

<論 文>

유체에 입자가 부상된 2상난류유동에서 유체-입자 속도 2차상관관계에 관한 연구

양 선 규* · 최 영 돈**

(1988년 8월 30일 접수)

Investigation on Fluid-Particle Velocity Double Correlation in Fluid-Particle Two-Phase Turbulent Flows

Sun Kyu Yang and Young Don Choi

Key Words : Fluid-Particle Velocity Correlations(유체-입자 속도 상관관계), Two-Phase Turbulent Flows(2상난류유동), Crossing Trajectory Effect(교차궤도효과), Fluid Phase Flow(유체유동), Particle Phase Flow(입자유동)

Abstract

Fluid-particle velocity correlations were extensively investigated. In an unbounded flow, fluid-particle velocity correlations were derived from Chao's(1964) theory and Tweel and Landau's(1977) theory on the interaction between the fluctuating particle and the surrounding fluid.

Another fluid-particle velocity correlations have been derived by introducing crossing trajectory effect due to drift velocity. In a bounded flow, Rizk and Elghobashi's(1985) theory on fluid-particle velocity correlation near a plane wall was applied to calculating real flows. Yang and Choi's(1985) fluid-particle velocity correlations for an unbounded flow were also extended to a bounded flow. Present fluid-particle velocity correlations have been applied to calculating two-phase turbulent jet flows and pipe flows and examined their validity. Results show that fluid-particle correlations decrease by increasing the particle size or material density. And they increase approaching toward the outer boundary from the center region in jet flows and decrease approaching toward the wall from the core region in pipe flows.

기 호 설 명

A : 유체유동의 요동성분의 진폭
 a : 입자유동의 요동성분의 진폭
 B : Stokes 항력법칙 수정계수
 D : 노즐의 직경
 D : 관의 직경
 d : 고체입자의 직경

$E(k)$: 에너지 스펙트럼
 $F(w)$: 3차원 에너지 밀도함수
 $F_x(w), F_y(w), F_z(w)$: 직교좌표계에서의 x, y, z 방향의 에너지밀도함수
 f_e : 외력
 f_i : 외력
 g : 중력가속도
 K : 상수
 K_f : 유체유동의 난류운동에너지
 K_p : 입자유동의 난류운동에너지

*정회원, 한국에너지연구소

**정회원, 고려대학교 공과대학 기계공학과

- k : 웨이브수
- ke : 에너지스펙트럼이 최대가 되는 웨이브수
- L_e : 소멸울길이척도
- m : 입자의 부하도
- p' : 압력의 요동성분
- Q_1, Q_2 : 벽면수정합수
- r : 반경방향의 좌표
- T_L : 국부 Lagrangian 적분시간
- t : 시간
- t^* : Stokes 이완시간 ($d^2\rho_s/18\nu_f\rho_c$)
- \bar{U}_f : 유체유동의 축방향 평균속도
- u_{fi} : 유체유동의 순간속도
- u'_f : 유체유동의 축방향 요동속도
- \bar{U}_p : 입자유동의 축방향 평균속도
- u_{pi} : 입자유동의 순간속도
- u'_p : 입자유동의 축방향의 요동속도
- v_0 : 특성속도
- v_g : 표류속도 (drift velocity)
- \bar{V}_f : 유체유동의 반경방향 평균속도
- v'_f : 유체유동의 반경방향 요동속도
- \bar{V}_p : 입자유동의 반경방향의 평균속도
- v'_p : 입자유동의 반경방향의 요동속도
- \bar{W}_f : 유체유동의 z-방향 평균속도
- w'_f : 유체유동의 z-방향 요동속도
- x, y, z : 직교좌표계
- ϵ_f : 유체유동의 난류에너지소멸율
- ϵ_p : 입자유동의 난류에너지소멸율
- θ : 위상차
- ν_f : 유체유동의 층류동점성계수
- ν_{ft} : 유체유동의 난류동점성계수
- ν_p : 입자유동의 층류동점성계수
- ν_{pt} : 입자유동의 난류동점성계수
- ρ_c : 유체유동의 물질밀도
- $\bar{\rho}_f$: 유체유동의 평균밀도
- $\bar{\rho}_p$: 입자유동의 평균밀도
- ρ_s : 입자유동의 물질밀도
- σ_ϕ : 프란틀수
- w : 주파수

하첨자

- c : 중심선
- f : 유체유동
- k : 웨이브수
- p : 입자유동

- w : 주파수
- cyl : 원통좌표계

1. 서 론

유체에 입자가 부상된 2상난류유동에서 상간의 상호작용 중 중요한 것의 하나는 결합작용(coupling)인데, 이 결합작용에는 입자유동에 대한 유체의 항력(drag)에 의한 운동량결합(momentum coupling), 증발, 응축에 의한 질량결합(mass coupling) 등이 있다.

2상유동의 특성을 복잡하게 하는 요인은 상간의 상태량 전달구조인데 2상유동에서의 상태량전달은 입자와 유체뿐 아니라 입자와 입자사이에도 일어나며 상태량전달이 어느 형태로 일어나는가는 입자가 유체에 희박하게 혼합되어 있는지 농후하게 혼합되어 있는지에 따라 다르다. 입자사이의 전달구조는 지금까지 많은 연구가 행해져 왔으나 모든 경우에 적용할 수 있는 일반적인 구조가 규명되지 않고 있다.

유체-입자 속도상관관계 $\overline{u'_{fi}u'_{pi}}$ 는 항력에 의한 운동량결합항으로써 유체유동과 입자유동의 난류에너지에 크게 영향을 미친다. 유체유동과 입자유동의 난류에너지방정식은 Yang and Choi⁽¹⁾, Yang⁽²⁾에 의하면

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_f \bar{U}_f \frac{\partial K_f}{\partial x} + \bar{\rho}_f \bar{V}_f \frac{\partial K_f}{\partial r} = \bar{\rho}_f \nu_{ft} \left(\frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} \right)^2 \\ + \bar{\rho}_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\frac{\nu_f + \nu_{ft}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K_f}{\partial r} - \bar{\rho}_f \epsilon_f \\ + \frac{B}{t^*} \frac{\rho_s}{\rho_c} \frac{\nu_{ft}}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_f}{\partial x} (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \\ + \frac{B}{t^*} \frac{\rho_s}{\rho_c} \frac{\nu_{ft}}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_f}{\partial r} (\bar{V}_p - \bar{V}_f) \\ + \frac{B}{t^*} \bar{\rho}_p (\overline{u'_{fi}u'_{pi}}|_{cyl} - 2K_f) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial K_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial K_p}{\partial r} = \bar{\rho}_p \nu_{pt} \left(\frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} \right)^2 \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{\rho}_p \left(\frac{\nu_p + \nu_{pt}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K_p}{\partial r} - \bar{\rho}_p \epsilon_p + \frac{\nu_{pt}}{\sigma_\phi} \\ \times \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} \bar{U}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} - g \frac{1}{\rho_s} \frac{\nu_{pt}}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} (\rho_s - \rho_c) \\ + \frac{B}{t^*} \frac{\nu_{pt}}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \\ + \frac{B}{t^*} \frac{\nu_{pt}}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial r} (\bar{V}_p - \bar{V}_f) \\ - \frac{B \bar{\rho}_p}{t^*} (2K_p - \overline{u'_{fi}u'_{pi}}|_{cyl}) \end{aligned} \quad (2)$$

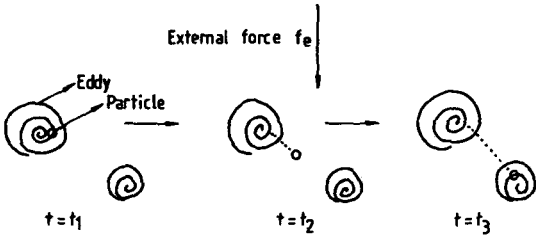


Fig. 1 Crossing trajectory effect(CTE)

이 되는데 여기서 각 부호에 대한 설명은 기호설명을 참조하면 된다. 식 (1), (2)의 우변의 마지막 3개 항들은 부가소멸물항인데 그중 특히 유체-입자 속도 2차상관관계($\overline{u'_{fi} u'_{pi}}$)가 포함된 항이 난류에너지에 가장 크게 영향을 미친다.

