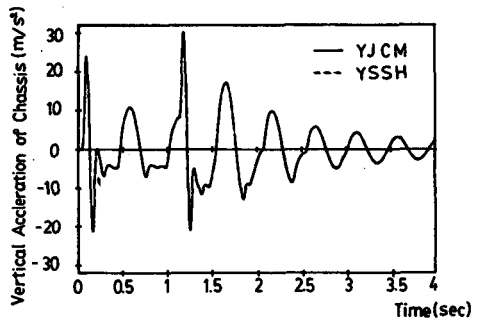


Fig. 8 Vertical acceleration of chassis

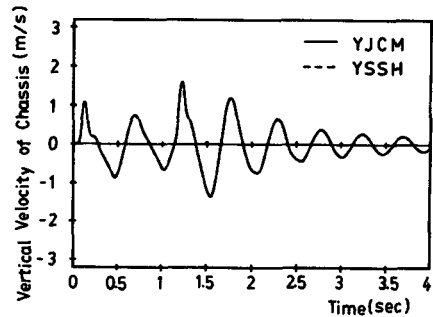


Fig. 9 Vertical velocity of chassis

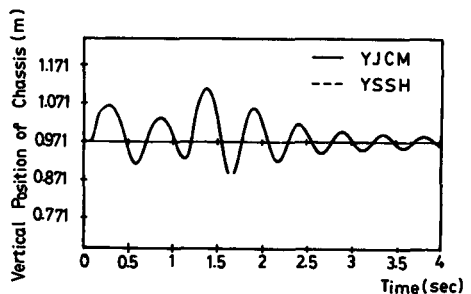


Fig. 10 Vertical position of chassis

Table 1 Simulation time [second]

	YSSH	YJCM
CYBER	6.72	18.22
PC/AT	52.89	

보여주고 있다. 두 결과는 아주 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, Table 1에는 각 프로그램의 컴퓨터 사용시간을 비교해주고 있다.

CYBER 180/830을 사용하여 적분스텝(integration step)을 0.001로 4초동안 시뮬레이션하였을 때, YJCM은 18.22초의 컴퓨터시간이 걸렸으며, 본 논문의 방법으론 6.72초가 걸렸다.

20MB 디스크가 내장되고, 8087연산처리장치(Math-coprocessor)가 장착된 PC/AT에서 본 논문의 방법을 사용하여 결과를 얻는데는 52.89초가 걸렸다.

Table 1에서 보는 바와 같이 본 논문의 방법이 컴퓨터 효율성의 견지에서 상당히 좋다고 생각되어지며 퍼스널컴퓨터를 이용하는 데도 큰 어려움이 없음을 알 수 있다.

6. 결 론

기계동역학 분야에서 자주 사용되는 6×1 의 변환 행렬을 이용하여 절대성분으로 표현된, 로봇분야에서 많이 사용되는, 반복형태의 식을 유도하였으며, 이를 다시 변형시켜 평면 강체해석에 필요한 반복적 시뮬레이션 방정식을 유도하였다.

유도된 반복형태의 방정식을 차량의 동력학적 해석에 응용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 속도변환을 이용하여 얻어진, 절대성분으로 표시된 운동방정식의 형태는 상대성분으로 표시된 참고문헌(6)의 형태와 비슷하다. 즉 기계의 동역학 분야에서 사용하고 있는 속도변환의 방법은 로봇분

야에서 사용하고 있는 반복형태의 식과 비슷한 형태로 바뀌어질 수 있다.

(2) 반복형태식을 개방연쇄계로 이루어진 자동차의 동력학적 해석에 적용하면 컴퓨터 효율을 상당히 높일 수 있다.

후 기

본 연구는 "로봇트 아암의 기구학·동역학"의 연구과제로 학술진흥재단 87첨단과학 연구비의 지원으로 이루어진 것이므로, 재단 관계자에게 감사를 드린다.

참 고 문 헌

- (1) 유완석, 1987, "샤시의 탄성을 고려한 자동차의 동력학적 해석", 대한기계학회논문집, 제11권, 제 4호, pp. 570~578.
- (2) DADS(Dynamic Analysis and Design System), Computer Aided Design Software Incorporated, P.O. Box 203, Oakdale, Iowa 52319 U.S.A.
- (3) ADAMS(Automated Dynamic Analysis of Mechanical Systems), Mechanical Dynamics Incorporated, 55 South Forest, Ann Arbor, Michigan 48104, U.S.A.
- (4) Keat, J., 1983, "Dynamical Equations of Multi-Body Systems with Application to Space Structures Deployment", Ph.D Dissertat, MIT, Cambridge, M.A.
- (5) S.S Kim and M.J Vanderploeg, 1986, "A General and Efficient Method for Dynamic Analysis of Mechanical Systems Using Velocity Transformations", J of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol 108, June, pp. 176~182.
- (6) John J Craig, 1986, "Robotics", Addison-Wesley.
- (7) 정창모, 유완석, 1988, "서스펜션 슈우퍼엘리먼트 기법을 이용한 자동차의 동력학적 해석", 대한기계학회논문집, 제12권, 제 3호, pp. 450~456.