

〈論 文〉

彈性回轉體의 평형잡이에 관한 연구

梁 保 錫* · 岩 壺 卓 三**

(1987年 10月 29日 接受)

New Balancing Method of a Flexible Rotor without Trial Weights

Bo Suk Yang and Takuzo Iwatsubo

Key Words : Balancing(평형잡이), Vibration of Rotating Body(회전체의 진동), Balancing Machine(평형기계), Influence Coefficient Method(영향계수법), Least-Square Method(최소자승법), Principle of Reciprocity(상반정리), Trial Weight(시험추)

Abstract

Steam turbines, gas turbines, multistage centrifugal compressors are operated over the range of the first critical speed. In these rotors flexible rotor balancing technique is necessary. In such balancing, influence coefficients are measured by rotating a rotor with trial weight. But for the large rotor, the measurement of influence coefficient takes much time and it reduces the cost efficiency. In this paper the new influence coefficient measurement method which does not need to measure the influence coefficient with rotation of rotor is proposed. First the theoretical background of the method is presented and it is applied to the simple flexible rotor model. Then the experiments are performed and the results of presented method are compared with those of analytical method. By using the obtained influence coefficient, balancing of the flexible rotor is performed.

1. 序 論

彈性回轉體(flexible rotor)의 평형잡이에 관한 연구는 1957년의 Federn⁽¹⁾, 1959년의 Bishop과 Gladwell⁽²⁾등의 연구 이래 많은 연구가 이루어지고 있다^(3~5). 평형잡이 방법으로는 모드 평형잡이법(modal balancing method)과 계산기의 발전에 따라 발전된 影響係數法(influence coefficient method)으로 大別된다. 모드 평형잡이법은 회전체(rotor)를 이미 알고 있는 모드형상에서 운전해야 하는 사실 때문에 제한이 있고, 최근에는 영향계수

법이 가장 폭넓게 사용되고 있다. 영향계수법으로 평형잡이를 수행할 경우, 먼저 영향계수를 측정하여야 한다. 종래에는 영향계수는 회전체에 시험추(trial weight)를 부착하고 회전체를 회전시켜 측정하는 것이 상식이었다⁽⁴⁾. 그러나 蒸氣터빈, 壓縮機 등의 回轉機械는 性能向上의 要求에 따라 대형화, 고속화가 이루어져 定格速度내에서 다수의 위험속도가 나타나므로 그 진동특성이 매우 복잡하게 되어 평형잡이를 위한 運轉回數가 매우 많아지게 되고 이에 따른 구동동력, 인건비 및 투자되는 노력과 시간의 소비가 매우 크게 되었고 따라서 평형잡이의 정도와 함께 경제성이 公業상으로 중시되도록 되었다⁽⁵⁾. 또 영향계수법에 의한 평형잡이는 먼저 영향계수를 측정하고, 다음에 회전체의 不平衡(unbalance)의 크기와 위치를 측정하여 이들을 사

*正會員, 釜山水產大學 船用機械工學科

**日本 神戶大學 工學部 機械工學科

용하여 계산된 平衡錘(balancing weight)를 회전체에 부가하여 평형잡이 精度를 확인하는 과정을 필요로 한다. 이들 중에서도 영향계수의 측정이 차지하는 역할은 크고, 이것을 간단히 그리고 정확히 하는 것이 평형잡이 精度나 經濟性에 있어서 매우 중요하다.

본 연구에서 이용하는 相反定理은 정적구조물에 대한 Maxwell의 최초의 제안에 이어, Rayleigh에 의해 진동하는 힘과 변위에 대해 확장되었고, 회전축의 불평형응답(unbalance response)에 대한 상반정리가 Kroon⁽⁶⁾에 의해 설명되었다. 그러나 회전체의 평형잡이에 대해서는 강체평형잡이(rigid balancing)와 탄성회전체의 모드 평형잡이에는 상반정리가 거의 잇점이 없으므로 이의 응용이 이루어지지 않았으나, 최근 Darlow와 Smalley⁽⁷⁾에 의해 영향계수법에 의한 평형잡이에 상반정리가 응용되었다. 그러므로 본 연구에서는 상반정리가 성립되는 선형계의 경우에 있어서 회전체를 회전시키지 않고 시험추도 사용하지 않으며 베어링부를 加振하는 것에 의한 영향계수 측정법을 제안한다. 대상으로 하는 영향계수는 베어링부와 각 修正點 사이의 영향계수로서 비회전가진실험에 의해 베어링부에 힘을 가한 경우의 각 수정점에서의 비회전 영향계수를 측정한다. 회전시험에서는 베어링부에 시험추를 부가하는 것이 구조상 곤란하므로 각 수정점에 시험추를 부착하여 각 수정점에 힘을 가한 경우에 대한 베어링부에서의 영향계수를 측정한다. 그리고 수치계산으로 전달매트릭스법에 의해 베어링부에 시험추를 부착하고 회전체를 회전시켜 각 수정점에서의 회전영향계수를 계산하고 실험결과와 비교한다. 이상에서 구하여진 비회전과 회전영향계수의 실험결과를 비교하므로써 비회전 영향계수의 특성을 파악하고, 이를 이용하여 탄성회전체의 평형잡이를 하는 새로운 방법을 제안한다.

2. 영향계수의 평가

2.1 영향계수의 정의

축의 단위길이당의 질량은 밀도를 ρ , 단면적을 A 로 하면

$$\rho A = \rho A(z)$$

로 된다. Fig. 1의 좌표계에서 복소좌표를 사용하면 진폭은

$$\zeta = x + iy \quad (1)$$

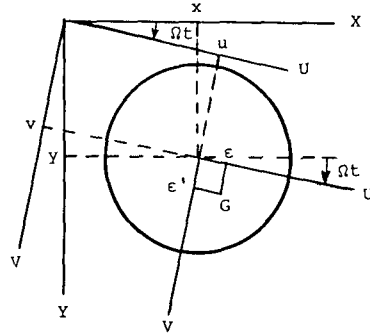


Fig. 1 Rotor and coordinate system

운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\rho A \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + c \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[EI \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \right] = Q^2 \rho A \bar{\epsilon}(z) e^{i\Omega t} \quad (2)$$