유체유동에 부상된 입자들은 유체의 난류운동에너지소멸율을 증가시켜 난류운동에너지를 감소시키며 결과적으로 유체의 난류확산을 감소시키게 된다. 유체유동속의 입자들의 확산은 주로 유체난류유동장, 입자의 관성, 교차궤도효과(crossing trajectory effect: CTE)들이 서로 결합되어 일어난다. 입자가 무거울 때 이 세가지가 모두 중요하게 작용되지만 가벼운 입자일 때는 유체의 난류유동장에 주로 의존된다. 가벼운 입자는 한 와류가 소멸할 때까지 그 와류안에 남아 있는 반면, 무거운 입자는 유동중에 한 와류로부터 다른 와류로 이탈하는데 이러한 효과를 교차궤도효과라 하고 무거운 입자일수록 교차궤도효과가 커서 속도상관관계를 빨리 잃는다(Fig. 1 참조).

K-ε 방정식모델이나 대수응력모델로 입자가 부상된 2상난류유동을 해석하려면 입자유동과 유체유동의 난류에너지방정식과 난류에너지소멸율방정식을 풀어야 한다. 앞에서 언급한 바와 같이 각 유동

의 난류에너지와 난류에너지소멸율은 입자유동과 유체유동의 상호작용에 큰 영향을 받으며 이 상호작용을 나타내는 인자중 유동특성에 가장 큰 영향을 주는 것은 유체-입자 속도 2차상관관계 $\overline{u'_{fi} u'_{pi}}$ ($=\overline{u'_f u'_p} + \overline{v'_f v'_p} + \overline{w'_f w'_p}$)이다. Hinze⁽³⁾에 의하면 유체-입자 상관관계는 입자의 응답시간, 유체유동의 난류특성시간의 비율뿐 아니라 입자유동의 부하도에도 의존된다고 설명하였다.

본 연구에서 입자유동을 연속유체(continuous fluid)라 간주하는 2유체모델을 적용하였고(Fig. 2 참조), 실제 유동으로 2상난류제트유동, 관유동에 개발된 모델을 적용하여 모델의 타당성을 검토하였다.

2. 유체-입자 속도 2차상관관계

2.1 구속되지 않은 유동(Unbounded Flows)에 대한 이론

Tchen⁽⁴⁾은 Basset, Boussinesq, Oseen에 의해 유도된 정지한 유체에서의 구형입자 운동방정식을 이용하여 비정상속도장에 부상된 입자의 운동에 대한 운동방정식을 유도했다. Corrsin and Lumley⁽⁵⁾는 Tchen방정식의 압력구배항은 유체유동의 운동량보존방정식으로부터 다음과 같이 표현될 수 있다고 제안했다. 즉

$$-\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{D u_{fi}}{D t} - \nu_f \nabla^2 u_{fi} \quad (3)$$

가 되어 압력구배는 가속도와 점성효과가 포함된 항으로 변환되어야 한다고 주장하였다. Corrsin and Lumley의 수정된 Tchen방정식은

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d^3 \rho_s \frac{d u_{pi}}{d t} &= 3 \pi \mu d (u_{fi} - u_{pi}) \\ &- \frac{\pi}{6} d^3 \rho_c \left(\frac{D u_{fi}}{D t} - \nu_f \nabla^2 u_{fi} \right) \\ &+ \frac{\pi}{12} d^3 \rho_c \left(\frac{d u_{fi}}{d t} - \frac{d u_{pi}}{d t} \right) \\ &+ \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_c \mu_f} \int_{t_0}^t \\ &\times \frac{(d/d\tau)(u_{fi}(\tau) - u_{pi}(\tau)) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} + f_i \end{aligned} \quad (4)$$

이고, 여기서 t 는 시간, d/dt 는 움직이는 입자에서의 시간에 대한 미분, $d/dt = \frac{\partial}{\partial t} + u_{pj} \frac{\partial}{\partial x_j}$, D/Dt 는 움직이는 유체에서의 시간에 대한 미분으로

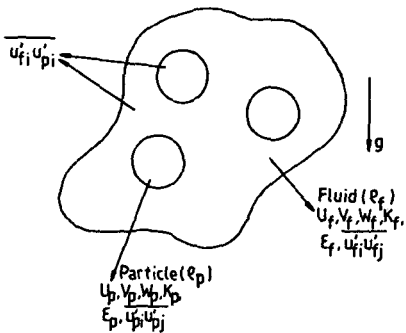


Fig. 2 The system of Two-fluid model

$D/Dt = \frac{\partial}{\partial t} + u_{fj} \frac{\partial}{\partial x_j}$ 을 나타낸다.

(1) Chao 이론

Chao는 Tchen방정식⁽⁴⁾과 Corrsin and Lumley방정식에서 압력구배에 대한 점성효과는 작다고 보고 생략하여

$$\begin{aligned} \dot{u}_{pi} &= \beta \dot{u}'_{fi} + \alpha \beta (u'_{fi} - u'_{pi}) \\ &+ \beta \sqrt{3\alpha/\pi} \int_{t_0}^t \frac{u'_{fi}(\tau) - u'_{pi}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + f_i \end{aligned} \quad (5)$$

의 요동속도방정식을 유도하였는데, 여기서 $\cdot = d/dt$, $\alpha = 12\nu_f/d^2$, $\beta = 3\rho_c/(2\rho_s + \rho_c)$ 이다. 식 (5)는 2개의 미지수 u'_{fi} , u'_{pi} 를 갖는 시간 t 에 대한 선형 미분방정식이며 이 식을 해석하기 위해서는 유체의 속도가 시간 t 의 함수로 주어져야 한다. Chao는 유체유동의 속도 $u'_{fi}(t)$ 와 입자유동의 속도 $u'_{pi}(t)$ 의 Fourier transform $\tilde{u}'_{fi}(w)$, $\tilde{u}'_{pi}(w)$ 를

$$\tilde{u}'_{fi}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} u'_{fi}(t) \exp(-iwt) dt \quad (6)$$

$$\tilde{u}'_{pi}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} u'_{pi}(t) \exp(-iwt) dt \quad (7)$$

와 같이 정의했다. \tilde{u}'_{fi} 는 주파수만의 함수인데 \tilde{u}'_{pi} 는 식 (5)를 보면 주파수 뿐만 아니라 α , β 의 함수임을 알 수 있다. 식 (5)를 $t_0 = -\infty$ 로 하여 Fourier transform하여 \tilde{u}'_{pi} 에 대해 계산하면

$$\tilde{u}'_{pi} = \frac{\left[\alpha + \sqrt{\frac{3\alpha w}{2}} \right] + i \left[w + \sqrt{\frac{3\alpha w}{2}} \right]}{\left[\alpha + \sqrt{\frac{3\alpha w}{2}} \right] + i \left[w/\beta + \sqrt{\frac{3\alpha w}{2}} \right]} \tilde{u}'_{fi} \quad (8)$$

이 된다.