여기서 $c \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ 는 회전체의 減衰, $\bar{\epsilon}(z)$ 는 축의 偏心으로 회전좌표 U 축상의 편심성분 $\epsilon(z)$ 와 V 축상의 편심성분 $\epsilon'(z)$ 에 의해 아래와 같이 표시된다.

$$\bar{\epsilon}(z) = \epsilon(z) + i\epsilon'(z) \quad (3)$$

동일한 방법으로 진폭도 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = u + iv = \zeta e^{-i\Omega t} \quad (4)$$

여기서 u 와 v 는 각각 좌표축 OU 와 OV (Fig. 1)에 평행한 축의 진폭을 나타낸다. 식(2)와(4)에 의해 진폭은 아래의 식(5)로 표시된다.

$$\eta = \sum_{r=1}^{\infty} N_r(Q) Q^2 \bar{\epsilon}_r e^{-i\Omega t} \phi_r(z) \quad (5)$$

여기서 $N_r(Q) = 1 / \sqrt{(\omega_r^2 - Q^2)^2 + 4\mu_r^2 \omega_r^2 Q^2}$ (6)

$$\zeta_r = \tan^{-1} \left[\frac{2\mu_r \omega_r Q}{\omega_r^2 - Q^2} \right] \quad (7)$$

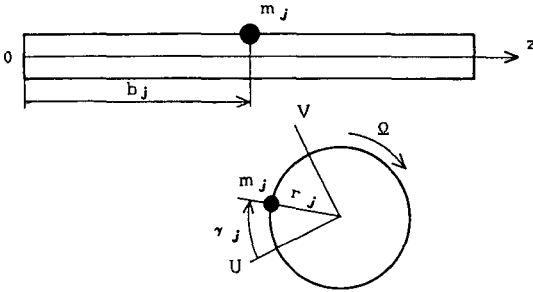
$$\bar{\epsilon}_r = \frac{1}{Q} \int_0^l \rho A \bar{\epsilon}(z) \phi_r(z) dz \quad (8)$$

μ_r 는 감쇠비, Q 는 $\phi_r(z)$ 의 norm으로, N_r , ζ_r 및 $\bar{\epsilon}_r$ 은 각각 r 次の 모드에 대한 진폭감도, 위상각, 등가불평형량을 나타내고 있다.

식(8)에서 $\phi_r(z)$ 는 非回轉($Q=0$)일 때, 비감쇠 축으로서 진동하는 경우 회전체의 r 차 모드를 나타내고, ω_r 은 이에 대응하는 고유진동수이며, 다음의 직교성의 관계가 성립한다.

$$\int_0^l \rho A \phi_r(z) \phi_s(z) dz = \begin{cases} 0 & (r \neq s) \\ Q & (r = s) \end{cases} \quad (9)$$

평형잡이는 초기 불평형분포 $\bar{\epsilon}_0(z)$ 를 수정하기 위해 작은 양의 질량 m_j 를 회전체에 부착 또는 삭



γ_j : angle of the circumferential direction
 r_j : radius of m_j

Fig. 2 Position of the correction weight

제하는 것이다. 불평형분포는 Fig. 2의 수정추 (correction weight)에 의해 수정되고, 다음 식과 같이 된다.

$$\rho A \bar{\varepsilon}(z) = \rho A \bar{\varepsilon}_0(z) + m_j r_j e^{i\gamma_j} \delta(z - b_j) \quad (10)$$

여기서 δ 는 델타함수로 다음과 같이 정의된다.

$$\delta(z - b_j) = \begin{cases} 0 & (z \neq b_j) \\ 1 & (z = b_j) \end{cases}$$

또 수정추를 아래의 식(11)과 같이 정의하면, 불평형 모드성분이 수정되고, 식(12)로 된다.

$$\bar{U}_j = m_j r_j e^{i\gamma_j} \quad (11)$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \bar{\varepsilon}_{0r} + \frac{\bar{U}_j \phi_r(b_j)}{Q} \quad (12)$$

영향계수 $\alpha_{ij}^{(k)}$ 는 회전각속도 Ω_k 일 때 $z = z_i$ 에서의 초기 불평형진폭을 $\eta(z_i, \Omega_k)$ 로 하고, 수정추 \bar{U}_j 를 $z = b_j$ 에 부착하여 진폭이 $\eta_j(z_i, \Omega_k)$ 로 되었을 때, 이들 진폭으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha_{ij}^{(k)} = \frac{\eta_j(z_i, \Omega_k) - \eta(z_i, \Omega_k)}{\bar{U}_j}$$

이로부터 평형잡이에 사용되는 영향계수 $\alpha_{ij}^{(k)}$ 는 조건 $k(\Omega = \Omega_k)$ 일 때, j 점에서의 입력변화(\bar{U}_j)에 대한 i 점에서의 출력(η)변화의 비, 즉 단위입력당의 응답을 나타낸다. i, j 점 사이의 영향계수는 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha_{ij}^{(k)} = \frac{1}{Q} \sum_{r=1}^{\infty} N_r(\Omega_k) \Omega_k^2 \phi_r(z_i) e^{-i\gamma_r} \phi_r(z_j) \quad (13)$$

회전의 경우는 회전각속도 Ω 의 함수이고, 비회전의 경우는 진동주파수 $\Omega/2\pi$ 의 함수이므로 회전과 비회전의 결과를 비교하기위해 본 연구에서는 식(13)을 회전각속도의 제곱으로 나눈 것을 영향계수로 정의한다.

$$a_{ij}^{(k)} = \frac{1}{Q} \sum_{r=1}^{\infty} N_r(\Omega_k) e^{-i\gamma_r} \phi_r(z_i) \phi_r(z_j) \quad (14)$$

식(14)의 영향계수의 특성은 회전체의 초기편심 성분 $\bar{\varepsilon}_{0r}$ 에 무관계하고, 경계조건과 베어링지지조건 등이 불변인 경우 회전체 고유의 것으로 되어 상반정리가 성립하게 된다. 또 $\phi_r(z)$ 가 비회전, 비감쇠보의 기본모드이므로 고정좌표계에서 가진방향에 대해 생각하면 감쇠가 무시가능한 대칭단면 회전체에 있어서 비회전가진 영향계수와 회전 영향계수는 일치한다.

2.2 영향계수의 평가방법

相反定理은 회전체의 축방향 두위치 A 와 B (평형잡이면과 진동계측점)의 경우, B 점에서의 불평형에 대한 A 점의 불평형에 대한 B 점의 진동레벨에 관한 영향계수가 서로 같다는 것을 나타낸다. 회전체의 경우 상반정리의 타당성에 가장 영향을 미치는 것은 자이로효과, 연성베어링특성 그리고 계의 비선형성이다. 이 가운데에서 비선형성의 영향은 회전체의 평형잡이 과정의 특성 때문에 본질적으로 무시할 수 있다. 왜냐하면 모든 회전체의 평형잡이 과정은 충분히 진동이 적은 선형범위내에서 실시되어야 하기 때문이다. 그러므로 상반정리도 역시 성립된다. 이에 대해서는 Darlow와 Smalley⁽⁷⁾에 의해 수치 및 실험적으로 자세히 증명하고 있다.

Fig. 3과 같은 탄성회전축계에서 축위의 점 C 에 하나의 불평형이 있으면 회전각속도 Ω 일 때 불평형력 $F_C^{(\Omega)}$ 가 발생한다. 이 힘에 의해 베어링 A 에 베어링력 $F_A^{(\Omega)}$ 가 작용하며 이때 베어링 A 의 진폭을 $X_A^{(\Omega)}$ 라 한다. 베어링이 등가인 스프링정수 k 의 스프링으로 지지되고 있다고 하면, $F_A^{(\Omega)}$ 는 베어링 진폭 $X_A^{(\Omega)}$ 와 비례관계가 있고

$$F_A^{(\Omega)} = k X_A^{(\Omega)} \quad (15)$$

또 $F_A^{(\Omega)}$ 는 $F_C^{(\Omega)}$ 에 비례하므로 $F_C^{(\Omega)}$ 는 $X_A^{(\Omega)}$ 에 비례한다. 따라서 회전에 의한 영향계수는

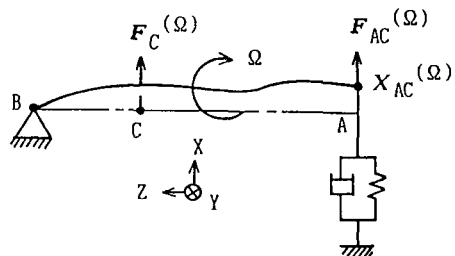


Fig. 3 Measurement of rotational influence coefficient

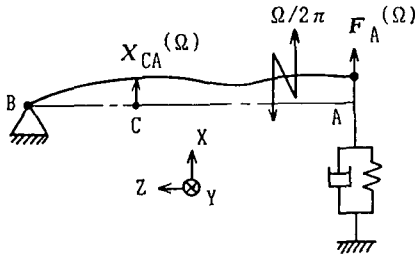


Fig. 4 Measurement of nonrotational influence coefficient

$$a'_{AC}(\omega) = \frac{|X_{CA}(\omega)|}{|F_A(\omega)|} \quad (16)$$

다음에 동일한 회전축계에서 Fig. 4와 같이 베어링 A에 주파수 $\Omega/2\pi$ 로 x방향에 가진력 $F_A^{(\Omega)}$ 가 작용할 때 이에 의해 생기는 C점의 진폭 $X_{CA}^{(\Omega)}$ 에 대해서도 비회전 가진영향계수는 다음과 같이 된다.

$$a_{cA}(\omega) = \frac{|X_{cA}(\omega)|}{|F_A^{(\Omega)}|} \quad (17)$$

이 계에 상반정리가 성립한다고 하면

$$a_{cA}(\omega) = a'_{AC}(\omega) \quad (18)$$

단 상반정리는 탄성회전체가 강체로서 이동되지 않도록 구속되어 있는 경우에 성립한다. 그러므로 만일 탄성체가 강체로서 이동하는 것에 의한 변위성분이 있는 경우, 이것을 제거하지 않으면 적용할 수 없다.

2.3 비교 모델의 설정

본 논문에서는 영향계수의 비회전가진에 의한 영향계수와 회전 불평형가진에 의한 것을 비교하는 것을 목적으로 하므로, 모델로서 비회전[Fig. 5(a)], 회전[Fig. 5(b), (c) 및 (d)]을 이용한다. 기본모델은 베어링 A의 지지가 수평방향은 판스프링 지지, 수직방향은 단순지지의 모델 2이고, 이것

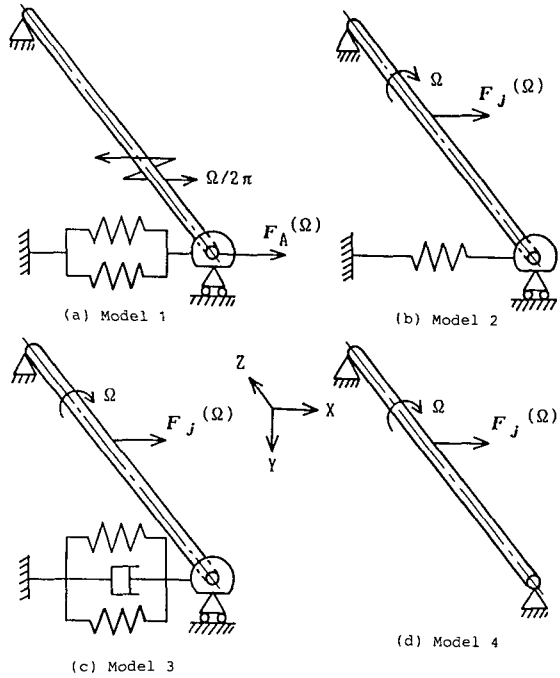


Fig. 5 Modeling of rotor system

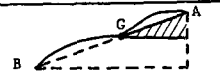
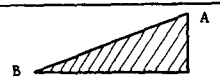
에 가진봉, 가진기 등의 가진장치를 부가한 것이 모델 1이다. 양자의 차이는 전자가 가진장치 작동하고 있고, 후자는 정지상태에 있는 점이다. 그리고 탄성 회전체의 평형잡이의 궁극적인 목적은 兩端單純支持로 평형잡이하는 것이므로 본 연구에서는 이것에 대응하여 베어링 A의 강성을 무한대로 한 모델 4를 설정하였다.