한편 유체-입자 속도 2차상관관계 $\overline{u'_{fi} u'_{pi}}$ 를 유도하기 위해 본 연구에서 다음과 같은 과정을 거쳤다. 요동 미끄럼속도 w_i 를 $w_i = u'_{pi} - u'_{fi}$ 로 정의하면

$$\overline{w_i^2}/\overline{u'_{fk}{}^2} = (\overline{u'_{pi}{}^2} - 2\overline{u'_{fi} u'_{pi}} + \overline{u'_{fi}{}^2})/\overline{u'_{fk}{}^2} \quad (9)$$

이 관계식이 성립되므로 $\overline{u'_{fi} u'_{pi}}$ 는 $\overline{u'_{fi} u'_{pi}} = 1/2 \overline{u'_{fi} [1 + \overline{u'_{pi}^2}/\overline{u'_{fk}{}^2} - \overline{w_i^2}/\overline{u'_{fk}{}^2}]}$ (10) 이 된다. Chao는 위에서 설명한 Fourier transform방법으로 $\overline{w_i^2}/\overline{u'_{fk}{}^2}$, $\overline{u'_{pi}^2}/\overline{u'_{fk}{}^2}$ 을 다음과 같이 구했다.

$$\overline{w_i^2}/\overline{u'_{fk}{}^2} = \int_0^{\infty} \frac{\Omega_R}{\Omega_2^*} F(w) dw \quad (11)$$

$$\overline{u'_{pi}^2} = \int_0^{\infty} \frac{\Omega_1^*}{\Omega_2^*} F(w) dw \quad (12)$$

여기서 w 는 난류의 주파수 (frequency of turbulence)이고, $F(w)$ 는 에너지 스펙트럼 밀도함수이

며

$$\Omega_R = [(1-\beta)w/\alpha\beta]^2 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Omega_1^* &= (w/\alpha)^2 + \sqrt{6}(w/\alpha)^{3/2} \\ &+ 3(w/\alpha) + \sqrt{6}(w/\alpha)^{1/2} + 1 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Omega_2^* &= \beta^{-2}(w/\alpha)^2 + \sqrt{6}\beta^{-1}(w/\alpha)^{3/2} \\ &+ 3(w/\alpha) + \sqrt{6}(w/\alpha)^{1/2} + 1 \end{aligned} \quad (15)$$

이다. 식 (11), (12)를 식 (10)에 대입하면 $\overline{u'_{fi} u'_{pi}}$ 에 관한 식이 유도되며 그 다음 양변을 $2K_f$ 로 나누어 무차원화하면

$$\frac{\overline{u'_{fi} u'_{pi}}}{2K_f} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \int_0^{\infty} \frac{\Omega_1^* - \Omega_R}{\Omega_2^*} F(w) dw \right\} \quad (16)$$

이 되고 에너지스펙트럼 밀도함수는 $\int_0^{\infty} F(w) dw = 1$ 의 관계식이 성립된다. 본 연구에서 $F(w)$ 는 Elghobashi 등⁽⁷⁾의 $F(w) = (2/\pi)(T_L/(1+w^2 T_L^2))$ 의 관계식을 사용하였고 여기서 T_L 은 국부 Lagrangian 적분시간척도 (integral time scale)이며 Hinze⁽⁸⁾가 제안한 $T_L = 0.16K_f/\epsilon_f$ 를 사용하였다.

(2) Yang and Choi의 이론

Yang and Choi⁽⁹⁾는 유체가 구속되지 않았을 때 Chao의 이론을 더 발전시킨 관계식을 유도했다. 왜냐하면 Tchen의 이론에 근거한 상관관계모델은 입자가 한 유체요소에 영원히 머물러 함께 요동한다는 가정을 사용하기 때문에 유체유동과 입자유동의 평균속도차 (slip velocity)에 의해 발생하는 교차케도효과가 고려되어 있지 않기 때문이다. 본 연구에서는 교차케도효과를 고려한 상관관계도 유도하였다.

(가) 교차케도효과를 고려하지 않은 유체-입자 속도상관관계의 유도

Taweel and Landau⁽¹⁰⁾는 다음과 같은 입자유동 방정식을 제안했다.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s + \chi\rho_c) \frac{du'_{pi}}{dt} &= 3\pi\nu_f \rho_c d (u'_{fi} - u'_{pi}) \\ &+ \frac{\pi d^3}{6} \rho_c (1 + \chi) \frac{du'_{fi}}{dt} + \frac{3}{2} d^2 \rho_c \sqrt{\pi\nu_f} \int_{t_0}^t \\ &\times \frac{du'_{fi}/d\tau - du'_{pi}/d\tau}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + f_i \end{aligned} \quad (17)$$

이 식에서 χ 은 가상질량상수로 유체중에 입자가 가속될 때 증가되는 질량의 관성을 의미하고

$$\chi = 0.5 + 9\sqrt{\nu_f}/2wd^2 \quad (18)$$

로 표현된다. 식 (17)에서 외력이 없다고 하고 이 식을 다시 정리하면

$$\frac{du_{pi}}{dt} = \alpha^* (u'_{fi} - u_{pi}) + \beta' \frac{du'_{fi}}{dt} + \delta \int_{t_0}^t \frac{du'_{fi}/d\tau - du_{pi}/d\tau}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (19)$$

이고 여기서 $\alpha^* = 18\nu_f/d^2(\rho_s/\rho_c + \chi)$, $\beta' = (1 + \chi)/(\rho_s/\rho_c + \chi)$, $\delta = 9\sqrt{\nu_f/\pi d^2}/(\rho_s/\rho_c + \chi)$ 이다. 식 (19)는 식 (5)와 형태는 같으나 α^* , β' , δ 에서 χ 의 영향이 포함되어 있다. Yang and Choi⁽⁹⁾는 요동성분 u'_{fi} , u_{pi} 를 진폭비의 차, 위상차가 있는 정현파로 나타내어서 유체-입자 속도 2차상관관계식을

$$\frac{\overline{u'_{fi}u_{pi}}}{2K_f} = \frac{1}{K_f} \int_0^\infty \left(\frac{a_k}{A_R} \cos\theta_k \right) E(k) dk \quad (20)$$

로 구하였다. 식 (20)에서 $E(k)$ 는 3차원 에너지스펙트럼으로 Hinze⁽⁸⁾의 관계식

$$E(k) = \frac{8}{\pi} v_0^2 \Lambda_f \frac{k \Lambda_f^4}{(1 + k^2 \Lambda_f^2)^3} \quad (21)$$

을 적용하였으며 여기서 $\Lambda_f = \sqrt{2}/k_e$, $k_e = 0.51\epsilon_f/\alpha''' v_0^3$, $v_0^2 = 2K_f/3$, $\alpha''' = 0.4$ 이다.

(나) 교차케도효과를 고려한 유체-입자 속도상관관계의 유도

입자유동의 확산은 교차케도효과에 영향을 크게 받으므로 유체-입자 속도상관관계에 교차케도효과를 고려함이 타당하다. 유체유동과 입자유동의 평균속도차에 의해 발생하는 교차케도효과를 고려하여 유체-입자 상관관계를 유도하기로 한다. Reeks⁽¹¹⁾, Nir and Pismen⁽¹²⁾은 중력장의 영향으로 인한 표류속도(drift velocity)가 있을 때의 입자유동의 확산에 대한 연구를 하였는데, 본 연구에서는 그들의 이론에 근거를 두어 유체유동과 입자유동의 평균속도차에 의한 표류속도가 있을 때의 유체-입자 속도 2차상관관계를 유도했다. 시간 t 일 때 $u'_{fi}(t)$ 가 입자의 속도이고 $u'_{fi}(r(t), t)$ 가 입자의 체적 $r(t)$ 를 따르는 유체의 속도라면 입자의 운동량방정식은

$$\frac{du_{pi}}{dt} = \gamma\psi[u'_{pi}, u'_{fi}(r, t)] \quad (22)$$

이 되고, 여기서 γ 는 항력계수, r 은 입자의 변위(displacement)이다. 만약 입자가 선형적인 상호작용법칙(linear interaction law)을 따르면 식 (22)는

$$\frac{du_{pi}}{dt} = \gamma\psi(u'_{fi} - u_{pi}) \quad (23)$$

로 되고, 여기서 u'_{fi} 와 u_{pi} 는 유체와 입자속도의 요동성분이다. 이 때 난류에너지소멸율은 Pismen and Nir⁽¹³⁾에 의하면

$$Q = \gamma \langle [u'_{pi}(t) - u'_{fi}(r, t)][u'_{pi}(t) - u'_{fi}(r, t)] \rangle$$

$$\begin{aligned} & - u'_{fi}(r, t) \rangle \\ & = \gamma \langle u_{pi}^2(t) + u_{pi}^2(r, t) - 2u'_{pi}(t)u'_{fi}(r, t) \rangle \\ & = -\frac{1}{2\gamma} R_{ii}^{IV}(0) \end{aligned} \quad (24)$$