비회전가진과 회전가진에 의한 영향계수는 Table 1에 나타내듯이 입력점-응답점의 관계가 서로 다르므로 이를 비교하기 위해서는 상반정리의 성립이 필요조건으로 된다. 즉 상반정리는 제약조건을 갖고 있으므로 비교하려는 모델 사이에 강체

Table 1 Details of the model

Model	Motion	Input point	Response point	Support condition	Amplitude size
Model 1	Excitation	Bearing A	Each point of shaft	Semiflexible	Middle~large
Model 2	Rotation	Each point of shaft	Bearing A	Flexible	Large
Model 3				Flexible	Middle
Model 4				Simple Support	Very Small

Table 2 Correction mode

Model 1	Model 2	No correction
	Model 3	
	Model 4	

로서 이동하는 것에 의한 상대변위성분이 무시될 수 없는 경우, 이것을 제거하기 위해 보정을 해야 한다. 여기서는 베어링 A의 변위를 기준으로 하여 회전모델에 대응시키기 위한 비회전모델 1의 보정을 Table 2에 나타내었다. 모델 1과 2는 양자 모두 베어링 A의 변위가 크고 동일한 모드를 나타내므로 보정이 필요없으나, 모델 1과 3의 경우는 중심 G와 베어링 A를 기준으로 한 보정모드를 고려한다. 가진력의 조절에 의해 상대변위를 적게할 수 있으면 보정이 필요없다.

3. 최소자승법에 의한 평형잡이

3.1 평형잡이 기준

탄성 회전체에서 평형잡이 기준으로서의 진폭과 베어링 반력이 있고, 이를 영향계수를 사용하여 표현한다. 여기서 베어링반력에 대한 영향계수를 $\beta_{ij}^{(k)}$ 로 하면, 수정추 U_j 가 하나의 불평형으로 $z = z_j$ 에 있을 때의 진폭과 베어링반력이 다음과 같이 표현된다.

조건 k 일 때 i 점에서의 진폭은 (19)식과 같이 표시되고

$$\eta_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^{(k)} U_j \quad (19)$$

조건 k 일 때의 i 점에서 베어링반력은 다음과 같다.

$$F_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n \beta_{ij}^{(k)} U_j \quad (20)$$

다음에 불평형량을 간단히 하기 위해 몇개의 집중질량으로 근사하여 $z_j' (j'=1, 2, \dots, n')$ 위치의 불평형량 U_{oj}' 를 정의하면 회전속도 Ω_k 일 때 z_i 위치의 회전체 진폭은 식(19)로부터 식(21)을 얻고

$$\eta_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^{(k)} U_j - \sum_{j'=1}^{n'} \alpha_{ij}^{(k)} U_{oj}' \quad (21)$$

베어링 반력은 식(20)으로부터 다음과 같이 표시된다.

$$F_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n \beta_{ij}^{(k)} U_j - \sum_{j'=1}^{n'} \beta_{ij}^{(k)} U_{oj}' \quad (22)$$

3.2 수리계획법에 의한 영향계수법

영향계수법에 의한 평형잡이방법은 연립방정식을 이용하는 방법과 수리계획법(mathematical programming)에 의한 방법으로 분류된다⁽⁸⁾. 연립방정식을 이용하는 영향계수의 측정수를 증가하면 정보량도 증가하나 연립방정식을 일의적으로 풀어야 하는 필요성 때문에 수정면의 수도 증가하지 않으면 안되고 평형잡이의 조작이 복잡하게 된다. 그러므로 많은 정보량을 이용하여 적은 수정면(즉 $q < mn$ 또는 $q < (n+2)m$, 여기서 q 는 수정면수, m 은 시험조건, n 은 진동측정점)에서 평형추를 계산하는 방법으로서 수리계획법을 이용할 수 있다. 평가함수 H 를 회전체의 진폭과 베어링 반력값의 파라미터로 아래와 같이 정의하면

$$H = \sum_{i,k} W_i^{(k)} |\eta_i^{(k)}|^2 + \sum_{i,k} W_i^{(k)} |F_i^{(k)}|^2 \quad (23)$$

로 정의되고, 제약조건식으로 식(21), (22)가 이용된다. 그러므로 평형잡이는 제약조건하에서 평가함수를 최소로 하는 것이다. 식(23)을 최소로 하는 U_j 가 최소자승법에 의해 얻어질 수 있다.

$$\partial H / \partial U_j = 0, \quad (j=1, 2, 3, \dots, q) \quad (24)$$

즉 q 개의 수정면에 대해 q 개의 선형대수식이 세워지고, 평형추를 구하는 것이 가능하다.

3.3 영향계수법의 응용

베어링 가진실험의 경우, 입력점은 한쪽 베어링에 한정되므로 베어링진폭과 베어링반력의 관계를 고려한다. 이들은 비례하므로 베어링진폭이 영이면 베어링반력도 영이다. 따라서 진폭의 영향계수 $\alpha_{ij}^{(k)}$ 와 베어링반력의 영향계수 $\beta_{ij}^{(k)}$ 사이에는 비례관계가 성립한다.

$$\beta_{ij}^{(k)} = a \alpha_{ij}^{(k)} |_{z=z_i}, \quad (a: \text{정수}) \quad (25)$$

실험에는 過電流型 變位計를 사용하고 있으므로 진폭 η 만을 파라미터로 하여 평가함수 H 를 다시 쓰면

$$H = \sum_{i,k} W_i^{(k)} (\eta_i^{(k)})^2 \quad (26)$$

이 식에 식(21)을 대입하면

$$H = \sum_{i,k} W_i^{(k)} \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^{(k)} U_j - \sum_{j'=1}^{n'} \alpha_{ij}^{(k)} U_{oj}' \right)^2 \quad (27)$$

이 식을 식(24)에 따라서 편미분하면

$$2 \sum_{i,k} \left\{ W_i^{(k)} \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^{(k)} U_j - \sum_{j=1}^{n'} \alpha_{ij}^{(k)} U_{0j'} \right) \alpha_{ij}^{(k)} \right\} = 0 \quad (28)$$

따라서 식(29)와 같이 변형된다.