이 되는데, 여기서 $R_{ij}(t) \equiv \langle \rho'_i(t)\rho'_j(t) \rangle$: 입자의 요동변위에 대한 평균상승적, $\rho'_i(t)$ 는 입자변위의 요동성분이고 R^{IV} 의 상첨자 IV는 미분의 횟수를 표시하고 $\langle \rangle$ 는 ensemble 평균을 나타낸다. 균질 정상난류유동에서 ergodic 가정을 사용하고 식 (24)를 다시 정리하면

$$\begin{aligned} Q & = \gamma(2K_f + 2K_p - 2\overline{u'_{fi}u_{pi}}) \\ & = -\frac{1}{2\gamma} R_{ii}^{IV}(0) = -\frac{1}{2\gamma} \frac{d^4 R_{ii}}{dt^4} \end{aligned} \quad (25)$$

로 된다. 한편 변수들 $y = k_e^2 R_{ii}$, $\tau = v_0 k_e t$, $\lambda = \gamma/v_0 k_e$ 을 정의하면 식 (25)는

$$2K_f \left(1 + \frac{K_p}{K_f} - \frac{\overline{u'_{fi}u_{pi}}}{K_f} \right) = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{\lambda^2} \frac{d^4 y}{d\tau^4}(0) \quad (26)$$

이 되고 위의 식의 입자의 단위질량당 난류에너지 K_p 는

$$\begin{aligned} K_p & = \frac{1}{2} \langle u'_{pi}(t)u'_{pi}(t) \rangle = \frac{1}{4} R_{ii}''(0) \\ & = \frac{1}{4} \frac{d^2 R_{ii}}{dt^2} = \frac{v_0^2}{4} \frac{d^2 y}{d\tau^2}(0) \end{aligned} \quad (27)$$

이 되며, 유체유동이 등방성유동이라 가정하면 $K_f = 3/2 v_0^2$ 인 관계식이 성립된다. 식 (26)은

$$1 - \frac{\overline{u'_{fi}u_{pi}}}{2K_f} = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} \left(\frac{1}{\lambda^2} \frac{d^4 y}{d\tau^4}(0) + \frac{d^2 y}{d\tau^2}(0) \right) \quad (28)$$

이 된다. 외력이 없는 등방성유동에서 변위텐서는 $R_{ij}(t) = Y(t)\delta_{ij}$ 로 표현할 수 있는데, 이 때

$$\begin{aligned} \frac{d^4 Y}{dt^4} - \gamma^2 \frac{d^2 Y}{dt^2} + 2\gamma^2 \int_0^1 \frac{1}{3} \phi_{ii}(k, t) \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2}k^2 Y(t)\right) 4\pi k^2 dk = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

의 미분방정식이 성립된다. Kraichnan⁽¹⁴⁾의 스펙트럼모형을 적용하면

$$\phi_{ii}(k, t) = (2\pi)^{-1} k^{-2} E(k) \exp\left[-\frac{1}{2}(v_0 k_e t)^2\right] \quad (30)$$

$$E(k) = 16(2/\pi)^{1/2} v_0^2 k^4 k_e^{-5} \exp(-2k^2/k_e) \quad (31)$$

인데, $y = k_e^2 y$, $\tau \rightarrow 0$ 일 때, $y(\tau) \rightarrow 0$ 인 관계식을 이용하면 식 (29)는

$$\frac{1}{\lambda^2} \frac{d^4 y}{d\tau^4}(0) - \frac{d^2 y}{d\tau^2}(0) + 6 = 0 \quad (32)$$

로 된다. 식 (28)과 식 (32)에서

$$\frac{\overline{u'_{fi} u'_{pi}}}{2K_f} = \frac{1}{6} \frac{d^2 y}{d\tau^2} (0) \quad (33)$$

가 유도된다. 다음 Reeks⁽¹¹⁾로부터

$$\frac{1}{6} \frac{d^2 y}{d\tau^2} = \frac{1}{3v_0^2 \beta''} \int_0^\infty d\xi e^{-\beta'' \xi} U_{ii}^{(p)}(\xi) \quad (34)$$

이므로 식 (33)은

$$\frac{\overline{u'_{fi} u'_{pi}}}{2K_f} = \frac{1}{3v_0^2 \beta''} \int_0^\infty d\xi e^{-\beta'' \xi} U_{ii}^{(p)}(\xi) \quad (35)$$

이 되고, 여기서 $U_{ii}^{(p)}(\xi) = \langle u'_{fi}(0,0), u'_{fi}(r(\xi), \xi) \rangle$ 이다. Reeks⁽¹¹⁾로부터 $U_{ii}^{(p)}(\xi)$ 의 성분들은 다음과 같이 된다.

$$U_{11}^{(p)}(\tau) = \frac{v_0^2 D(\tau)}{\mu_{22}^2 \mu_{11}^2} \exp\left(-\frac{1}{8} \frac{\lambda_g^2 \tau^2}{\mu_{11}}\right) \quad (36)$$

$$U_{22}^{(p)}(\tau) = U_{33}^{(p)}(\tau) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\mu_{22}}{\mu_{11}} \left(1 - \frac{\lambda_g \tau^2}{4\mu_{11}} \right) \right\} U_{11}^{(p)}(\tau) \quad (37)$$

$$\mu_{11} = 1 - \frac{1}{2} \left\{ h(\tau) + \frac{1}{\sigma^2} [\exp(-\sigma^2 \tau^2) - 1] + \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \tau \operatorname{erfc} \frac{\sigma \tau}{2^{1/2}} \right\} \quad (38)$$

$$\mu_{22} = \mu_{33} = 1 + \left(1 - \frac{\lambda_g^2}{8\sigma^2} \right) (\mu_{11} - 1) - \frac{(\beta'')^2}{16\sigma^4} h(\tau) \quad (39)$$

$$h(\tau) = f(\tau) + f(-\tau) - 2f(0) \quad (40)$$

$$f(\tau) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{\exp(\beta''^2/2\sigma^2)}{2\sigma\beta''} e^{\beta'' \tau} \times \operatorname{erfc} \frac{\sigma}{2^{1/2}} \left(\tau + \frac{\beta''}{\sigma^2} \right) \quad (41)$$

$$D(\tau) = \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma'' \tau^2\right) \quad (42)$$

$$\sigma^2 = \gamma''^2 + \frac{1}{4} \lambda_g^2, \quad \gamma'' = 1, \quad \lambda_g = v_g/v_0,$$

$$\beta'' = \frac{1}{t^* k_e v_0} \quad (43)$$

2.2 구속된 유동 (Bounded Flow)

(1) 벽면 근처에서 입자의 항력계수와 양력계수 Fig. 3과 같이 유체-입자 2상유동에 벽면이 있는

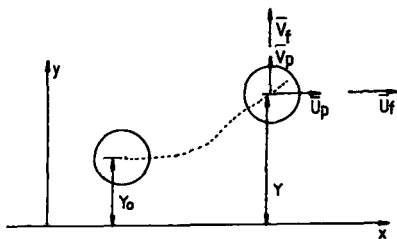


Fig. 3 A schematic diagram of particle motion near a wall

경우 입자는 주위 유체속도의 벽면에 의한 비균질성 때문에 양력(lift force)과 같은 관성력을 받는다⁽¹⁵⁾. Soo and Tien⁽¹⁶⁾이 벽면효과에 대한 연구를 하였는데 벽면 가까이에서 고체입자유동의 난류강도가 유체유동의 난류강도보다 훨씬 크게 될 수 있다고 하였다. 이 요인은 벽면과 입자사이의 Bernoulli힘에 기인한 것이라고 설명하였다. 벽면이 있는 경우는 벽면에 의해 유동이 영향을 받아 항력계수가 증가된다고 Faxen⁽¹⁷⁾, Brenner⁽¹⁸⁾, Maude⁽¹⁹⁾ 등은 설명했다. 본 연구에서 항력계수에 대한 벽면의 영향을 고려하여 유체-입자 속도상관관계를 유도했다. x-방향, y-방향 항력계수 수정에 대해서는

$$F_x = 3Q_1 \pi \mu_f d (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \quad (44)$$

$$F_y = 3Q_2 \pi \mu_f d (\bar{V}_p - \bar{V}_f) \quad (45)$$

여기서

$$Q_1 = \left[1 - \frac{9}{16} \left(\frac{d}{2Y}\right) + \frac{1}{8} \left(\frac{d}{2Y}\right)^3 - \frac{45}{256} \left(\frac{d}{2Y}\right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{d}{2Y}\right)^5 \right]^{-1} \quad (46)$$

$$Q_2 = 1 + \frac{9}{8} (d/2Y) + \left[\frac{9}{16} (d/Y) \right]^2 \quad (47)$$

이다. 식 (46), (47)에서 d 는 입자의 직경, Y 는 벽으로부터의 거리이다. 또한 벽면 가까이에서 입자는 양력을 받는다. Saffman⁽¹⁵⁾은 y-방향의 양력으로

$$F_{iy} = K \mu_f d^2 \left(\frac{1}{\nu_f} \frac{d\bar{U}_f}{dy} \right)^{1/2} (\bar{U}_f - \bar{U}_p) \quad (48)$$

를 제안했다. 여기서 $K=1.615$ 이다. 윗식에서 보면 x-방향으로 입자의 속도가 유체의 속도보다 빠르면 F_{iy} 는 음의 부호를 갖게 되어 입자는 벽방향으로 운동하게 되고, 입자의 속도가 유체의 속도보다 느리면 F_{iy} 은 양의 부호를 갖게 되어 벽으로부터 멀어지는 방향으로 운동하게 된다. x-방향의 양력은

$$F_{ix} = K \mu_f d^2 \left(\frac{1}{\nu_f} \frac{d\bar{V}_f}{dx} \right)^{1/2} (\bar{V}_f - \bar{V}_p) \quad (49)$$

이 된다.

(2) Rizk and Elghobashi⁽²⁰⁾의 유체-입자 속도 상관관계 이론의 수정

Rizk and Elghobashi는 벽이 있는 경우에 항력 수정계수와 양력을 고려하여 Chao의 이론을 수정한 유체-입자 속도상관관계를 다음과 같이 얻었다.

$$\frac{\overline{u'_{fi} u'_{pi}}}{2} = \frac{1}{2} \overline{u'_{fi}^2} \left[1 + \int_0^\infty \left(\frac{\Omega_1 - \Omega_R}{\Omega_2} \right) F_x(w) dw \right] \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \overline{v'_y v'_p} = & \frac{1}{2} \overline{v_f'^2} \left[1 + \int_0^\infty \left(\frac{\Omega'_1 - \Omega_R}{\Omega'_2} \right) F_y(w) dw \right. \\ & \left. + \left(\frac{u_f'^2}{v_f'^2} \right)^{1/2} \int_0^\infty \left(\frac{\Omega'_3 + \Omega_4}{\Omega_2 \Omega'_2} \right) \right. \\ & \left. \times (F_x(w) F_y(w))^{1/2} dw \right] \end{aligned} \quad (51)$$

여기서 $F_x(w)$, $F_y(w)$ 는 x -방향, y -방향 에너지 밀도함수이며 식 (51)의 대괄호 안의 3번째항이 반경 방향압력을 고려함으로 생긴 항이다. 본 연구에서 z -방향 상관관계를 윗 식들을 참조하여 구하였는데 z -방향도 x -방향과 같이 양력 효과의 영향이 적다고 보아

$$\overline{w'_f w'_p} = \frac{1}{2} \overline{w_f'^2} \left[1 + \int_0^\infty \left(\frac{\Omega_1 - \Omega_R}{\Omega_2} \right) F_z(w) dw \right] \quad (52)$$

로 구하였다. 여기서 $F_z(w)$ 는 z -방향의 에너지 밀도함수이고 식 (50)~(52)는 대수응력모델에 직접 적용될 수 있는 상관관계이다. 식 (50)~(52)의 Ω_1 , Ω_2 , Ω_4 , Ω'_1 , Ω'_2 , Ω'_3 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & (w/\alpha)^2 + \sqrt{6}(w/\alpha)^{3/2} + 3(w/\alpha) \\ & + Q_1 \sqrt{6}(w/\alpha)^{1/2} + Q_1^2 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \Omega_2 = & 1/\beta^2 (w/\alpha)^2 + 1/\beta \sqrt{6}(w/\alpha)^{3/2} \\ & + 3(w/\alpha) + Q_1 \sqrt{6}(w/\alpha)^{1/2} + Q_1^2 \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \Omega_4 = & \gamma' \theta (w/\alpha)^2 \left\{ (1-\beta)/\beta \right\}^2 [2Q_1 \\ & + \sqrt{6}(w/\alpha)^{1/2}] \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_1 = & (w/\alpha)^2 + \sqrt{6}(w/\alpha)^{3/2} + 3(w/\alpha) \\ & + \sqrt{6}Q_2 (w/\alpha)^{1/2} + Q_2^2 \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_2 = & 1/\beta^2 (w/\alpha)^2 + \sqrt{6}/\beta (w/\alpha)^{3/2} \\ & + 3(w/\alpha) + \sqrt{6}Q_2 (w/\alpha)^{1/2} + Q_2^2 \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_3 = & \gamma' \theta (1-\beta)/\beta \left\{ [6+2(Q_1+Q_2/\beta)] (w/\alpha)^2 \right. \\ & \left. + \sqrt{6}(Q_1+Q_2) (w/\alpha)^{3/2} \right. \\ & \left. + \sqrt{6}((1+\beta)/\beta) (w/\alpha)^{5/2} \right\} \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \gamma' = & \frac{K}{3\pi}, \quad \theta = d/\eta, \quad K = 1.615, \\ \eta = & (\nu_f^3/\varepsilon_f)^{1/4} \end{aligned} \quad (59)$$

유동이 등방성이라고 가정하면

$$F_x(w) = F_y(w) = F_z(w) = F(w) \quad (60)$$

$$\overline{u_f'^2} = \overline{v_f'^2} = \overline{w_f'^2} \quad (61)$$

의 관계식이 성립하여 식 (50)~(52)로부터

$$\begin{aligned} \frac{u_{fi} u_{pi}}{2K_f} = & \frac{1}{2} \left[1 + \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{\Omega_1 - \Omega_R}{\Omega_2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{3} \left(\frac{\Omega'_1 - \Omega_R}{\Omega'_2} + \frac{\Omega'_3 + \Omega_4}{\Omega_2 \Omega'_2} \right) \right\} F(w) dw \right] \end{aligned} \quad (62)$$

이 된다.

(3) Yang and Choi의 이론

본 연구에서는 Yang and Choi⁽⁹⁾의 벽이 없는 경우의 상관관계이론을 벽이 있는 경우에 확장 적용하여 유체-입자 속도상관관계를 유도하였다. Yang⁽²⁾을 참조하면

$$\begin{aligned} \frac{u'_{fi} u'_{pi}}{2K_f} = & \frac{1}{K_f} \int_0^\infty \left\{ \frac{u_f'^2}{2K_f} \left(\frac{a_k}{A_k} \right)_x \cos \theta_{kx} \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{u_f'^2}{2K_f} \right) \left(\frac{a_k}{A_k} \right)_y \cos \theta_{ky} \right\} E(k) dk \end{aligned} \quad (63)$$

로 구해지는데 유동장이 등방성유동일 때 이 식은

$$\begin{aligned} \frac{u'_{fi} u'_{pi}}{2K_f} = & \frac{1}{K_f} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{a_k}{A_k} \right)_x \cos \theta_{kx} \right. \\ & \left. + \frac{2}{3} \left(\frac{a_k}{A_k} \right)_y \cos \theta_{ky} \right\} E(k) dk \end{aligned} \quad (64)$$

이 된다. 식 (63), (64)의 θ_{ki} , $\left(\frac{a_k}{A_k} \right)_i$ 는

$$\begin{aligned} \theta_{ki} = & \tan^{-1} \\ & \times \frac{(a_i^A + \delta')(1 + \delta') - (\alpha_i + \delta')(\beta' + \delta')}{(\alpha_i'' + \delta'')^2 + (1 + \delta')(\beta' + \delta')} \end{aligned} \quad (65)$$

$$\left(\frac{a_k}{A_k} \right)_i = \frac{(\alpha_i'' + \delta'') + (1 + \delta')(\beta' + \delta')}{[(\alpha_i'' + \delta'')^2 + (1 + \delta')^2] \cos \theta_{ki}} \quad (66)$$