$$\sum_{i,k} W_i^{(k)} \alpha_{ij}^{(k)} \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^{(k)} U_j = \sum_{i,k} W_i^{(k)} \alpha_{ij}^{(k)} \sum_{j=1}^{n'} \alpha_{ij}^{(k)} U_{0j'} \quad (29)$$

$$A = \begin{bmatrix} \sum_k W^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} & \sum_k W^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} & \dots & \sum_k W^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \\ \sum_k W^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} & \sum_k W^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} & \dots & \sum_k W^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_k W^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} & \sum_k W^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} & \dots & \sum_k W^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$U = \{u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n\}^T$$

$$R = \begin{bmatrix} \sum_k W^{(k)} \alpha_{A1}^{(k)} \left(\sum_{j=1}^{n'} \alpha_{Aj}^{(k)} U_{0j'} \right) \\ \sum_k W^{(k)} \alpha_{A2}^{(k)} \left(\sum_{j=1}^{n'} \alpha_{Aj}^{(k)} U_{0j'} \right) \\ \vdots \\ \sum_k W^{(k)} \alpha_{An}^{(k)} \left(\sum_{j=1}^{n'} \alpha_{Aj}^{(k)} U_{0j'} \right) \end{bmatrix}$$

식(30)으로부터 수정추 U_j 를 구할 수 있다. 즉 $U = A^{-1} \times R$ (31) 이로부터 구해진 U_j 를 회전체에 부가하는 것에

본 실험의 경우 측정(응답) 점 i 는 단지 베어링 A 이므로 첨자 i 를 A 로 놓으면 다음과 같이 행렬로 간단히 표시할 수 있다.

$$A \times U = R \quad (30)$$

여기서

의해 탄성회전체의 평형잡이가 수행된다. 식(31)에 의해 구해진 U_j 를 식(21)에 대입하면 평형잡이 후의 잔류진폭을 미리 계산할 수 있다. 이를 모델 2의 회전실험치에 적용한 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 그림은 평형잡이 속도의 수 $k=30$ 의 경우로 5개의 원판에 대한 수정추의 크기와 각도를 각각 그림에 나타내었다. 특히 회전속도 240rad/s에서의 진동진폭이 평형잡이전에 약 0.95에서 평형잡이 후에 0.25로 크게 감소하고 있음을 알 수 있다.

4. 실험

실험은 (1) 영향계수 측정실험, (2) 불평형 측정 실험, (3) 평형잡이 정도확인실험의 3단계로 나누어, (2)와(3)에 대해서는 종래의 방법을 채용하고, (1)에는 종래의 시험추를 부착하여 회전체를 회전시켜 영향계수를 구하는 회전시험과 본 연구에서 제안하는 방법인 회전체를 회전시키지 않고 시험추도 사용하지 않으며 베어링부를 가진하는 비회전 가진실험을 한다.

4.1 실험 장치

실험장치와 블록선도를 Fig. 7과 Fig. 8에 나타냈

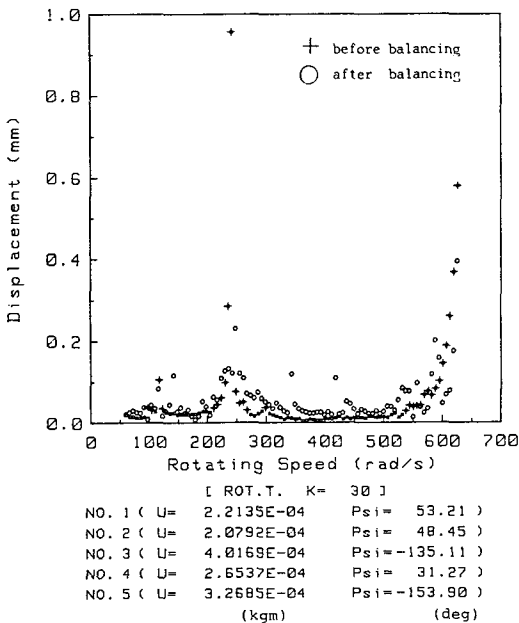


Fig. 6 Balancing results by least-square methods

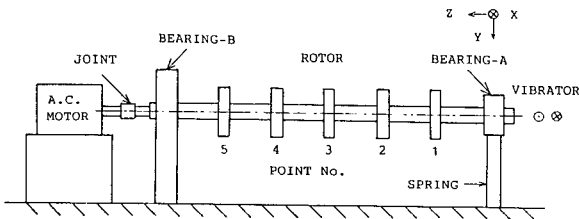


Fig. 7 Experimental apparatus

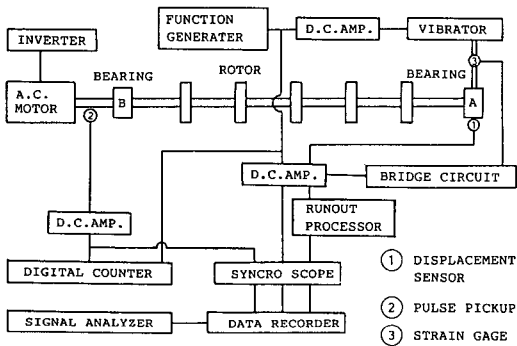


Fig. 8 Block diagram

다. 회전체는 다섯개의 원판으로 구성되고 2개의 구름베어링으로 지지되고 있다. 베어링 A는 수평방향으로 가진되므로 수평방향을 판스프링지지, 수직방향을 강지지(rigid support)로 한다. 베어링 B는 양방향 모두 강지지로 하고 자동조심형 베어링을 이용한다. 축회전수는 62.8rad/s에서 1130rad/s 사이를 연속적으로 변속된다. 또 변위측정시에는 회전체의 형상편심, 초기휨 등의 영향을 제거하기 위해 runout processor를 사용한다.

4.2 실험 방법

(1) 영향계수 측정실험

(가) 비회전가진실험

베어링 A의 베어링 지지대를 수평방향으로 가진하여 회전체를 진동시킨다. 가진력은 가진기의 증폭기 출력에 의해 조절되고 가진봉에 부착된 2개의 스트레인 게이지로 측정된다. 한편 회전체의 진폭은 베어링 A 및 각 원판마다 와전류형 비접촉식 변위계로 수평방향진폭을 측정한다.