이고 여기서

$$\alpha'_x = \frac{Q_1 18 \nu_f}{d^2 (\rho_s / \rho_c + \chi)} \quad (67)$$

$$\alpha'_y = \frac{Q_2 18 \nu_f}{d^2 (\rho_s / \rho_c + \chi)} \quad (68)$$

$$\alpha''_i = \alpha'_i / \omega d^2 (\rho_s / \rho_c + \chi) \quad (69)$$

이며, 하첨자 i 는 요동성분의 방향 x, y, z 를 나타낸다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 4에서 실선은 입자의 직경에 따른 본 연구에서 제안한 교차체도효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 구속되지 않은 유동에서의 속도상관관계를 나타낸 것이다. 표류속도(drift velocity) v_g 가 $t^*g, 3.5, 10$ 으로 표시된 곡선이 교차체도효과를 고려한 것이고, 제일 밑의 실선이 교차체도효과를 고려하지 않은 상관관계를 나타낸다. 점선은 Chao⁽⁶⁾이론으로부터 유도한 상관관계식 식 (16)이다. 중력장이 있는 유동장에 유체가 정지하고 있을 때 입자의 표류 속도는 t^*g 가 되나 실제유동에서는 입자의 표류속도는 입자와 유체의 속도차가 되어 Fig. 4의 $v_g = 3.5, 10$ 인 경우는 실제유동에서의 표류속도의 예를 표시한 것이다. 입자의 직경이

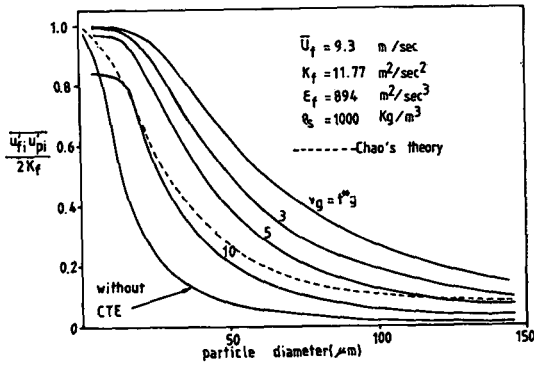


Fig. 4 Fluid-particle velocity autocorrelation as a function of a particle diameter

작을수록 t^*g 가 작을뿐 아니라 입자와 유체의 속도 차가 작아서 상관관계곡선은 $v_g = t^*g$ 의 선을 따라 간다. 교차계도효과를 고려한 상관관계에서 입자의 직경이 작은 범위 ($d < 15\mu m$)에서는 $\overline{u_{fi} u_{pi}} / 2K_f \approx 1$ 이 되어 입자의 요동과 유체의 요동이 거의 함께 운동한다는 것을 나타낸다. 유체유동 난류 에너지 방정식 (1)에서 $\overline{u_{fi} u_{pi}} / 2K_f \approx 1$ 이면 부가난류에너지 소멸율이 거의 생기지 않아서 입자의 부상효과가 작은 경우라 할 수 있다. 표류속도가 작은 범위에서는 교차계도효과를 고려한 상관관계와 고려하지 않은 상관관계는 차이가 많이 남을 알 수 있다. 표류속도가 크고 입자의 직경이 $d \rightarrow 0$ 로 접근할 경우 상관관계가 1에 접근하지 않음을 알 수 있는데 이것은 물리적으로 이해하기 어려운 결과이다. 그러나 실제로 입자가 $d \rightarrow 0$ 로 접근하면 표류속도가 실제 유동에서 $v_g = 5, 10$ 만킬 생길 수 없고 표류속도가 큰 것은 입자의 직경이 클 때만 일어날 수 있다. 점선으로 표시된 교차계도효과를 고려하지 않은 Chao이론으로부터 유도한 상관관계는 교차계도효과를 고려하지 않은 Yang and Choi⁽⁹⁾의 상관관계보다 큰 값을 나타내주고 있다.

Fig. 5, 6은 제트유동에서 입자의 직경이 $200\mu m$ 일 때 $K-\epsilon$ 방정식모델, 대수응력모델을 적용했을 때 유체-입자속도상관관계를 나타낸 것이다. 교차계도효과를 고려하지 않았을 때는 상관관계의 최소값이 축중심에 나타나고 있으나 고려할 경우에는 $r/x = 0.11 - 0.12$ 부근에서 나타나서 서로 차이가 큼을 알 수 있다. 그러나 두 경우 다 자유경계층으로 갈수록 상관관계가 커짐을 알 수 있는데, 입자 유동과 유체유동의 축방향속도의 자유경계층에서의

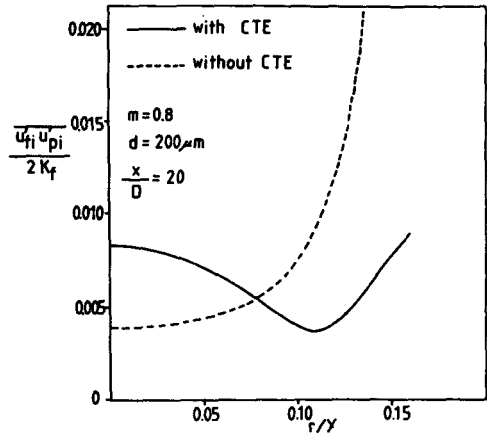


Fig. 5 Fluid-particle velocity correlation in a jet flow($K-\epsilon$ Model)

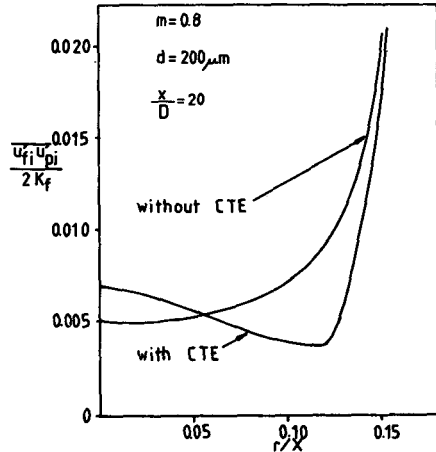


Fig. 6 Fluid-particle velocity correlation in a jet flow(ASM)

경계조건이 둘 다 0이므로 중심에서는 입자의 관성에 의해 상간의 속도차가 커서 상관관계가 작고 자유경계층으로 갈수록 상간의 속도차가 작아져서 상관관계가 커지게 된다.

Fig. 7, 8은 관류동에서 입자의 직경이 $200\mu m$ 일 때 $K-\epsilon$ 방정식모델과 대수응력모델을 적용했을 때의 교차계도효과를 고려한 유체-입자 속도상관관계로 부하도가 $m = 1.0, 2.1$ 인 경우를 도시한 것이다. 이 그림들로부터 관중심부에서 상관관계가 크고 벽면으로 갈수록 상관관계가 작아짐을 알 수 있는데 이는 관벽에서 입자는 미끄러짐으로 해서 속도를 갖게 되나 유체는 속도를 갖지 않아서 상대속도가 커지기 때문이다. 관류동에서의 속도분포는

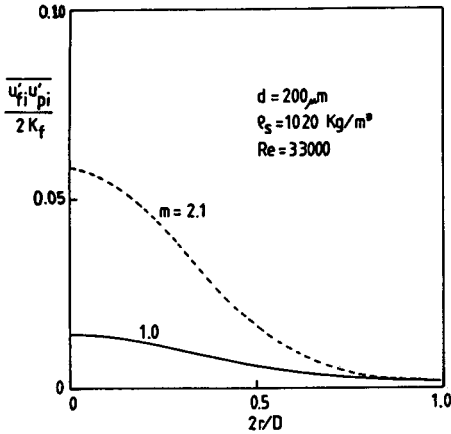


Fig. 7 Fluid-particle velocity correlation in a pipe flow ($K-\epsilon$ Model with CTE)