(나) 회전실험

회전체는 고속회전이나 위험속도 부근에서의 위험성을 고려하여 변위계의 허용치를 넘지 않도록 미리 평형시험기(balancing machine)에서 강제평형잡이(rigid balancing)를 실시한다.

먼저 시험추를 부착하기 전에 회전체를 $\Omega_k (k=1, 2, \dots, m)$ 로 회전시켜 축회전수와 베어링 A의 수평방향진폭 $X(z_A, \Omega_k)$ 를 측정한다. 그 후 원판 ①에 수정추 m_1 을 부착하고 동일 회전수에서 베어링 A의 진폭 $X_1(z_A, \Omega_k)$ 를 측정한다. 다음에 시험추를 제거하고 원판 ②~⑤에 대해서도 동일하게 측정한다.

(2) 불평형측정실험

회전체의 불평형량으로서 베어링 A 및 각 원판의 진폭과 각도기준점에 대한 위상차를 측정한다. 위상차는 각도기준점이 변위계 위치를 통과하는 순간에 회전펄스를 발생하도록 전자식 pickup을 설치하고 위상차를 계산한다. Fig. 9에 실험 결과를 나타낸다.

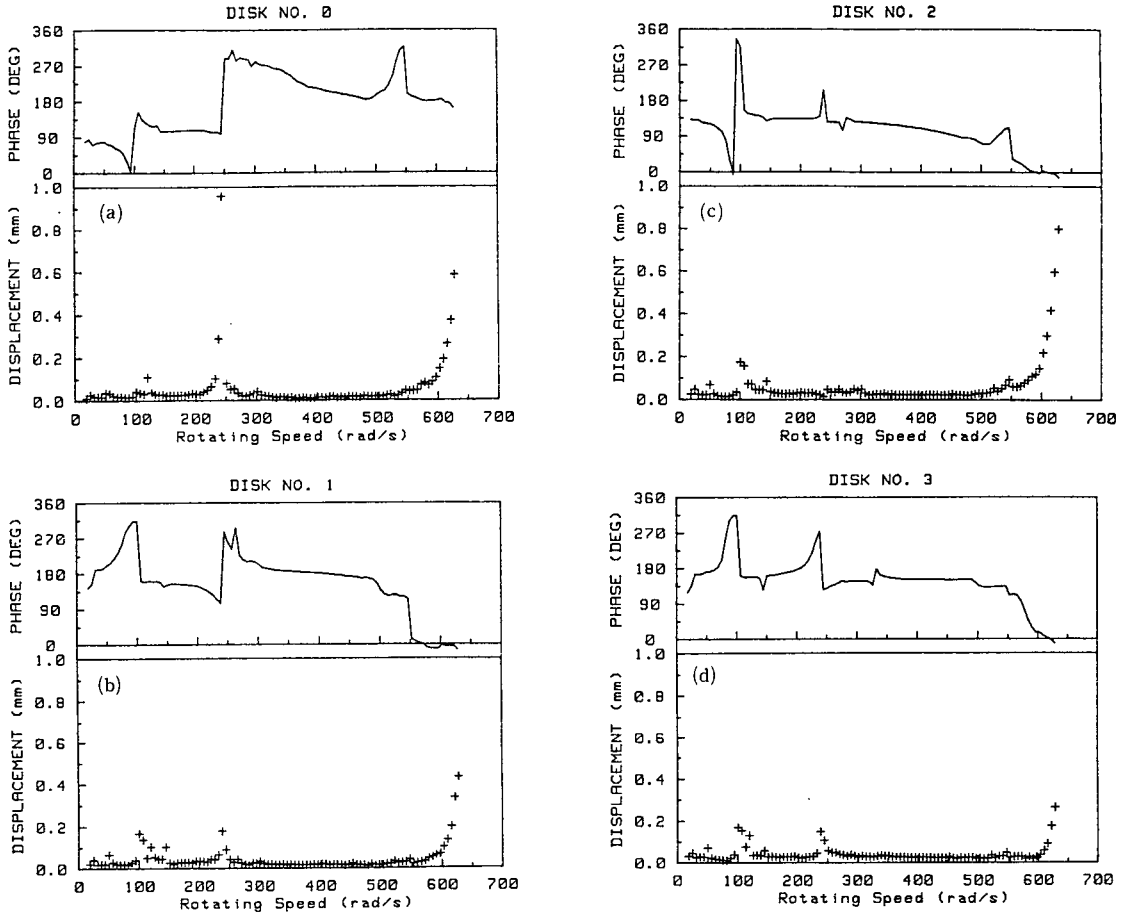
(3) 평형잡이정도 확인실험

앞의 실험에서 얻어진 데이터를 최소자승법에 의한 평형잡이에 적용하고 영향계수에 대해 각각 평형추의 크기와 원주방향의 각도를 계산한다. 구해진 평형추 U_j 를 각점에 부착하여 회전체를 앞과 같이 회전각속도 $\Omega_k (k=1, 2, \dots, m)$ 에서 회전시켜 베어링 A의 진폭을 측정한다.

5. 결과 및 고찰

전달매트릭스법에 의한 회전영향계수의 이론치의 일예를 Fig. 10에 나타낸다. 평형잡이에 유효한 것이 증명된 회전영향계수를 모델 1~4에 대해 계산하였다.

0~700rad/s의 회전속도범위에서 3개의 위험속도가 있고, 이중 베어링 지지상태의 변화에 따라 크게 변화하는 것을 베어링지지 위험속도 ω_g 로 정의한다. 나머지는 낮은 쪽부터 1차, 2차위험속도로 ω_1, ω_2 라 하고, 영향계수를 α 로 한다. 본 연구에서 문제로 되는 것은 베어링 지지상태가 영향계수 α 에 미치는 영향이므로 이를 중심으로 그림을 비교한다. 전체를 보면 ω_g 가 크게 변화해도 $\omega_1=138$ rad/s, $\omega_2=537$ rad/s는 일정으로 전혀 변화하지 않는다. 또 모델 2→3→1→4와 ω_g 가 낮은 모델부터 차례대로 보면 ω_g 의 증가에 대한 α 의 변화를 잘 알 수 있다. 진동모드형에 대해 고려하면 1차 모드와 베어링지지모드는 서로 영향을 받기 쉽다. 또 modal balance법이 1차, 2차... n차 등으로 진동모드형 별로 순서대로 평형잡듯이 모드형을 분리하는 것이 평형잡이가 용이하다는 점을 고려하면



(a) bearing station of model 2 (b) disc 1 of model 2 (c) disc 2 of model 2 (d) disc 3 of model 2

Fig. 9 Results of unbalance experiments

가능한 ω_1 과 ω_g 를 떨어지게 하는 것이 바람직하다. 그러나 $\omega_g < \omega_1$ 에서는 α 가 $\Omega \leq \omega_1$ 에서 매우 크게 되고 1차 모드와 베어링지지모드가 연성해 버리므로 부적당하다. 따라서 ω_g 는 가능한 한 높게 하는 편이 좋다. 2차모우드까지 평형잡이하는 것을 목적으로 하는 경우, ω_g 는 ω_1 에서 높은 회전수로 이동시키는 것이 좋으나 본 연구에서 주장하는 비회전가진에 의한 영향계수 측정법의 경우 베어링부를 가진할 필요가 있고, 가진력의 크기는 변위를 기준으로 하면 베어링지지강성과 비례하므로 경제성이나 실현성을 고려하면 ω_g 가 너무 높은 것은 바람직하지 않다. 이들 두가지의 상반되는 조건을 완전히 만족시키는 것은 불가능하므로 본 연구에서는 이들을 최적으로 만족할 수 있는 기준으로서 $\omega_1 < \Omega < \omega_2$ 에서 α 의 기울기를 기준으로 하여 경사

가 수평으로 되도록 베어링지지강성을 고려하여 모델 1을 설정하였다.

영향계수 측정실험에서 얻어진 모델 1에 대한 비회전가진 영향계수와 모델 2 및 3에 대한 회전영향계수의 실험결과를 Fig. 11에 나타낸다. 명확히 하기 위해 보정하지 않은 것을 Vibrating-0, Table 2의 보정모드를 실시한 것을 Vibrating-1으로 나타내었다. (a)는 회전, 가진 모두 변위의 크기가 동일한 정도이므로 보정하지 않은 경우이다. 비회전과 회전에 의한 α 는 ω_g 부근을 제외하고 잘 일치하고 있다. (b)는 모델 1의 비회전과 모델 3의 회전에 의한 α 를 나타내고 있다. $\Omega = \omega_1$ 에서 회전의 경우가 가진의 경우보다도 크게 되고 있으나 이는 $\omega_1 < \omega_{g3} < \omega_{g1} < \omega_2$ 이므로 모델 3이 모델 1보다 ω_g 가 ω_1 에 가깝고 1차모우드와 베어링지지모우드가 연

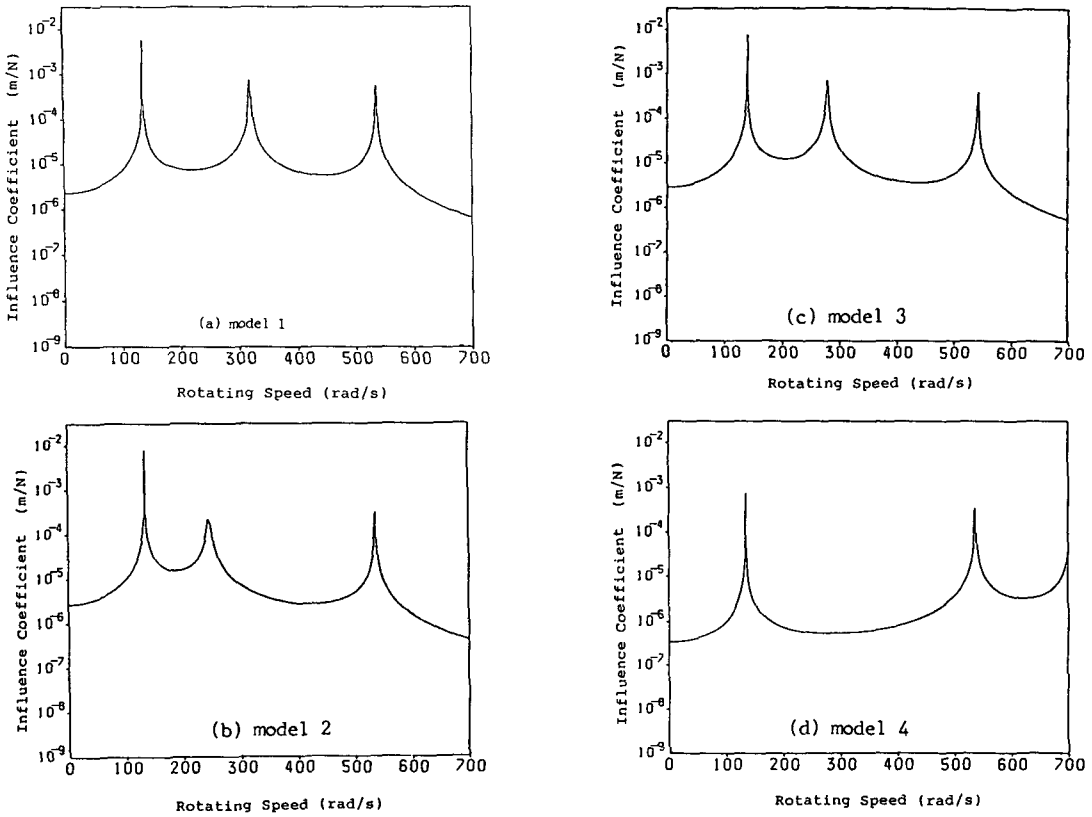


Fig. 10 Calculated results (for disc 4)