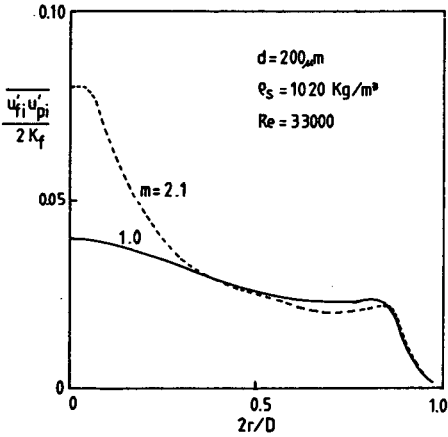


Fig. 8 Fluid-particle velocity correlation in pipe flow (ASM with CTE)

관중심부에서는 공기의 속도가 빠르고 관벽부근에서는 입자의 속도가 빨라서 입자의 속도와 공기의 속도가 같아지는 부분이 생긴다. 공기의 속도와 입자의 속도가 같아지는 부분에서는 유체-입자 속도 상관관계가 커져야 되는 것이 물리적으로 타당하다 할 수 있는데 $K-\epsilon$ 방정식모델에서는 $2r/D \approx 0.9$ 부분에서 약간 커졌다가 감소함을 알 수 있다. 이것은 유체-입자 속도상관관계를 구할 때 대수응력 모델을 사용하는 것이 $K-\epsilon$ 모델을 사용하는 것보다 좀 더 실제에 맞는 상관관계를 만들어 줌을 나타내준다. $2r/D \approx 0.9$ 부분은 공기의 속도와 입자의 속도가 같아지는 부분이다.

Fig. 7,8에서 부하도가 커질수록 상관관계가 커

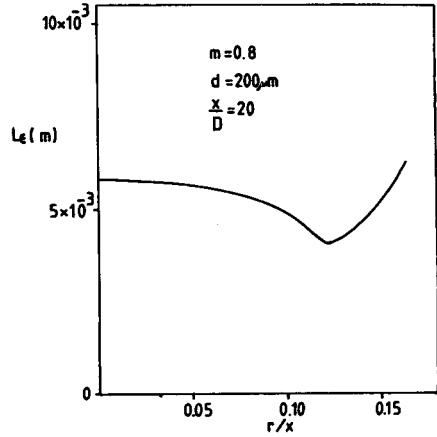


Fig. 9 Dissipation length scale at $x/D=20$ in a jet flow (ASM with CTE)

지게 되는데 부하도가 커짐에 따라 단위체적당의 유체에 포함되는 입자수가 많아져 상관관계가 커지게 된 것이다. Fig. 8에서 대수응력모델의 상관관계가 부하도가 2.1일 때 $0.4 < 2r/D < 0.9$ 부분에서 부하도가 1.0일 때보다 작아지는 경향은 부하도가 커짐에 따라 공기의 속도가 중심부에서 편평해지고 관벽부에서는 구배가 급해지고 입자의 속도는 부하도에 따라 큰 영향을 받지않아 결국 공기와 입자의 속도차가 커서 상관관계가 작아졌기 때문이다.

Fig. 9는 제트유동에서 교차체도효과를 고려했을 때 소멸율길이척도의 분포인데 소멸율길이척도는 $L_\epsilon = C_\mu^{3/4} K_f^{3/2} / \epsilon_f$ 로 표현된다. 소멸율길이척도 분포 모양이 교차체도효과를 고려한 상관관계분포 Fig. 6과 유사하여 상관관계는 소멸율길이척도와 밀접한 관계가 있음을 나타내준다.

Fig. 10~13은 본 연구의 유체-입자 속도 2차 상관관계를 2상난류제트유동에 적용한 것이다. 교차체도효과를 고려한 경우 [식 (35)]와 교차체도효과를 고려하지 않은 경우 [식 (20)]에 대한 해석결과를 비교도시하였다. $K-\epsilon$ 모델에 의한 예측과 대수응력 모델 (Algebraic Stress Model: ASM)에 의한 예측이 도시되었는데 속도분포, 난류에너지, 전단응력 등의 예측이 교차체도효과를 고려함으로써 향상되었다.

2상난류제트유동의 해석에서 외경계면의 경계조건은 두상 공히 "0"로 놓고 해석하였으며 r 방향의 좌표는 주위 공기의 유입 (entrainment)에 따라 진

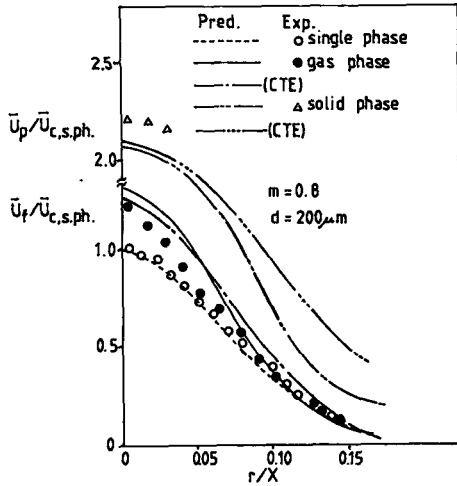


Fig. 10 Mean velocity profiles at $x/D=20$ in a jet flow ($K-\epsilon$ Model, Exp. Ref. 21,22)

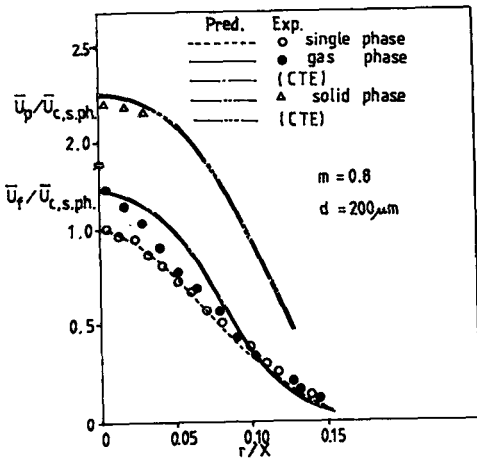


Fig. 11 Mean velocity profiles at $x/D=20$ in a jet flow (ASM, Exp. Ref. 21,22)

행적분(marching integration)하면서 새롭게 계산된다. r 좌표는 공기유동에 의해 계산되며 진행하면서 외경계면의 r 좌표는 커지게 된다. 입자유동의 좌표계는 유체유동의 것과 동일하다.

2상난류제트유동에서 입자가 존재하는 경계를 규명하기란 쉬운 일이 아니다. $200\mu\text{m}$ 입자인 경우는 입자의 직경이 작은 경우보다 입자들의 퍼짐율이 작다는 것은 이해할 수 있으나 지금까지 입자들의 경계를 명확히 설명해주는 연구를 저자들은 아직까지 거의 찾아보기 힘들었다.

본 연구에서 계산한 외경계면 즉 속도가 "0"인 지점까지 확장하여 그려보면 기체속도는 외경계면

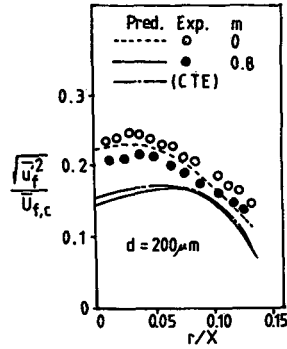


Fig. 12 Turbulent intensity profiles at $x/D=20$ in a jet flow (ASM, Exp. Ref. 21,22)

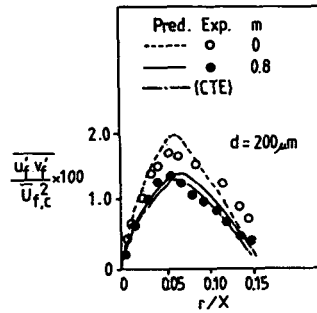


Fig. 13 Turbulent shear stress profiles at $x/D=20$ in a jet flow (ASM, Exp. Ref. 21,22)

에서 완곡한 곡선으로 "0"이 되지만 입자유동은 급격한 곡선으로 "0"이 된다(Fig. 10, 11에서는 표시되지 않았다).

그러므로 입자유동은 외경계면근처에서 약간의 속도를 갖게 된다. 외경계면근처에서 큰 입자인 경우는 거의 입자가 존재할 수 없다고 유추할 수 있으므로 이 경우에는 본 연구의 계산방법이 외경계면에서 약간의 오류 가능성이 있다.