성하기 쉽기 때문에 이론과 잘 일치하고 있다. 다음으로 모델 3의 베어링지지강성을 조금 높여 ω_{s3} 를 높게 한 결과를 (c)에 나타낸다. (b)와의 큰 차이는 $\Omega = \omega_{s3}$ 에서 α 의 피크가 크게 됨에 따라 $\Omega = \omega_1$ 에서 α 의 피크도 크게 되고 $\Omega = \omega_1$ 과 $\Omega = \omega_2$ 에서 회전과 비회전가진 α 가 잘 일치하는 점이다. 이 결과와 이론치를 비교하여 보면 $\Omega = \omega_s$ 에서 α 의 피크가 크다는 것은 다른 모드와 연성하기 쉽게 됨을 나타내는 것이다. 또 $\Omega = \omega_1$ 에서 2개의 α 가 일치한 것은 비회전의 α 가 전보다 잘 1차모드와 연성한 때문이라 생각된다. 따라서 모델1의 베어링 지지강성을 설정할 경우 α 의 경사만이 아니고 $\Omega = \omega_s$ 에서 α 의 크기를 고려하여 결정할 필요가 있다. 이것이 곤란한 경우는 2.3절에서 설명한 보정을 하면 어느 정도 대상모델에 가까운 값을 얻을 수 있다. 그러나 지지강성의 설정은 본 실험모델 1을 평형기계(balancing machine)로 사용하는 경우의 제약이다. 실제로 회전체를 설치하는 현장의 실제상태에서 평형잡이를 하는 현장평형잡이(field

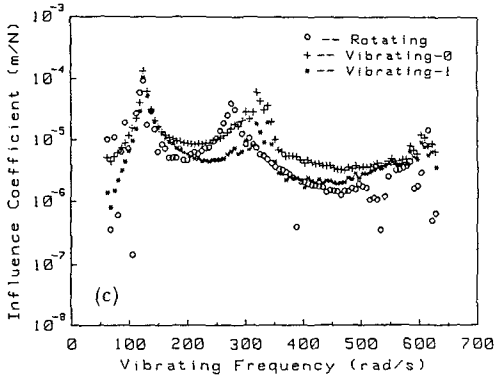
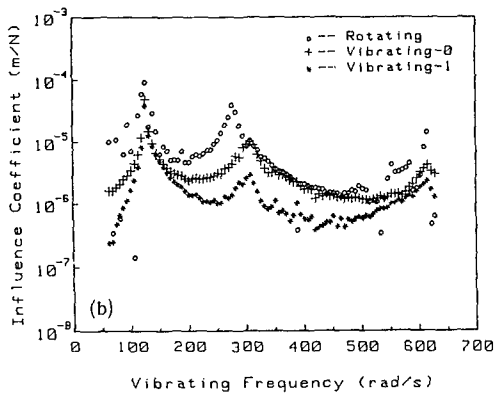
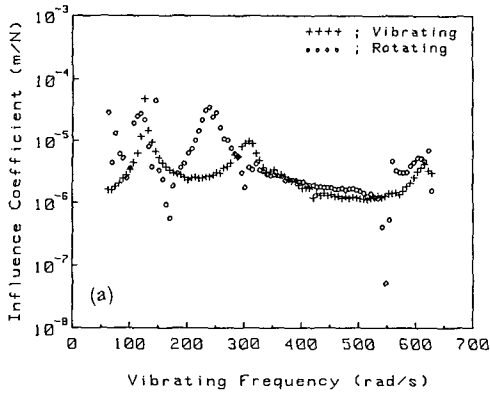
balancing)를 하는 것이 가능한 경우는 ω_s 에 대한 가진계의 스프링강성의 영향이 적으면 지지강성의 설정에 주의할 필요는 없다. 왜냐하면 본 연구의 회전이론치 결과로부터 관명된 내용이 모두 비회전 영향계수의 실험치에 적용되기 때문이다.

6. 결 론

본 연구에서는 상반정리가 성립되는 선형계의 경우에 있어서 회전체를 회전시키지 않고 시험추도 사용하지 않으며 베어링부를 가진시킴으로서 영향계수를 측정하는 방법을 제안하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 실험결과와 비회전영향계수, 회전영향계수 모두 회전영향계수의 이론치와 잘 일치하고, 회전의 이론과 실험치가 일치하는 것에 의해 본 연구의 모델에 있어서 상반정리가 성립되는 것이 증명되어 비회전과 회전의 실험치를 비교할 수 있었다.

(2) 평형기계로서 모델 1을 사용하는 경우, 베어



(a) model 1 and model 2
 (b) model 1 and model 3
 (c) model 1 and model 3

Fig. 11 Experimental results (for disc 4)

링지모드의 1차모드 및 2차모드에 대한 영향을 가능한 적게 하는 것이 바람직하다.

(3) 현장 평형잡기가 가능한 경우 베어링지지강성에 대한 가진기 등의 가진계의 스프링강성의 영향을 적게하면 비회전가진에 의한 영향계수의 측정이 가능하다.

(4) 실제로 실험을 비회전과 회전에서 수행하여 다섯점에 대한 응답을 측정하는데에 비회전은 1회, 회전은 6회, 평형잡이속도에서 회전체를 진동시킬 필요가 있어 상당히 평형잡이를 위한 운전회수를 줄일 수 있음을 확인하였다.

참고 문헌

- (1) Federn, K., 1957, "Grundlagen einer Systematischen Schwingungsentzerrung wellenelastischer Rotoren", VDI-Berichte, Bd.24.
- (2) Bishop, R.E.D. and Gladwell, G.M.L., 1959, "The Vibration and Balancing of an Unbalanced Flexible Rotor," J.Mech. Engng. Sci., Vol. 1, No. 1.
- (3) Parkinson, A.G., 1974, "Dynamics of Rotors", IUTAM Symp.
- (4) Iwatsubo, T., 1970, "The Vibration and Balancing of Flexible Rotor", Dr. Thesis.
- (5) Kanki, H., 1975, "The Vibration and Balancing of Flexible rotor in Multibearings", Dr. Thesis.
- (6) Kroon, R.P., 1943, "Balancing of Rotating Apparatus-I", ASME J. of Applied Mech., Vol.10, pp.A-225.
- (7) Darlow, M.S. and Smalley, A.J., 1981, "Application of the Principle of Reciprocity to Flexible Rotor Balancing", ASME Paper 81-DET-49.
- (8) Iwatsubo, T., 1980, "A Study of Balancing Method of Flexible Rotor", Trans. JSME, Vol. 46, No. 404. pp.345~353.
- (9) Kellenburger, W., 1967, "Balancing Flexible Rotors on Two Generally Flexible Bearings", Brown Boveri Review, Vol. 54, No. 9 pp.603~617.
- (10) Palazzolo, A.B. and Gunter, E.J., 1982, "Modal Balancing of a Multi-Mass Flexible Rotor Without Trial Weights", ASME Paper 82-GT-267.