참고문헌 (21), (22)중 (Fig. 10,11), $r/X > 0.04$ 부분에서 입자들이 전혀 존재하지 않는 것이 아니다. $r/X < 0.04$ 부분만 실험값이 명시된 이유는 $r/X > 0.04$ 인 부분에서 LDV신호의 누락(dropout) 현상으로 인해 신호를 해석할 수 없기 때문이다. 입자가 존재하는 영역은 $r/X=0.04$ 보다 훨씬 큰 부분에 있다.

저자들은 $167\mu\text{m}$ 의 입자들이 포함된 2상난류제트유동에 대한 실험을 LDV에 의해 수행한 바 있는데 $r/X=0.1$ 인 부분까지 측정가능하였다. 그러나 실제로 입자가 존재하는 경계는 $r/X=0.1$ 보다 더

큰 부분에 있었음을 관찰하였다.

어쨌든 외경계면부분에서 입자의 직경이 클 때나 밀도가 큰 경우에 본 해석방법에 오류의 여지가 있다. 이러한 문제는 개선되어야 할 사항이다. 입자가 존재하는 경계는 입자의 직경, 밀도, 부하도, 속도 등의 요인에 따라 결정되는 복잡한 문제라 생각된다.

Fig. 14~16은 유체-입자 속도 2차상관관계를 2

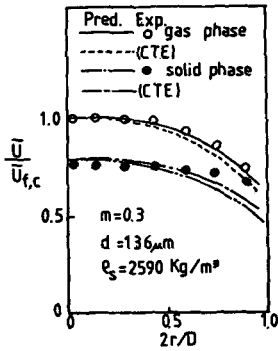


Fig. 14 Mean velocity profiles in a pipe flow (ASM, Exp. Ref. 23)

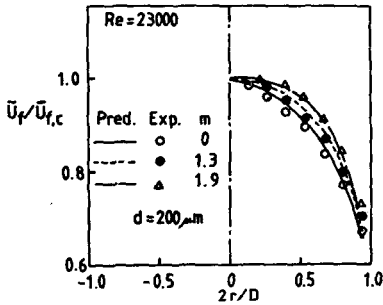


Fig. 15 Mean air-velocity profiles in a pipe flow (ASM with CTE, Exp. Ref. 24)

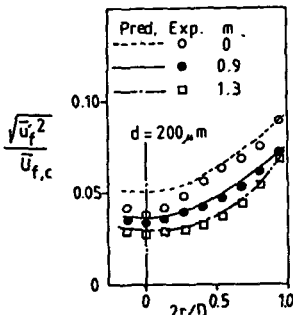


Fig. 16 Turbulent intensity profiles in a pipe flow (ASM without CTE, Exp. Ref. 24)

상난류관유동에 적용한 것이다. 교차계도효과를 고려한 식 (5)와 교차계도효과를 고려하지 않은 식 (6)을 적용하여 해석한 것으로 해석결과가 실험결과와 잘 일치한다.

4. 결 론

입자의 직경이 크거나 물질밀도가 커질수록 유체-입자상관관계는 작아진다. 제트유동에서 유체-입자 속도 상관관계는 교차계도효과를 고려하지 않은 경우는 중심부에서 최소값을 갖고 교차계도효과를 고려할 때는 외경계 가까운 부분에서 최소값을 지나 두 경우 다 자유경계층으로 갈수록 상간의 속도차가 작아져서 상관관계가 커진다. 또한 유체-입자 속도 상관관계는 소멸물길이척도와 밀접한 상관관계를 갖는다.

관유동에서 유체-입자 속도상관관계는 관중심부에서 상관관계가 크고 벽면으로 갈수록 상관관계가 작아지며 또한 부하도가 커질수록 상관관계가 커지게 된다.

참 고 문 헌

- (1) Yang, S.K. and Choi, Y.D., 1987, "Study on Numerical Models of Turbulent Dispersion of Solid Particles in a Two-Phase Turbulent Jet Flow", Trans. of KSME, Vol. 11, No. 1, pp. 1~19.
- (2) Yang, S.K., 1988, "Numerical and Experimental Study on Gas-Particle Two-Phase Turbulent Flows", Ph. D. Thesis, Korea University.
- (3) Hinze, J.O., 1972, "Turbulent Fluid and Particle Interaction", Prog. Heat Mass Transfer, Vol. 6 edited by G. Hetsroni, Pergamon Press, Oxford, pp. 433~452.
- (4) Tchen, C.M., 1947, "Mean Value and Correlation Problems Connected with the Motion of Small Particles Suspended in a Turbulent Fluid", Ph. D. Thesis, University of Delft.
- (5) Corrsin, S. and Lumley, J.L., 1956, Appl. Sci. Res., A6, p. 114.
- (6) Chao, B.T., 1964, "Turbulent Transport Behavior of Small Particles Suspended in a Turbulent Fluid", Ph. D. Thesis, University of Delft.
- (7) Elghobashi, S.E., Abou-arab, T.W., Rizk, M. and Mostafa, "Prediction of the Particle-Laden Jet with a Two-Equation Turbulence Model", Int. J. Multi-

- phase Flow, Vol. 10, No. 6, pp. 697~710.
- (8) Hinze, J.O., 1975, "Turbulence, An Introduction to Its Mechanism and Theory", McGraw Hill New York.
- (9) Yang, S.K. and Choi, Y.D., 1985, "Calculation of Two-Phase Turbulent Jet with a Two-Equation Model", Trans. of KSME, Vol. 9, No. 6, pp. 714~724.
- (10) Al taweel, A.M. and Landau, J., 1977, "Turbulence Modulation in Two-Phase Jets", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 3, pp. 341~351.
- (11) Reeks, M.W., 1977, "On the Dispersion of Small Particles Suspended in an Isotropic Turbulent Flow", J. Fluid Mech., Vol. 83, Part 3, pp. 529~546.
- (12) Nir, A. and Pismen, L.M., 1979, "The Effect of a Steady Drift on the Dispersion of a Particle in Turbulent Fluid", J. Fluid Mech., 94, pp. 369~381.
- (13) Pismen, L.M. and Nir, A., 1978, "On the Motion of Suspended Particles in Stationary Homogeneous Turbulence", J. Fluid Mech., Vol. 84, Part 1, pp. 193~206.
- (14) Kraichnan, R.H., 1970, "Diffusion by a Random Velocity Field", Phys. Fluids, 13, pp. 22~31.
- (15) Saffman, P.G., 1965, "The Lift on a Small Sphere in a Slow Shear Flow", J. Fluid Mech., Vol. 22, Part 2, pp. 385~400.
- (16) Soo, S.L. and Tien, C.L., 1960, "Effect of the Wall on Two-Phase Turbulent Motion", J. of Applied Mechanics, pp. 5~15.
- (17) Faxen, H., 1923, Arkiv. Mat. Astron. Fys. 17, p. 1.
- (18) Brenner, H., 1961, "Chem. Sci., 16, p. 242.
- (19) Maude, A.D., 1961, Brit. J. Appl. Phys. 12, p. 293.
- (20) Rizk, M.A. and Elghobashi, S.E., 1985, "The Motion of a Spherical Particle Suspended in a Turbulent Flow Near a Plane Wall", Phys. Fluids, 28(3), pp. 806~817.
- (21) Modarress, D., Wuerrler, J. and Elghobashi, S., 1982, "An Experimental Study of a Turbulent Round Two-Phase Jet", AIAA/ASME 3rd Joint Thero-physics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conf. St. Louis, Missouri.
- (22) Modarress, D., Tan, H. and Elghobashi, S., 1984, "Two-Component LDA Measurement in a Two-Phase Turbulent Jet", AIAA 21st Aerospace Sci. Meeting Reno, Nevada.
- (23) Maeda, M., Hishida, K. and Furutani, T., 1980, "Optical Measurements of Local Gas and Particle Velocity in an Upward Flowing Dilute Gas-Solids Suspension", Proc. Polyphase Flow and Transport Technology(Century 2-ETC, San Francisco), pp. 211~216.
- (24) Tsuji, Y., Morikawa, Y. and Shiomi, H., 1984, "LDV Measurements of an Air-Solid Two-Phase Flow in a Vertical Pipe", J. Fluid Mech., Vol. 139, pp. 417~434.